Apuntes Robótica Industrial:

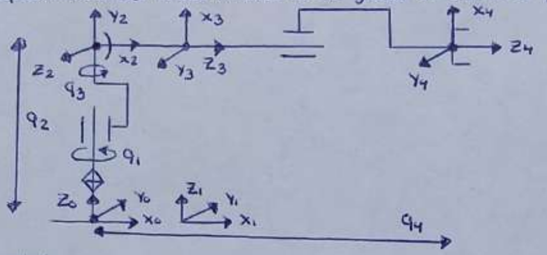
Tema 3 (Parte 4): Sesión de problemas

EJERCICIOS

2.1 Se dispone de un robot definido por la siguiente tabla de parámetros Denavit-Hartenberg:

i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	0	0	0
2	0	q_2	0	90°
3	$q_3+90°$	0	0	90°
4	0	q_4	0	0

a) Obtén la representación gráfica aproximada del robot, indicando los grados de libertad y los sistemas de referencia de cada articulación.



b) Calcula la cinemática directa del robot.

$$^0A_1 = \begin{pmatrix} \cos(q_1) & -\text{sen}(q_1) & 0 & 0 \\ \text{sen}(q_1) & \cos(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$^1A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(90°) & -\text{sen}(90°) & 0 \\ 0 & \text{sen}(90°) & \cos(90°) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$^2A_3 = \begin{pmatrix} \cos(q_3+90°) & -\text{sen}(q_3+90°) & 0 & 0 \\ \text{sen}(q_3+90°) & \cos(q_3+90°) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(90°) & -\text{sen}(90°) & 0 \\ 0 & \text{sen}(90°) & \cos(90°) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\text{sen}(q_3) & 0 & \cos(q_3) & 0 \\ \cos(q_3) & 0 & \text{sen}(q_3) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$^3A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T = {}^0A_1\, {}^1A_2\, {}^2A_3\, {}^3A_4 = \begin{pmatrix} -\cos(q_1)\,\text{sen}(q_3) & \text{sen}(q_1) & \cos(q_1)\cos(q_3) & q_4\cos(q_1)\cos(q_3) \\ -\text{sen}(q_3)\,\text{sen}(q_1) & -\cos(q_1) & \text{sen}(q_1)\cos(q_3) & q_4\,\text{sen}(q_1)\cos(q_3) \\ \cos(q_3) & 0 & \text{sen}(q_3) & q_4\,\text{sen}(q_3)+q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$x = q_4\cos(q_1)\cos(q_3)$
$y = q_4\,\text{sen}(q_1)\cos(q_3)$
$z = q_4\,\text{sen}(q_3) + q_2$

2.2 Considerando la coordenada articular q_4 fija a 100 mm:

a) Calcula la cinemática inversa del robot considerando únicamente la posición del elemento terminal.

$$\left.\begin{aligned} x &= 0'1\cos(q_1)\cos(q_3) \\ y &= 0'1\,\text{sen}(q_1)\cos(q_3) \\ z &= 0'1\,\text{sen}(q_3)+q_2 \end{aligned}\right\}$$

$tg(q_1) = y/x = 0'1\,\text{sen}(q_1)\cos(q_3)/0'1\cos(q_1)\cos(q_3) = \text{sen}(q_1)/\cos(q_1) \Rightarrow q_1 = \text{arctg}(y/x)$

$x^2+y^2 = 0'1^2\cos^2(q_1)\cos^2(q_3) + 0'1^2\,\text{sen}^2(q_1)\cos^2(q_3) = 0'1^2\cos^2(q_3)\left(\cos^2(q_1)+\text{sen}^2(q_1)\right) = 0'1^2\cos^2(q_3) \Rightarrow$

$\Rightarrow q_3 = \arccos\left(\sqrt{x^2+y^2}/0'1\right)$

$z = q_2 + 0'1\,\text{sen}(q_3) \Rightarrow q_2 = z - 0'1\,\text{sen}(q_3) = z - 0'1\,\text{sen}\left(\arccos\left(\sqrt{x^2+y^2}/0'1\right)\right)$

b) Si el rango de funcionamiento de q_2 está entre 60 y 120 mm. ¿Es posible alcanzar los puntos $P1 = (75, 80, 75)$ y $P2 = (75, 50, 75)$ (unidades en mm)? ¿Qué valores sería necesario dar a las coordenadas articulares?

$$P1 = (0'075, 0'08, 0'075) \Rightarrow \begin{cases} q_1 = \text{arctg}(0'08/0'075) = 46'85° \\ q_2 = 0'075 - 0'1\,\text{sen}\left(\arccos\left(\sqrt{0'075^2+0'08^2}/0'1\right)\right) = \text{ERROR} \\ q_3 = \arccos\left(\sqrt{0'075^2+0'08^2}/0'1\right) = \text{ERROR} \end{cases}$$

$$P2 = (0'075, 0'05, 0'075) \Rightarrow \begin{cases} q_1 = \text{arctg}(0'05/0'075) = 33'7° \\ q_2 = 0'075 - 0'1\,\text{sen}\left(\arccos\left(\sqrt{0'075^2+0'05^2}/0'1\right)\right) = 0'073 \text{ mm} \\ q_3 = \arccos\left(\sqrt{0'075^2+0'05^2}/0'1\right) = 118'3 \text{ mm} \end{cases}$$

c) Calcula la cinemática diferencial del robot considerando únicamente la posición del elemento terminal.

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial q_1} & \frac{\partial x}{\partial q_2} & \frac{\partial x}{\partial q_3} \\ \frac{\partial y}{\partial q_1} & \frac{\partial y}{\partial q_2} & \frac{\partial y}{\partial q_3} \\ \frac{\partial z}{\partial q_1} & \frac{\partial z}{\partial q_2} & \frac{\partial z}{\partial q_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0'1\,\text{sen}(q_1)\cos(q_3) & 0 & -0'1\cos(q_1)\,\text{sen}(q_3) \\ 0'1\cos(q_1)\cos(q_3) & 0 & -0'1\,\text{sen}(q_1)\,\text{sen}(q_3) \\ 0 & 1 & 0'1\cos(q_3) \end{pmatrix}$$

d) Estudia las posibles configuraciones del robot, ¿a qué serían debidas?

$$|J| = \begin{vmatrix} -0'1\,\text{sen}(q_1)\cos(q_3) & 0 & -0'1\cos(q_1)\,\text{sen}(q_3) \\ 0'1\cos(q_1)\cos(q_3) & 0 & -0'1\,\text{sen}(q_1)\,\text{sen}(q_3) \\ 0 & 1 & 0'1\cos(q_3) \end{vmatrix} = -0'1^2\cos(q_3)\,\text{sen}(q_3)\left(\text{sen}^2(q_1)+\cos^2(q_1)\right) = 0$$

$\cos(q_3) = 0,\ q_3 = \pm 90°$

$\text{sen}(q_3) = 0,\ q_3 = 0/180°$