

Przykładowe sprawdziany

Kartkówka A

Logarytmy

(2 pkt) Oblicz: $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3} + \log_{\sqrt{3}} 3 =$, $3^{\log_9 2} =$, $\log_{\frac{1}{2}} 6 - 2 \log_{\frac{1}{2}} 3 =$

Kolokwium 1

1,5 h

Funkcje elementarne, ciągi liczbowe

1. (a) (4 pkt+1pkt za opis przekształceń) Metodą przekształceń naszkicuj wykres funkcji, podaj jej dziedzinę, zbiór wartości oraz przedziały monotoniczności, określ różnowartościowość, parzystość i nieparzystość:

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1}, \quad g(x) = |\log_{\frac{1}{2}} x|$$

- (b) (2 pkt) Naszkicuj wykres funkcji f i wyznacz jej miejsca zerowe, jeśli $f(x) = \begin{cases} -x^2 + x + 6, & \text{gdy } x \geq 1, \\ 3 - |x + 2|, & \text{gdy } x < 1. \end{cases}$

2. Rozwiąż nierówność:

(a) (3 pkt) $x^4 - 2x^2 - 3 > 0$ lub $\frac{2x}{x+1} \leq x$

(b) (4 pkt) $\log_{\frac{1}{2}}^2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) < 0$ lub nierówność wykładnicza

3. Wyznacz dziedzinę funkcji

(a) (3 pkt) $f(x) = \log(x^2 - 1) + \frac{\arcsin(\frac{x}{3})}{|x|-2}$

(b) (3 pkt) $g(x) = \frac{\sqrt{(\frac{1}{3})^x - 9}}{\log_3(5-x)}$

4. (6 pkt) Oblicz granice ciągów:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n - 2^{n+1}}{3^{n+5}}$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-3}{n+4} \right)^{3n}$

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n^2+1}{3^{n-2}}}$

5. (2 pkt) Zbadaj monotoniczność ciągu $a_n = \frac{n!}{n+5}$.

Kolokwium 1 jest zaliczone po uzyskaniu 14 z 28 pkt.

Kartkówka B

Pochodna funkcji

(3 pkt) Oblicz pochodną funkcji

1. (a) $f(x) = \frac{e^x}{\ln x + 4x^3} - \ln 2$

(b) $f(x) = x \operatorname{arctg} 2x$

(c) $f(x) = \frac{1}{\sin^2(2x-1)} + x^x$

Praca domowa

Badanie funkcji

(1 pkt) Zbadaj przebieg zmienności dwóch podanych funkcji i naszkicuj ich wykresy.

1. (6 pkt) Oblicz granice funkcji lub wykaż, że nie istnieją:

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2} + x)$ (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(2x)}{|x|}$ (c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x e^{\frac{1}{x}}$

2. (6 pkt)

- (a) Wyznacz asymptoty pionowe wykresu funkcji $f(x) = \frac{\sin x}{x-x^2}$.
(b) Wyznacz asymptoty ukośne/poziome wykresu funkcji $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$.

3. (14 pkt)

- (a) Wyznacz ekstrema globalne funkcji $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ na przedziale $[0, 3]$.
(b) Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne funkcji $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$.
(c) Wyznacz przedziały wklęsłości, wypukłości i punkty przegięcia funkcji $f(x) = \ln(4 + x^2)$.

4. (4 pkt) Naskicuj wykres funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, jeśli

- (a) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \infty$, $f''(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0, 4) \cup (4, +\infty)$, $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$,
(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$, $f'(x) < 0$ dla $x > 1$, $x = 1$ – maksimum lokalne

Kolokwium 2 jest zaliczone po uzyskaniu 15 z 30 pkt.

1. (8 pkt) Oblicz całki nieoznaczone:

(a) $\int \frac{3x-1}{x^2+x+1} dx$ (b) $\int \frac{\sin x}{\sqrt{4-\cos^2 x}} dx$ (c) $\int e^{2x} \sin x dx$

2. (6 pkt) Oblicz całki oznaczone:

(a) $\int_{-1}^1 \operatorname{arctg} x dx$, (b) $\int_0^1 \frac{e^{2x}}{4+e^{2x}} dx$

3. (4 pkt) Wyznacz pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach:

$$y = \ln x, \quad y = 1 - x, \quad x = \frac{1}{e}.$$

Kolokwium 3 jest zaliczone po uzyskaniu 9 z 18 pkt.

Uwagi:

- niezaliczone kolokwia poprawiamy raz w semestrze (poza zajęciami) i dwa razy w sesji,
- kartkówki nie poprawiamy,
- za wszystkie kolokwia, kartkówki i pracę domową można łącznie uzyskać 82 pkt.

Kryteria uzyskania oceny z ćwiczeń:

- 3 - zaliczenie wszystkich kolokwiów,
- 3,5 – 60-74%, 4 – 75-84%, 4,5 – 85-94%, 5 – 95-100%.