Universidad Nacional Autónoma de México

Estructuras de Datos y Análisis de Algoritmos 2.

Examen de Unidad 3.

Prof. Gerardo Tovar Tapia.

Alumna. Monroy Velázquez Alejandra Sarahí

Sección 1: Investigar y argumentar las siguientes cuestiones.

1) **Explicar el concepto de grafo.**

Un grafo en el ámbito de las ciencias de la computación es un tipo abstracto de datos (TAD), que consiste en un conjunto de nodos (también llamados vértices) y un conjunto de arcos (aristas) que establecen relaciones entre los nodos. El concepto de grafo TAD desciende directamente del concepto matemático de grafo. Formalmente, Un grafo G es un par ordenado G = (V,A), donde V es un conjunto de vértices o nodos y A es un conjunto de arcos o aristas, que relacionan estos nodos.

2) **Defina qué es una gráfica no dirigida.**

Una gráfica no dirigida G consta de un conjunto V de vértices o nodos y un conjunto E de lados, llamados ramas o aristas, tales que cada lado e ∈ E está asociado a un par no ordenado de vértices.

3) **Que significa para u y v ser vértices adyacentes en una gráfica.**

Un vértice u es adyacente a otro vértice v si el grafo contiene una arista (v,u) que los une.

4) **Investigar que son aristas paralelas.**

En teoría de grafos, las aristas múltiples (también llamadas aristas paralelas o una multi-arista), son dos o más aristas que son incidentes (es decir, que conectan) a al menos dos vértices.

5) **Investigar qué significa para un vértice ser incidente sobre una arista.**

Los vértices son adyacentes si están unidos mediante una arista

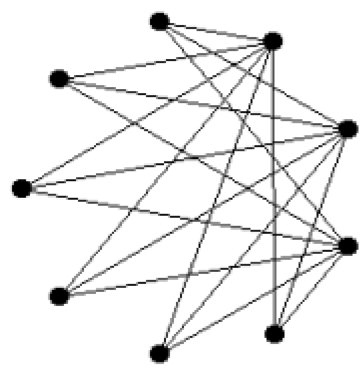
6) **Investigar y argumentar cuál es la diferencia entre un trayecto y un ciclo en un grafo.**

Una trayectoria en un grafo es una secuencia de una o más aristas que conecta.
Un ciclo es un camino que empieza y acaba en el mismo vértice.

En el ciclo el camino debe empezar en un vértice y terminar en el mismo, mientras que en el trayecto puede terminar en otro distinto al cual se empezó.

7) **Investigar y dar un ejemplo de un grafo conexo**

En teoría de grafos, un grafo se dice conexo si, para cualquier par de vértices u y v en G, existe al menos una trayectoria (una sucesión de vértices adyacentes que no repita vértices) de u a v.



8) **Investigar que es un ciclo de Euler en el contexto de grafos.**

En la teoría de grafos, un camino euleriano es un camino que pasa por cada arista una y solo una vez.
La palabra ciclo se emplea en teoría de grafos para indicar un camino cerrado en un grafo, es decir, en que el nodo de inicio y el nodo final son el mismo

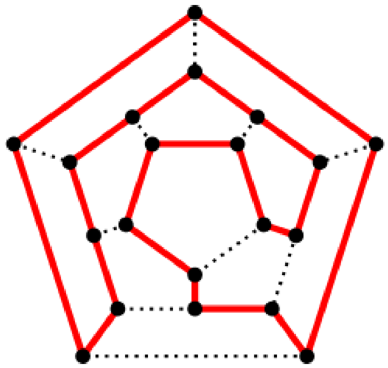
Si un grafo admite un ciclo euleriano, se denomina grafo euleriano.

9) **Investigar que es un ciclo hamiltoniano en el contexto de grafos.**

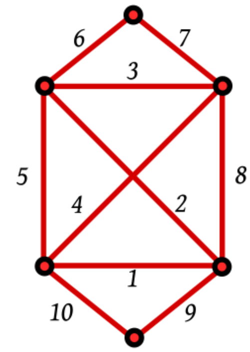
Es un camino de un grafo, que visita todos los vértices del grafo una sola vez. Si además el último vértice visitado es adyacente al primero, el camino es un ciclo hamiltoniano.

10) **De un ejemplo de una gráfica que tenga un ciclo hamiltoniano y una que tenga un ciclo de Euler.**

Ciclo Hamiltoniano



Ciclo euleriano



11) **Investigar que es una matriz de adyacencia.**

La matriz de adyacencia es una matriz cuadrada que se utiliza como una forma de representar relaciones binarias.

1. Se crea una matriz cero, cuyas columnas y filas representan los *nodos* del grafo.
2. Por cada arista que une a dos nodos, se suma 1 al valor que hay actualmente en la ubicación correspondiente de la matriz.

   Si tal arista es un bucle y el grafo es no dirigido, entonces se suma 2 en vez de 1.

12) **Investigar que es una matriz de incidencia.**

La matriz de incidencia es una matriz binaria (sus elementos sólo pueden ser unos o ceros), que se utiliza como una forma de representar relaciones binarias.

1. Las columnas de la matriz representan las *aristas* del grafo.
2. Las filas representan a los distintos nodos.
3. Por cada nodo unido por una arista, ponemos un uno (1) en el lugar correspondiente, y llenamos el resto de las ubicaciones con ceros (0).

Sección 2: Resolver los siguientes ejercicios.

Nota: Esta sección 2 se resolvió en hojas blancas y fueron escaneadas.

1) **Representar mediante un grafo ponderado la siguiente situación**

La figura 8.1.1 muestra el sistema de carreteras de Wyoming; cierta persona es responsable de inspeccionar este sistema. En particular, el inspector de carreteras debe recorrerlas y entregar informes de las condiciones de los caminos, la visibilidad de las líneas pintadas, el estado de las señales, etcétera. Como el inspector vive en Greybull, la manera más económica de inspeccionar todos los caminos sería comenzar en Greybull, recorrer cada carretera exactamente una vez y regresar a Greybull. ¿Es esto posible? ¿Puede decidir antes de seguir leyendo?

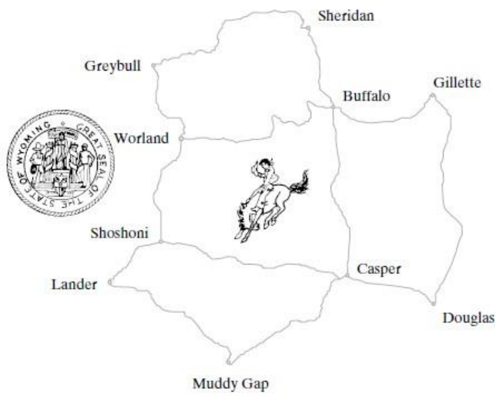
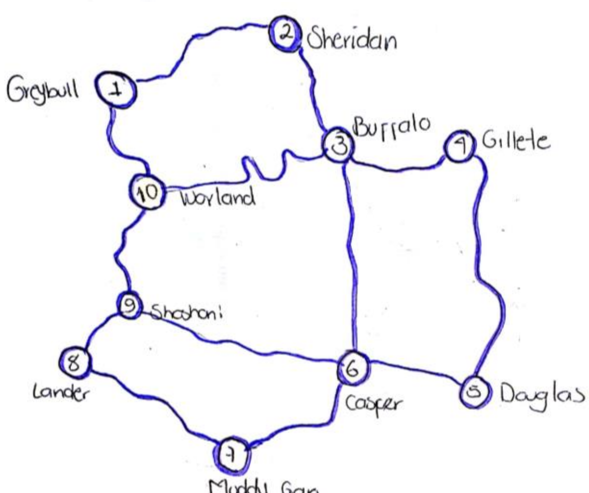


Figura 8.1.1 Parte del sistema de carreteras de Wyoming.

El inspector de carreteras no puede comenzar en Greybull, viajar por cada camino justo una vez y regresar al mismo punto. Supongamos que existe una trayectoria tal como se indico al principio del problema, consideremos al vértice Worland. Cada vez que se llega a Worland por alguna arista, se debe salr por otra diferente, pero cada arista que toca a este punto se debe usar, pero como las aristas que lo tocan deben ocurrir en pares existe una contradicción.

Si existe tal camino, a cada vertice le tocaria un numero par de aristas, cosa que no sucede en el grafo planteado.



2) Resolver

En un torneo, el Nieve venció a los Faisanes una vez, el Rascacielos venció al Tuna una vez, el Nieve venció al Rascacielos dos veces, los Faisanes vencieron al Tuna una vez y los Faisanes vencieron al Rascacielos una vez. En los ejercicios 1 al 4, use una gráfica para modelar el torneo. Los equipos son los vértices. Describa el tipo de gráfica usada (no dirigida, dirigida, simple).

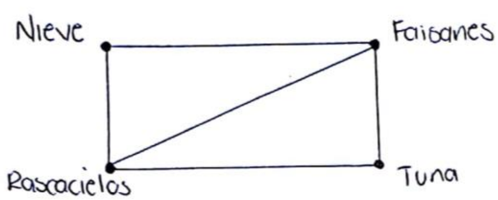
1. Hay una arista entre los equipos si los equipos jugaron.

2. Hay una arista entre los equipos para cada juego jugado.

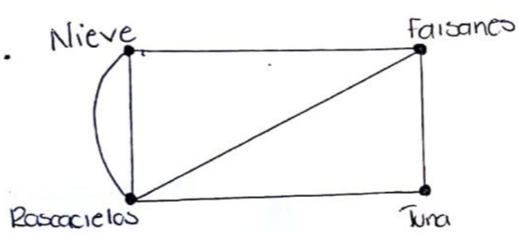
3. Hay una arista del equipo t_i al equipo t_j si t_i venció a t_j al menos una vez.

4. Hay una arista del equipo t_i al equipo t_j por cada victoria de t_i sobre t_j.

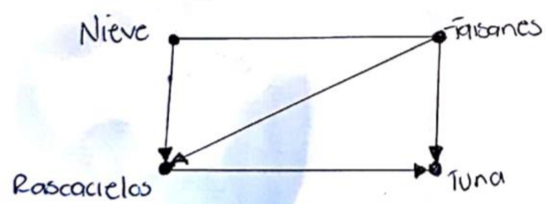
1. Simple



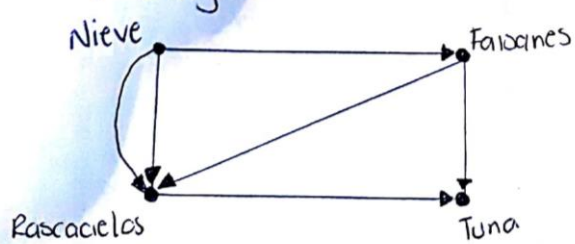
2. No Dirigida.



3. Dirigida.



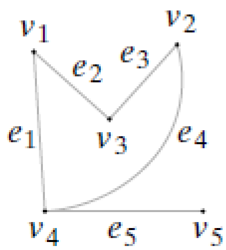
4. Dirigida



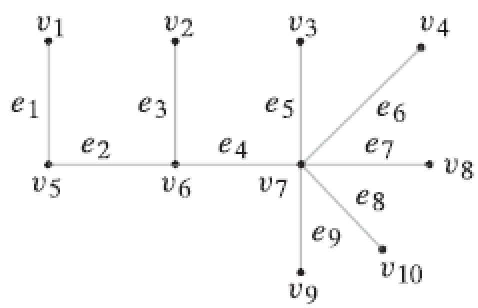
3) Determinar y argumentar respuesta.

Determine qué gráficas en los ejercicios . son bipartitas. Si la gráfica es bipartita, especifique los conjuntos ajenos de vértices.

17.



18.



3) 17. La gráfica es bipartita

$V_1 = \{V_1, V_2, V_5\}$

$V_2 = \{V_3, V_4\}$

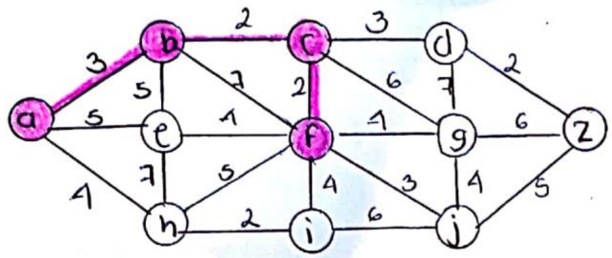
18. No es bipartita

La grafica es bipartita porque existe una partición de los vértices de G en dos conjuntos V 1 y V 2 (no vacíos) de forma que cada arista de G tenga un extremo en V 1 y el otro en V 2

4) Encontrar

En los ejercicios 1 al 5, encuentre la longitud de una ruta más corta entre cada par de vértices en la gráfica ponderada.

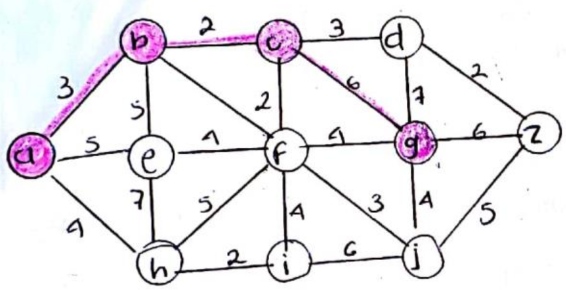
A	(0,A)		
B	(3,A)	(3,A)	
C		(5,B)	(5,B)
D			
E	(5,A)	(8,B)	
F		(10,B)	(7,C)
G			
H	(4,A)		



1. a, F

a → b → c → F

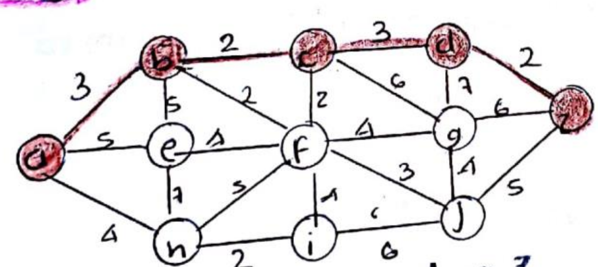
3 + 2 + 2 = 7



2. a, g.

a → b → c → g

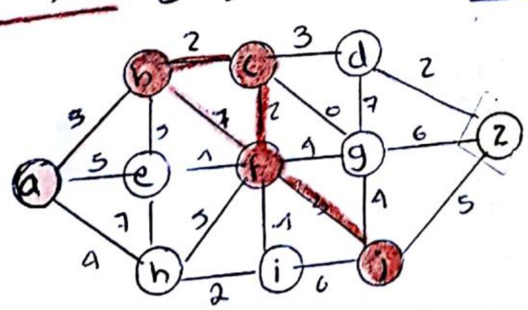
3 + 2 + 6 = 11



3. a, z

a → b → c → d → z

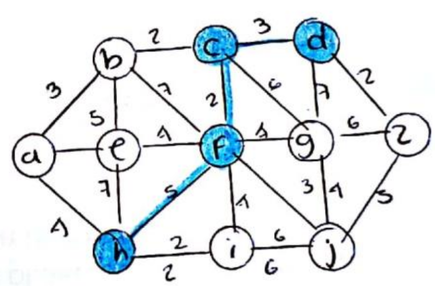
3 + 2 + 3 + 2 = 10



4. b, j.

b → c → f → j

2 + 2 + 3 = 7



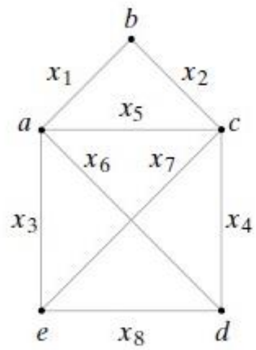
5. h, d.

h → f → c → d

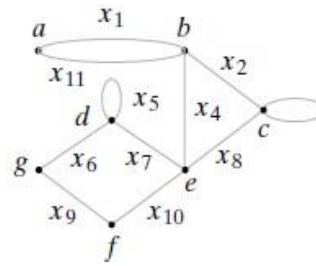
5 + 2 + 3 = 10

5) En los siguientes ejercicios dibujar la matriz de incidencia y adyacencia

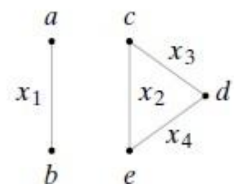
1.



2.



3.



5)

1.

adyacencia

	a	b	c	d	e
a	0	1	1	1	1
b	1	0	1	0	0
c	1	1	0	1	1
d	1	0	1	0	1
e	1	0	1	1	0

Incidencia

	a	b	c	d	e
x_1	1	1	0	0	0
x_2	0	1	1	0	0
x_3	1	0	0	0	1
x_4	0	0	1	1	0
x_5	1	0	1	0	0
x_6	1	0	0	1	0
x_7	0	0	1	0	1
x_8	0	0	0	1	1

2.

adyacencia

	a	b	c	d	e	f	g
a	0	1	0	0	0	0	0
b	1	0	1	0	1	0	0
c	0	1	1	0	1	0	0
d	0	0	0	1	1	0	1
e	0	1	1	1	0	1	0
f	0	0	0	0	1	0	1
g	0	0	0	1	0	1	0

Incidencia

	a	b	c	d	e	f	g
x_1	1	1	0	0	0	0	0
x_2	0	0	1	0	0	0	0
x_3	0	0	1	0	0	0	0
x_4	0	0	0	0	1	0	0
x_5	0	0	0	1	0	0	0
x_6	0	0	0	1	0	0	1
x_7	0	0	0	1	1	0	0
x_8	0	0	1	0	1	0	0
x_9	0	0	0	0	0	1	1
x_{10}	0	0	0	0	1	1	0
x_{11}	1	1	0	0	0	0	0

3.

adyacencia

	a	b	c	d	e
a	0	1	0	0	0
b	1	0	0	0	0
c	0	0	0	1	1
d	0	0	1	0	1
e	0	0	1	1	0

Incidencia

	a	b	c	d	e
x_1	1	1	0	0	0
x_2	0	0	1	0	1
x_3	0	0	1	1	0
x_4	0	0	0	1	1

6) Dibujar.

En los ejercicios 13 al 17, dibuje la gráfica representada por cada matriz de adyacencia.

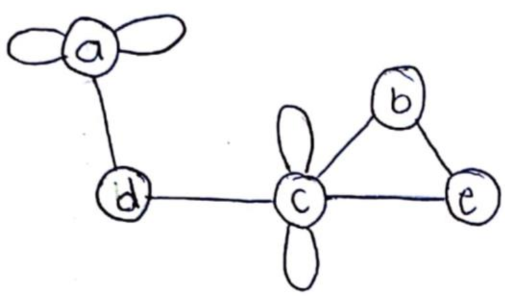
13.
$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

14.
$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

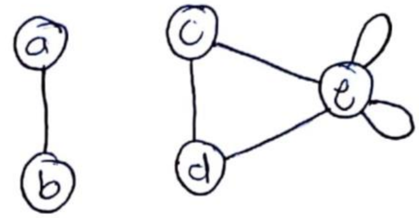
15.
$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & f \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

16.
$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & f \end{array} \\ \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

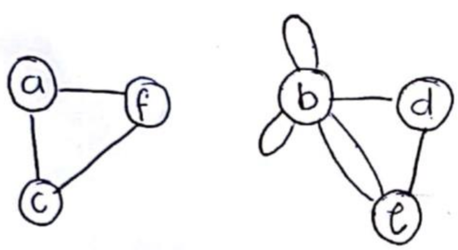
13.



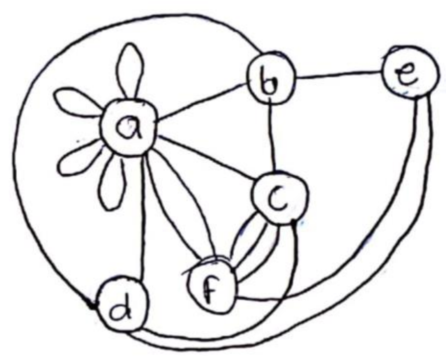
14.



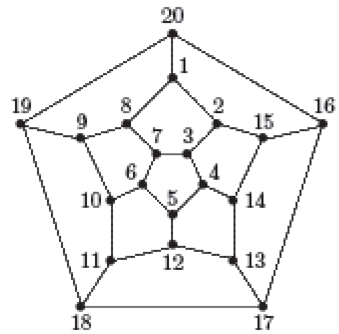
15.

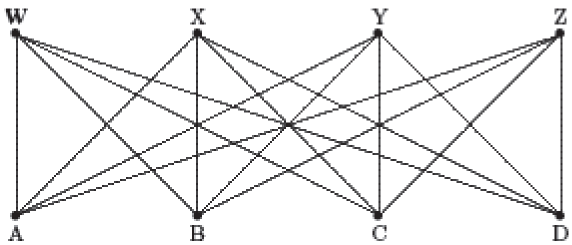


16.

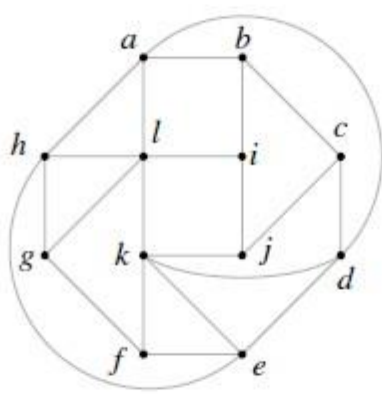


7) Usando los métodos de (Anchura, profundidad, colas) hacer el análisis y dibujar árbol de mínima expansión, para los siguientes grafos.

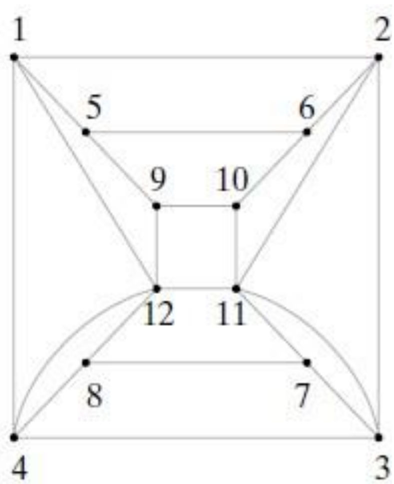




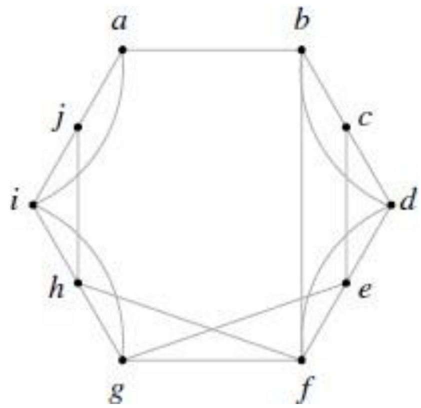
6.

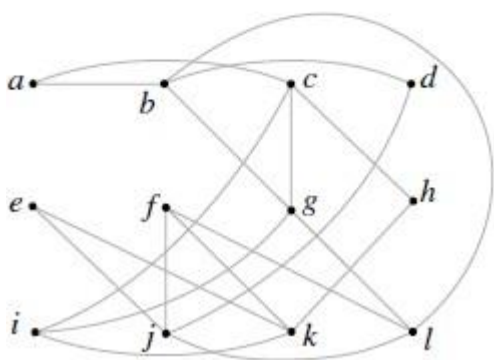


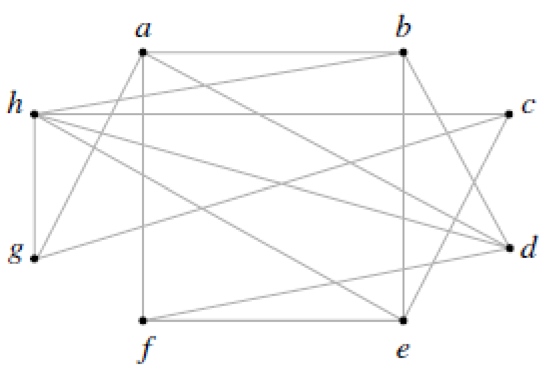
G_1



G_2

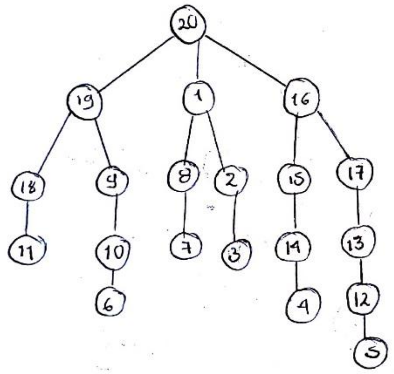

a
b
j
c
i
d
h
e
g
f


a
b
c
d
e
f
g
h
i
j
k
l

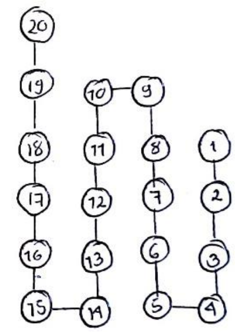

a
b
h
c
g
d
f
e

a)

1. Anchura



2. Profundidad

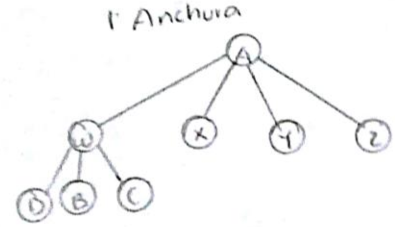


3. Cola

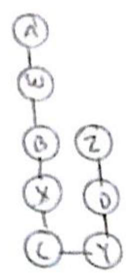
20	19	18	11	9	10	6	1	8	7	2	3	16	15	14	4	17	13	12	5

b)

1. Anchura



2. Profundidad.

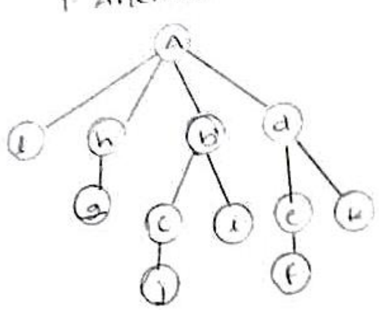


3. Cola

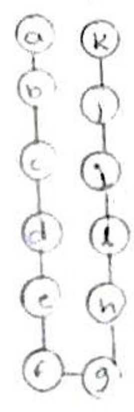
A	W	D	B	C	X	Y	Z

c)

1. Anchura



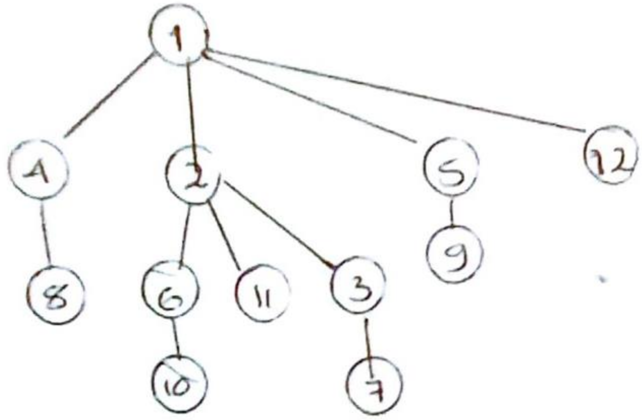
2. Profundidad



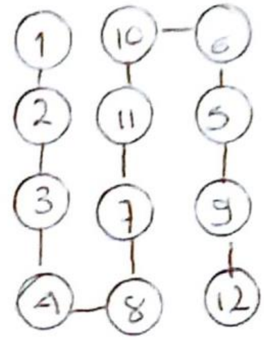
3 Cola

A	l	h	g	b	c	j	i	d	e	f	K

1. Anchura



2. Profundidad

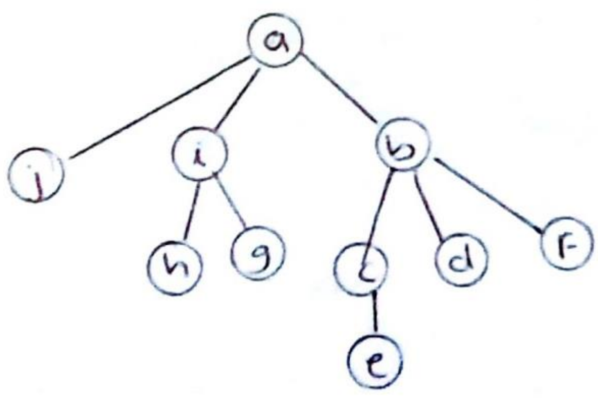


3. Cola

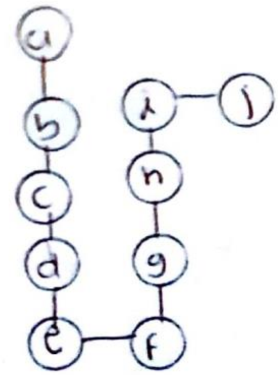
1	4	8	2	6	10	11	3	7	5	9	12

e)

1 Anchura.



2. Profundidad

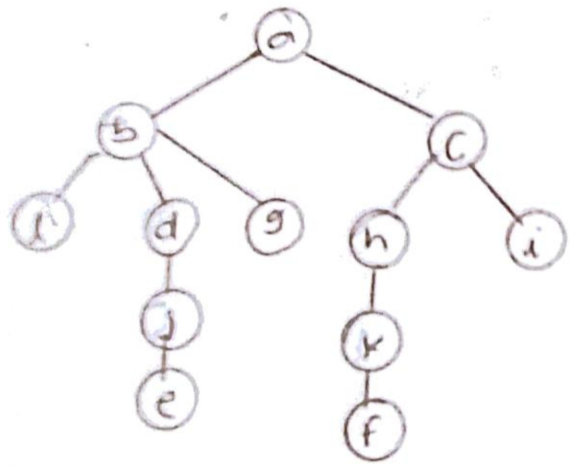


3. Cola

a	j	i	h	g	b	c	e	d	f

f)

1. Anchura.



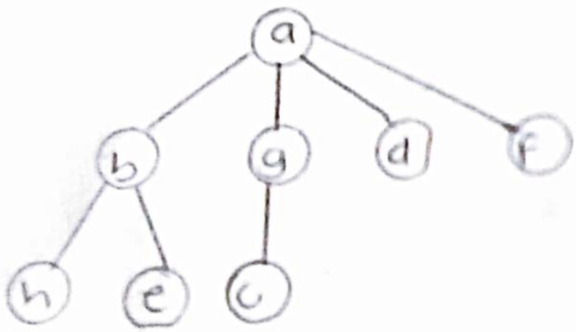
2. Profundidad

3. Cola

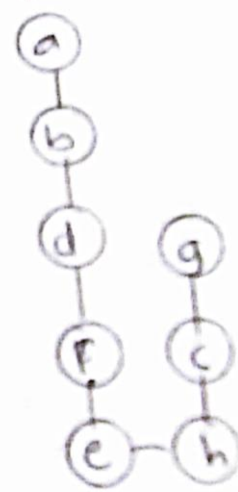
a	b	l	d	j	e	g	c	h

g)

1. Anchura



2. Profundidad



3. Cola

a	b	h	e	g	c	d	f

8) El siguiente código se tomó de la práctica 6.

```
def F(self,vert):
    vert.distancia=0
    vert.color='gris'
    vert.pred=-1
    q=list()

    q.append(vert.nombre)

    while len(q)>0:
        u=q.pop()
        node_u=self.vertices[u]
        for v in node_u.vecinos:
            node_v=self.vertices[v]
            if node_v.color=='white':
                node_v.color='gris'
                node_v.distancia=node_u.distancia+1
                node_v.pred=node_u.nombre
                q.append(v)
        self.vertices[u].color='black'
```

¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre F es verdadera?

a) F calcula la lista de todos los vecinos de un nodo en un grafo

b) F determina el recorrido primero en anchura de un grafo

c) F determina el recorrido primero en profundidad de un grafo

d) F convierte un árbol n-ario en un árbol binario

9) Para el siguiente grafo

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	0	0
2	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	1	1
4	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	0	1

¿Cuáles son los vértices adyacentes al nodo 4?

10) ¿Cuál de las siguientes es característica propias del algoritmo de grafos DFS ?

A) Es un algoritmo para recorrer un grafo G=(V,A) visitando primero los vértices más profundos en G siempre que sea posible.
B) Dado un grafo G=(V,A) y un vértice s , se exploran sistemáticamente las aristas de G para descubrir cada vértice que es alcanzable desde s
C) Cada nodo utiliza el atributo distancia , que mantiene la distancia del nodo inicial s al vértice u.

8.

Respuesta

a) f calcula la lista de todos los vecinos de un nodo en un grafo.

9

Respuesta

Los nodos adyacentes al vértice 1 son
1, 2 y 5

10.

Respuesta.

a) Es un algoritmo para recorrer un grafo G=(V,A), visitando primero los vértices más profundos en G siempre que sea posible.