

- 1) Considere el problema de valores iniciales

$$\frac{dy}{dt} = 3 + e^{-t} - \frac{1}{2}y, \quad y(0) = 1.$$

Use el método de Euler con diferentes valores de paso para calcular valores aproximados de la solución en el intervalo $0 \leq t \leq 5$. Compare con los valores correspondientes a la solución analítica que se copia a continuación, determinando el error en cada caso. Grafique las soluciones con Python/matplotlib.

Sol. Analítica:

$$y(t) = 6 - 2e^{-t} - 3e^{-t/2}$$

- 2) Misma consigna del caso anterior, donde la ecuación diferencial es

$$\frac{dy}{dt} = 4 - t + 2y, \quad y(0) = 1$$

Y su solución analítica resulta

$$y = -\frac{7}{4} + \frac{1}{2}t + \frac{11}{4}e^{2t}$$

- 3) A tiempo 0, un tanque contiene Q_0 kg de sal disuelta en 100 litros de agua. Asumiendo que el tanque tiene un ingreso de agua con $\frac{1}{4}$ kg de sal/litro a una tasa de r litros/min, y suponiendo que sale del mismo igual tasa de líquido perfectamente mezclado. La ecuación diferencial que gobierna el problema es

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{r}{4} - \frac{rQ}{100}, \quad Q(0) = Q_0$$

Con solución analítica

$$Q(t) = 25 + (Q_0 - 25)e^{-rt/100}$$

Use el método de Euler con diferentes valores de paso para calcular valores aproximados de la solución en el intervalo $0 \leq t \leq 150$. Considerando $r=3$, compare con los valores correspondientes a la solución analítica, determinando el error en cada caso. Grafique las soluciones con Python/matplotlib.

- 4) Sea una laguna con 10 millones de litros de agua dulce. Se vierten a la misma agua contaminada a razón de 5 millones de litros por año, y la mezcla sale de la laguna a la misma razón. Además, la concentración del contaminante en el agua ingresante varía según la expresión $\gamma(t) = 2 + \sin(2t)$ gramos/litro. La ecuación que gobierna el problema es

$$\frac{dQ}{dt} = (5 \cdot 10^6)(2 + \sin(2t)) - \frac{Q(t)}{2}, \quad Q(0) = 0$$

Con solución analítica

$$Q(t) = \left(20 - \frac{40}{17}\cos(2t) + \frac{10}{17}\sin(2t) - \frac{300}{17}e^{-\frac{t}{2}}\right) \cdot 10^6$$

Use el método de Euler con diferentes valores de paso para calcular valores aproximados de la solución en el intervalo $0 \leq t \leq 20$. Compare con los valores correspondientes a la solución analítica, determinando el error en cada caso. Grafique las soluciones con Python/matplotlib.