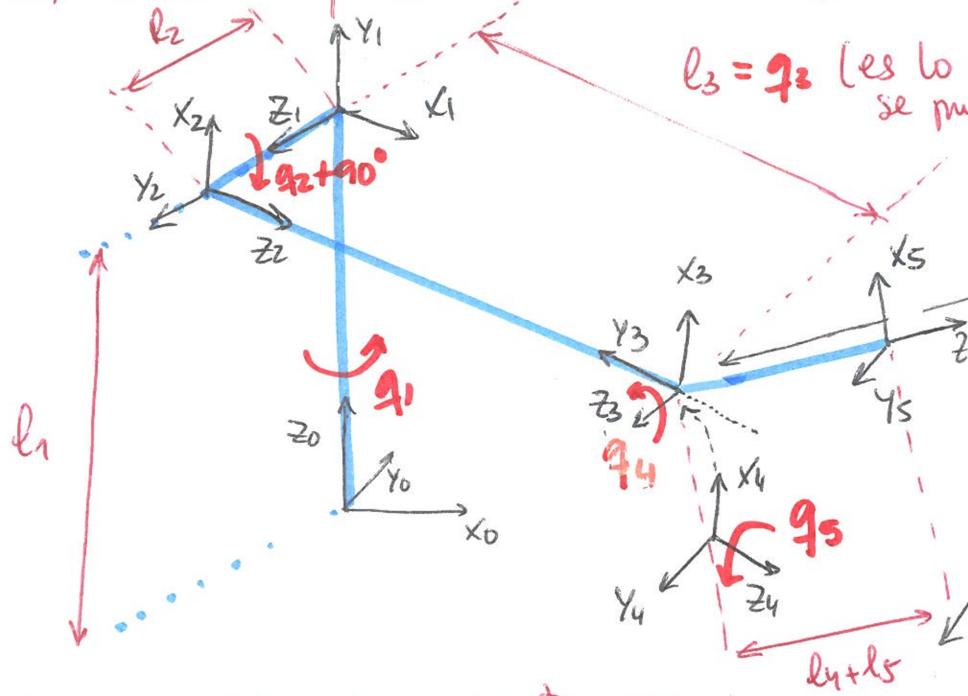
EJERCICIO 7 (Ejercicio 4.4, Barrientos)

a) Primero dibujamos los sistemas de referencia



$l_3 = q_3$ (es lo más simple, si no también se puede tomar la suma)

*También con Z_5 en sentido contrario vale

*También se puede separar l_4 a S_4 y l_5 a S_5, pero CON OFFSET (y no hay más)

Entonces; la tabla de parámetros es:

i	θ_i	d_i	a_i	α_i	Notas
1	q_1	l_1	0	90°	
2	q_2+90°	l_2	0	90°	
3	0	q_3	0	-90°	TAMBIÉN POSIBLE CON $+90^\circ$ ⇓ aquí sería -90°
4	q_4	0	0	90°	
5	q_5	l_4+l_5	0	0°	

NOTA

- También se puede considerar que el sistema de referencia S_4 se encuentra a l_4 de S_3, pero entonces es necesario introducir un OFFSET porque el desplazamiento se puede realizar en Z_3 ⇒ <u>y no se permitían más offsets</u>

b) Resolución de la cinemática directa (sólo para el elemento terminal):

$$ {}^0T_5 = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 \cdot {}^3A_4 \cdot {}^4A_5 $$

$$ {}^0A_1 = \underbrace{\begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{Rotz(q_1)\cdot T(0,0,l_1)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{Rotx(90^\circ)} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ & 0 & & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^1A_2 = \underbrace{\begin{bmatrix} \overset{-S_2}{C_{2+90^\circ}} & -\overset{C_2}{S_{2+90^\circ}} & 0 & 0 \\ \underset{C_2}{S_{2+90^\circ}} & \underset{-S_2}{C_{2+90^\circ}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{Rotz(q_2+90^\circ)\cdot T(0,0,l_2)} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{Rotx(90^\circ)} = \begin{bmatrix} -S_2 & 0 & C_2 & 0 \\ C_2 & 0 & S_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^2A_3 = \underbrace{\begin{bmatrix} i & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ q_3 \end{matrix} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{T(0,0,q_3)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{Rotx(-90^\circ)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & q_3 \\ & 0 & & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^3A_4 = \underbrace{\begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & 0 \\ S_4 & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{Rotz(q_4)\cdot} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{Rotx(90^\circ)} = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & S_4 & 0 \\ S_4 & 0 & -C_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^4A_5 = \begin{bmatrix} C_5 & -S_5 & 0 & 0 \\ S_5 & C_5 & 0 & l_4+l_5 \\ 0 & 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \leftarrow Rotz(q_5)\cdot T(0,0,l_4+l_5) $$

· Necesario hacer la multiplicación de las 5 matrices (4 multiplicaciones)

1

$$ {}^{0}A_1 \cdot {}^{1}A_2 = \left[\begin{array}{ccc|c} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{ccc|c} -S_2 & 0 & C_2 & 0 \\ C_2 & 0 & S_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc|c} -C_1S_2 & S_1 & C_1C_2 & S_1 l_2 \\ -S_1S_2 & -C_1 & S_1C_2 & -C_1 l_1 \\ C_2 & 0 & S_2 & l_1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] $$

2

$$ {}^{2}A_3 \cdot {}^{3}A_4 = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & q_3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{ccc|c} C_4 & 0 & S_4 & 0 \\ S_4 & 0 & -C_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc|c} C_4 & 0 & S_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S_4 & 0 & C_4 & q_3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] $$

2 × 3

$$ ({}^{2}A_3 \cdot {}^{3}A_4) \cdot {}^{4}A_5 = \left[\begin{array}{ccc|c} C_4 & 0 & S_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S_4 & 0 & C_4 & q_3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{ccc|c} C_5 & -S_5 & 0 & 0 \\ S_5 & C_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_4+l_5 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc|c} C_4C_5 & -C_4S_5 & S_4 & S_4(l_4+l_5) \\ S_5 & C_5 & 0 & 0 \\ -S_4C_5 & -S_4S_5 & C_4 & C_4(l_4+l_5)+q_3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] $$

= 4

El paso final es el más largo, pero sólo se pide x, y, z!

1 × 4

$$ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -C_1 S_2 S_4 (l_4+l_5) + C_1C_2C_4(l_4+l_5) + S_1 l_2 + C_1C_2 q_3 \\ -S_1S_2S_4(l_4+l_5) + S_1C_2C_4(l_4+l_5) - C_1 l_1 + S_1C_2 q_3 \\ -C_2S_4(l_4+l_5) + S_2C_4(l_4+l_5) + l_1 + S_2 q_3 \end{bmatrix} $$

Que se puede simplificar como:

$$ \boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 C_{24}(l_4+l_5) + S_1 l_2 + C_1C_2 q_3 \\ S_1 C_{24}(l_4+l_5) - C_1 l_2 + S_1C_2 q_3 \\ S_{24}(l_4+l_5) + l_1 + S_2 q_3 \end{bmatrix}} $$