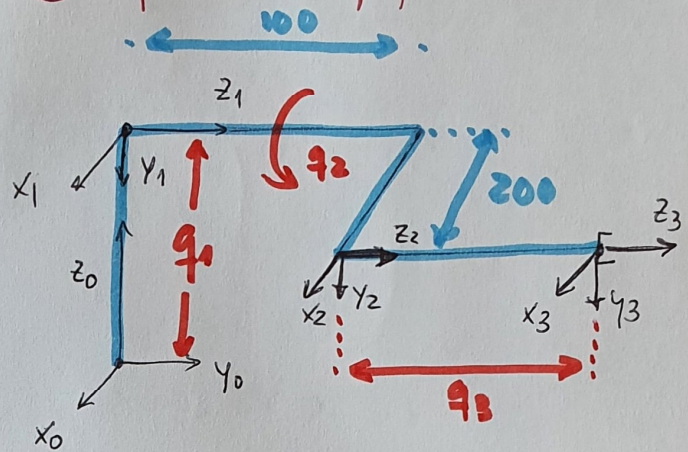


# PROBLEMA

Dade la tabelle de parâmetros DH :

	$q_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	0	$q_1$	0	-90
2	$q_2$	100	200	0
3	0	$q_3$	0	0

(A) Representação gráfica do robô



(B) CINEMÁTICA DIRETA DO ROBOT:

$${}^0T_3 = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3$$

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 200 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 200 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 200c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & 200s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \leftarrow T(0,0,q_3)$$

$${}^0T_3 = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 200c_2 \\ 0 & 0 & 1 & 100 \\ -s_2 & c_2 & 0 & q_1 - 200s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 200c_2 \\ 0 & 0 & 1 & 100 + q_3 \\ -s_2 & c_2 & 0 & q_1 - 200s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x = 200 \cdot \cos(q_2)$$

$$y = 100 + q_3$$

$$z = q_1 - 200 \sin(q_2)$$



### © CINEMÁTICA INVERSA DEL ROBOT:

En este caso despejar  $q_1, q_2, q_3$  en función de  $x, y, z$  es muy sencillo:

$$\star \cos q_2 = \frac{x}{200} \Rightarrow q_2 = \arccos \frac{x}{200}$$

$$\star q_3 = y - 100$$

$$\star q_1 = z + 200 \sin q_2 \\ = z + 200 \sin \left( \arccos \frac{x}{200} \right) \quad ||$$

$$\begin{aligned} q_1 &= z + 200 \sin \left( \arccos \frac{x}{200} \right) \\ q_2 &= \arccos \left( \frac{x}{200} \right) \\ q_3 &= y - 100 \end{aligned}$$

④ ¿Se encuentra  $x, y, z = (100, 200, 300)$  dentro del espacio de trabajo?  
¿Por qué valores de  $q_1, q_2, q_3$ ?

Al ver las tres coordenadas  $(100, 200, 300)$  positivas (1º octante), el punto pertenece al espacio de trabajo del robot

$$① q_3 = y - 100 = 200 - 100 = 100$$

$$② q_2 = \arccos \left( \frac{x}{200} \right) = \arccos \left( \frac{100}{200} \right) = \arccos(0.5) = 60^\circ$$

$$③ q_1 = z + 200 \sin \left( \arccos \frac{x}{200} \right) = 300 + 200 \cdot \sin(60^\circ) = 473.2$$

Las coordenadas articulares buscadas son

$$q_1, q_2, q_3 = (100, 60^\circ, 473.2)$$