COMPITO RO

Dato il seguente problema di programmazione lineare:

$$\min 2x_1 - 3x_2 + x_3$$
$$3x_1 + 2x_2 \leq 12$$
$$4x_1 - x_2 - 3x_3 \geq 2$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \leq 0, x_3 \geq 0$$

Rispondere alla seguenti domande senza risolvere tramite l'utilizzo di algoritmi.

a) Quali di questi vettori $x^{(1)} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $x^{(2)} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ sono soluzioni di base ammissibili? Perchè?

b) La/le soluzioni di base ammissibili del punto a) rimangono ancora tali se il problema di programmazione lineare da minimo cambia in massimo senza modificare funzione obiettivo e vincoli? Perchè?

c) Verificate se la/le soluzioni di base del punto a) sono anche ottime.

d) Può esistere una soluzione ammissibile del duale di valore pari a 16/2? Perchè?

e) Supponete che il problema di programmazione lineare sia della seguente forma

$$\min \gamma x_1 - 3x_2 + x_3$$
$$3x_1 + 2x_2 \leq 12 - \delta$$
$$4x_1 - x_2 - 3x_3 \geq 2$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \leq 0, x_3 \geq 0$$

dove γ, δ sono reali.

Calcolate per quali valori di γ e δ il vettore $x^{(3)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ è soluzione ottima del problema.