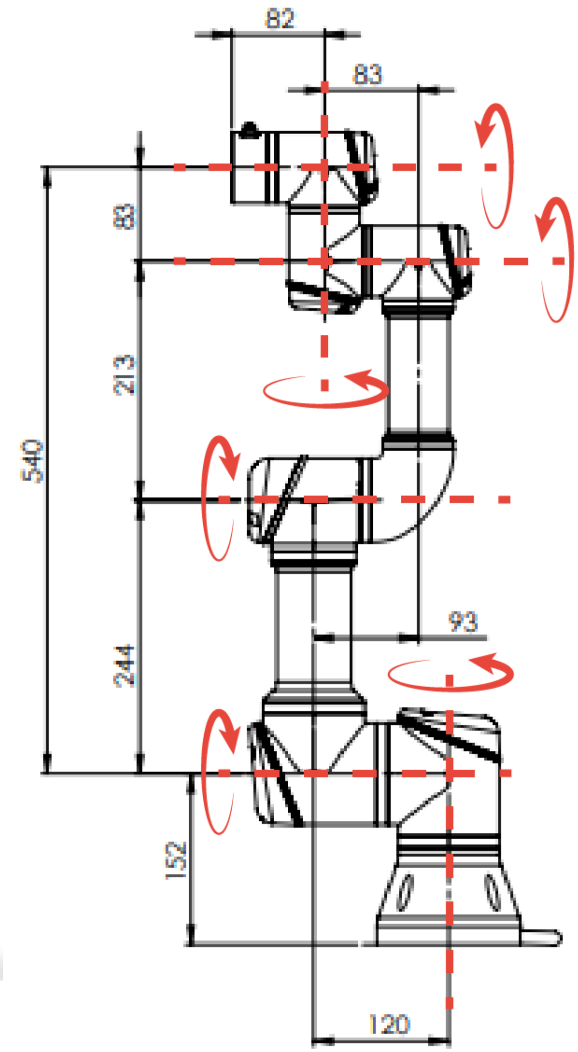
Universidad Rey Juan Carlos

Tema 3 (parte 4). Ejercicios

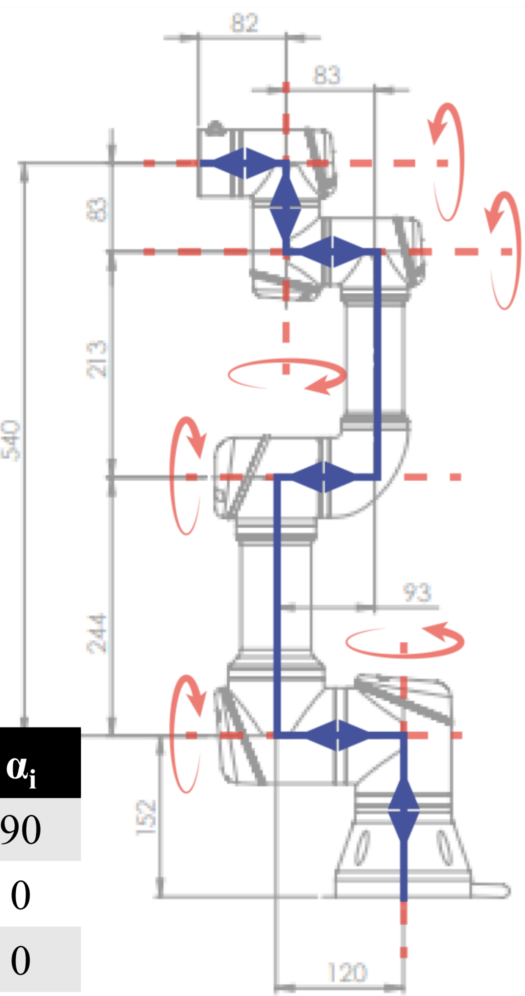
<u>Ejercicio 1:</u> Las siguientes figuras muestran la geometría y las dimensiones del robot manipulador UR3 de Universal Robots. Su TCP está centrado en el extremo de su último segmento y puede rotar.

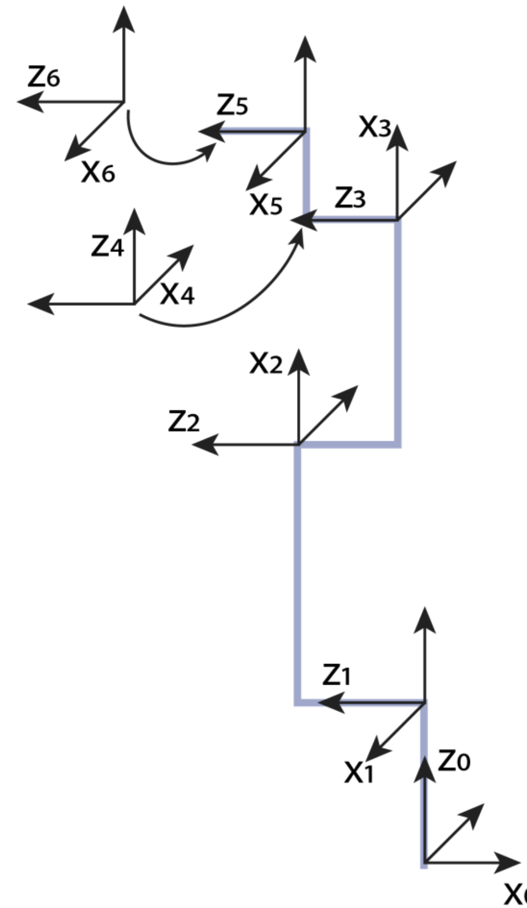
a) Dibuja un boceto del robot que incluya los sistemas de referencia S_i de acuerdo con el estándar Denavit-Hartenberg.

b) Extrae su tabla de parámetros de Denavit-Hartenberg.



Ejercicio 1:





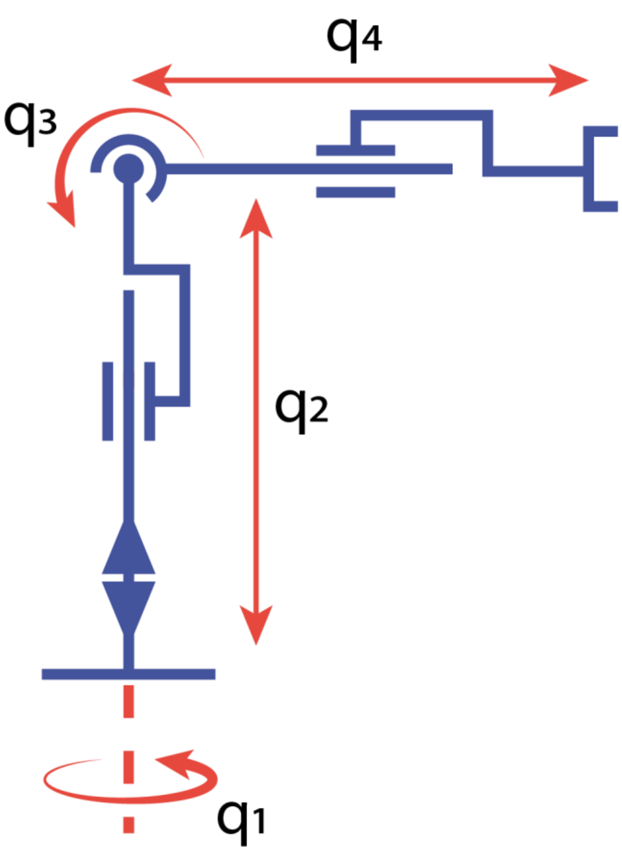
i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1-90	152	0	90
2	q_2+90	120	244	0
3	q_3	-93	213	0
4	q_4+90	83	0	90
5	q_5+180	83	0	90
6	q_6	82	0	0

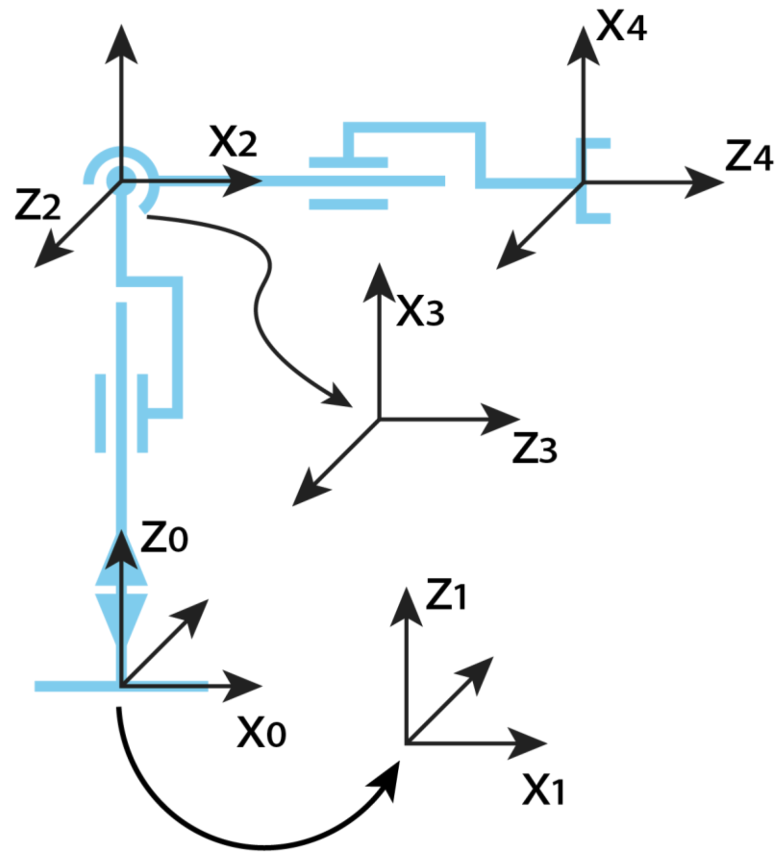
Ejercicio 2.1: Se dispone de un robot definido por la siguiente tabla de parámetros Denavit-Hartenberg:

i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	0	0	0
2	0	q_2	0	90
3	q_3+90º	0	0	90
4	0	q_4	0	0

a) Obtén la representación gráfica aproximada del robot, indicando los grados de libertad y los sistemas de referencia de cada articulación.

b) Calcula la cinemática directa del robot


q4
q3
q2
q1


X4
X2
Z4
Z2
X3
Z3
Z0
Z1
X0
X1

$$ {}_0A^1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad {}_1A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}_2A^3 = \begin{bmatrix} -S_3 & 0 & C_3 & 0 \\ C_3 & 0 & S_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad {}_3A^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ T = {}_0A^1 \; {}_1A^2 \; {}_2A^3 \; {}_3A^4 = \begin{bmatrix} -C_1S_3 & S_1 & C_1C_3 & q_4C_1C_3 \\ -S_3S_1 & -C_1 & S_1C_3 & q_4S_1C_3 \\ C_3 & 0 & S_3 & q_4S_3 + q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Ejercicio 2.2: Considerando la coordenada articular q_4 fija a 100mm:

a) Calcula la cinemática inversa del robot considerando únicamente la posición del elemento terminal (0.75 pto)

b) Si el rango de funcionamiento de q_2 está entre 60 y 120 mm ¿Es posible alcanzar los puntos P1=(75, 80, 75) y P2=(75, 50, 75) (unidades en mm)? ¿Qué valores sería necesario dar a las coordenadas articulares? (0.75 pto)

c) Calcula la cinemática diferencial del robot considerando únicamente la posición del elemento terminal (0.75 pto)

d) Estudia las posibles configuraciones singulares del robot, ¿a qué serían debidas? (0.75 pto)

$$x = 0.1C_1C_3$$
$$y = 0.1S_1C_3$$
$$z = 0.1S_3 + q_2$$

$$\frac{y}{x} = \frac{0.1S_1C_3}{0.1C_1C_3} = \operatorname{tg} q_1 \Rightarrow q_1 = \operatorname{arctg}\frac{y}{x}$$

$$x^2 + y^2 = 0.1^2C_3^2(C_1^2 + S_1^2) = 0.1^2C_3^2 \Rightarrow q_3 = \arccos\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{0.1}$$

$$z = q_2 + 0.1S_3 \Rightarrow q_2 = z - 0.1S_3$$

$$q_1 = \operatorname{arctg}\frac{y}{x} \qquad q_2 = z - 0.1S_3 \qquad q_3 = \arccos\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{0.1}$$

$$P1 = (0.075, 0.08, 0.075)$$

$$q_1 = \operatorname{arctg}\frac{0.08}{0.075} = 46.85º$$

$$q_3 = \arccos\frac{\sqrt{0.075^2+0.08^2}}{0.1} = \cancel{\arccos\frac{0.11}{0.1}}$$

$$P2 = (0.075, 0.05, 0.075)$$

$$q_1 = \operatorname{arctg}\frac{0.05}{0.075} = 33.7º$$

$$q_3 = \arccos\frac{\sqrt{0.075^2+0.05^2}}{0.1} = \begin{cases} +25.66º \Rightarrow q_2 = 0.075 - 0.1\sin(25.66) = \cancel{31.6mm} \\ -25.66º \Rightarrow q_2 = 0.075 - 0.1\sin(-25.66) = 118.3mm \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{bmatrix} = J(q)\begin{bmatrix}\dot{q}_1\\ \dot{q}_2\\ \dot{q}_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-0.1S_1C_3 & 0 & -0.1C_1S_3\\ 0.1C_1C_3 & 0 & -0.1S_1S_3\\ 0 & 1 & 0.1C_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{q}_1\\ \dot{q}_2\\ \dot{q}_3\end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}-0.1S_1C_3 & 0 & -0.1C_1S_3\\ 0.1C_1C_3 & 0 & -0.1S_1S_3\\ 0 & 1 & 0.1C_3\end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -0.1^2C_3S_3(S_1^2 + C_1^2) = 0$$

$C_3 = 0 \Rightarrow q_3 = \pm 90º$ ⇦ Pérdida grado de libertad q1

$S_3 = 0 \Rightarrow q_3 = 0º, 180º$ ⇦ Límite del espacio de trabajo