

Paul Erdős

(0)



The non-existence of a Hamel-basis and the general solution of Cauchy's functional equation for nonnegative numbers
By J. ACZEL (Debrecen-Waterloo, Ont) and P. ERDŐS (Budapest)

It is well known that the general continuous solution of Cauchy's functional equation
(1) $f(x+y) = f(x)+f(y)$
is (see e.g. [3] or [1])
(2) $f(x) = cx$

with an arbitrary constant c . As Daróczy has proved ([4]), this (with nonnegative x 's) is also the most general solution of (1) which is nonnegative for positive x 's if it is even enough to suppose the nonnegativity for small nonnegative x 's. But without any assumption on x , (2) is only a very narrow solution of (1). In fact, this can be shown and at the same time the most general solution of (1) can be constructed with the Hamel-basis of real numbers ([7]).

Let x_1, x_2, \dots, x_n be a Hamel-basis of the real numbers \mathbb{R} ; and then also (2) is verified for all real x 's; moreover, the Hamel-basis also gives a representation of all real numbers. But for many applications (see e.g. [1]), (1) can be supposed valid only for nonnegative x 's. Then the question is: what is the most general solution of (1) also with this restriction and with nonnegative x , also the most general solution nonnegative for (small) positive variables.

In this note we answer this question in the negative and construct a Hamel-basis for nonnegative numbers?

2. We first recall the above-mentioned results of Cauchy, Darboux and Hamel with short proofs: (1) implies by induction

(3) $f(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n)$

and with $x_1 = x_2 = \dots = x_n = x$

(4) $f(nx) = nf(x).$

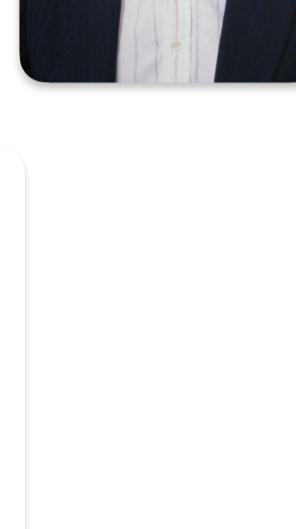
If now $x = \frac{m}{n} r$ ($m > 0$, $n > 0$) then by (4)

$$nf(x) = f(nx) = f(mr) = mf(r) \quad \text{i. e. } f\left(\frac{m}{n}\right) = \frac{m}{n}f(r)$$

Aczél, János Dezső, and Paul Erdős (1965): "The Non-Existence of a Hamel-Basis and the General Solution of Cauchy's Functional Equation for Nonnegative Numbers," *Publicationes Mathematicae Debrecen* 12, 259–263.

János Dezső Aczél

(1)



Results in Mathematics

A FUNCTIONAL EQUATION ARISING FROM SIMULTANEOUS UTILITY REPRESENTATIONS

Janos Aczél, Robert Duncan Luce, and A. A. J. Marley

Abstract

Suppose that two classes of utility representations of preference, one additive and one increasing in the sense of stochastic dominance, are available. Then it is shown that a necessary condition for the nonexistence of a Hamel basis for the set of all possible utility functions is that the two classes coincide.

Keywords: Utility representation, stochastic dominance, additive utility, increasing utility, Hamel basis.

Mathematics subject classification: 90B18, 91B06

Key words: Preference, utility, stochastic dominance, additive utility, increasing utility, Hamel basis.

Aczél, János Dezső, Robert Duncan Luce, and Anthony Alfred John Marley (2003): "A Functional Equation Arising from Simultaneous Utility Representations," *Results in Mathematics* 43, 193–197.

Anthony Alfred John Marley

(2)



JOURNAL OF MATHEMATICAL PSYCHOLOGY

The "Horse Race" Random Utility Model for Choice Probabilities and Reaction Times, and its Competing Risks Interpretation

A. A. J. MARLEY
MCGE UNIVERSITY
AND
HANS COLONIUS
UNIVERSITY OEDENBURG

Random utility models have traditionally been applied to probabilistic choice data, with little attention to reaction times. We describe the class of "horse race" random utility models and the class of "independent horse race" random utility models, and relate the models to work in the theory of stochastic dominance. We show that the "independent horse race" model is a stochastic dominance model, and that the time of choice is independent of the time of reaction. There is a distinguished element x^* which represents the common reaction time for all elements in the set. The reaction times are distributed as a function of the time of choice. It is shown that there is an order preserving map $F: X \rightarrow [0, 1]$, for some $X \subseteq [0, \infty]$. Note that if follows that the following family of utility functions is a class one, called addressability:

$$U(C, C') = U(C) - U(C') + F(C) - F(C')$$

where $U(C, C') : [0, \infty] \times [0, \infty] \rightarrow [0, 1]$ is strictly increasing in each variable. If we assume that $U(C, C') = U(C) - U(C') + F(C) - F(C')$ then we have that

$$U(C, C') = U_C(C) - U_C(C') + U_{C'}(C) - U_{C'}(C')$$

Marley, Anthony Alfred John, and Hans Colonius (1992): "The 'Horse Race' Random Utility Model for Choice Probabilities and Reaction Times, and its Competing Risks Interpretation," *Journal of Mathematical Psychology* 36 (1), 1–20.

Hans Colonius

(3)



Psychol Res (1987) 41: 23–29

© Springer 1987

Intersensory facilitation in the motor component?

A reaction time analysis

Adele Diederich and Hans Colonius

Universität Oldenburg, Psychologische Institute I, Von-Hippel-Platz 3, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Oldenburg, Institut für Psychologie, Universitätsstraße 11, D-2610 Oldenburg, FRG

Universität Old