

Práctica 05: Diseño y simulación de autómatas finitos en JFLAP

Computabilidad y Algoritmia
Grado en Ingeniería Informática
Universidad de La Laguna

Alejandro Rodríguez Rojas
alu0101317038@ull.edu.es

1. Diseño de DFAs	2
1.1. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ con número de "a's" par.	2
1.2. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ con longitud impar.	4
1.3. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ con número de "a's" par o longitud impar.	6
1.4. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ con número de "a's" par y longitud impar.	8
1.5. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas w sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ tales que $2 \leq w \leq 5$.	10
1.6. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ que tengan como mínimo dos ceros consecutivos.	12
1.7. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ que tengan como máximo dos ceros.	14
1.8. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ con longitud múltiplo de 3.	16
1.9. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ con longitud que no sea múltiplo de 3.	18
1.10. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\{x, y, z\}$ que no contengan dos símbolos iguales consecutivos.	20
2. Diseño de NFAs	22
2.1. Diseñar un autómata finito no determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ que empiecen por "a". A partir del NFA diseñado, obtenga un DFA mínimo equivalente.	22
2.2. Diseñar un autómata finito no determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ que terminen en "bb". A partir del NFA diseñado, obtenga un DFA mínimo equivalente.	26
2.3. Diseñar un autómata finito no determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ que empiecen por "a" o terminen en "bb". A partir del NFA diseñado, obtenga un DFA mínimo equivalente.	30
2.4. Diseñar un autómata finito no determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ que empiecen por "a" y terminen en "bb". A partir del NFA diseñado, obtenga un DFA mínimo equivalente.	34
2.5. Diseñar un autómata finito no determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ con número de "a's" par o longitud impar. A partir del NFA diseñado, obtenga un DFA mínimo equivalente.	38
2.6. Diseñar un autómata finito no determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{x, y, z\}$ que contengan al menos dos símbolos iguales consecutivos. A partir del NFA diseñado, obtenga un DFA mínimo equivalente.	42
2.7. Diseñar un autómata finito no determinista que reconozca cadenas w sobre el alfabeto $\{x, y, z\}$, con $ w \geq 2$, tales que w empieza y termina por el mismo símbolo. A partir del NFA diseñado, obtenga un DFA mínimo equivalente.	46
3. Modificación	50
3.1. Diseñar un NFA que reconozca las cadenas del lenguaje binario con dos ceros consecutivos y dos unos consecutivos.	50

1. Diseño de DFAs

1.1. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ con número de “a’s” par.

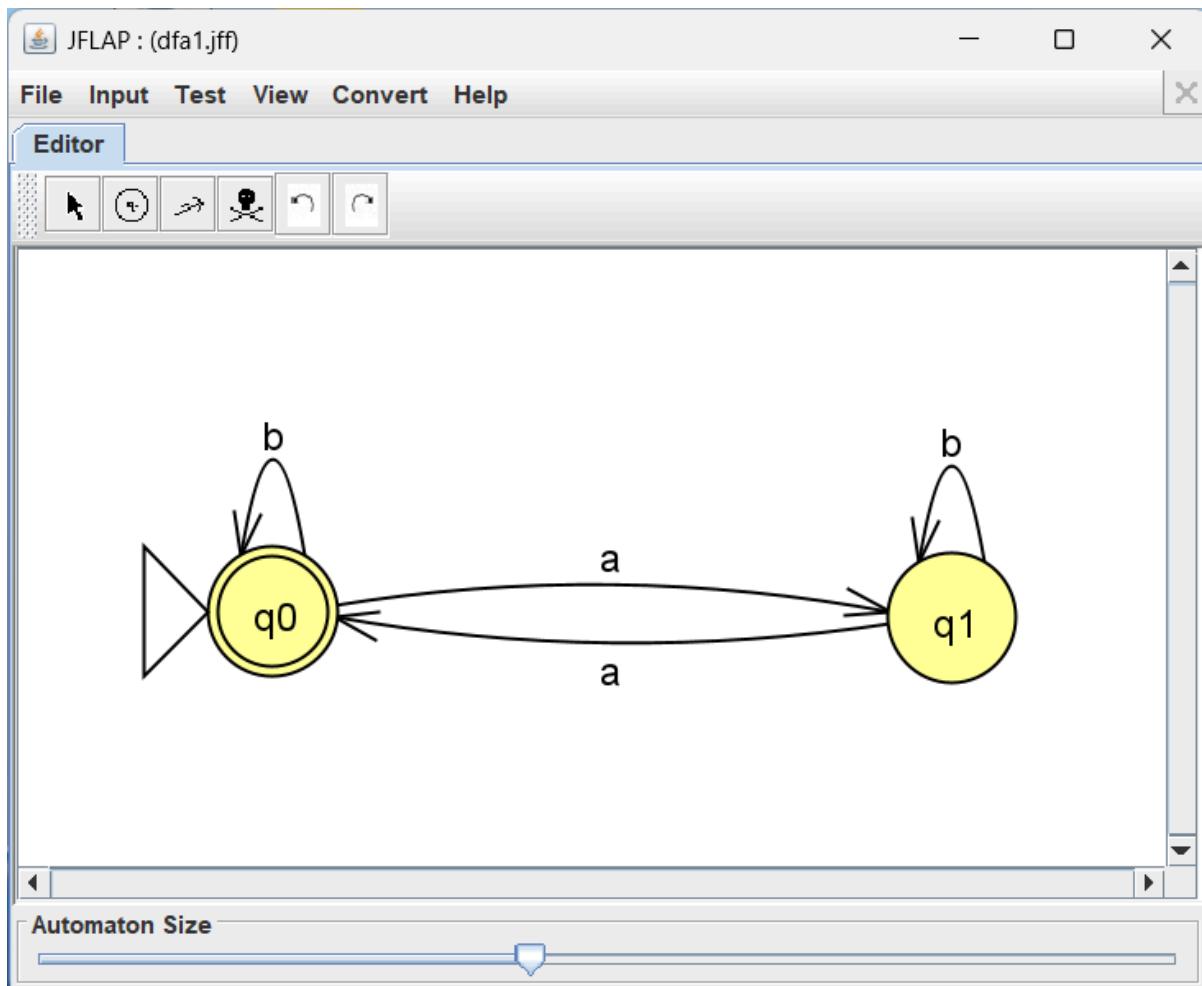


Figura 1: DFA que reconoce cadenas con número de “a’s” par sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$

El estado q_0 representa el número par de “a’s” y la cantidad de “b’s” que sea, mientras que el estado q_1 representa una cantidad impar de “a’s” y la cantidad de “b’s” que sea

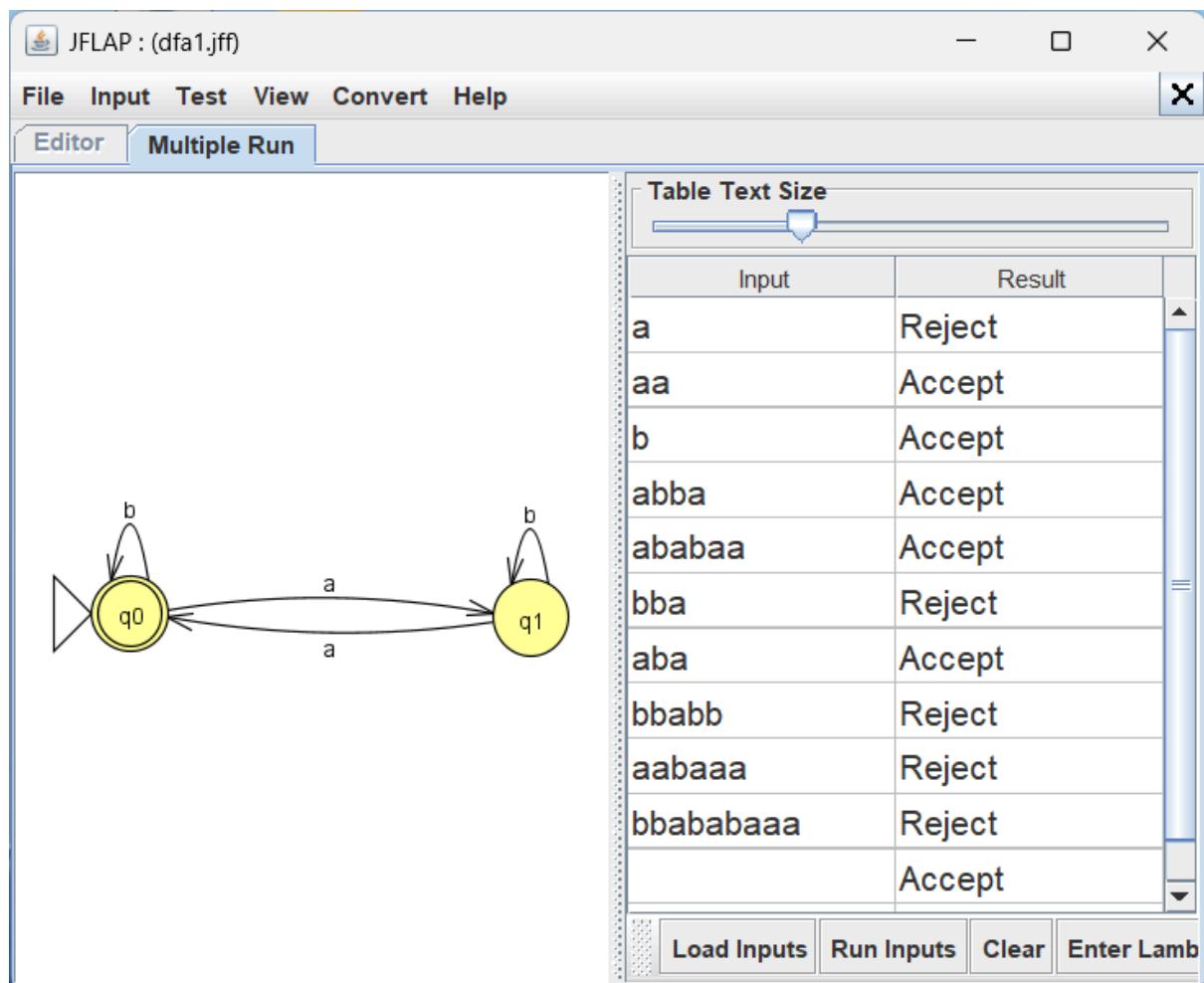


Figura 2: Cadenas de prueba para el DFA anterior

1.2. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ con longitud impar.

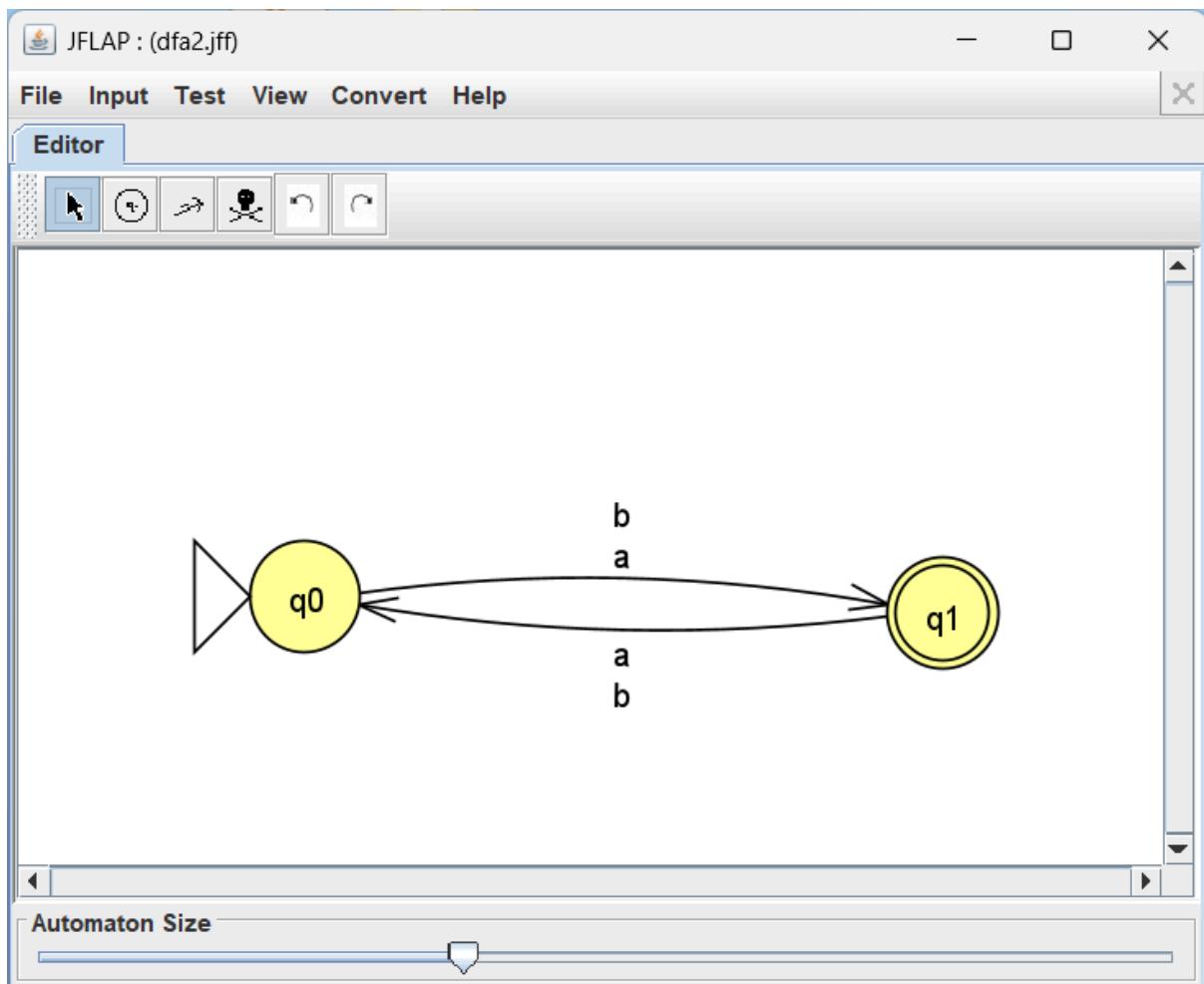


Figura 3: DFA que reconoce cadenas de longitud impar sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$

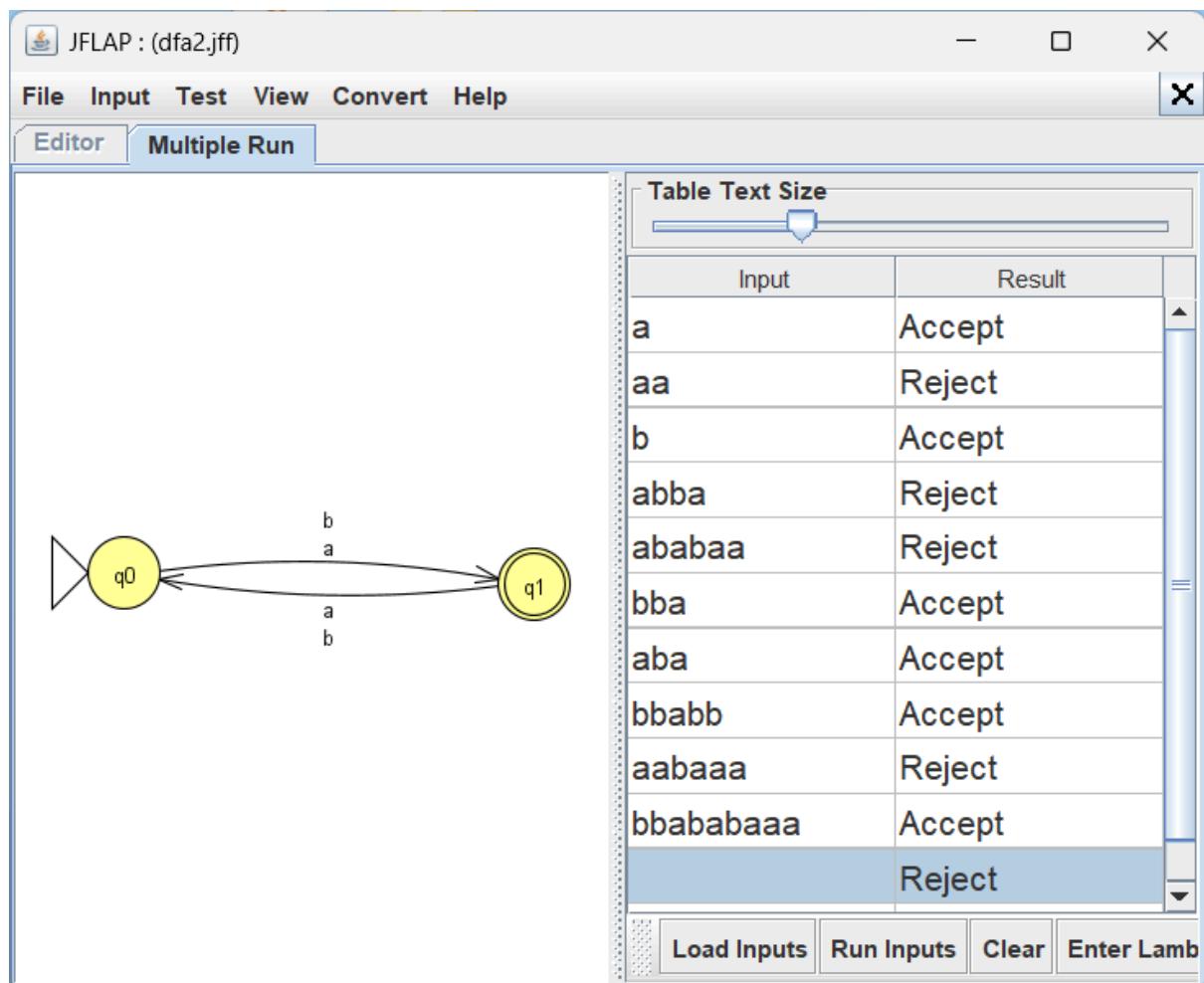


Figura 4: Cadenas de prueba para el DFA anterior

1.3. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ con número de “a’s” par o longitud impar.

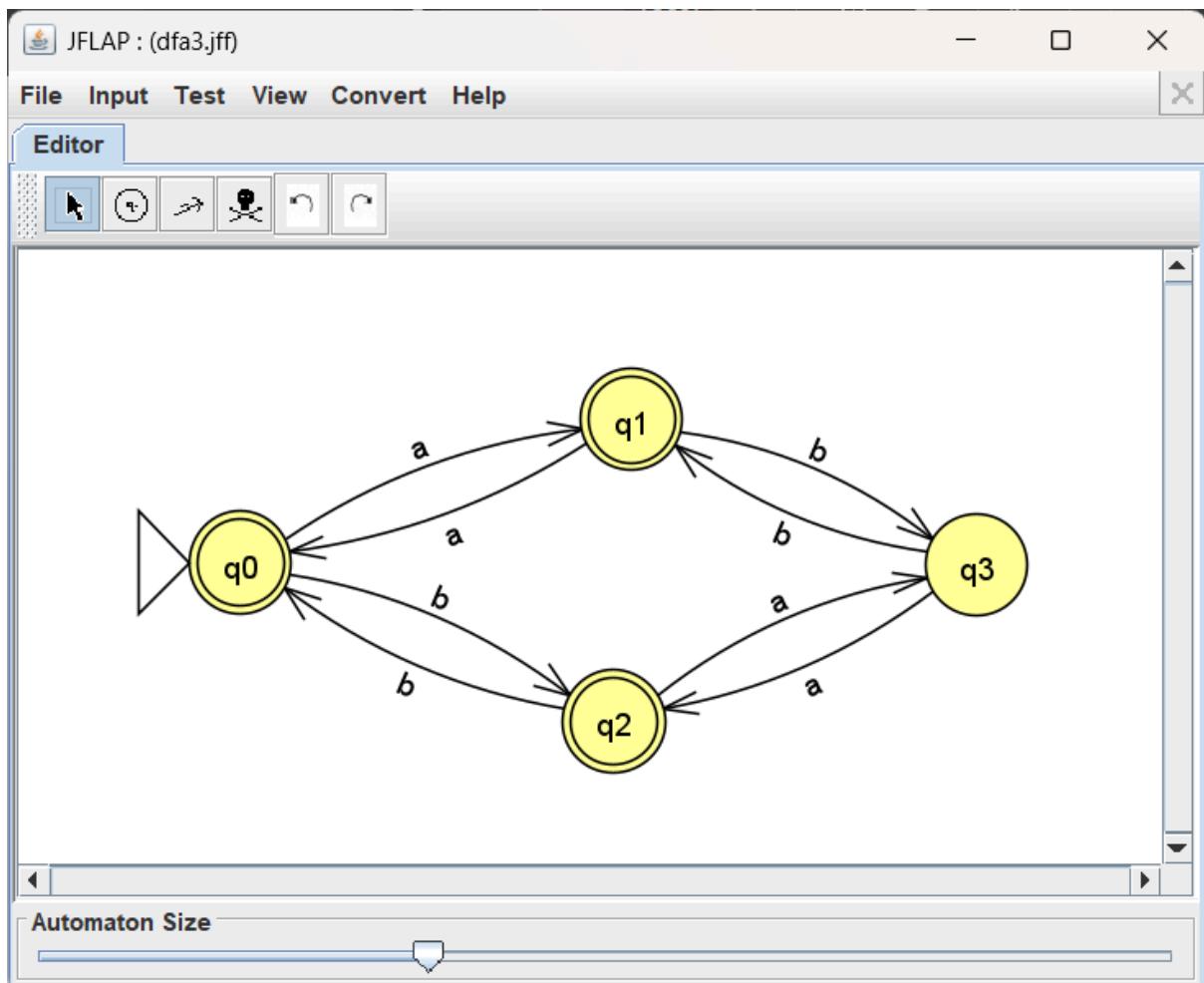


Figura 5: DFA que reconoce cadenas con número de “a’s” par o longitud impar sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$

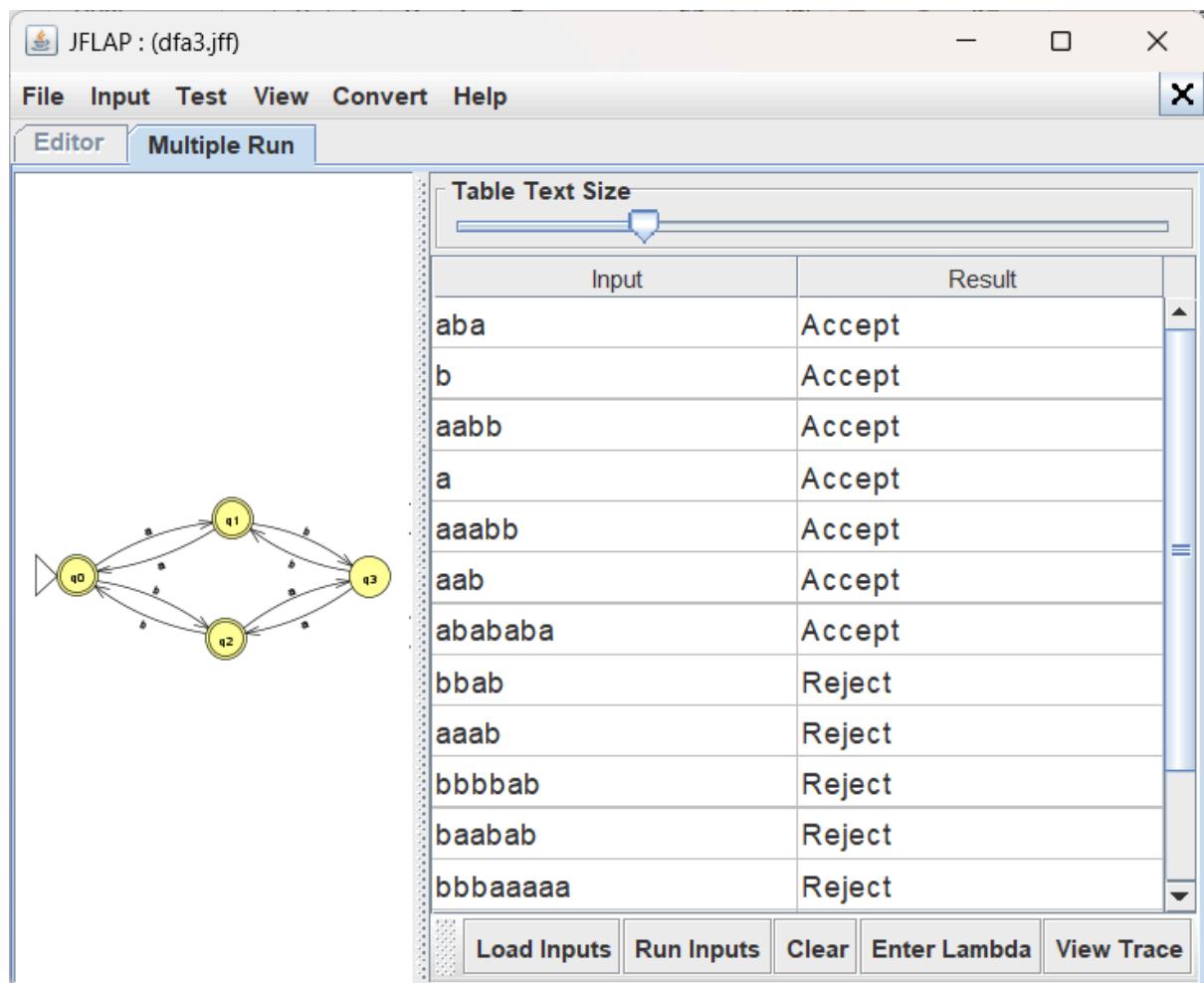


Figura 6: Cadenas de prueba para el DFA anterior

1.4. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ con número de “a’s” par y longitud impar.

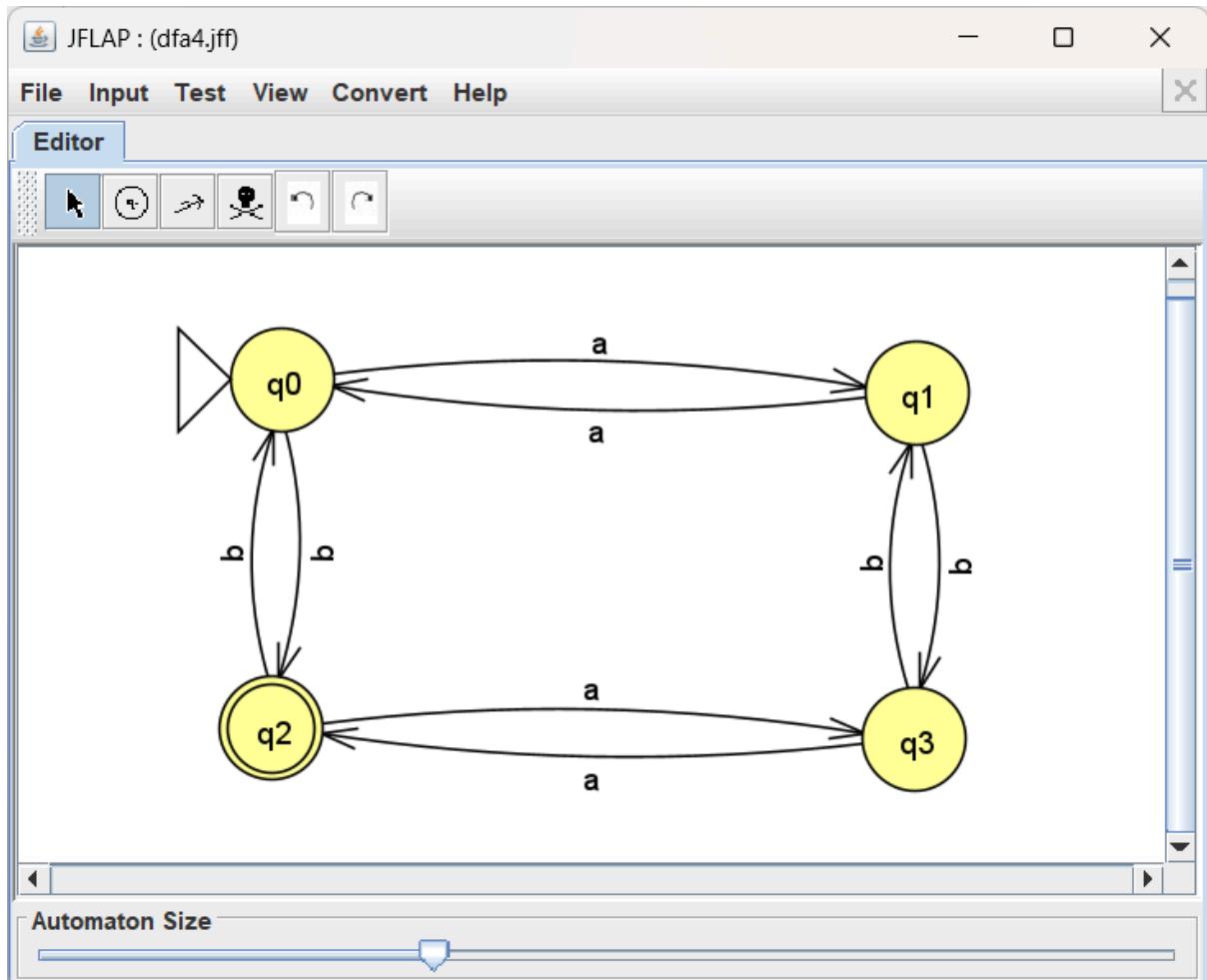


Figura 7: DFA que reconoce cadenas con número de “a’s” par y longitud impar sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$

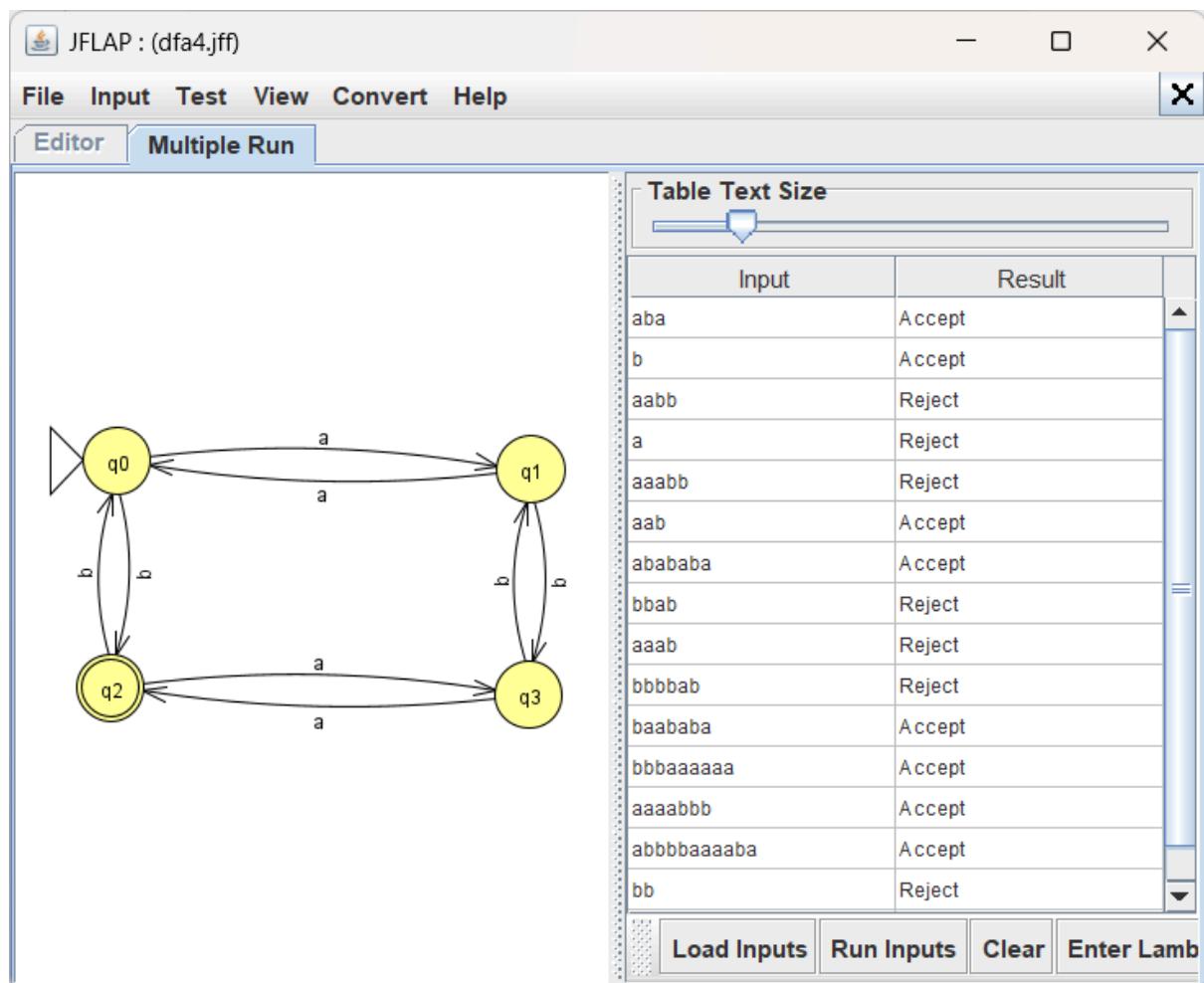


Figura 8: Cadenas de prueba para el DFA anterior

1.5. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas w sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ tales que $2 \leq |w| \leq 5$.

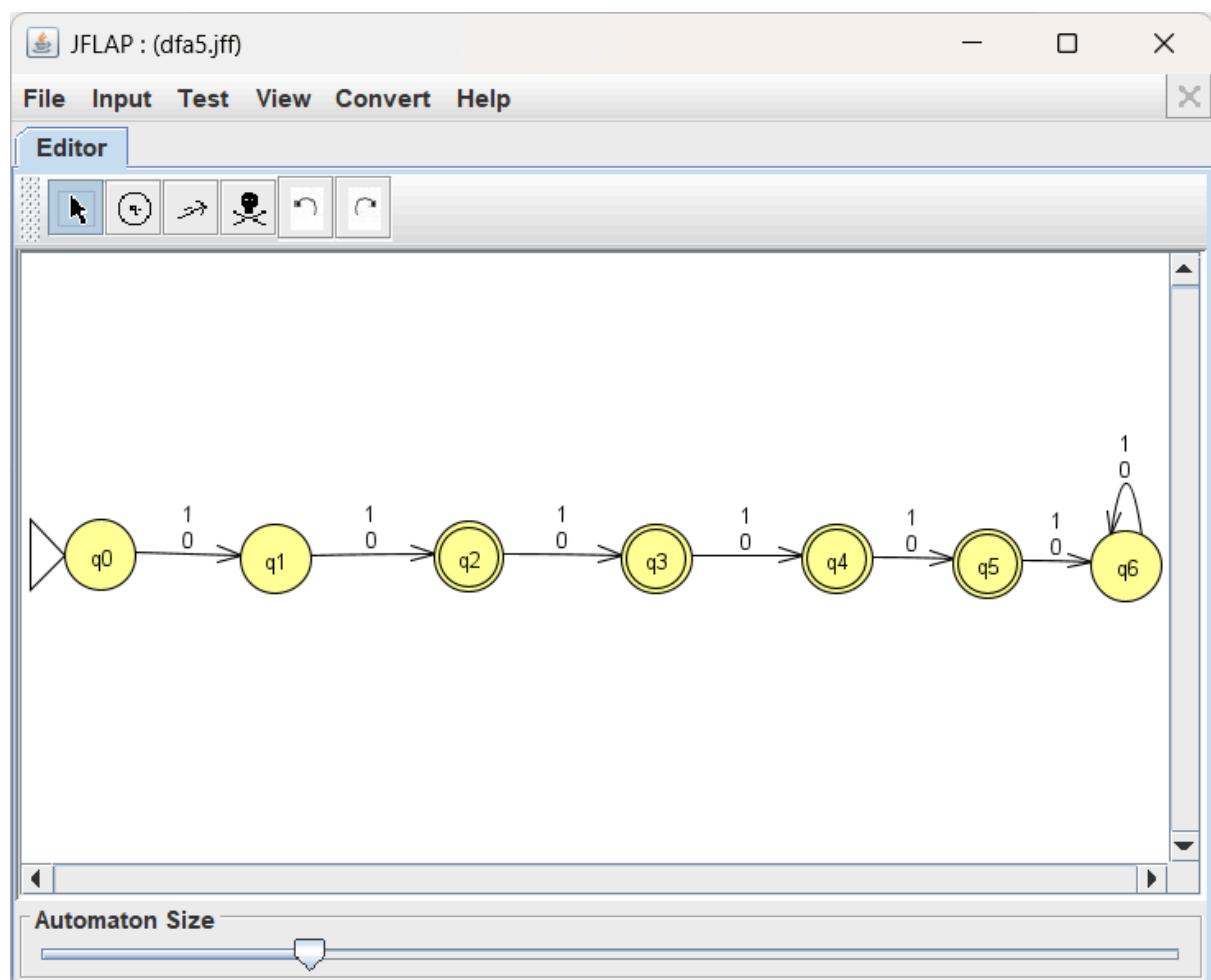


Figura 9: DFA que reconoce cadenas w sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ tales que $2 \leq |w| \leq 5$.

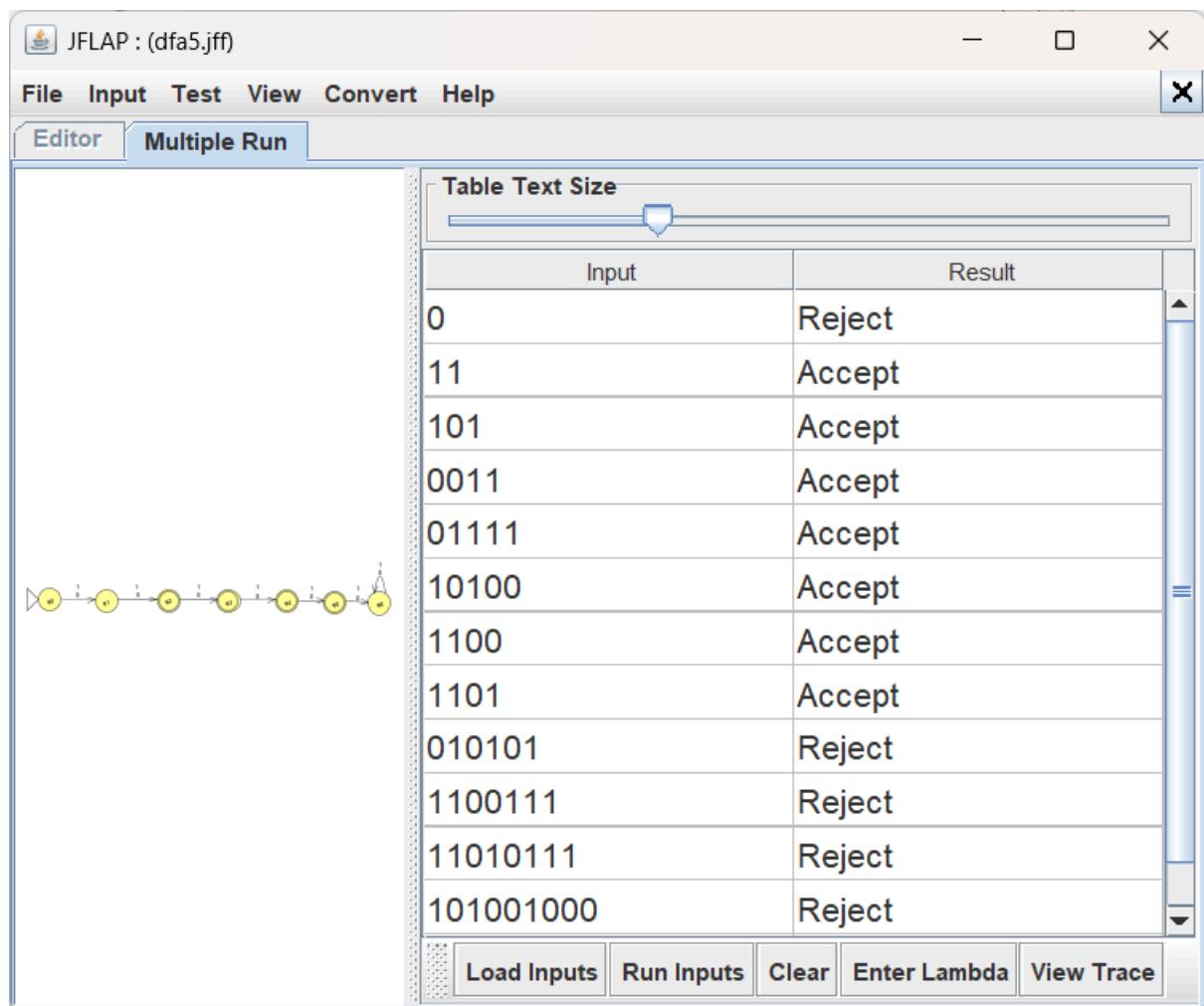


Figura 10: Cadenas de prueba para el DFA anterior.

1.6. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ que tengan como mínimo dos ceros consecutivos.

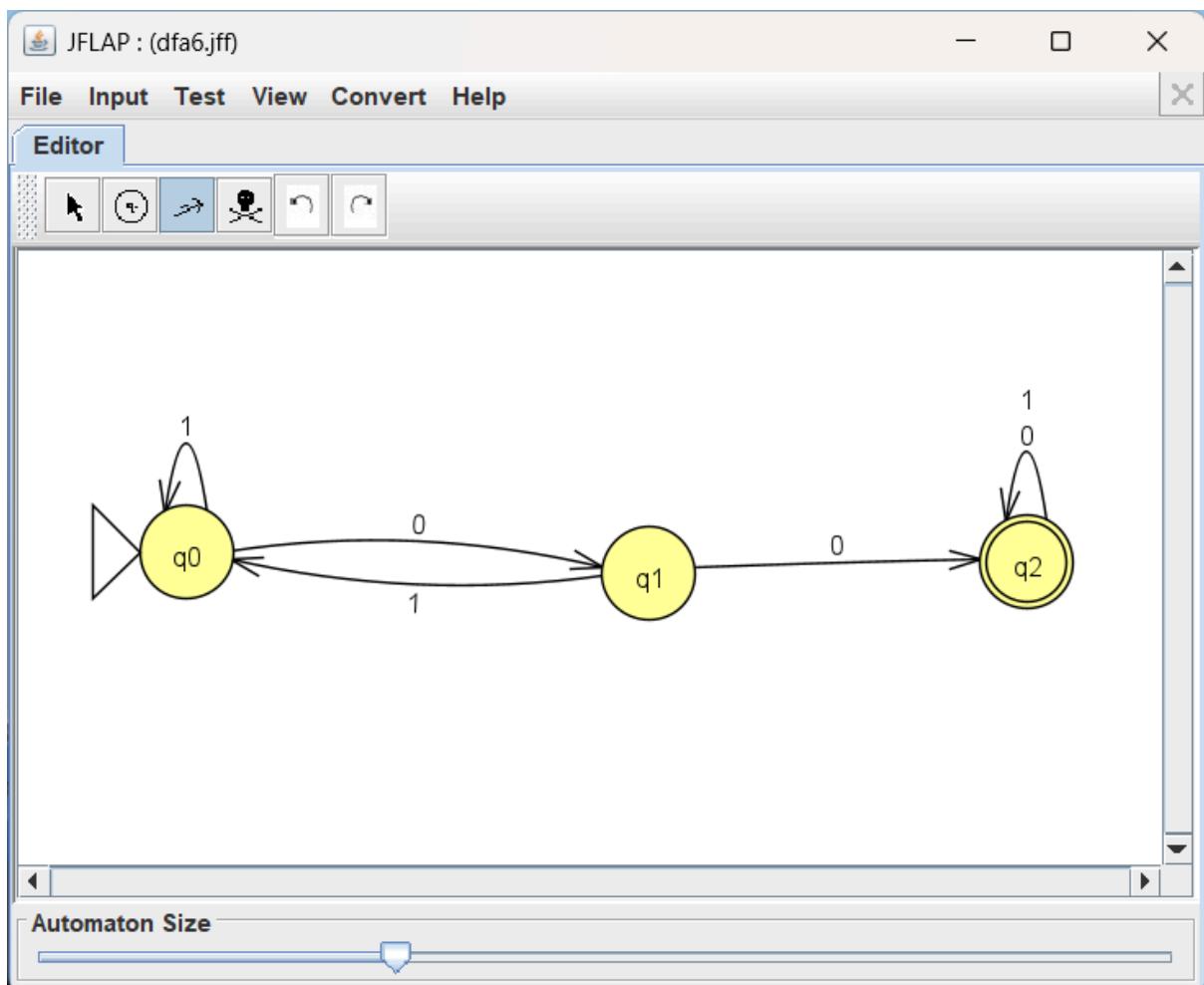


Figura 11: DFA que reconoce cadenas que tengan como mínimo dos ceros consecutivos sobre el alfabeto $\{0, 1\}$.

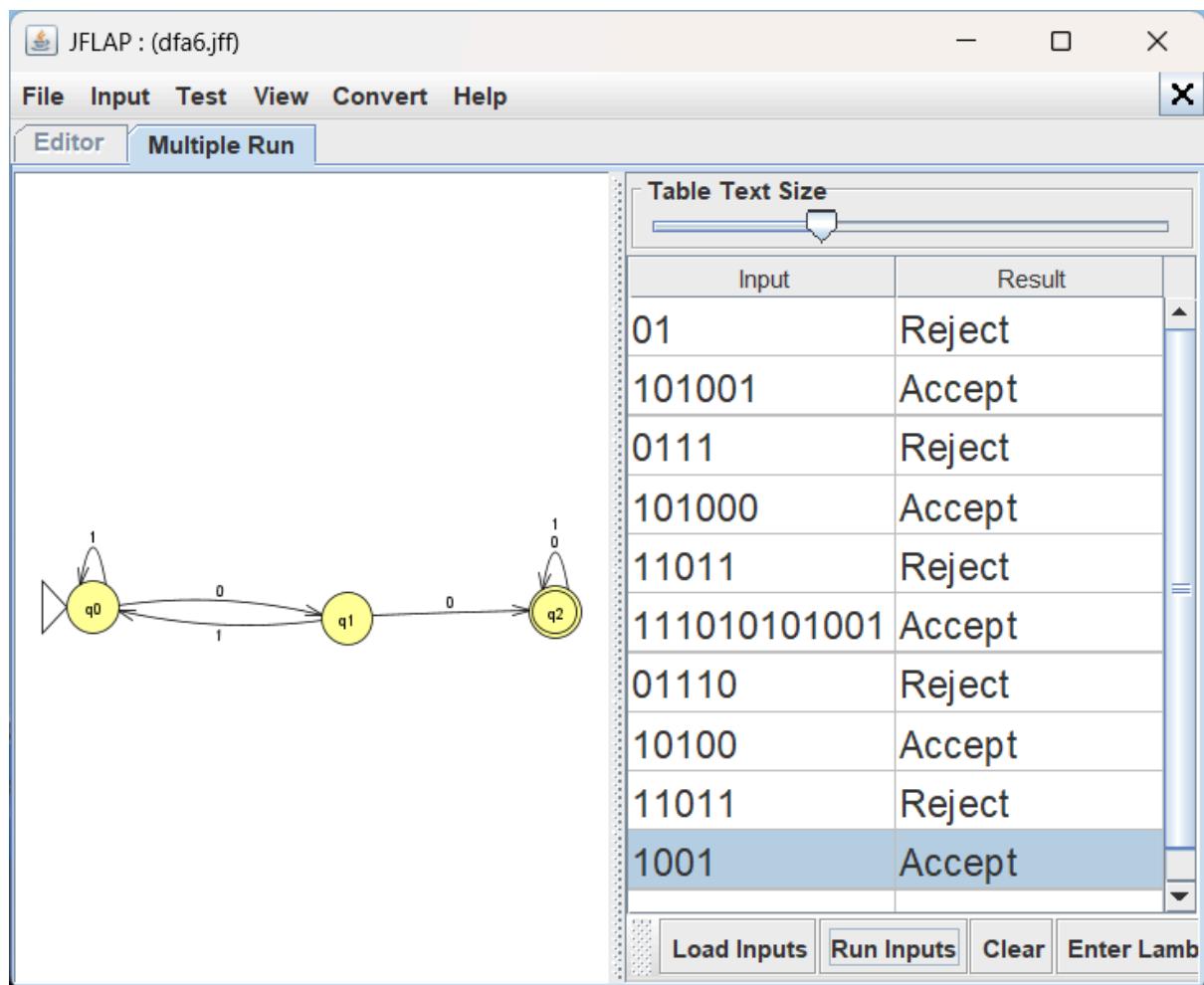


Figura 12: Cadenas de prueba para el DFA anterior.

1.7. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ que tengan como máximo dos ceros.

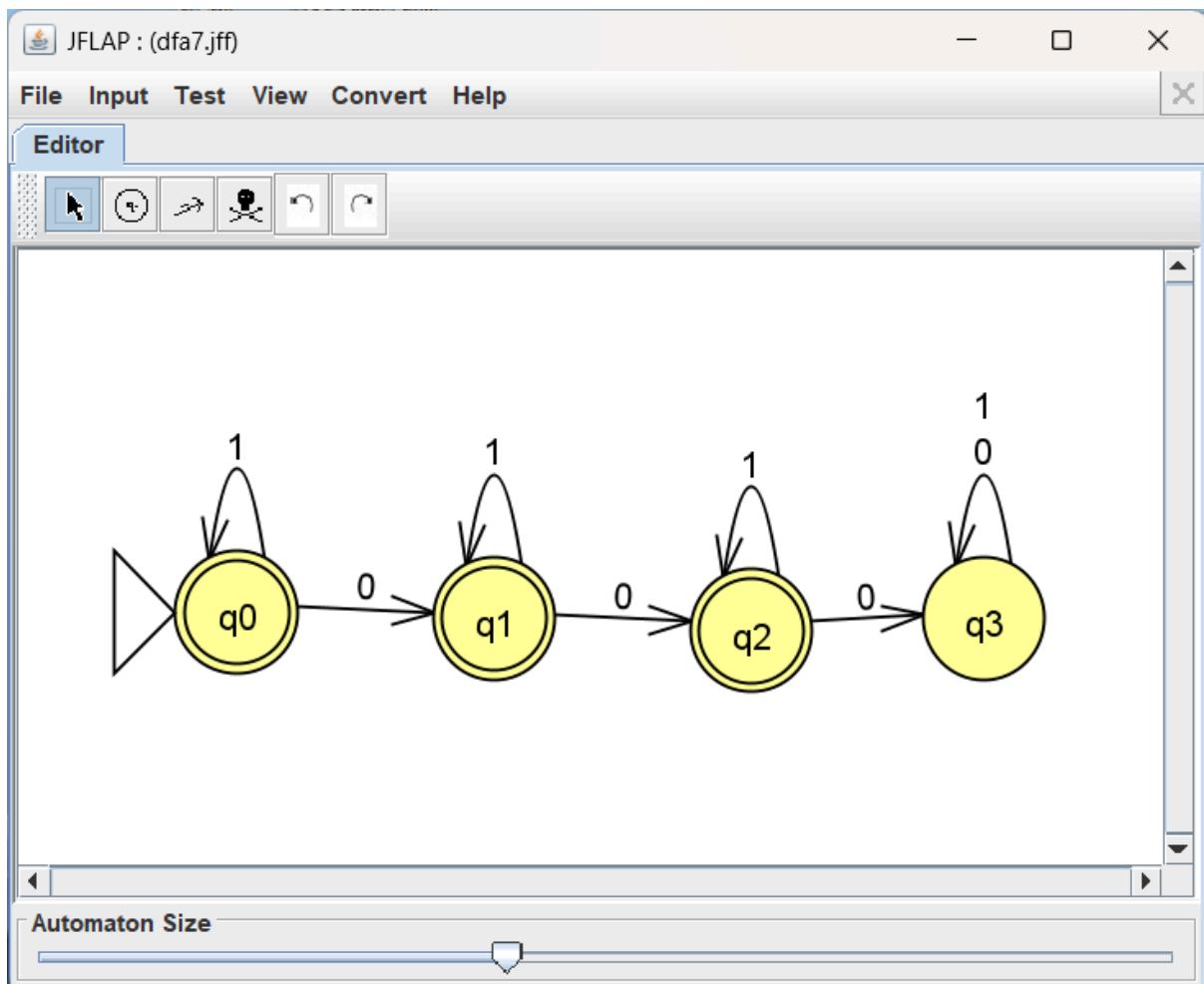


Figura 13: DFA que reconoce cadenas que tengan como máximo dos ceros sobre el alfabeto $\{0, 1\}$

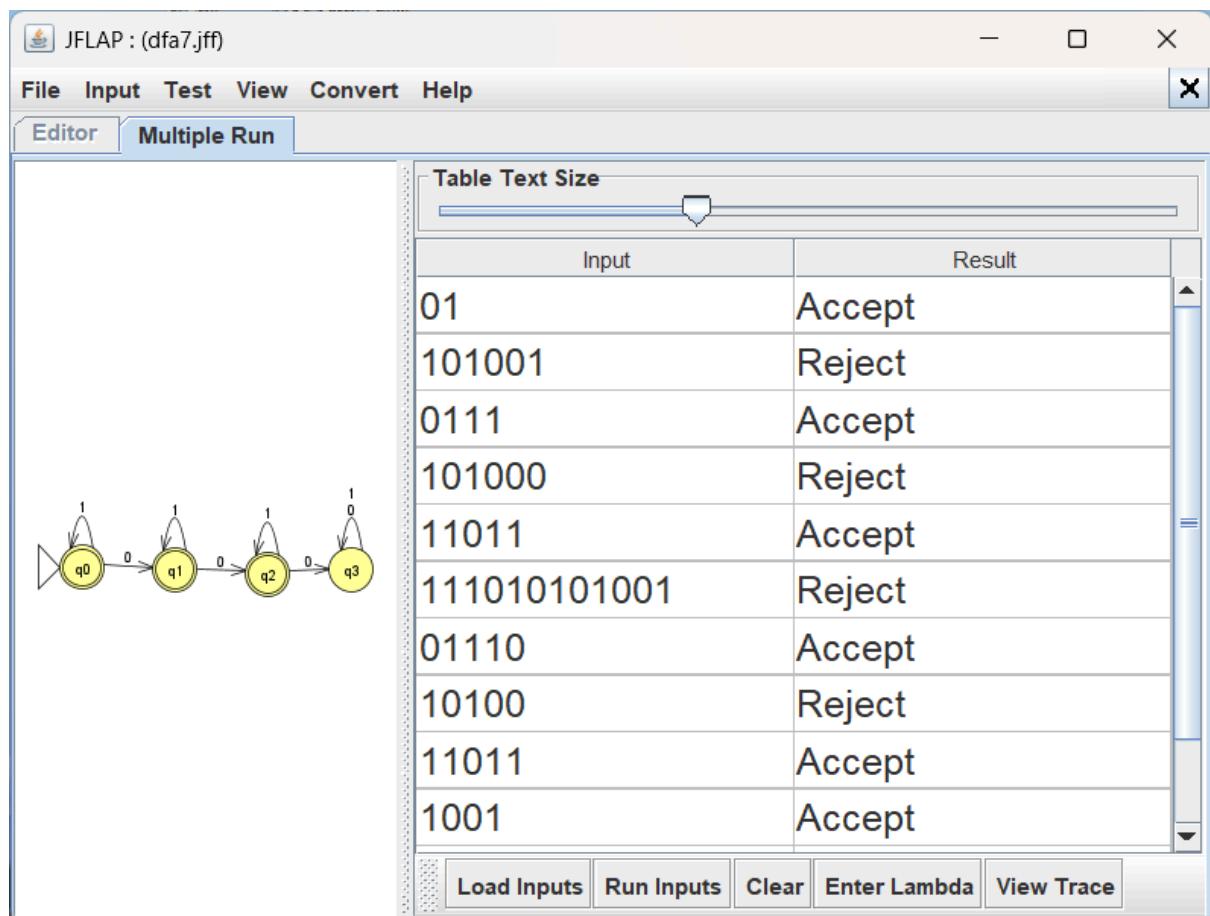


Figura 14: Cadenas de prueba para el DFA anterior.

1.8. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ con longitud múltiplo de 3.

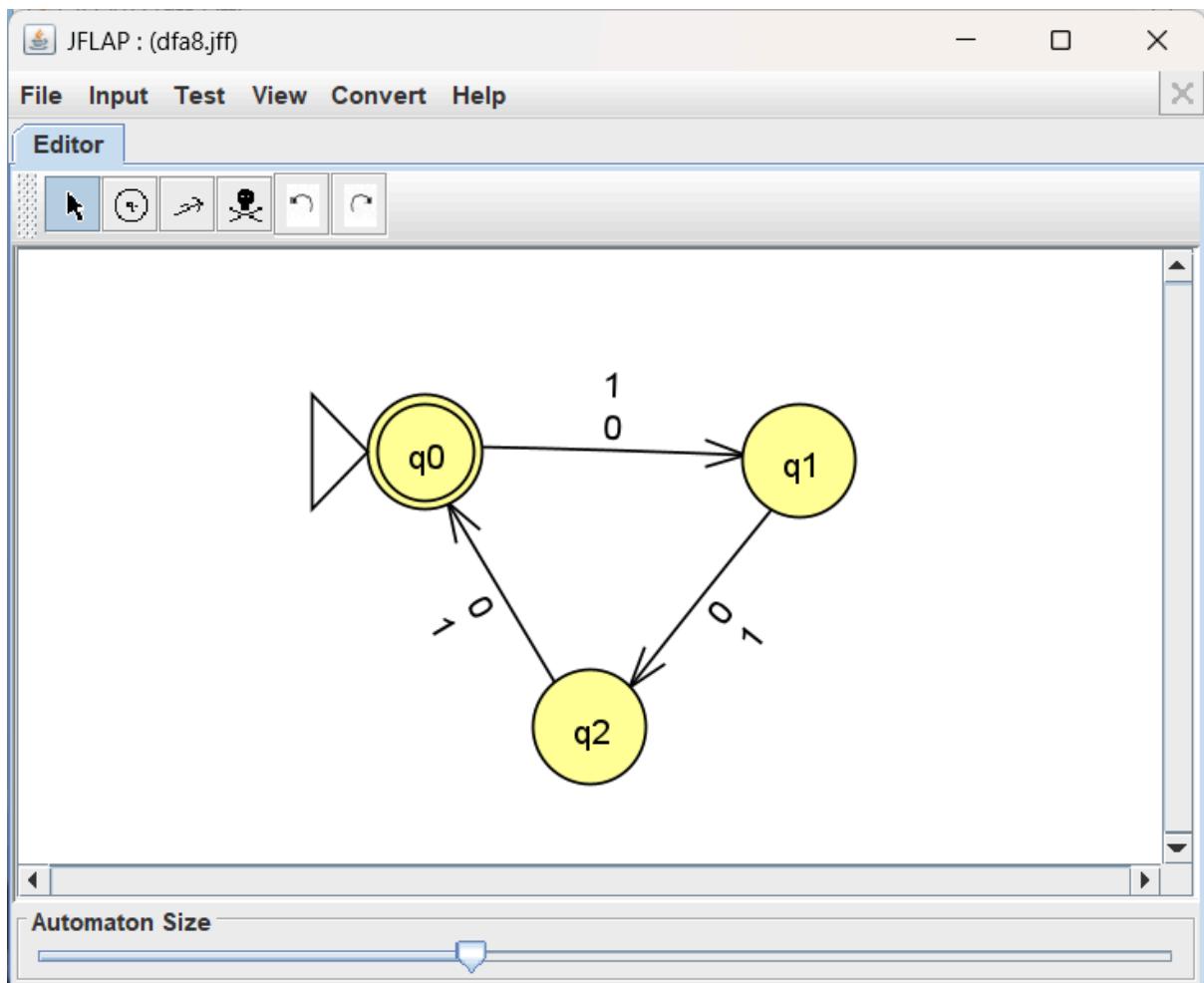


Figura 15: DFA que reconoce cadenas con longitud múltiplo de 3 sobre el alfabeto $\{0, 1\}$

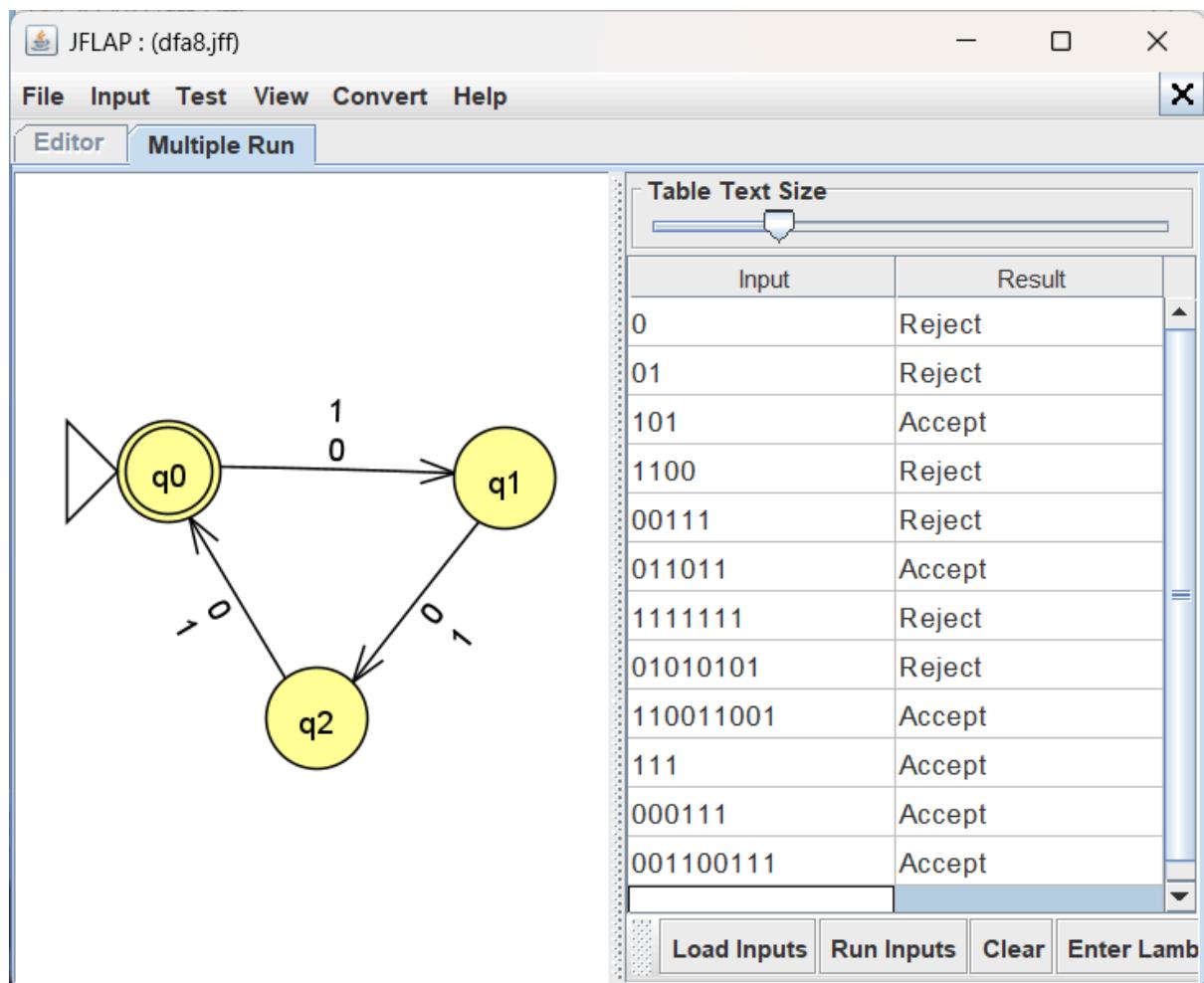


Figura 16: Cadenas de prueba para el DFA anterior.

1.9. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ con longitud que no sea múltiplo de 3.

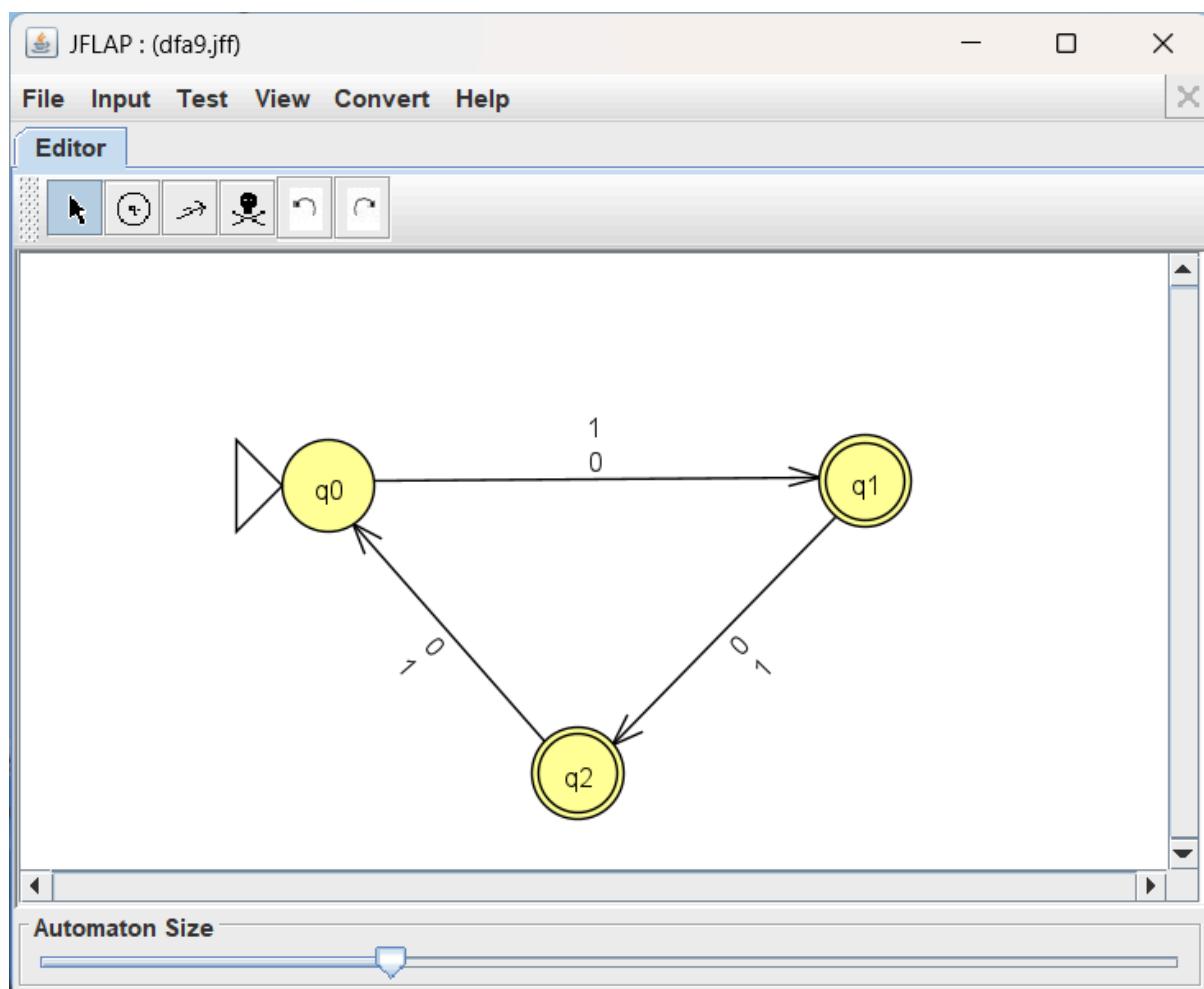


Figura 17: DFA que reconoce cadenas con longitud que no sea múltiplo de 3 sobre el alfabeto $\{0, 1\}$

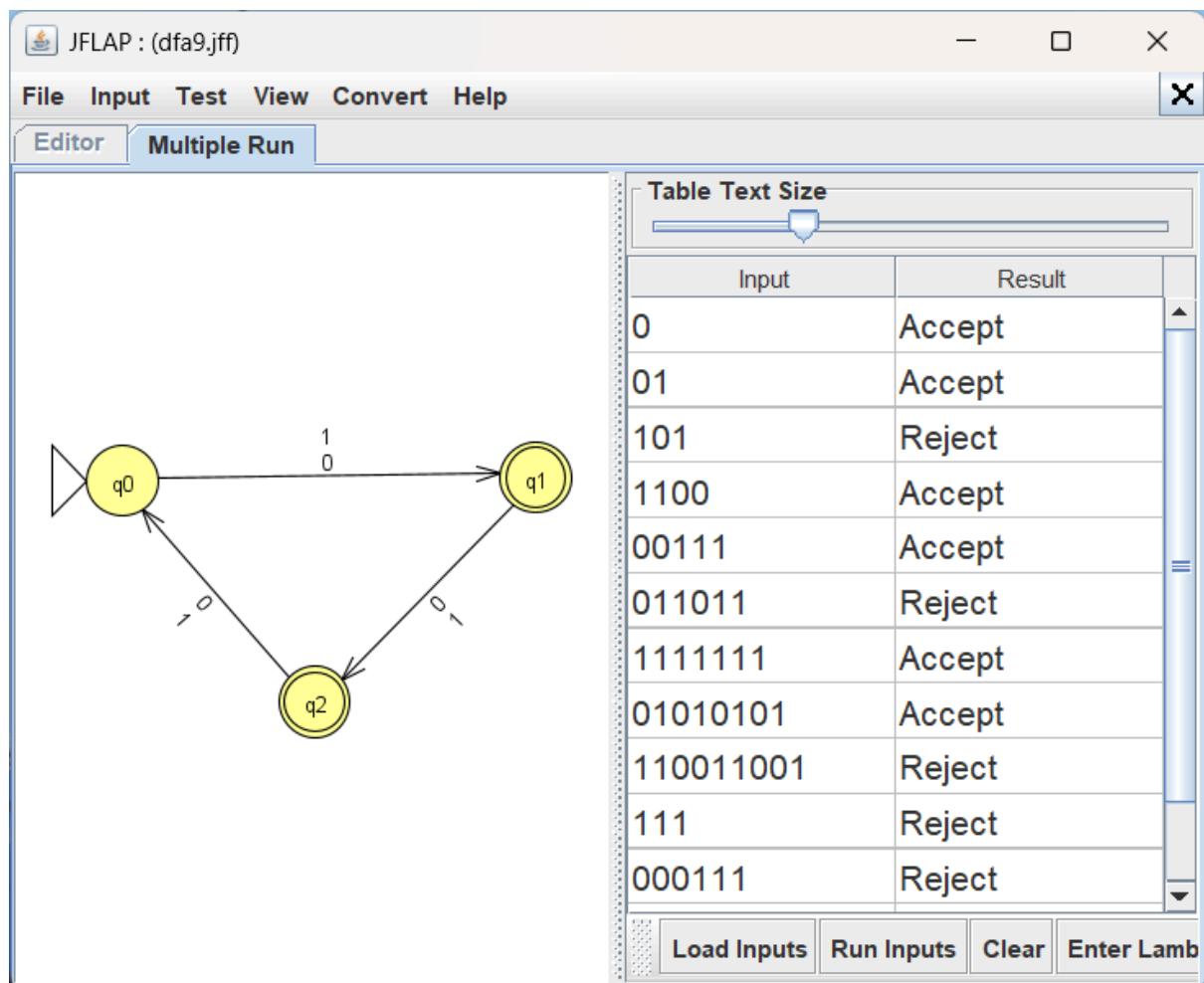


Figura 18: Cadenas de prueba para el DFA anterior.

1.10. Diseñar un autómata finito determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\{x, y, z\}$ que no contengan dos símbolos iguales consecutivos.

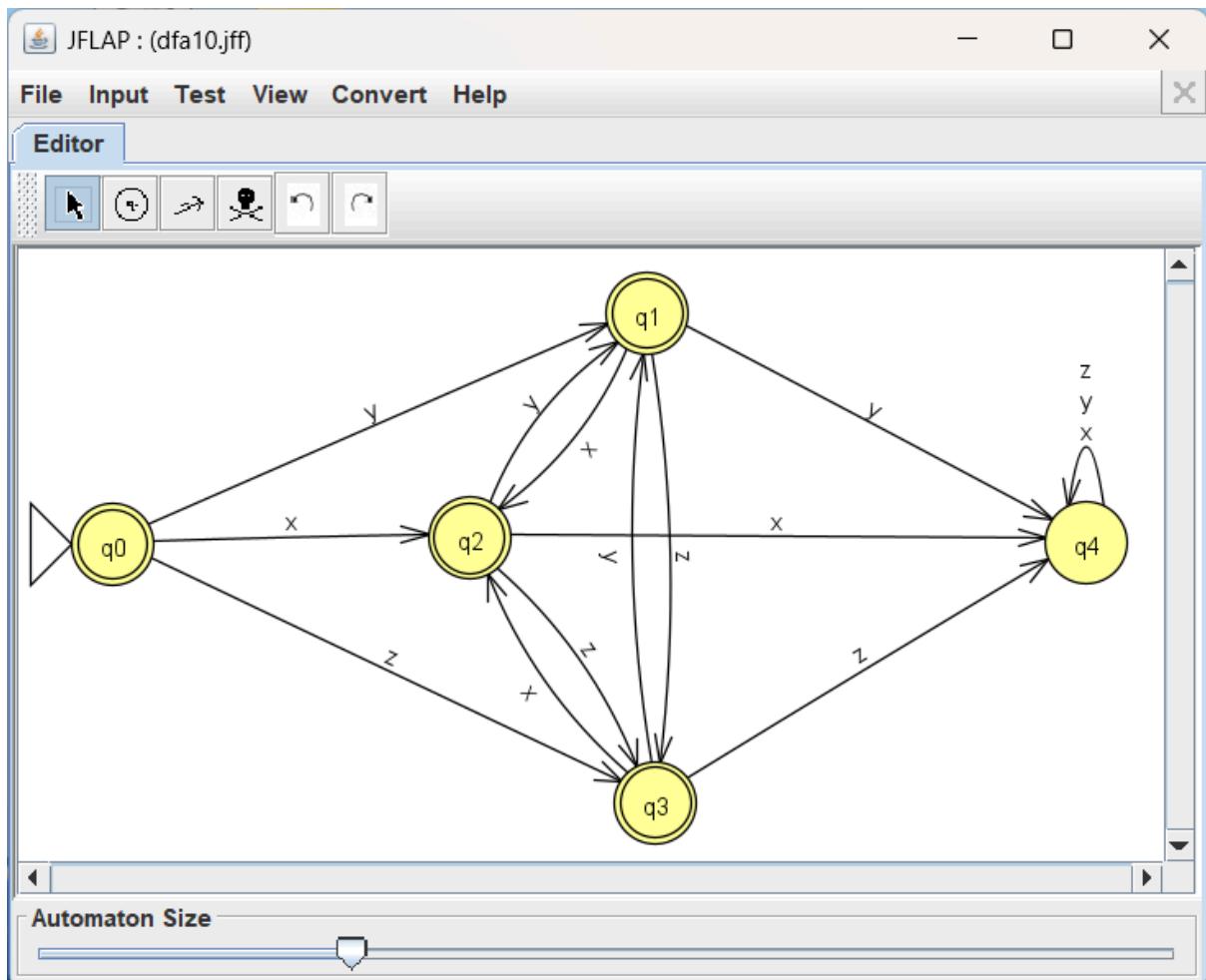


Figura 19: DFA que reconoce cadenas que no contengan dos símbolos iguales consecutivos sobre el alfabeto $\{x, y, z\}$

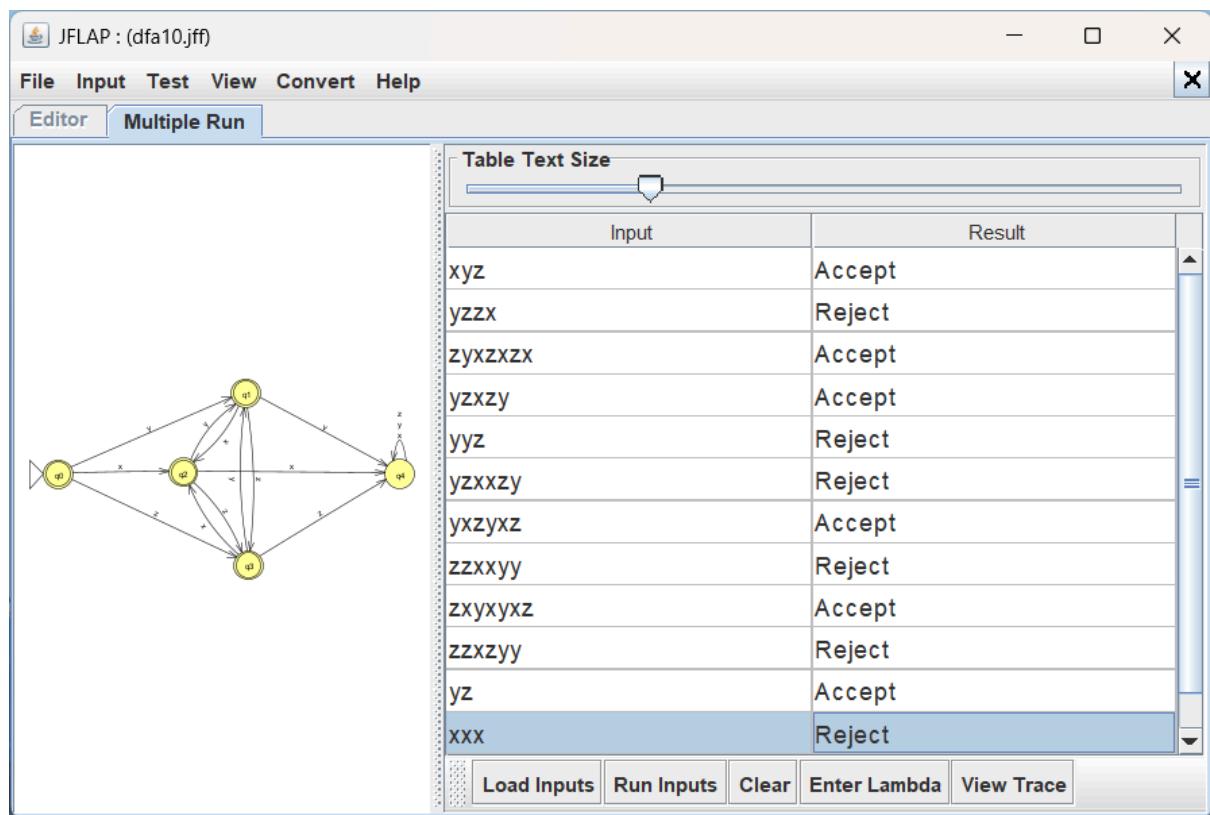


Figura 20: Cadenas de prueba para el DFA anterior.

2. Diseño de NFAs

2.1. Diseñar un autómata finito no determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ que empiecen por “a”. A partir del NFA diseñado, obtenga un DFA mínimo equivalente.

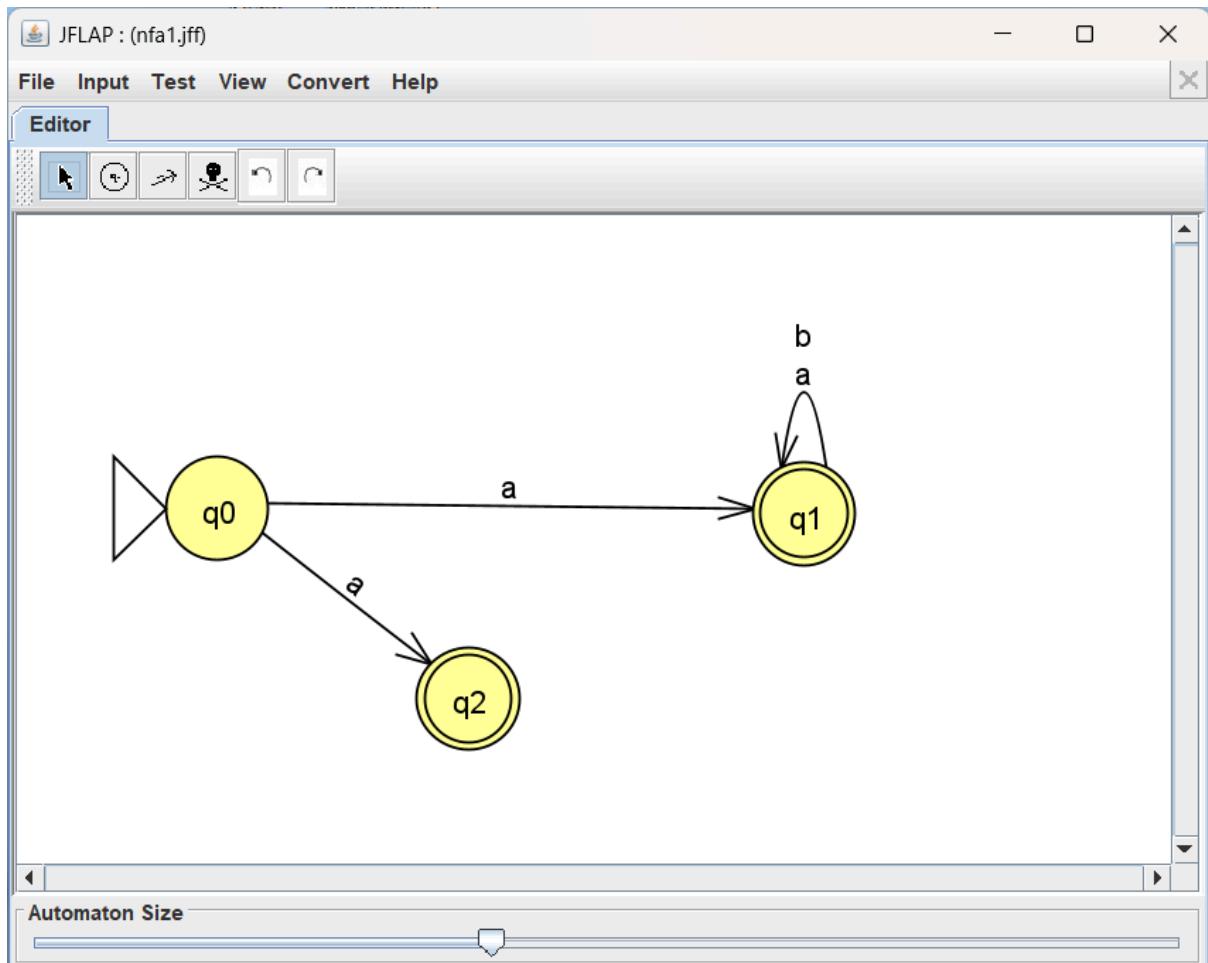


Figura 21: NFA que reconoce cadenas que empiecen por “a” sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$

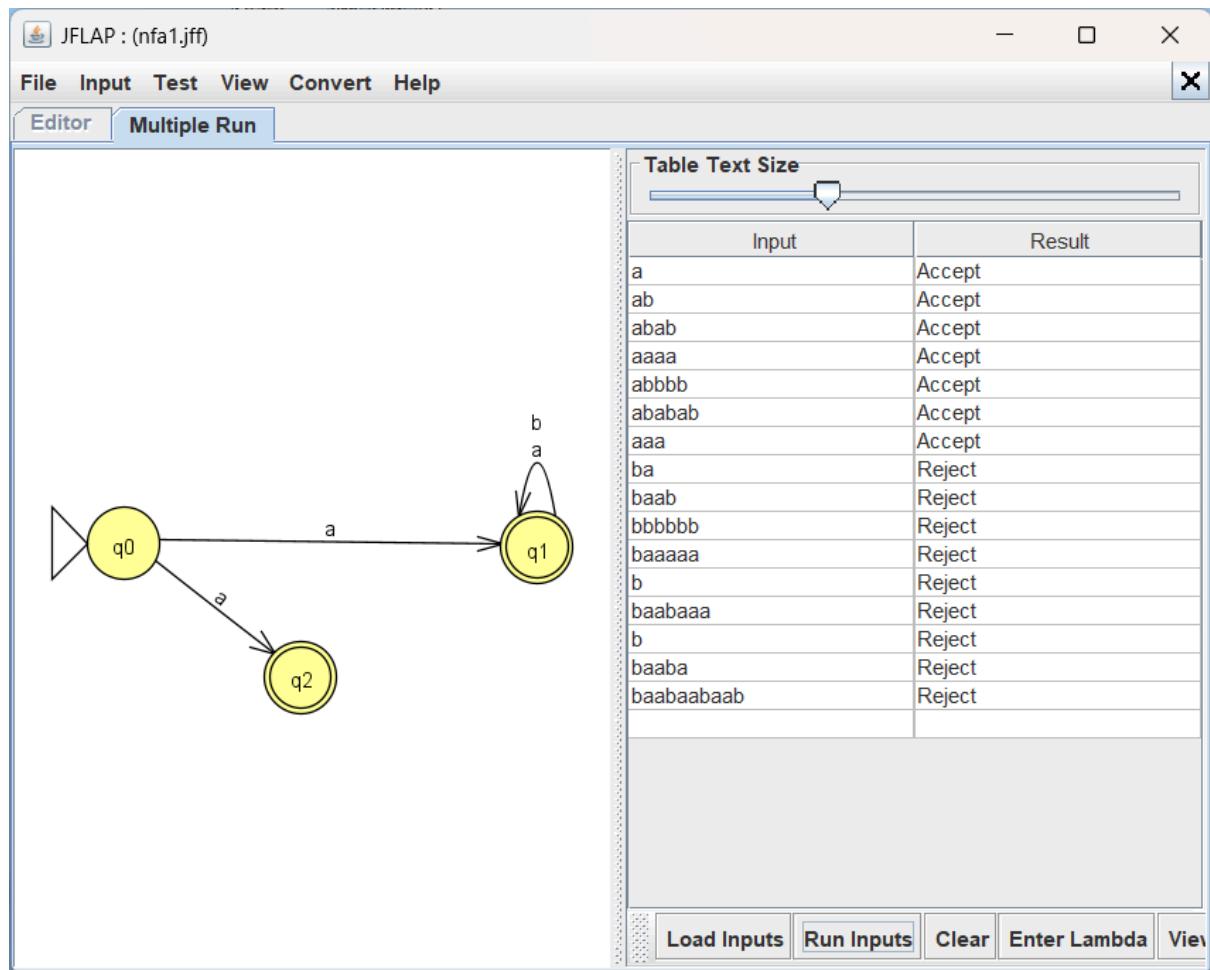


Figura 22: Cadenas de prueba para el NFA anterior.

Algoritmo de Construcción de Subconjuntos (sin ϵ -clausura ya que no hay epsilon transiciones) para pasar el NFA a un DFA equivalente:

$$\begin{aligned}
 S &= \{q_0\} = A \\
 \delta(A, a) &= \{q_1, q_2\} = B \\
 \delta(A, b) &= \emptyset \\
 \delta(B, a) &= \{q_1\} = C \\
 \delta(B, b) &= \{q_1\} = C \\
 \delta(C, a) &= \{q_1\} = C \\
 \delta(C, b) &= \{q_1\} = C
 \end{aligned}$$

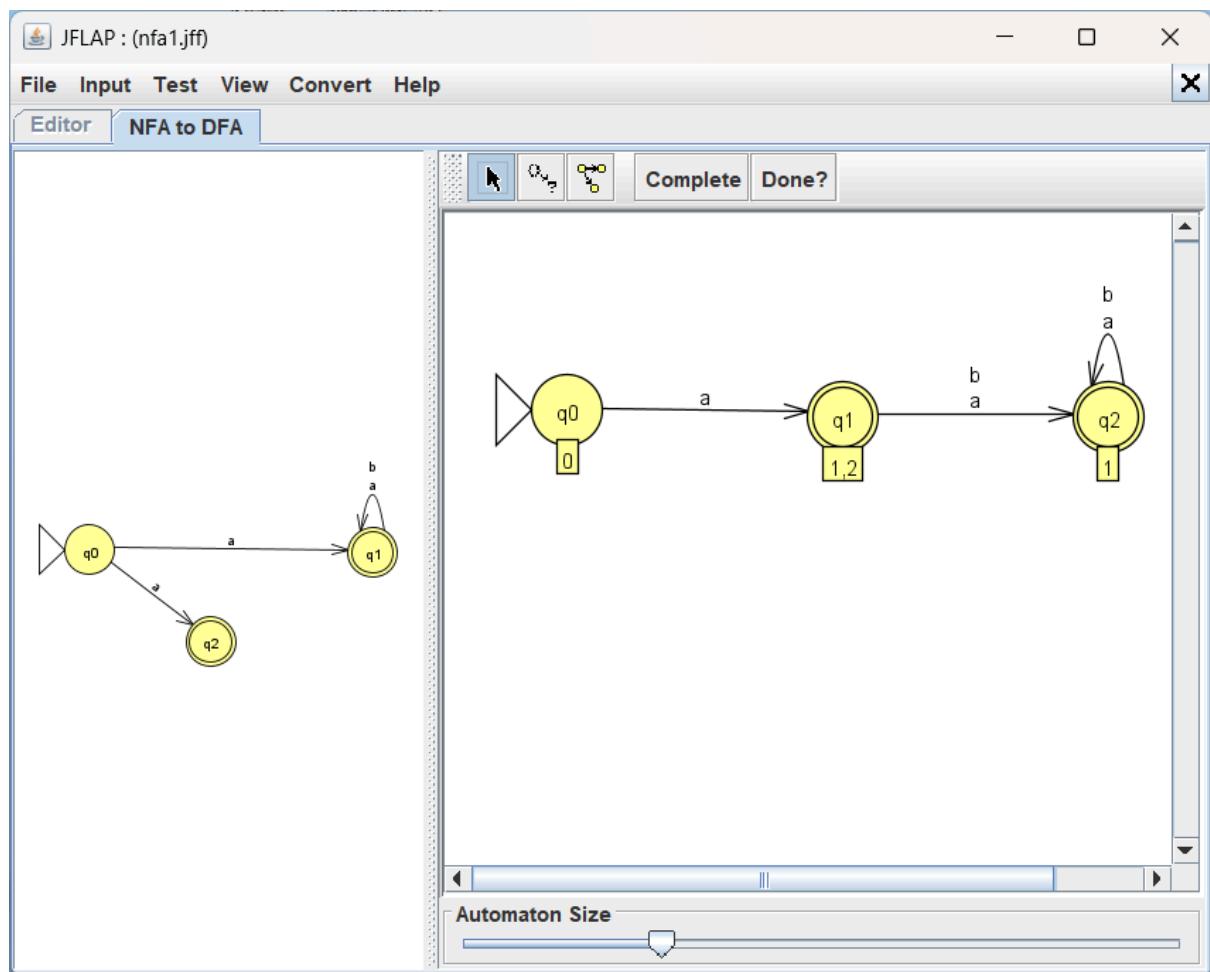


Figura 23: DFA equivalente al NFA anterior.

Algoritmo de minimización de estados para obtener el DFA mínimo:

$$\pi = \{\{B, C\}, \{A, \emptyset\}\}$$

$$\pi' = \{\{B, C\}, \{A\}, \{\emptyset\}\}$$

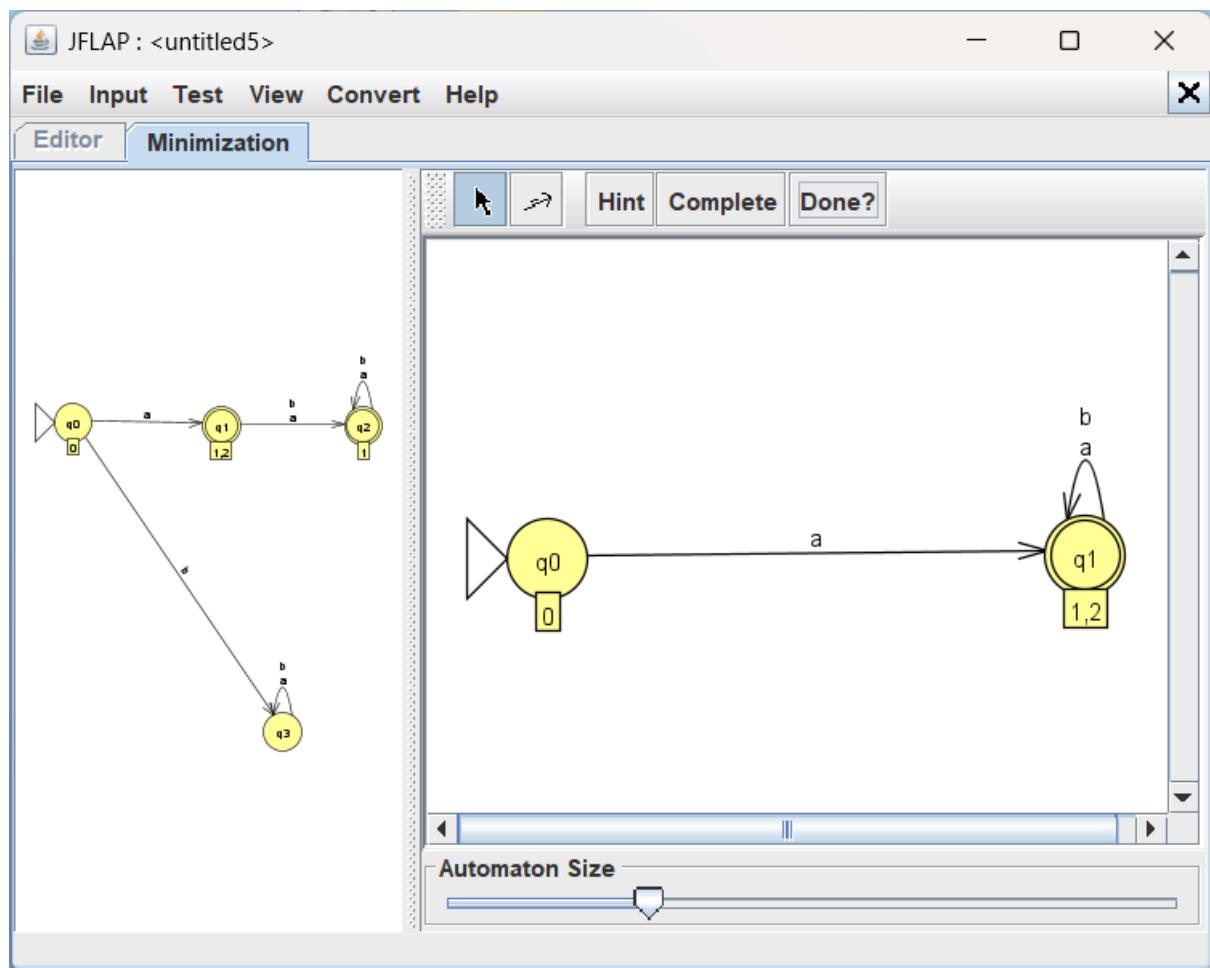


Figura 24: DFA mínimo equivalente.

2.2. Diseñar un autómata finito no determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ que terminen en “bb”. A partir del NFA diseñado, obtenga un DFA mínimo equivalente.

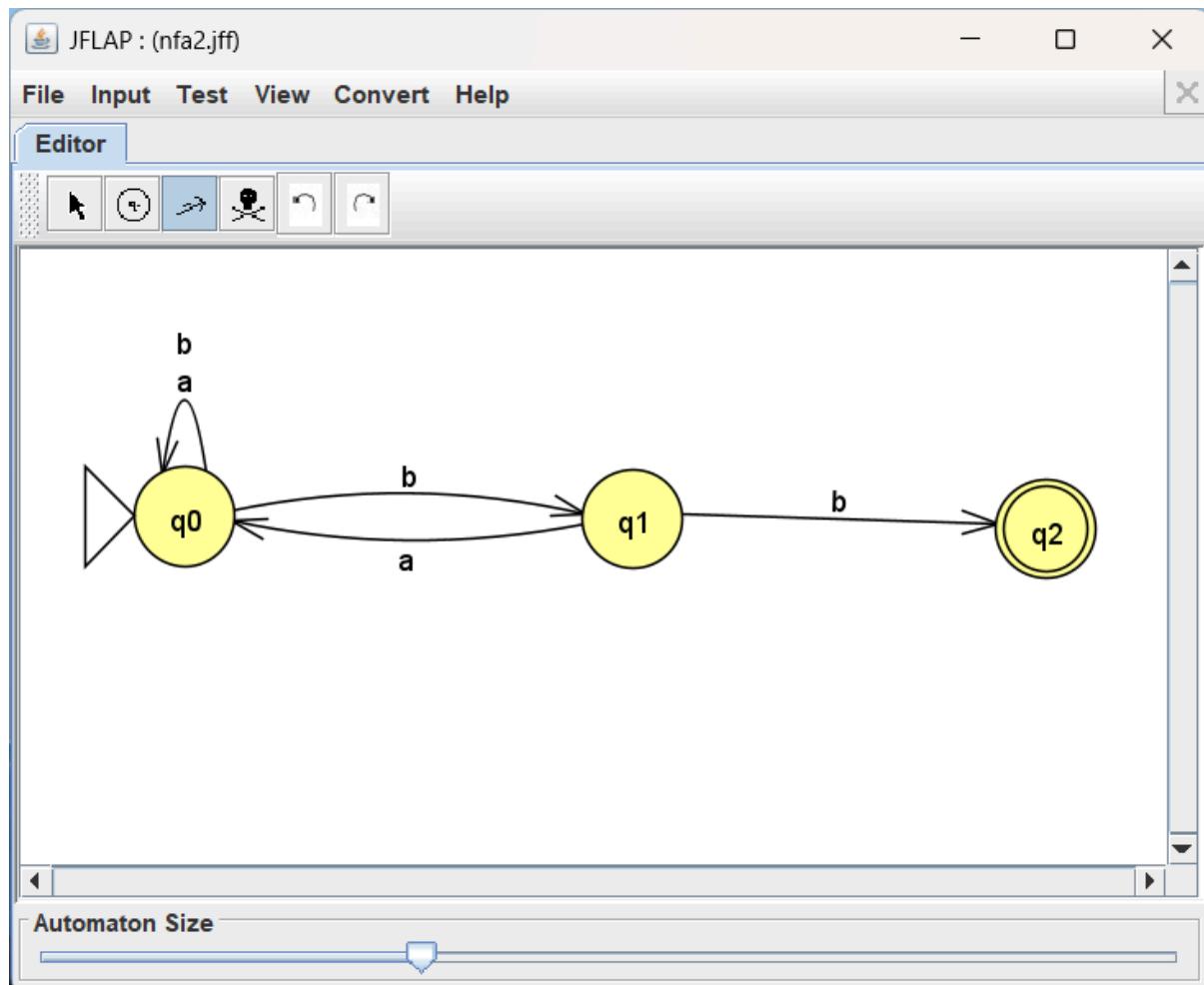


Figura 25: NFA que reconoce cadenas que terminen en “bb” sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$

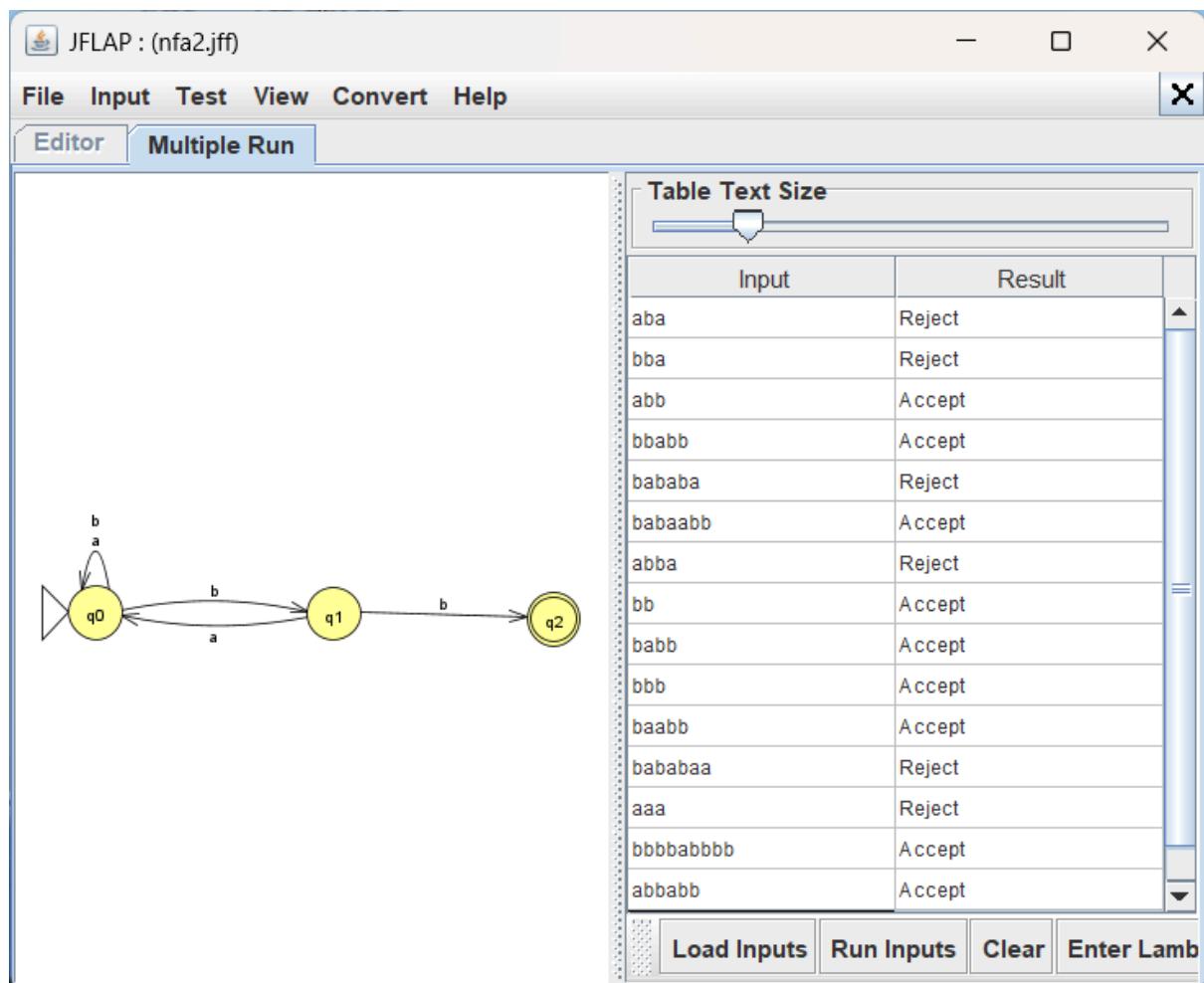


Figura 26: Cadenas de prueba para el NFA anterior.

Algoritmo de Construcción de Subconjuntos (sin ϵ -clausura ya que no hay epsilon transiciones) para pasar el NFA a un DFA equivalente:

$$\begin{aligned}
 S &= \{q_0\} = A \\
 \delta(A, a) &= \{q_0\} = A \\
 \delta(A, b) &= \{q_0, q_1\} = B \\
 \delta(B, a) &= \{q_0\} = A \\
 \delta(B, b) &= \{q_0, q_1, q_2\} = C \\
 \delta(C, a) &= \{q_0\} = A \\
 \delta(C, b) &= \{q_0, q_1, q_2\} = C
 \end{aligned}$$

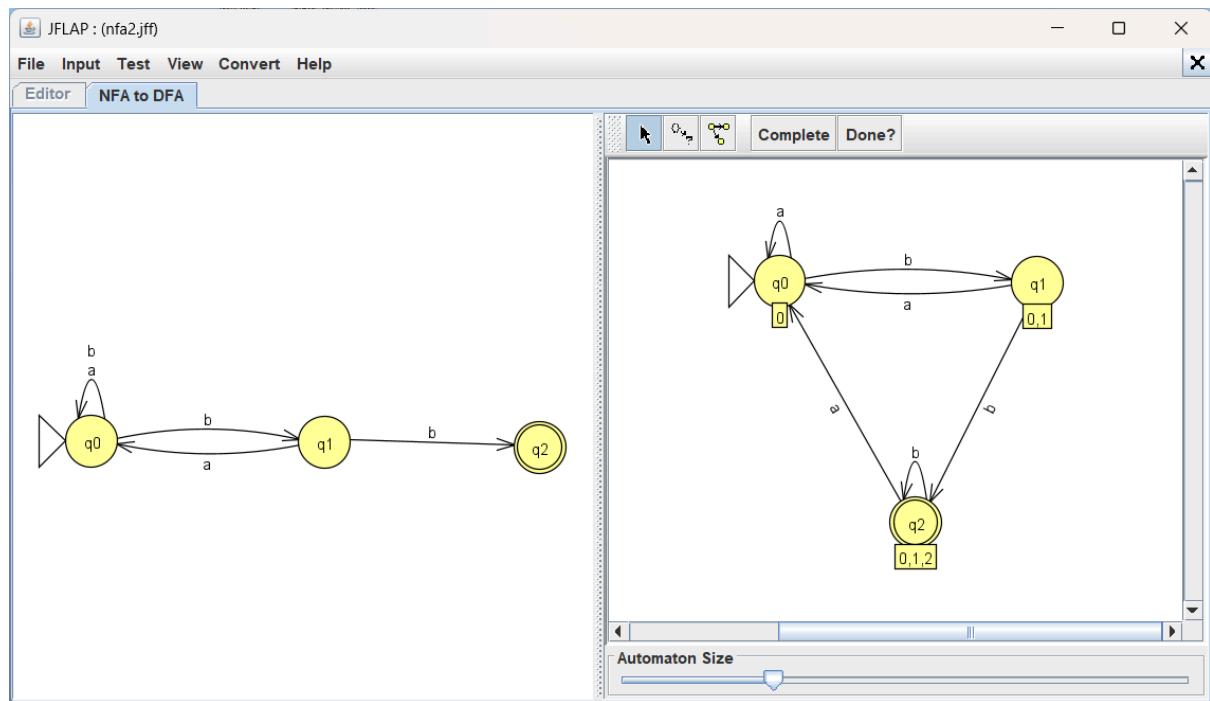


Figura 27: DFA equivalente al NFA anterior.

Algoritmo de minimización de estados para obtener el DFA mínimo:

$$\pi = \{\{C\}, \{A, B\}\}$$

$$\pi' = \{\{C\}, \{A\}\{B\}\}$$

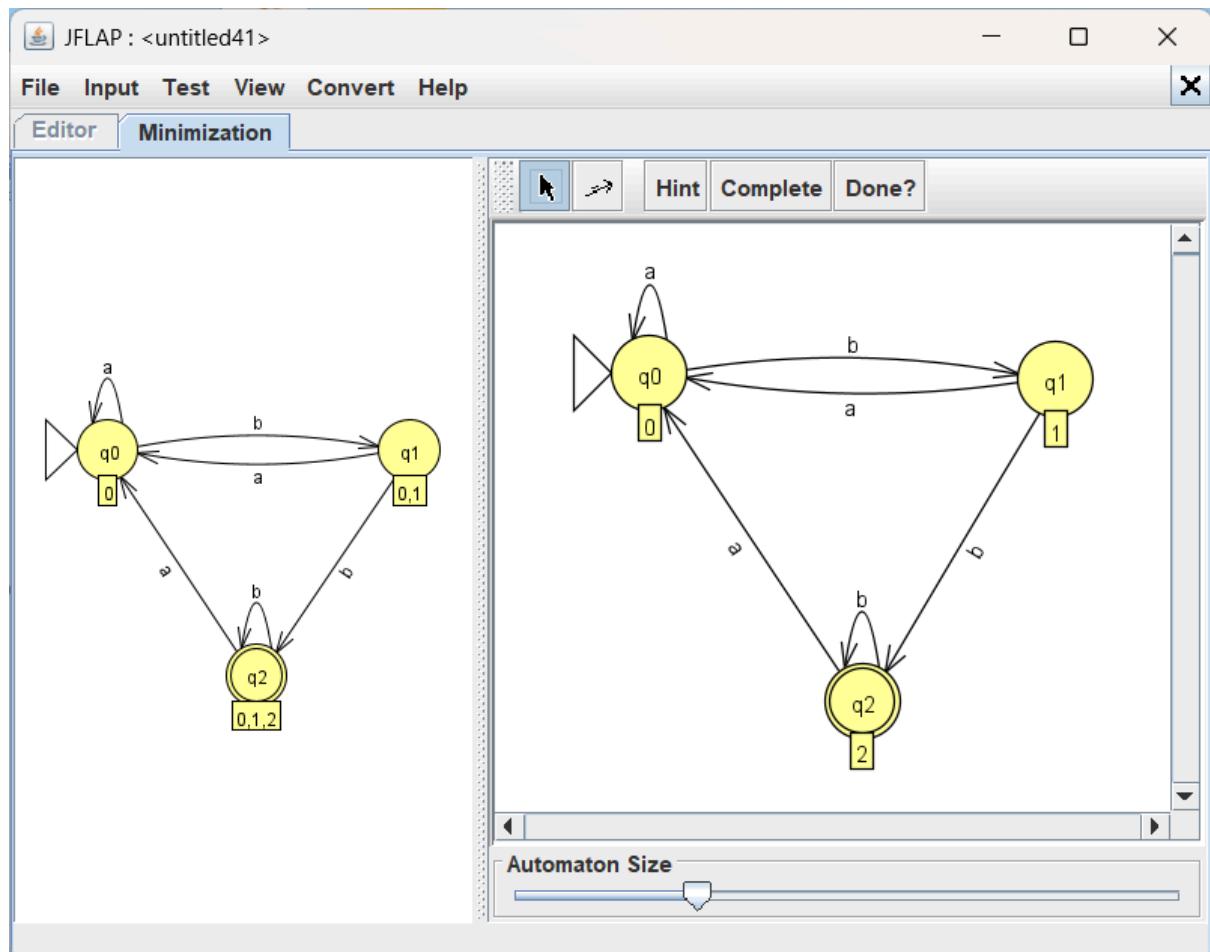


Figura 28: DFA mínimo equivalente.

2.3. Diseñar un autómata finito no determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ que empiecen por “a” o terminen en “bb”. A partir del NFA diseñado, obtenga un DFA mínimo equivalente.

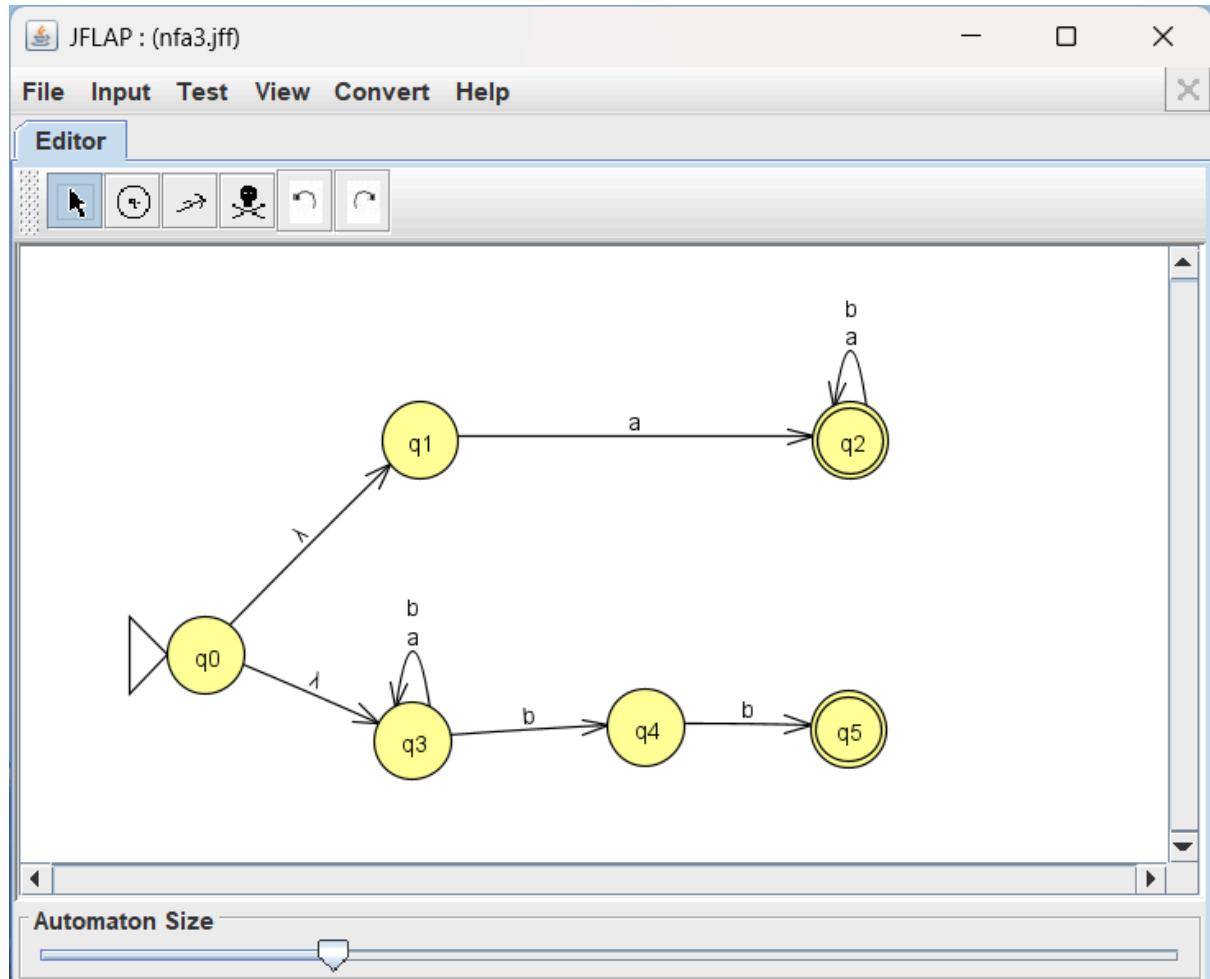


Figura 29: NFA que reconoce cadenas que que empiecen por “a” o terminen en “bb” sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$

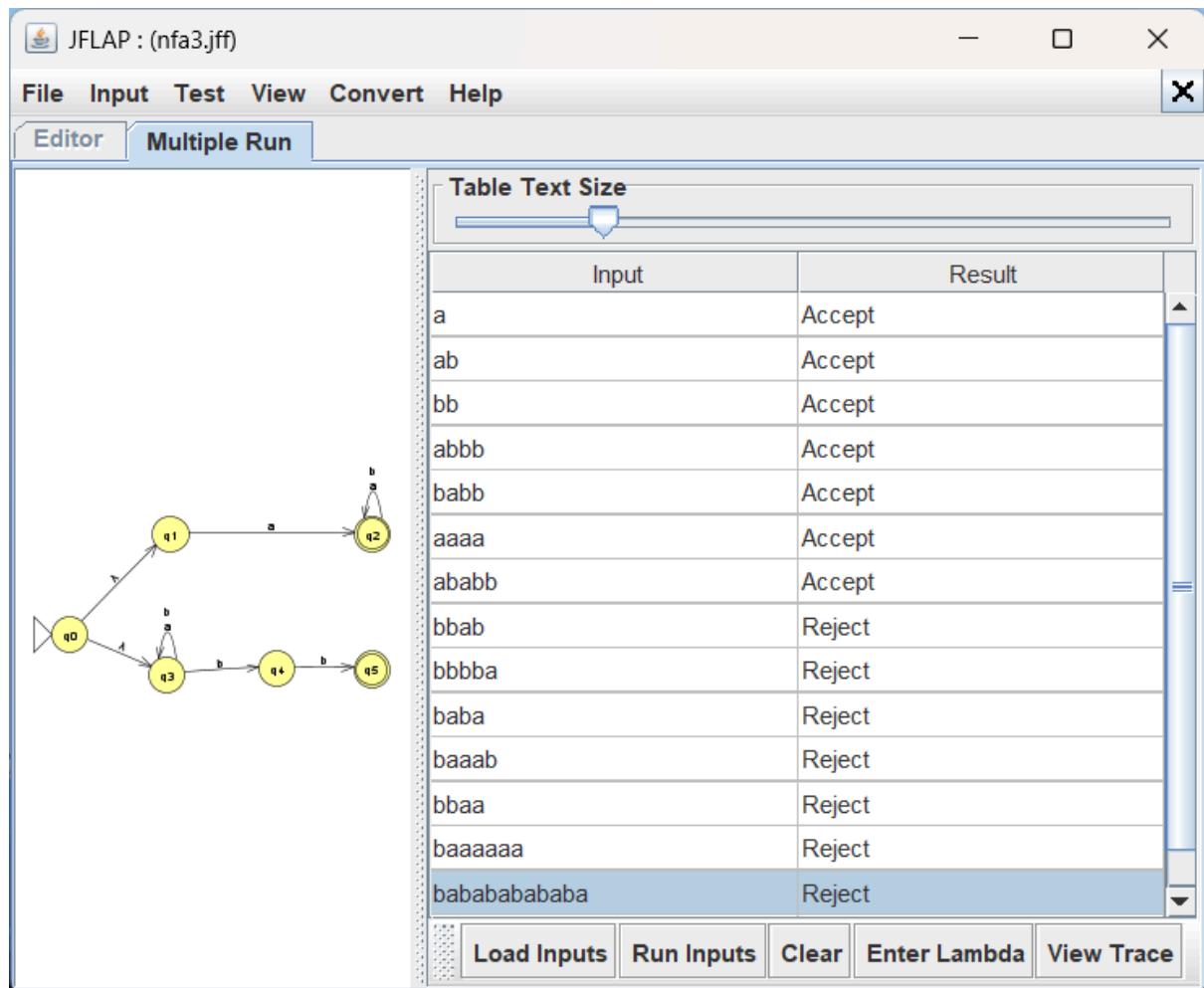


Figura 30: Cadenas de prueba para el NFA anterior.

Algoritmo de Construcción de Subconjuntos para pasar el NFA a un DFA equivalente:

$$\epsilon\text{-clausura}(\{q_0\}) = \{q_0, q_1, q_3\} = A$$

$$\delta(A, a) = \{q_2, q_3\} = B$$

$$\delta(A, b) = \{q_3, q_4\} = C$$

$$\epsilon\text{-clausura}(B) = \{q_2, q_3\} = B$$

$$\delta(B, a) = \{q_2, q_3\} = B$$

$$\delta(B, b) = \{q_2, q_3, q_4\} = D$$

$$\epsilon\text{-clausura}(C) = \{q_3, q_4\} = C$$

$$\delta(C, a) = \{q_3\} = E$$

$$\delta(C, b) = \{q_3, q_4, q_5\} = F$$

$$\epsilon\text{-clausura}(D) = \{q_2, q_3, q_4\} = D$$

$$\delta(D, a) = \{q_2, q_3\} = B$$

$$\delta(D, b) = \{q_2, q_3, q_4, q_5\} = G$$

$$\epsilon\text{-clausura}(E) = \{q_3\} = E$$

$$\delta(E, a) = \{q_3\} = E$$

$$\delta(E, b) = \{q_3, q_4\} = C$$

$$\epsilon\text{-clausura}(F) = \{q_3, q_4, q_5\} = F$$

$$\delta(F, a) = \{q_3\} = E$$

$$\delta(F, b) = \{q_3, q_4, q_5\} = F$$

$$\epsilon\text{-clausura}(G) = \{q_2, q_3, q_4, q_5\} = G$$

$$\delta(G, a) = \{q_2, q_3\} = E$$

$$\delta(G, b) = \{q_2, q_3, q_4, q_5\} = G$$

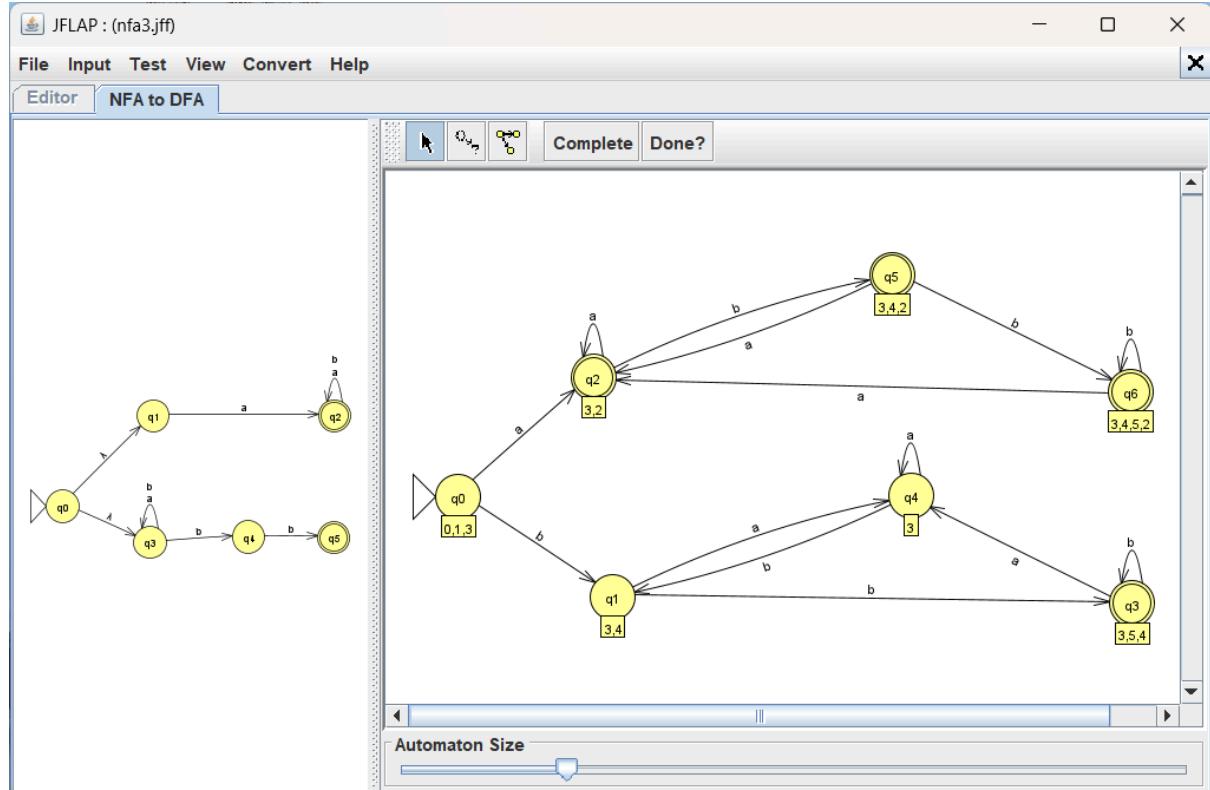


Figura 31: DFA equivalente al NFA anterior.

Algoritmo de minimización de estados para obtener el DFA mínimo:

$$\pi = \{\{B, D, G, F\}, \{A, C, E\}\}$$

$$\pi' = \{\{B, D, G, F\}, \{A\}, \{C, E\}\}$$

$$\pi'' = \{\{B, D, G\}, \{F\}, \{A\}, \{C\}, \{E\}\}$$

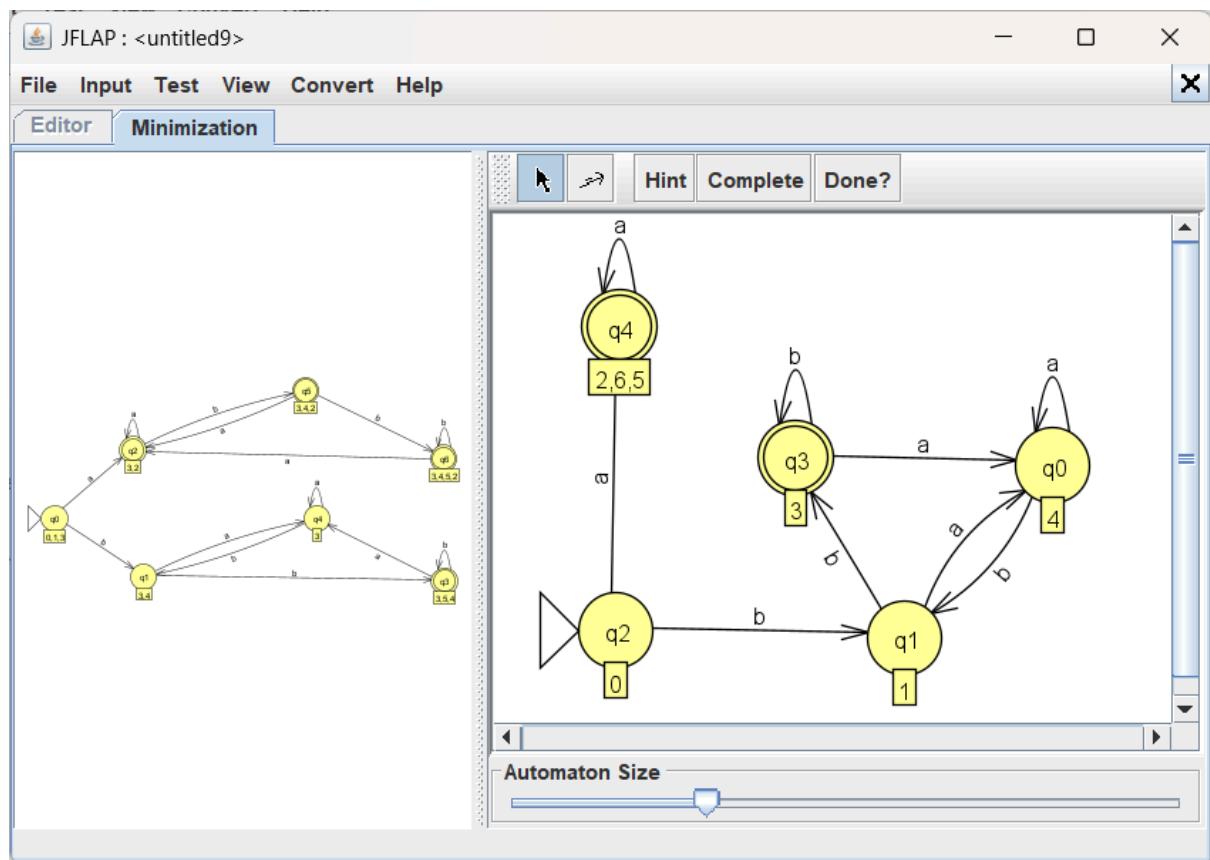


Figura 32: DFA mínimo equivalente.

2.4. Diseñar un autómata finito no determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ que empiecen por “a” y terminen en “bb”. A partir del NFA diseñado, obtenga un DFA mínimo equivalente.

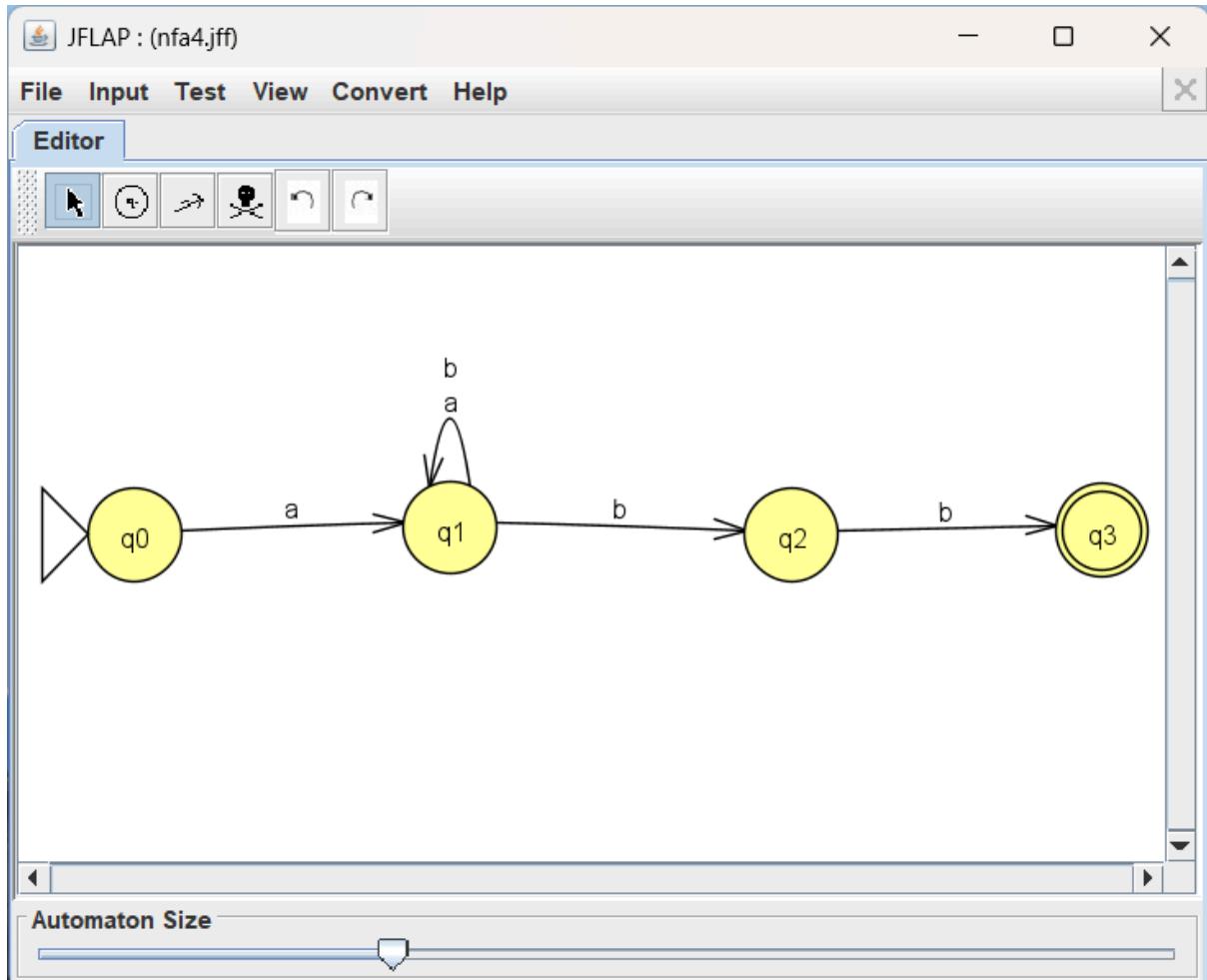


Figura 33: NFA que reconoce cadenas que empiecen por “a” y terminen en “bb” sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$

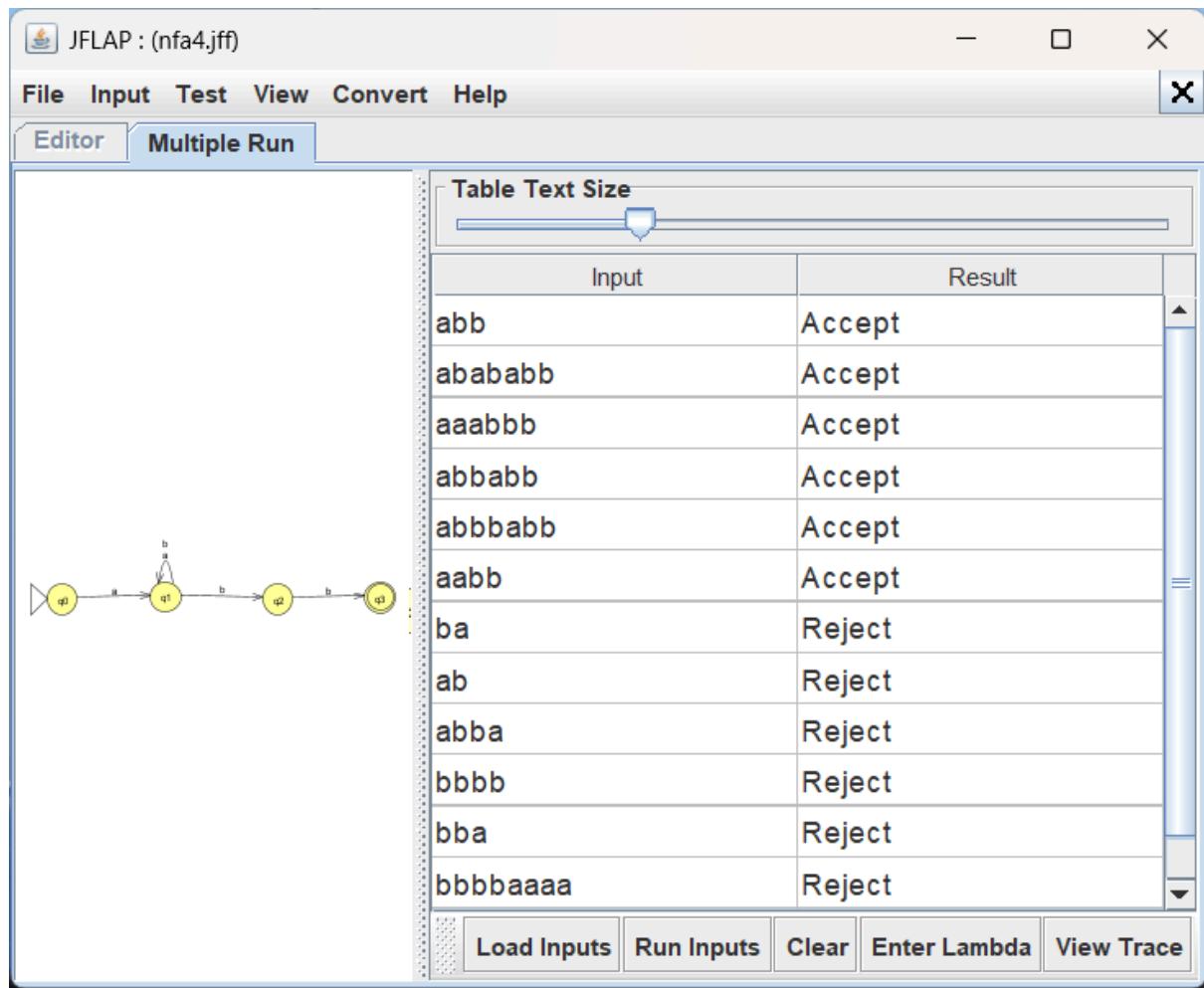


Figura 34: Cadenas de prueba para el NFA anterior.

Algoritmo de Construcción de Subconjuntos (sin ϵ -clausura ya que no hay epsilon transiciones) para pasar el NFA a un DFA equivalente:

$$\begin{aligned}
 S &= \{q_0\} = A \\
 \delta(A, a) &= \{q_1\} = B \\
 \delta(A, b) &= \emptyset \\
 \delta(B, a) &= \{q_1\} = B \\
 \delta(B, b) &= \{q_1, q_2\} = C \\
 \delta(C, a) &= \{q_1\} = B \\
 \delta(C, b) &= \{q_1, q_2, q_3\} = D \\
 \delta(D, a) &= \{q_1\} = B \\
 \delta(D, b) &= \{q_1, q_2, q_3\} = D
 \end{aligned}$$

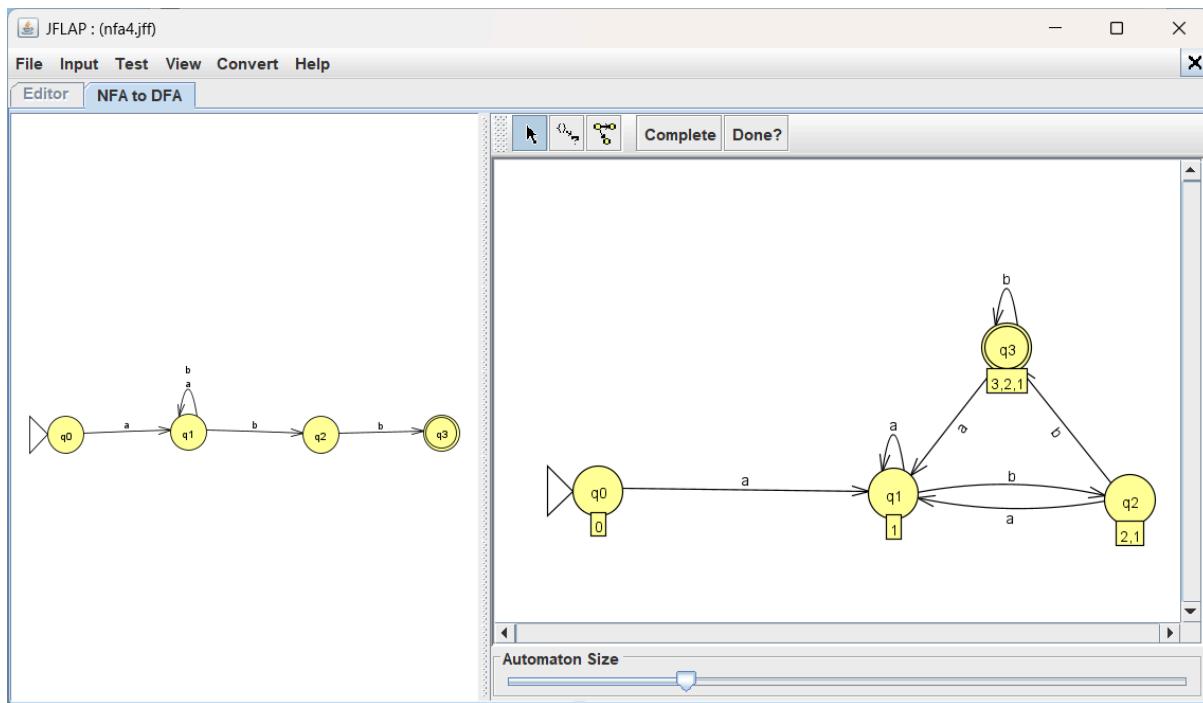


Figura 35: DFA equivalente al NFA anterior.

Algoritmo de minimización de estados para obtener el DFA mínimo:

$$\pi = \{\{D\}, \{A, B, C\}\}$$

$$\pi' = \{\{D\}, \{A\}, \{B, C\}\}$$

$$\pi'' = \{\{D\}, \{A\}, \{B\}, \{C\}\}$$

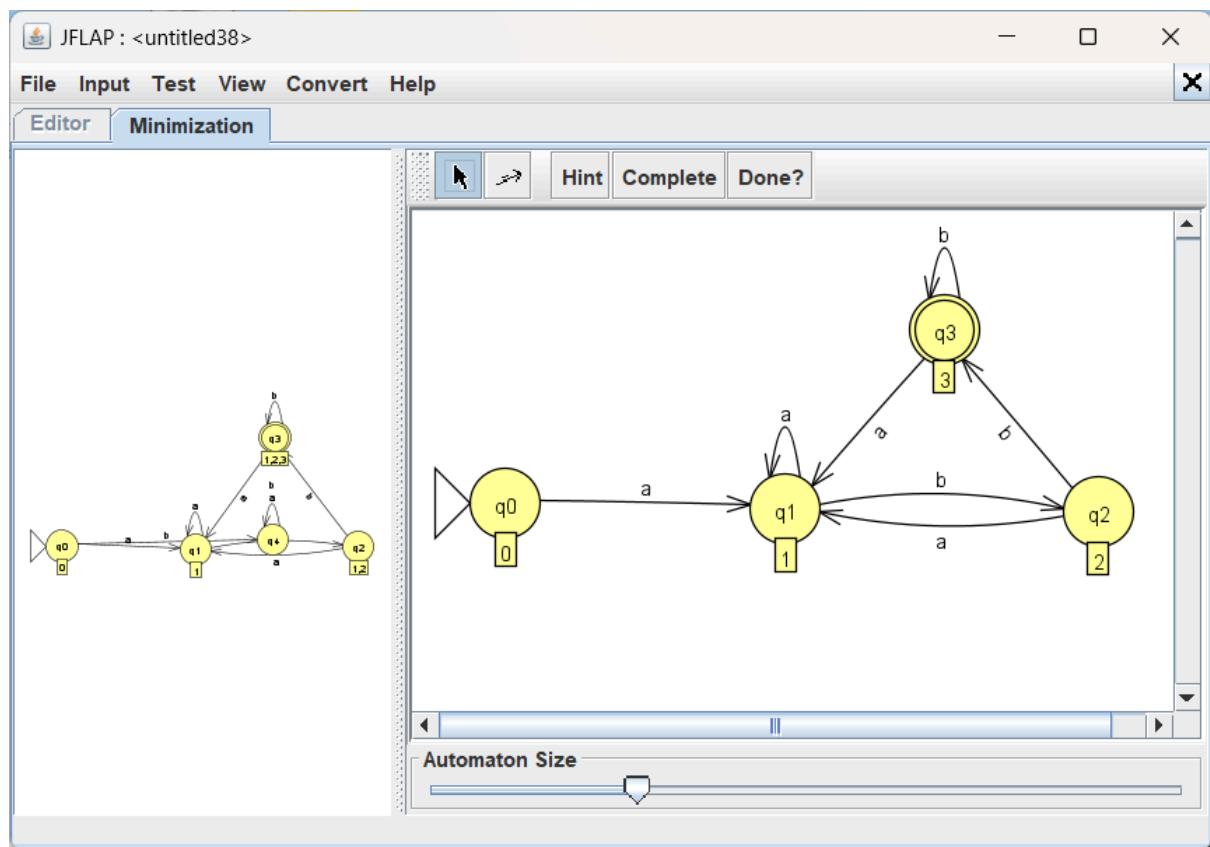


Figura 36: DFA mínimo equivalente.

2.5. Diseñar un autómata finito no determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ con número de “a’s” par o longitud impar. A partir del NFA diseñado, obtenga un DFA mínimo equivalente.

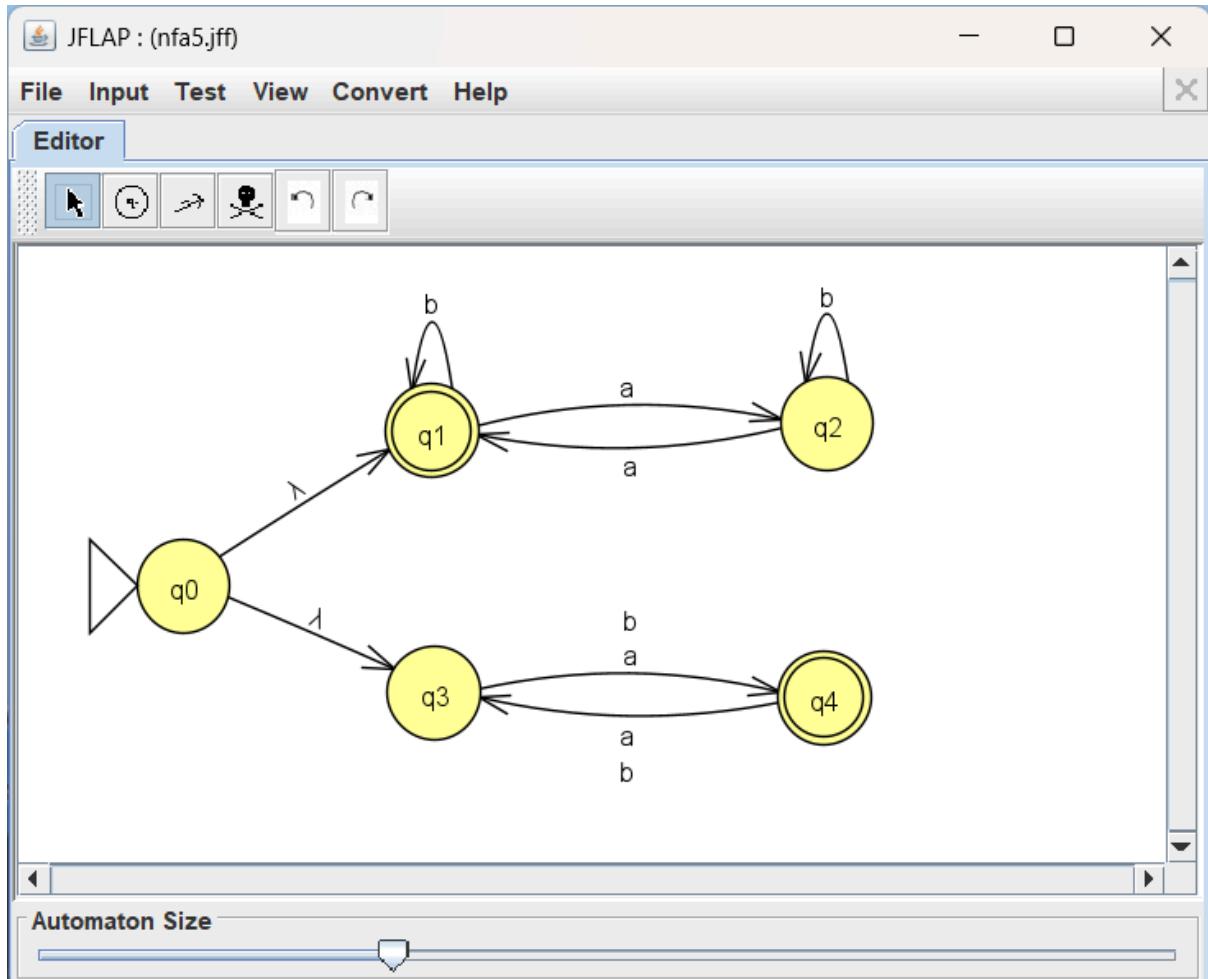


Figura 37: NFA que reconoce cadenas con número de “a’s” par o longitud impar sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$

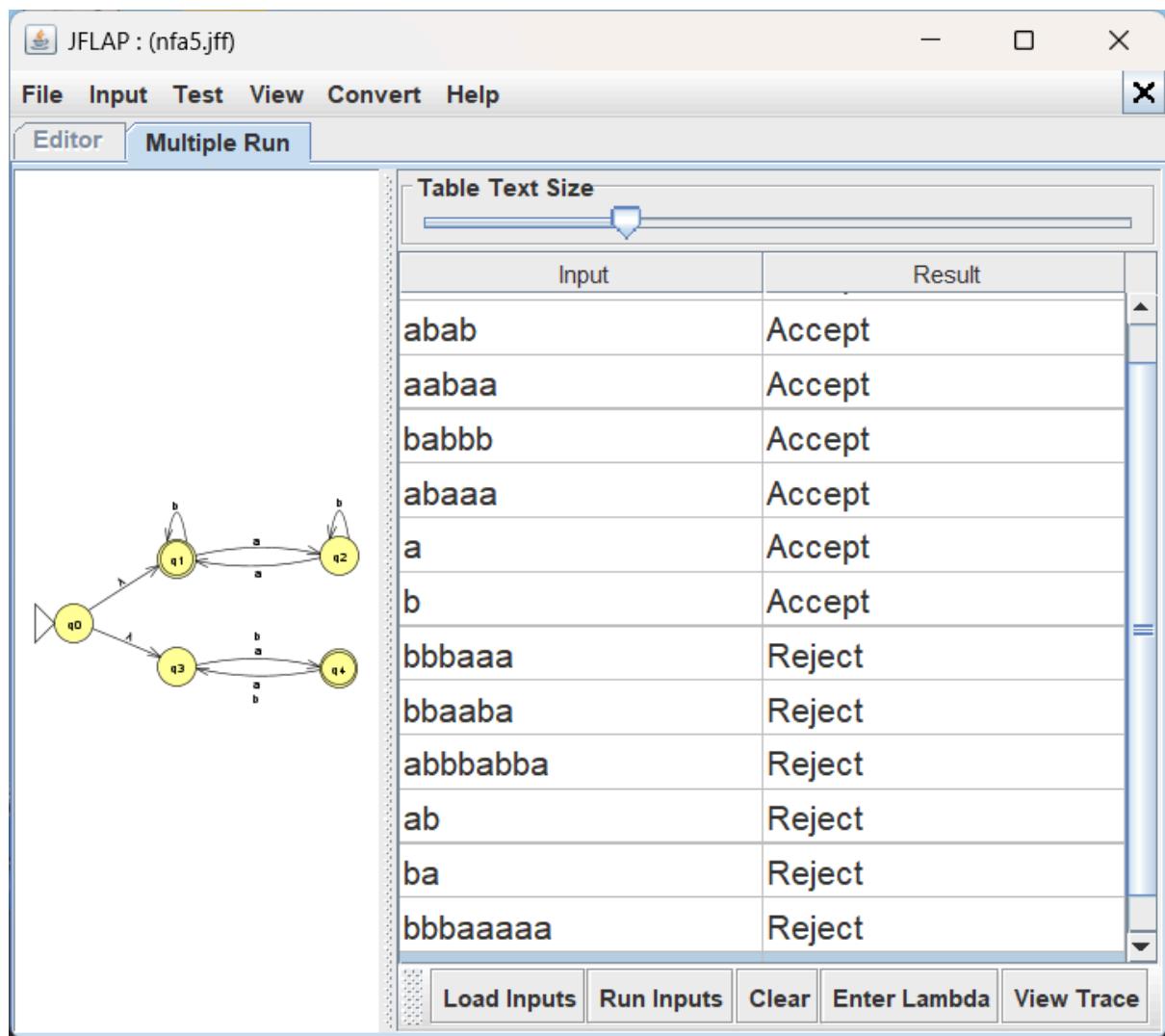


Figura 38: Cadenas de prueba para el NFA anterior.

Algoritmo de Construcción de Subconjuntos para pasar el NFA a un DFA equivalente:

$$\begin{aligned}
 \epsilon\text{-clausura}(\{q_0\}) &= \{q_0, q_1, q_3\} = A \\
 \delta(A, a) &= \{q_2, q_4\} = B \\
 \delta(A, b) &= \{q_1, q_4\} = C \\
 \epsilon\text{-clausura}(B) &= \{q_2, q_4\} = B \\
 \delta(B, a) &= \{q_1, q_3\} = D \\
 \delta(B, b) &= \{q_2, q_3\} = E \\
 \epsilon\text{-clausura}(C) &= \{q_1, q_4\} = C \\
 \delta(C, a) &= \{q_2, q_3\} = E \\
 \delta(C, b) &= \{q_1, q_3\} = D \\
 \epsilon\text{-clausura}(D) &= \{q_1, q_3\} = D \\
 \delta(D, a) &= \{q_2, q_4\} = B \\
 \delta(D, b) &= \{q_1, q_4\} = C
 \end{aligned}$$

$$\epsilon\text{-clausura}(E) = \{q_2, q_3\} = E$$

$$\delta(E, a) = \{q_1, q_4\} = C$$

$$\delta(E, b) = \{q_2, q_4\} = B$$

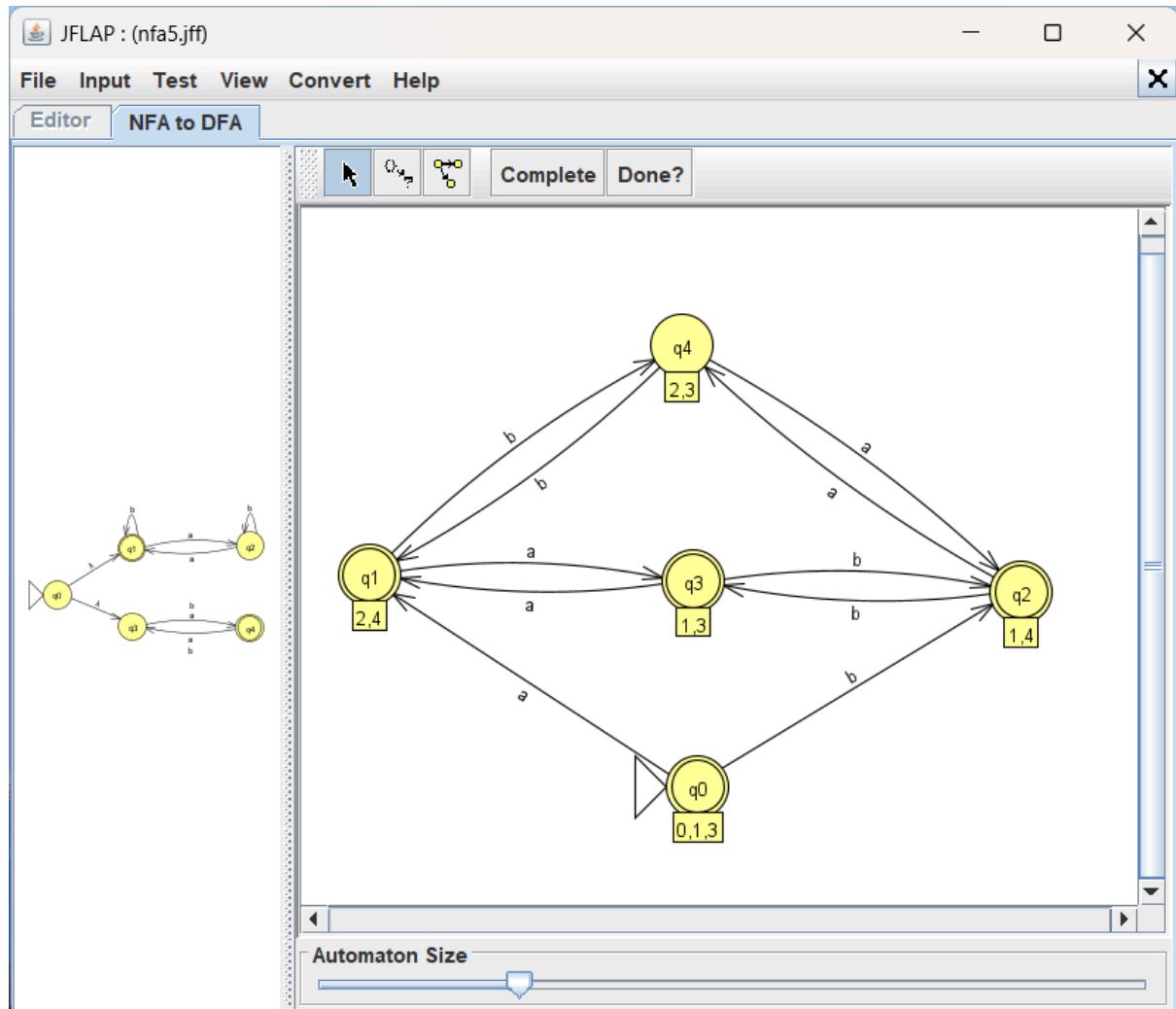


Figura 39: DFA equivalente al NFA anterior.

Algoritmo de minimización de estados para obtener el DFA mínimo:

$$\pi = \{\{A, B, C, D\}, \{E\}\}$$

$$\pi' = \{\{A, B, D\}, \{C\}, \{E\}\}$$

$$\pi'' = \{\{A\}, \{B, D\}, \{C\}, \{E\}\}$$

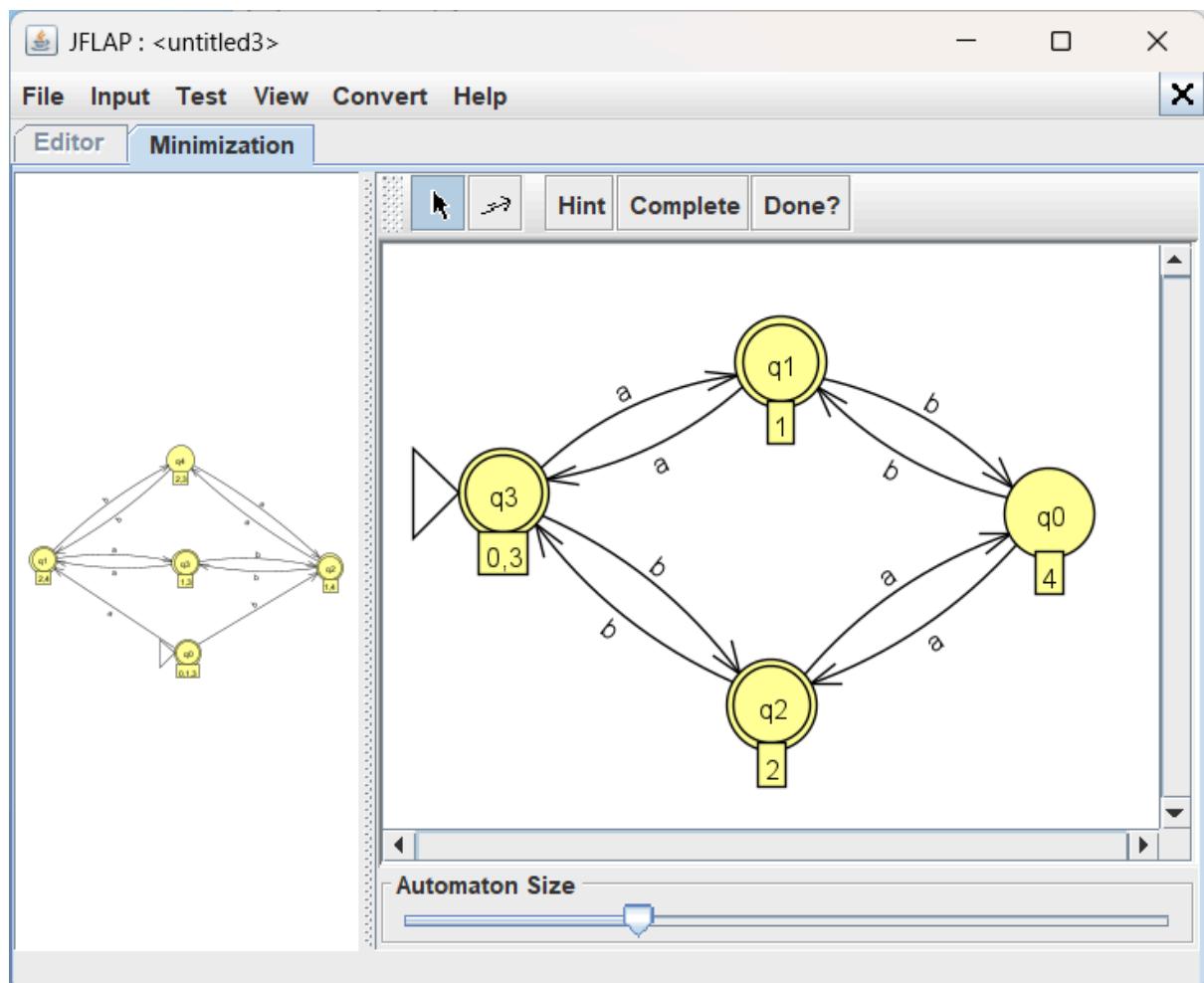


Figura 40: DFA mínimo equivalente.

2.6. Diseñar un autómata finito no determinista que reconozca cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{x, y, z\}$ que contengan al menos dos símbolos iguales consecutivos. A partir del NFA diseñado, obtenga un DFA mínimo equivalente.

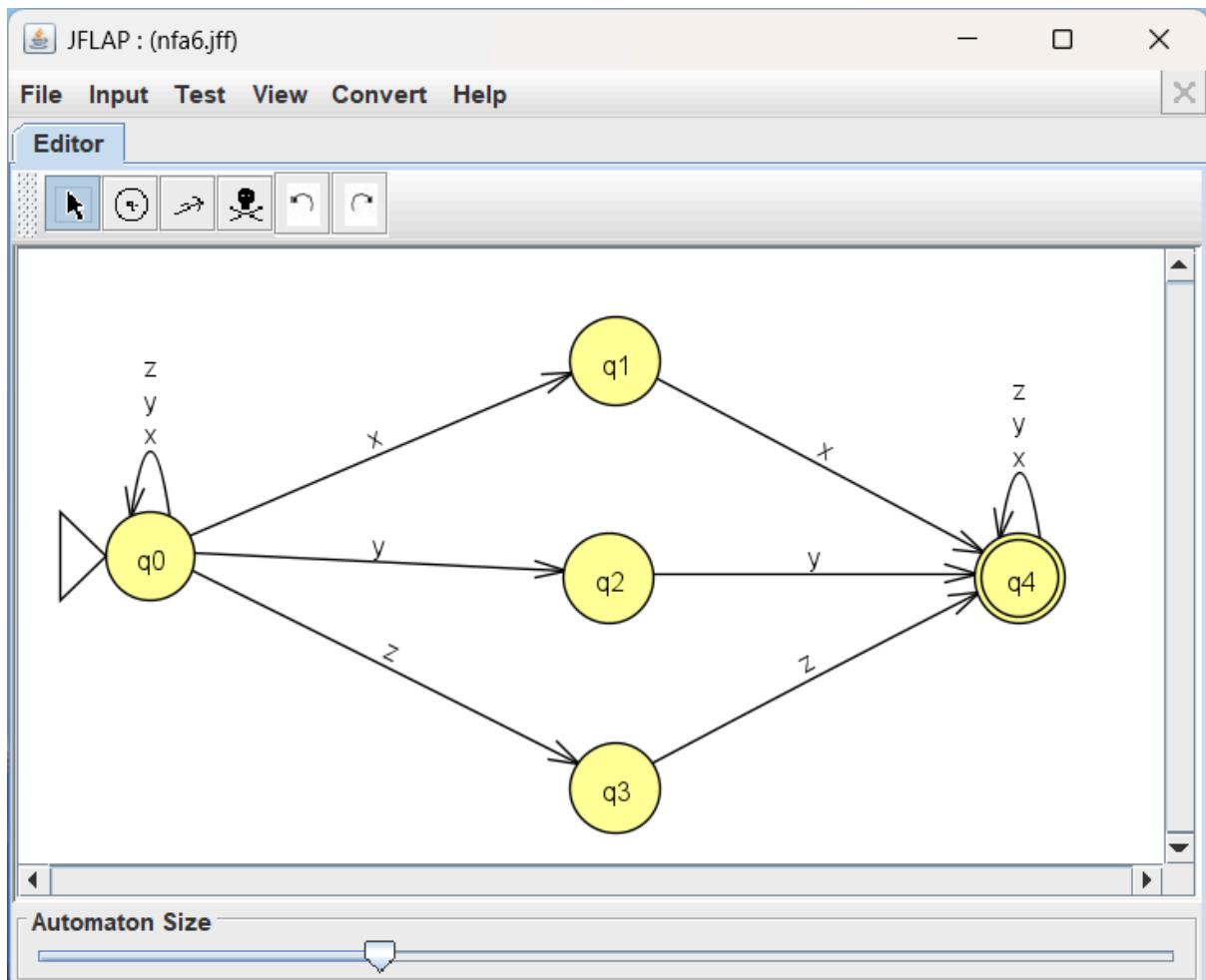


Figura 41: NFA que reconoce cadenas que contengan al menos dos símbolos iguales consecutivos sobre el alfabeto $\Sigma = \{x, y, z\}$

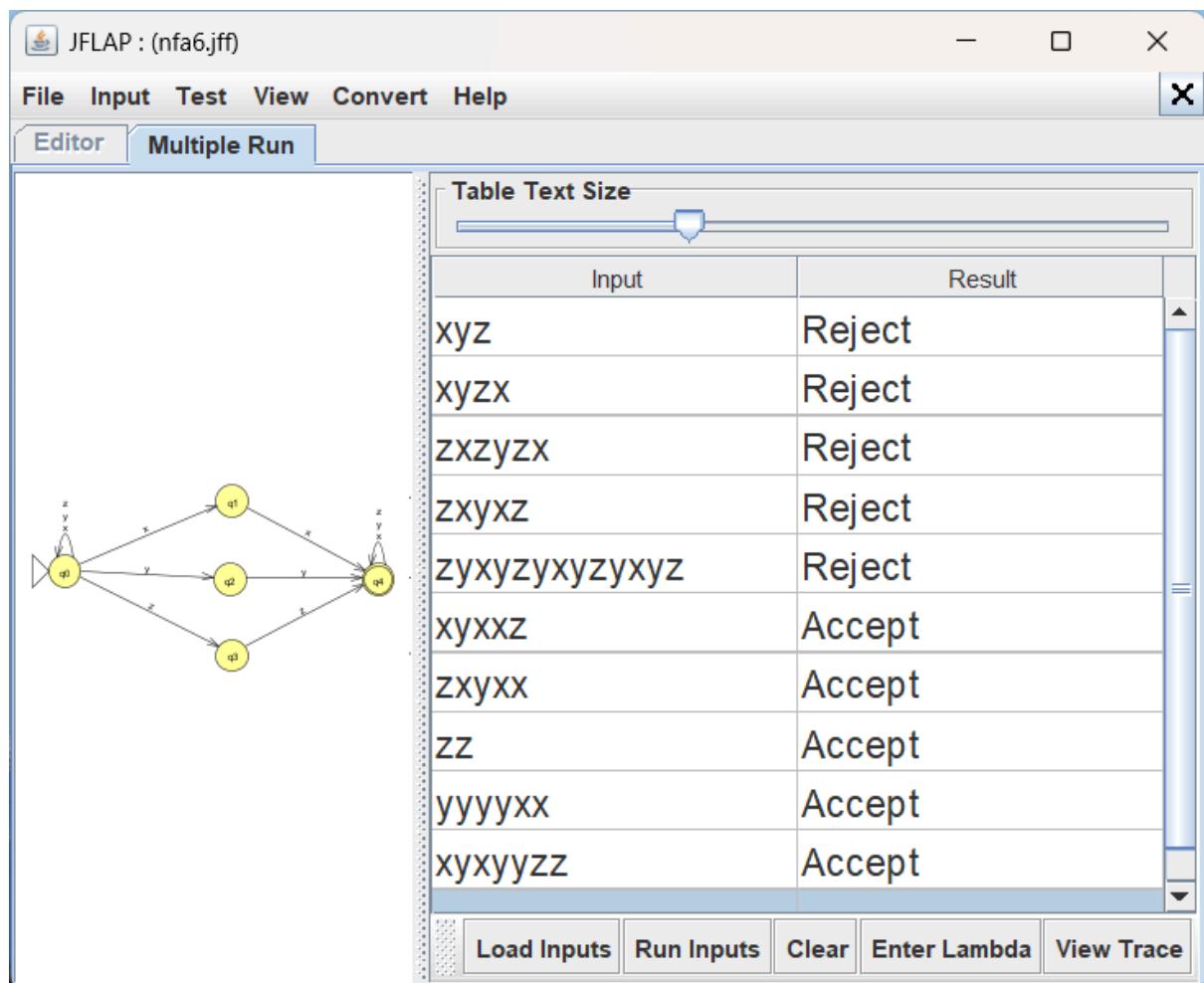


Figura 42: Cadenas de prueba para el NFA anterior.

Algoritmo de Construcción de Subconjuntos (sin ϵ -clausura ya que no hay epsilon transiciones) para pasar el NFA a un DFA equivalente:

$$\begin{aligned}
 S &= \{q_0\} = A \\
 \delta(A, x) &= \{q_0, q_1\} = B \\
 \delta(A, y) &= \{q_0, q_2\} = C \\
 \delta(A, z) &= \{q_0, q_3\} = D \\
 \delta(B, x) &= \{q_0, q_1, q_4\} = E \\
 \delta(B, y) &= \{q_0, q_2\} = C \\
 \delta(B, z) &= \{q_0, q_3\} = D \\
 \delta(C, x) &= \{q_0, q_1\} = B \\
 \delta(C, y) &= \{q_0, q_2, q_4\} = F \\
 \delta(C, z) &= \{q_0, q_3\} = D \\
 \delta(D, x) &= \{q_0, q_1\} = B \\
 \delta(D, y) &= \{q_0, q_2\} = C \\
 \delta(D, z) &= \{q_0, q_3, q_4\} = G \\
 \delta(E, x) &= \{q_0, q_1, q_4\} = E \\
 \delta(E, y) &= \{q_0, q_2, q_4\} = F
 \end{aligned}$$

$$\delta(E, z) = \{q_0, q_3, q_4\} = G$$

$$\delta(F, x) = \{q_0, q_1, q_4\} = E$$

$$\delta(F, y) = \{q_0, q_2, q_4\} = F$$

$$\delta(F, z) = \{q_0, q_3, q_4\} = G$$

$$\delta(G, x) = \{q_0, q_1, q_4\} = E$$

$$\delta(G, y) = \{q_0, q_2, q_4\} = F$$

$$\delta(G, z) = \{q_0, q_3, q_4\} = G$$

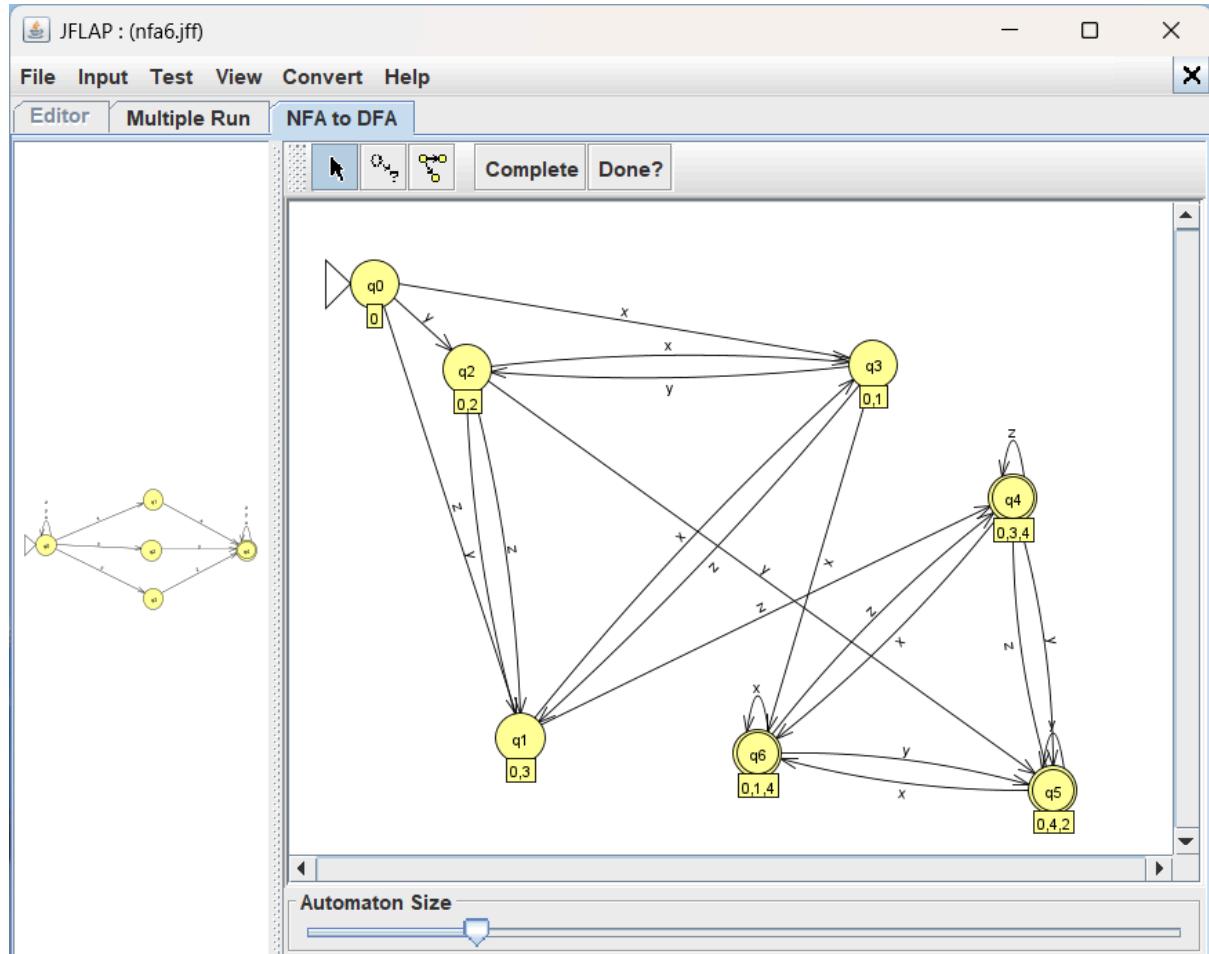


Figura 43: DFA equivalente al NFA anterior.

Algoritmo de minimización de estados para obtener el DFA mínimo:

$$\pi = \{\{E, F, G\}, \{A, B, C, D\}\}$$

$$\pi' = \{\{E, F, G\}, \{B\}, \{A, C, D\}\}$$

$$\pi'' = \{\{E, F, G\}, \{B\}, \{C\}, \{A, D\}\}$$

$$\pi''' = \{\{E, F, G\}, \{B\}, \{C\}, \{D\}, \{A\}\}$$

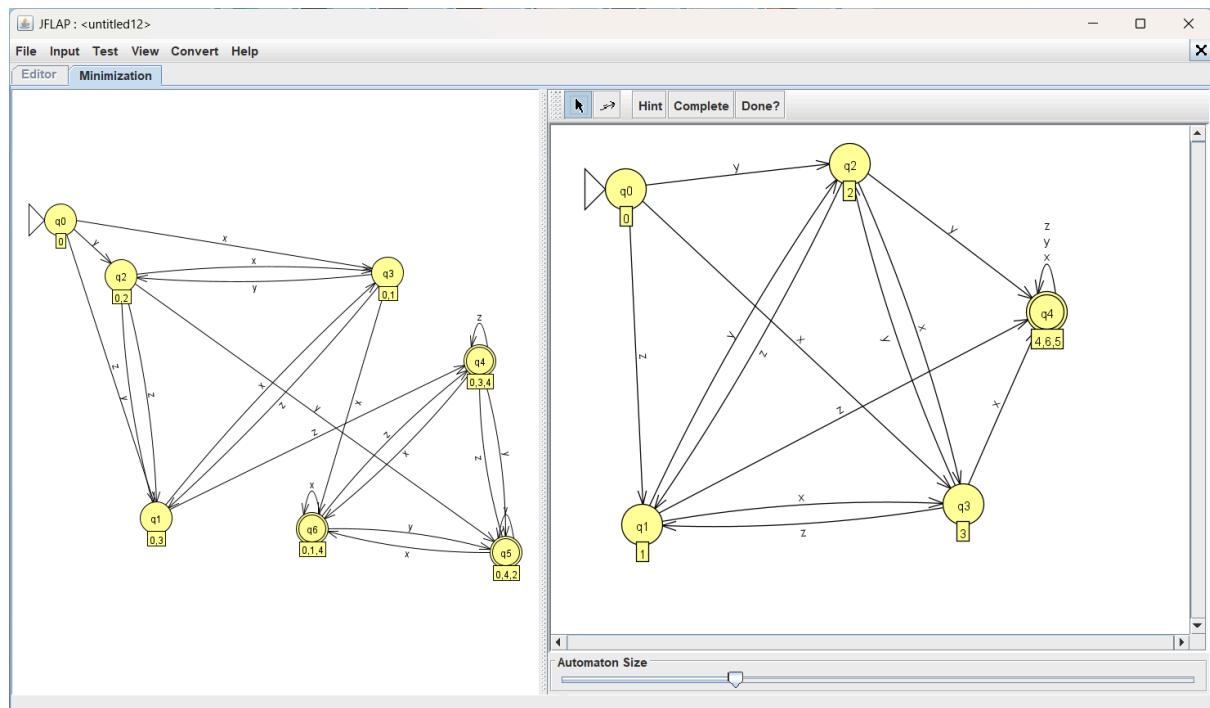


Figura 44: DFA mínimo equivalente.

2.7. Diseñar un autómata finito no determinista que reconozca cadenas w sobre el alfabeto $\{x, y, z\}$, con $|w| \geq 2$, tales que w empieza y termina por el mismo símbolo. A partir del NFA diseñado, obtenga un DFA mínimo equivalente.

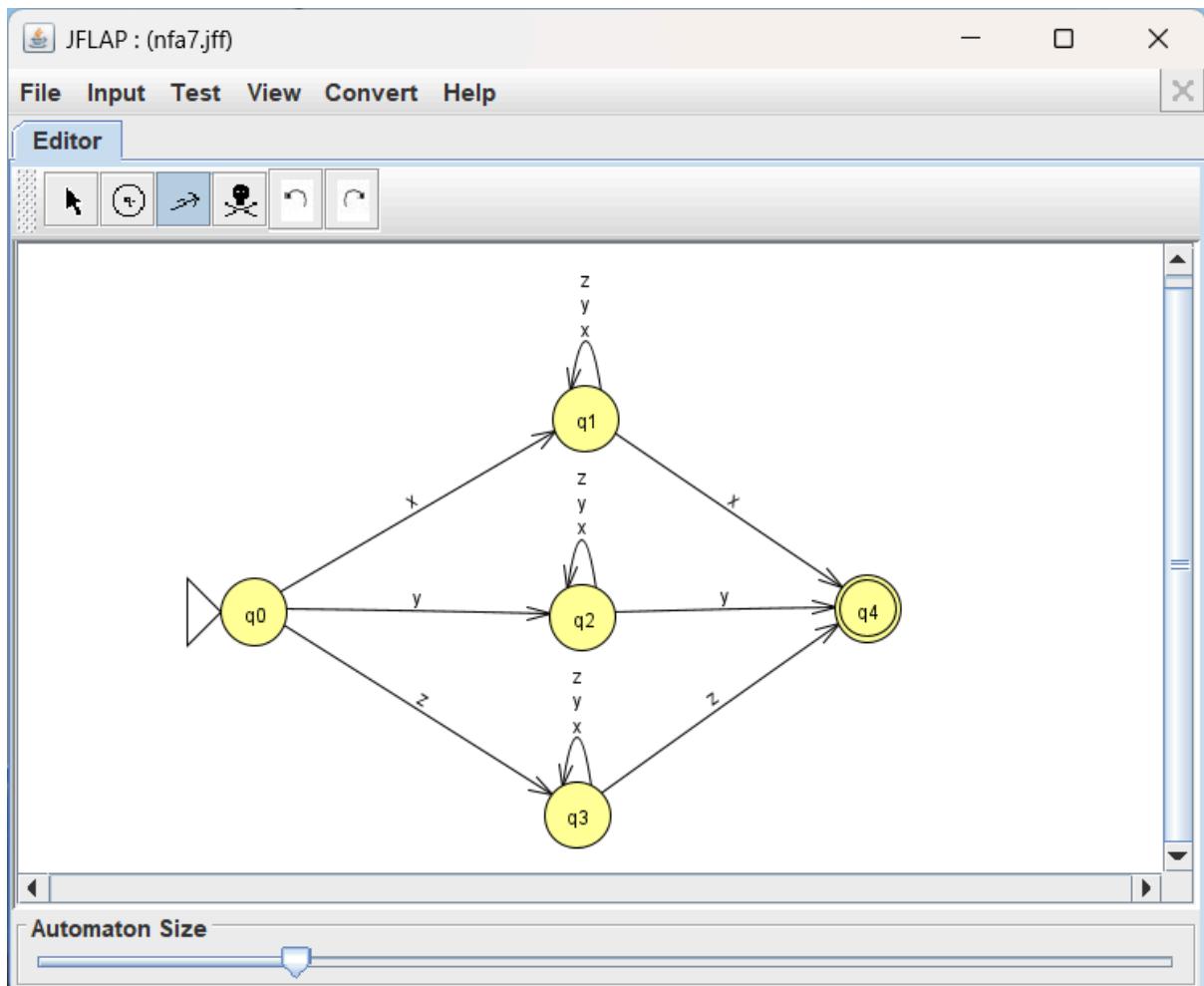


Figura 45: NFA que reconoce cadenas w sobre el alfabeto $\{x, y, z\}$, con $|w| \geq 2$, tales que w empieza y termina por el mismo símbolo.

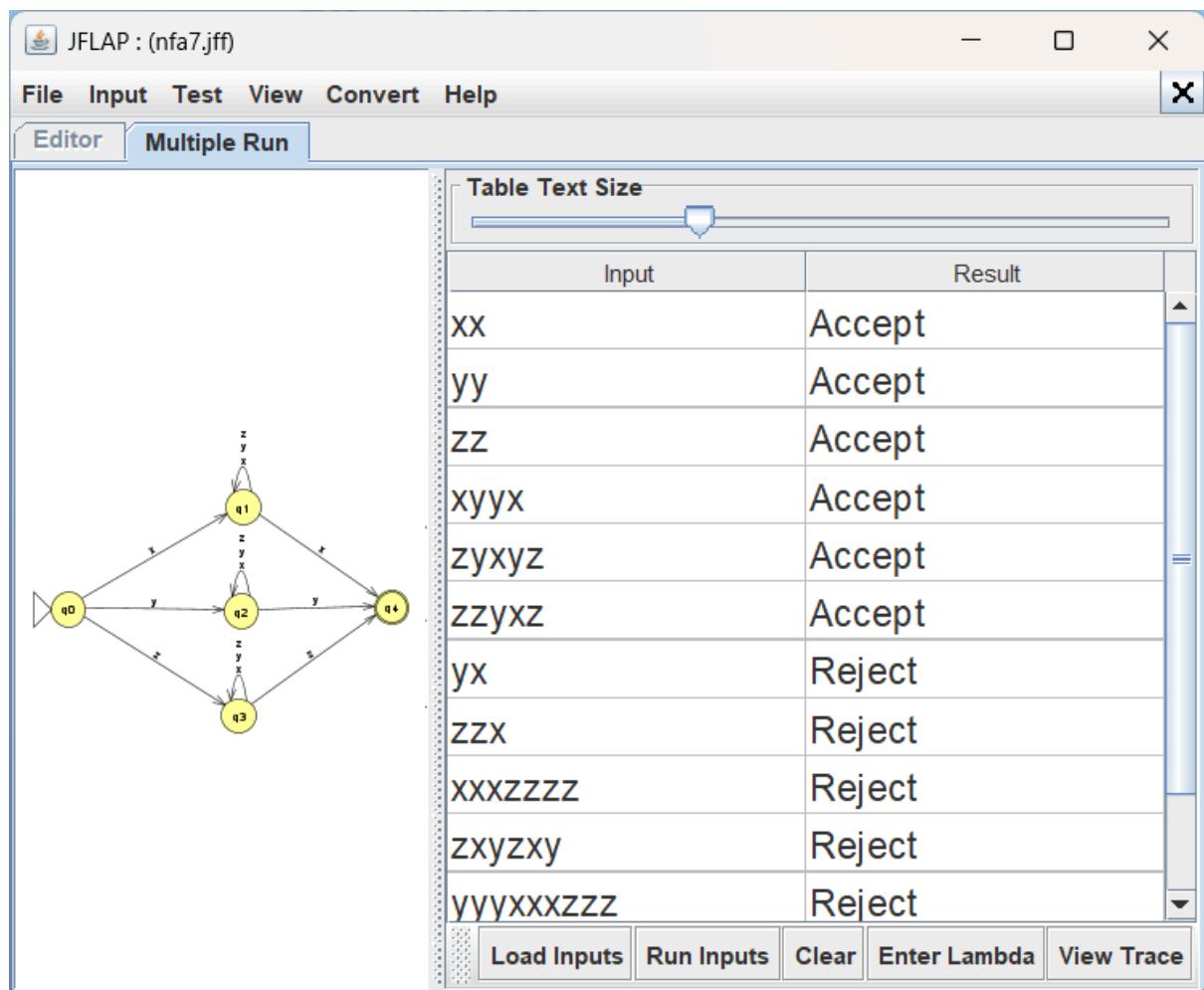


Figura 46: Cadenas de prueba para el NFA anterior.

Algoritmo de Construcción de Subconjuntos (sin ϵ -clausura ya que no hay epsilon transiciones) para pasar el NFA a un DFA equivalente:

$$\begin{aligned}
 S &= \{q_0\} = A \\
 \delta(A, x) &= \{q_1\} = B \\
 \delta(A, y) &= \{q_2\} = C \\
 \delta(A, z) &= \{q_3\} = D \\
 \delta(B, x) &= \{q_1, q_4\} = E \\
 \delta(B, y) &= \{q_1\} = B \\
 \delta(B, z) &= \{q_1\} = B \\
 \delta(C, x) &= \{q_2\} = C \\
 \delta(C, y) &= \{q_2, q_4\} = F \\
 \delta(C, z) &= \{q_2\} = C \\
 \delta(D, x) &= \{q_3\} = D \\
 \delta(D, y) &= \{q_3\} = D \\
 \delta(D, z) &= \{q_3, q_4\} = G \\
 \delta(E, x) &= \{q_1, q_4\} = E
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta(E, y) &= \{q1\} = B \\
 \delta(E, z) &= \{q1\} = B \\
 \delta(F, x) &= \{q2\} = C \\
 \delta(F, y) &= \{q2, q4\} = F \\
 \delta(F, z) &= \{q2\} = C \\
 \delta(G, x) &= \{q3\} = D \\
 \delta(G, y) &= \{q3\} = D \\
 \delta(G, z) &= \{q3, q4\} = G
 \end{aligned}$$

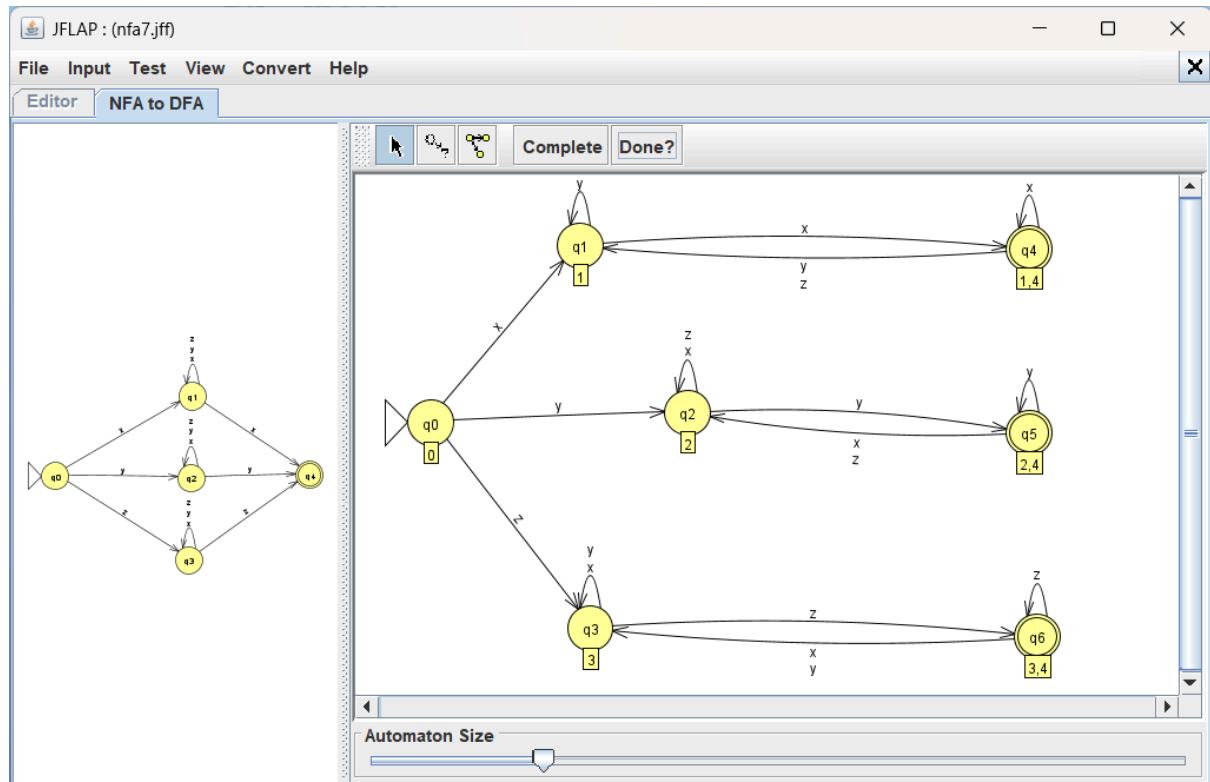


Figura 47: DFA equivalente al NFA anterior.

Algoritmo de minimización de estados para obtener el DFA mínimo:

$$\begin{aligned}
 \pi &= \{\{E, F, G\}, \{A, B, C, D\}\} \\
 \pi' &= \{\{E, F, G\}, \{B\}, \{A, C, D\}\} \\
 \pi'' &= \{\{E, F, G\}, \{B\}, \{C\}, \{A, D\}\} \\
 \pi''' &= \{\{E, F, G\}, \{B\}, \{C\}, \{D\}, \{A\}\} \\
 \pi'''' &= \{\{E, G\}, \{F\}, \{B\}, \{C\}, \{D\}, \{A\}\} \\
 \pi''''' &= \{\{E\}, \{G\}, \{F\}, \{B\}, \{C\}, \{D\}, \{A\}\}
 \end{aligned}$$

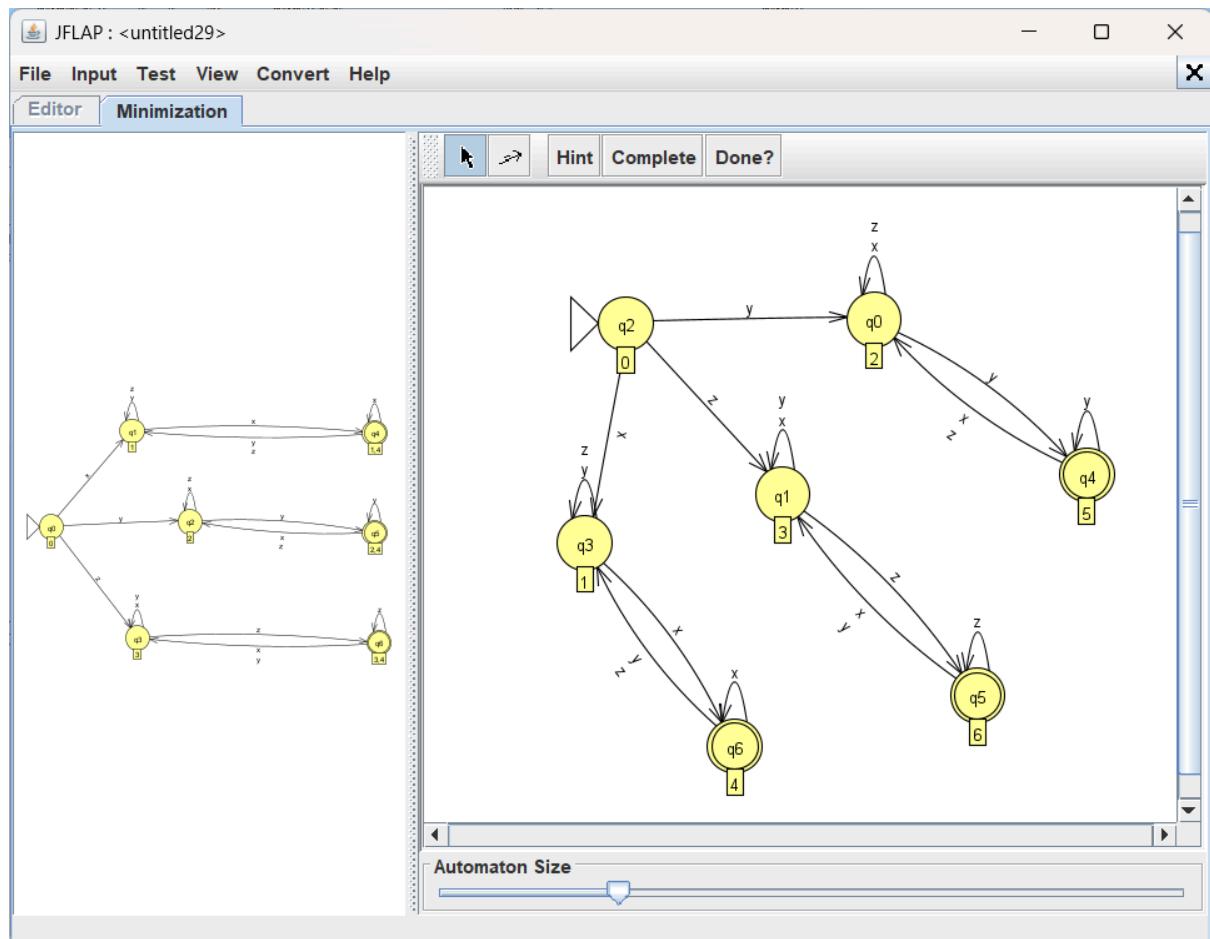


Figura 48: DFA mínimo equivalente.

3. Modificación

3.1. Diseñar un NFA que reconozca las cadenas del lenguaje binario con dos ceros consecutivos y dos unos consecutivos.

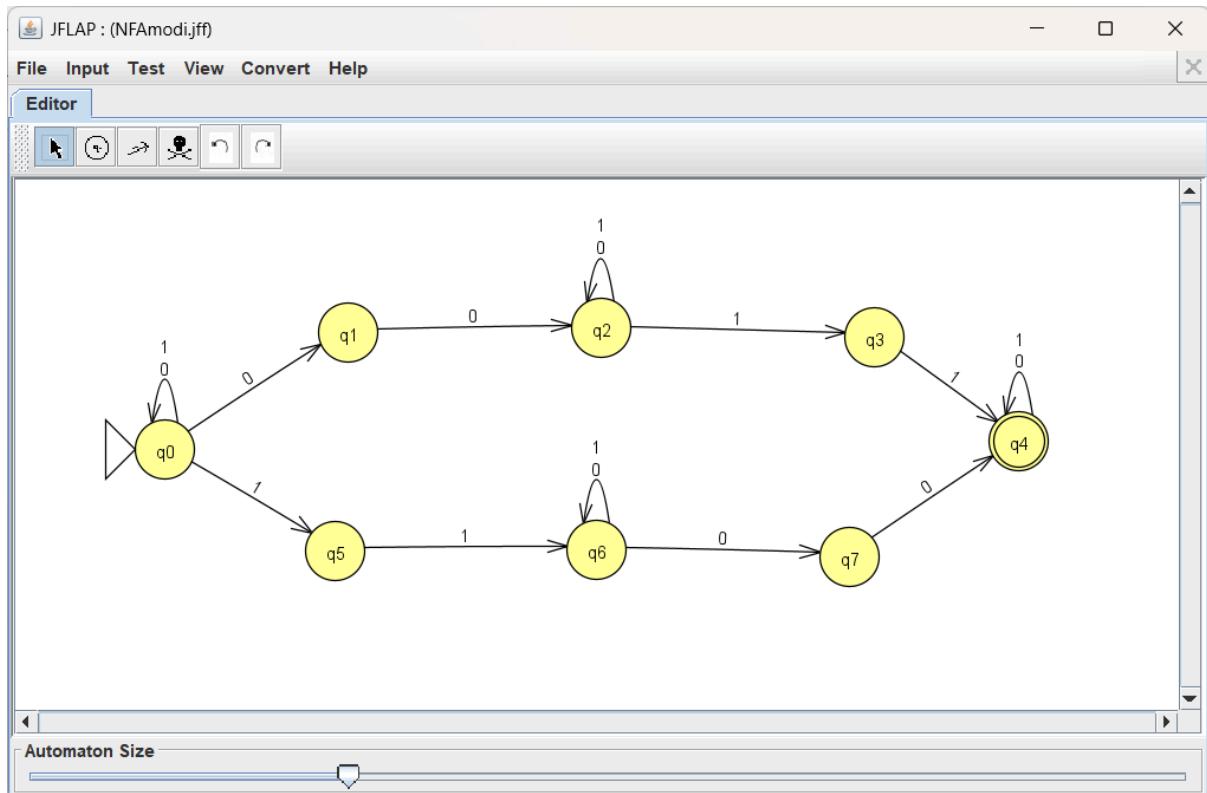


Figura 49: del lenguaje binario con dos ceros consecutivos y dos unos consecutivos.

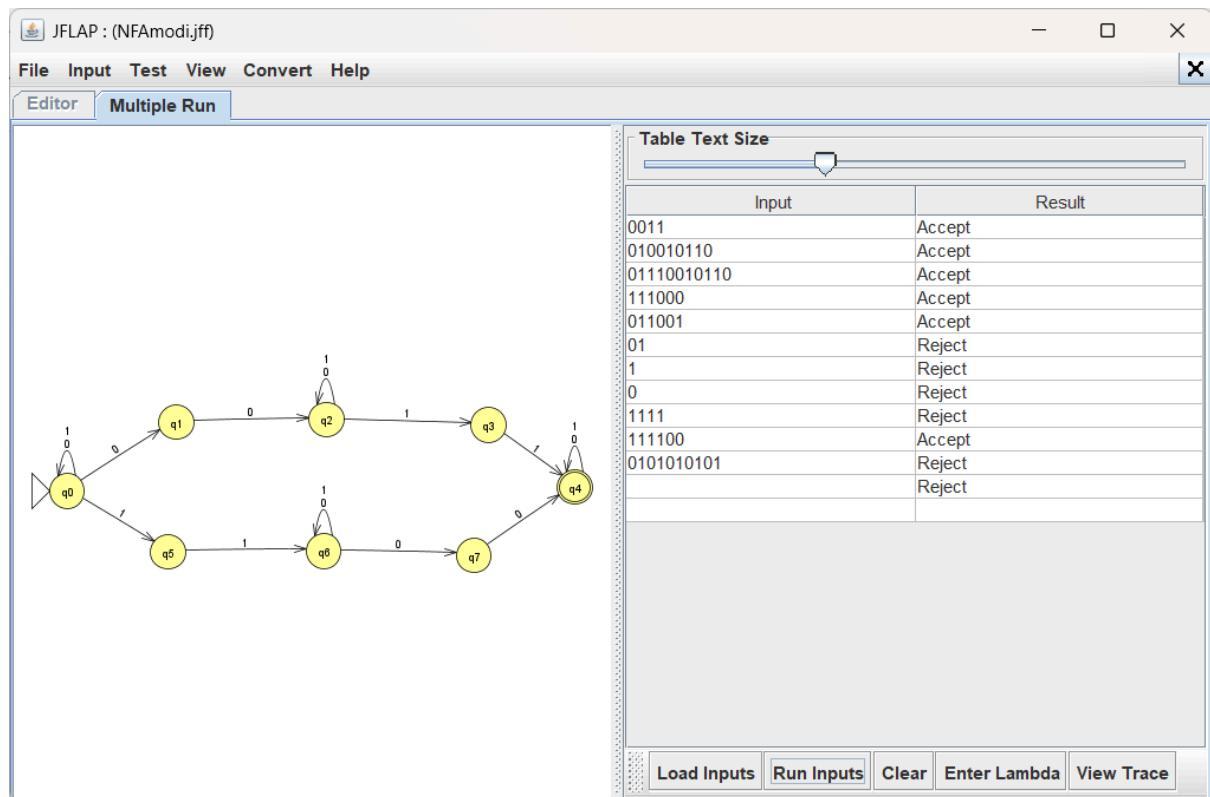


Figura 50: Cadenas de prueba para el NFA anterior.

Utilizamos el JFLAP para obtener un DFA equivalente:

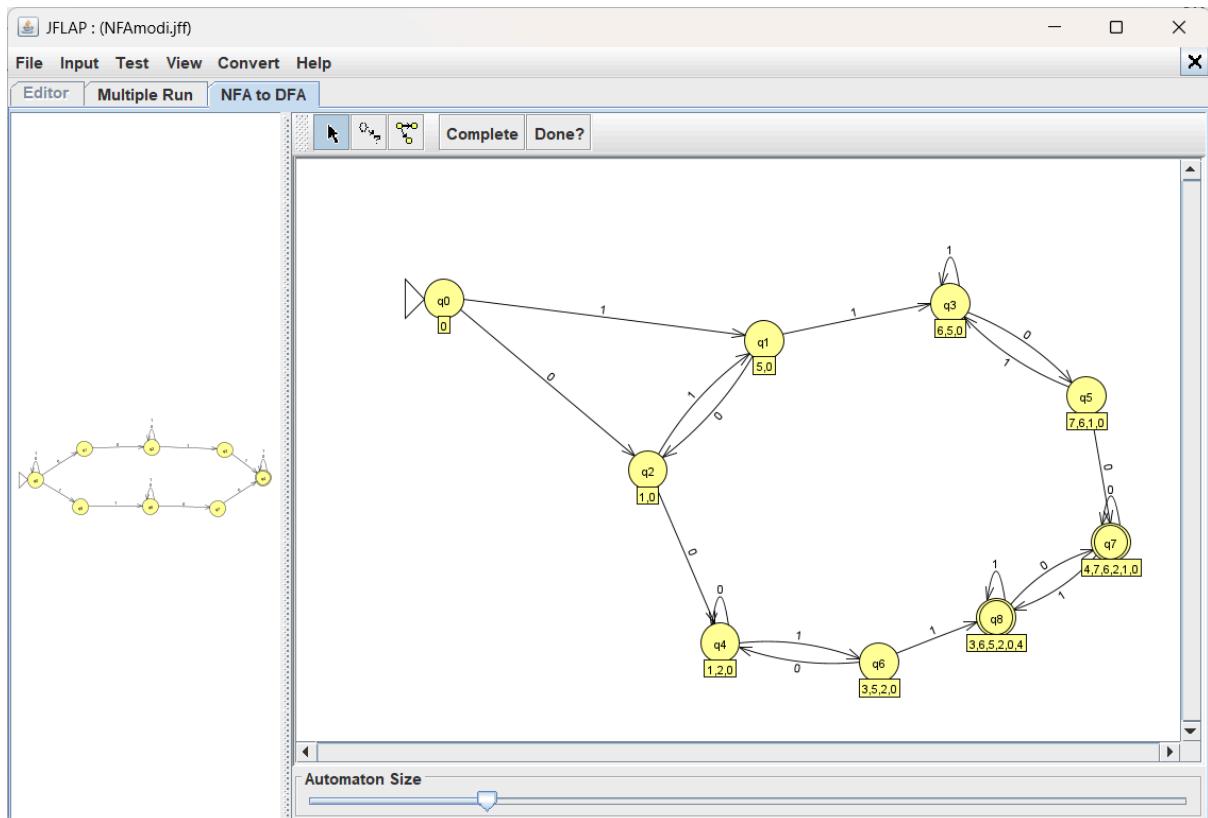


Figura 51: DFA equivalente al NFA anterior.

Utilizamos el JFLAP para minimizar el DFA anterior:

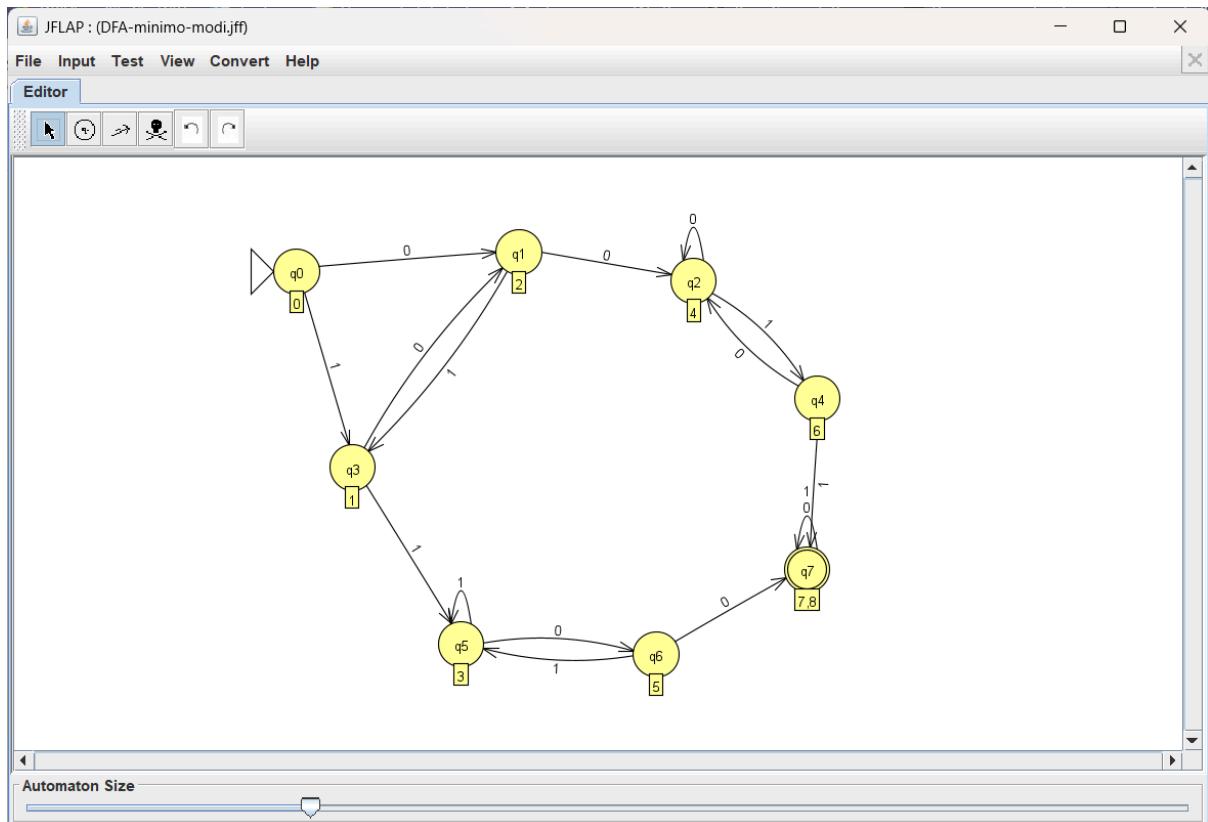


Figura 52: DFA mínimo equivalente.

Comprobamos la equivalencia del NFA y el DFA mediante el JFLAP:

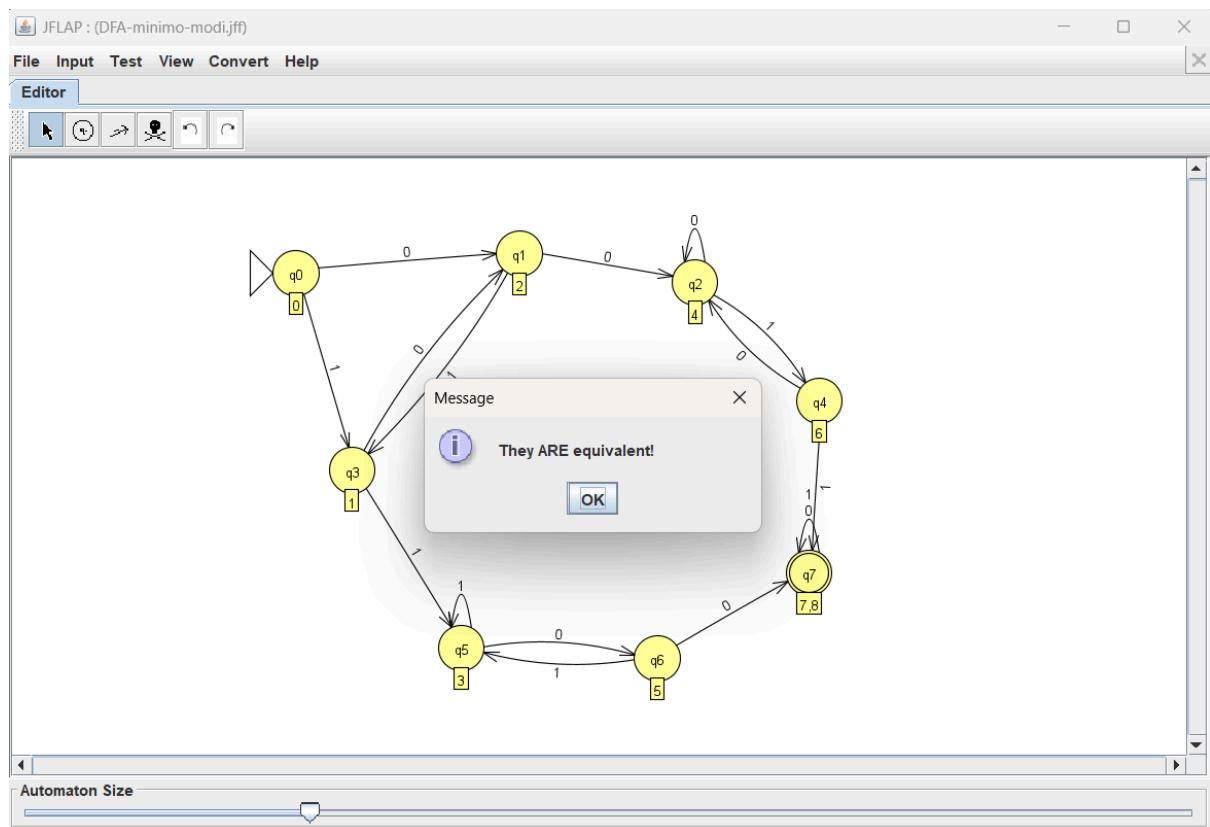


Figura 53: El DFA mínimo obtenido es equivalente al NFA del que partimos.