

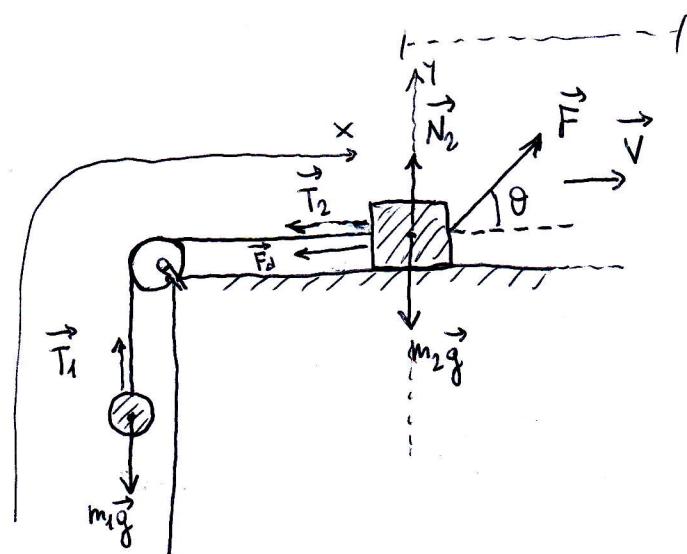
# ESERCIZI SULLE APPLICAZIONI DELLE LEGGI DEL MOTO

Serway, esempio 5.13

Un blocco di massa  $m_2$ , poggiato su un piano orizzontale scabro, è collegato a una palla di massa  $m_1$ , mediante una corda priva di massa e inestensibile, che passa su una pulleggia anch'essa di massa trascurabile, priva di attrito.

Una forza di modulo  $F$  e inclinata di un angolo  $\theta$  rispetto alla direzione orizzontale viene applicata al blocco che si muove verso destra. Il coefficiente di attrito dinamico tra il blocco e il piano è  $\mu_s$ .

Si determini il modulo delle accelerazioni dei due corpi.



Qui è schematizzato  
il diagramma di tutte  
le forze agenti su  
ciascuno dei due corpi.

Finiamo, come abbiamo sempre fatto per risolvere problemi di questo tipo, un "asse"  $x$  che si avvolge attorno alle curvature, con verso positivo coincidente con quello delle velocità dei due corpi, cioè verso l'alto nel tratto verticale e verso destra nel tratto orizzontale.

Risulta quindi:  $(m_1 \vec{g})_x = -m_1 g$ ,  $T_{1,x} = |\vec{T}_1|$ ,

$$T_{2,x} = -|\vec{T}_2|, \quad F_{d,x} = -\mu_d |\vec{N}_2|, \quad (m_2 \vec{g})_y = -m_2 g, \quad (m_2 \vec{g})_x = 0$$

$$N_{2,x} = 0, \quad N_{2,y} = |\vec{N}_2|, \quad F_x = F \cos \theta, \quad F_y = F \sin \theta, \quad \text{con} \\ F = |\vec{F}|.$$

Perché il corpo di massa  $m_2$  si muove di moto rettilineo lungo l'asse  $x$ , la componente delle sue accelerazione lungo l'asse  $y$  è nulla; dunque è nulla la componente  $y$  della risultante delle forze agenti sul corpo di massa  $m_2$ :

$$N_{2,y} + F_y + (m_2 \vec{g})_y = 0 \quad (\text{le altre forze agenti non hanno componente lungo l'asse } y).$$

Posto  $|\vec{N}_2| = N$ , possiamo scrivere quindi:

$$N_2 + F \sin \theta - m_2 g = 0$$

Risulta poi, per le note proprietà delle corde di mossa flessibile che si avvolgono attorno a una pulleggia di mossa flessibile:

$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$$

Applichiamo quindi la seconda legge della dinamica al corpo di massa  $m_2$ :

$$m_1 a_{1x} = T - m_1 g$$

Applichiamo la seconda legge della dinamica al corpo di massa  $m_2$ :

$$m_2 a_{2x} = F \cos \theta - T - \mu_d N_2$$

Poiché la fune è anche inestensibile, risulta ovviamente

$$a_{2x} = a_{1x} = a_x$$

Devono quindi valere le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} N_2 + F \sin \theta - m_2 g = 0 \\ m_1 a_x = T - m_1 g \\ m_2 a_x = F \cos \theta - T - \mu_d N_2 \end{cases}$$

Dalle prime equazione ricaviamo  $N_2$ :

$$N_2 = m_2 g - F \sin \theta \quad (\text{N.B.: deve risultare } F \leq \frac{m_2 g}{\sin \theta} !!)$$

Sostituiamo queste espressione nella terza equazione:

$$m_2 a_x = F \cos \theta - T - \mu_d (m_2 g - F \sin \theta), \quad \text{cioè}$$

$$m_2 a_x = F (\cos \theta + \mu_d \sin \theta) - T - \mu_d m_2 g \quad (*)$$

Priamiamo T dalla seconda equazione :

$$T = m_1 a_x + m_1 g$$

Sostituimmo queste espressione nell'equazione (\*):

$$m_2 a_x = F (\cos \theta + \mu_d \sin \theta) - m_1 a_x - m_1 g - \mu_d m_2 g$$

$$m_2 a_x = F (\cos \theta + \mu_d \sin \theta) - m_1 a_x - (m_1 + \mu_d m_2) g$$

$$(m_1 + m_2) a_x = F (\cos \theta + \mu_d \sin \theta) - (m_1 + \mu_d m_2) g$$

In fine ottieniamo :

$$a_x = \frac{F (\cos \theta + \mu_d \sin \theta) - (m_1 + \mu_d m_2) g}{m_1 + m_2}$$

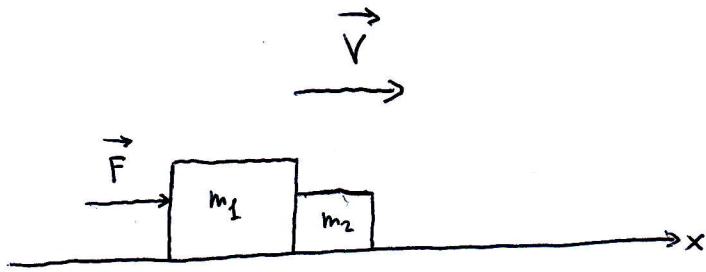
Attenzione !!

- 1) Questo e' un esempio di una situazione in cui il modulo della reazione vincolare del piano d'appoggio non e' uguale al modulo del componente delle forze peso perpendicolare al piano d'appoggio. Questo avviene perch<sup>e</sup> sul corpo di massa  $m_2$  agisce una forza aggiuntiva  $\vec{F}$  che ha una componente non nulla lungo la direzione perpendicolare al piano d'appoggio.
- 2)  $a_x$  puo' essere positiva o negativa a seconda del segno del numeratore dell'espressione di  $a_x$ .

Due blocchi di massa  $m_1$  e  $m_2$  sono posti sulla superficie orizzontale di un tavolo, in contatto fra loro. Il coefficiente di attrito dinamico fra il blocco di massa  $m_1$  e il tavolo è  $\mu_1$  e quello fra il blocco di massa  $m_2$  e il tavolo è  $\mu_2$ .

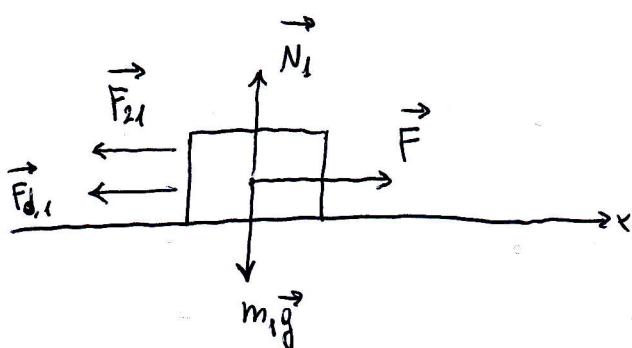
Una forza orizzontale di modulo  $F$  è applicata al blocco di massa  $m_1$ . Si vuole trovare il modulo  $P$  delle forze di contatto fra i blocchi.

- a) Si disegnino i diagrammi delle forze agenti su ogni blocco.
- b) Qual è la risultante delle forze agenti sul sistema dei due blocchi?
- c) Qual è la risultante delle forze agenti su  $m_1$ ?
- d) Qual è la risultante delle forze agenti su  $m_2$ ?
- e) Si scrive la seconda legge della dinamica nella direzione del moto per ciascun blocco.
- f) Si risolve il sistema di due equazioni e si calcoli l'accelerazione  $a_x$  dei blocchi in funzione delle masse, del modulo  $F$  delle forze applicata, dei coefficienti di attrito dinamico e di  $g$ .
- g) Si trovi il modulo  $P$  delle forze di contatto fra i blocchi in funzione delle stesse quantità.



Rappresentazione  
schematica del  
problema.

②) Forze agenti sul blocco di massa  $m_1$



$\vec{F}_{2,1}$ : forza di contatto  
esercitata dal blocco 2  
sul blocco 1

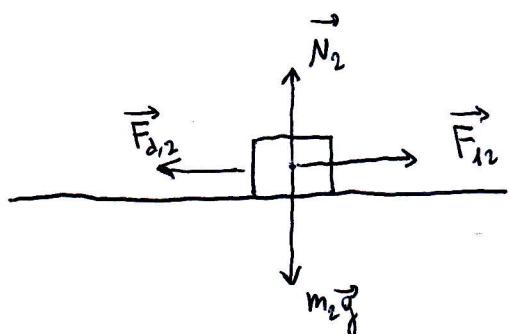
$\vec{F}_{d,1}$ : forza di attrito  
dinamico agente sul  
blocco 1

Risultato ovviamente, in questo caso:

$$\vec{N}_1 + m_1 \vec{g} = 0 \Rightarrow N_1 = |\vec{N}_1| = m_1 g$$

$$|\vec{F}_{d,1}| = F_{d,1} = \mu_1 N_1 = \mu_1 m_1 g$$

Forze agenti sul blocco di massa  $m_2$



$\vec{F}_{1,2}$ : forza di contatto  
esercitata dal blocco 1  
sul blocco 2

$\vec{F}_{d,2}$ : forza di attrito dinamico  
agente sul blocco 2.

$$\vec{N}_2 + m_2 \vec{g} = 0 \Rightarrow N_2 = |\vec{N}_2| = m_2 g$$

$$|\vec{F}_{d,2}| = F_{d,2} = \mu_2 N_2 = \mu_2 m_2 g$$

b) La risultante delle forze agenti sul sistema dei due blocchi, tenuto conto che  $\vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = 0$ ,  $\vec{N}_1 + m_1 \vec{g} = 0$ ,  $\vec{N}_2 + m_2 \vec{g} = 0$ , sono:

$$\vec{F}_{\text{ris}} = \vec{F} + \vec{F}_{d,1} + \vec{F}_{d,2}$$

Introducendo un asse  $x$  orizzontale orientato positivamente nel verso concorde a quello del vettore velocità  $\vec{v}$  dei due blocchi, risulta:

$$F_{\text{ris},x} = F - (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) g, \quad \text{essendo } F = |\vec{F}|$$

Affinché il sistema dei due blocchi possa muoversi nel verso positivo dell'asse  $x$ , deve quindi risultare

$$F \geq (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) g, \quad \text{affinché } F_{\text{ris},x} \geq 0 \quad \text{e quindi}$$

$$a_x \geq 0.$$

c) Poniamo  $|\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{12}| = P$ .

La risultante delle forze agenti sul corpo 1 (vedi diagramma)

è:

$$\vec{F}_{\text{ris},1} = \vec{F} + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{d,1} \quad (\text{essendo } \vec{N}_1 + m_1 \vec{g} = 0)$$

Dunque:  $F_{\text{ris},1,x} = F - P - \mu_1 m_1 g$

d) La risultante delle forze agenti sul corpo 2 e' (vedi diagramma):

$$\vec{F}_{\text{ris},2} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{d,2} \quad (\text{essendo } \vec{N}_2 + m_2 \vec{g} = 0)$$

Dunque:

$$F_{\text{ris},2,x} = P - \mu_2 m_2 g$$

e) Applichiamo la seconde legge della dinamica al blocco 1:

$$m_1 a_x = F - P - \mu_1 m_1 g$$

Applichiamo la seconde legge della dinamica al blocco 2, tenuto conto del fatto che i due blocchi si muovono di consenso e quindi hanno intente per intente la stessa accelerazione:

$$m_2 a_x = P - \mu_2 m_2 g$$

f) Devono quindi valere le due equazioni seguenti:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 a_x = F - P - \mu_1 m_1 g \\ m_2 a_x = P - \mu_2 m_2 g \end{array} \right.$$

Sommiamo membri a membri le due equazioni:

$$(m_1 + m_2) \alpha_x = F - (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) g$$

Dunque risultre

$$\alpha_x = \frac{F - (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) g}{m_1 + m_2}$$

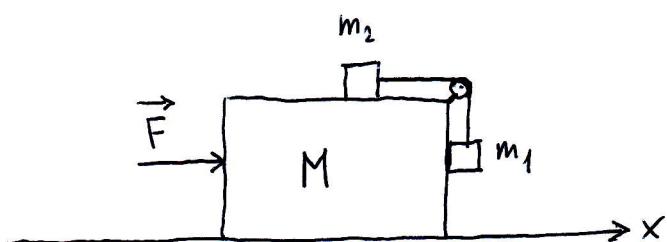
g) Dalle seconde equazione del sistema lineare impostato nel punto f) ottieniamo:

$$P = m_2 (\alpha_x + \mu_2 g) = m_2 \left[ \frac{F - (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) g}{m_1 + m_2} + \mu_2 g \right] =$$

$$= m_2 \frac{F - \mu_1 m_1 g - \mu_2 m_2 g + \mu_2 m_1 g + \mu_2 m_2 g}{m_1 + m_2} = m_2 \frac{F - (\mu_1 - \mu_2) m_1 g}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{m_2}{m_1 + m_2} [F + (\mu_2 - \mu_1) m_1 g]$$

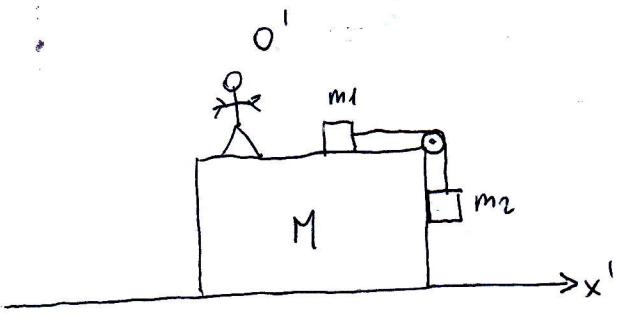
Quale forza orizzontale deve essere applicata al blocco di massa  $M$  delle figure affinché i blocchi più piccoli rimangano in quiete rispetto al blocco grande? Si ipotizzi che tutte le superfici, le ruote e la puleggia siano prive di attrito.



L - - - - -

Per risolvere più agevolmente il problema proposto, può convenire mettersi del punto di vista di un osservatore non inerziale rispetto al quale tutti i blocchi sono fermi. L'accelerazione del sistema dei tre blocchi rispetto a un osservatore inerziale fermo che sta osservando i tre blocchi che accelerano è:

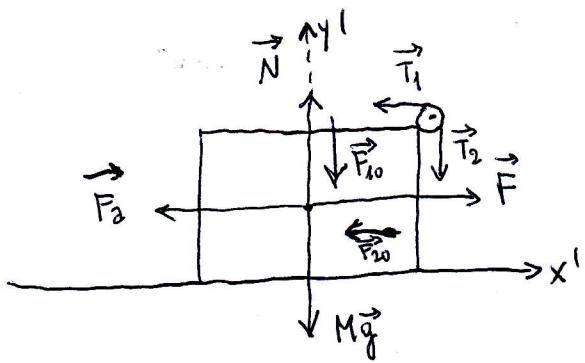
$$a_x = \frac{F}{M+m_1+m_2}, \quad \text{perché i tre blocchi stanno accelerando verso destra come se fossero un unico blocco di massa } M+m_1+m_2.$$



Dunque, rispetto a un osservatore  $O'$  fermo rispetto al sistema dei tre blocchi, sul blocco di massa  $M$  agisce una forza opposta  $F_2 = -M\alpha_x$  (lungo l'asse  $x'$ ), sul blocco di massa  $m_1$  agisce una forza opposta  $F_{21} = -m_1\alpha_x$ , e sul blocco di massa  $m_2$  agisce una forza opposta  $F_{22} = -m_2\alpha_x$ , tutte forze dirette lungo l'asse  $x'$ .

Tracciamo i diagrammi di tutte le forze agenti su ciascun blocco, rispetto all'osservatore  $O'$

#### Blocco di massa $M$



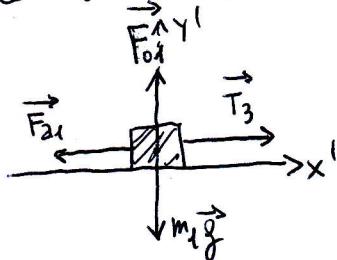
$\vec{F}_{10}$ : forza esercitata dal blocco di massa  $m_1$  sul blocco di massa  $M$

$\vec{F}_{20}$ : forza esercitata dal blocco di massa  $m_2$  sul blocco di massa  $M$

$\vec{T}_1$ : forza esercitata sul blocco di massa  $M$  dal tratto di fune orizzontale

$\vec{T}_2$ : forza esercitata sul blocco di massa  $M$  dal tratto di fune verticale

- Blocco di mose  $m_1$ :

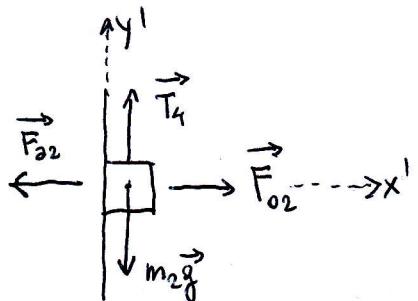


$\vec{F}_{01}$ : forza esercitata dal blocco di mose M  
sul blocco di mose  $m_1$   
 $\vec{T}_3$ : forza esercitata sul blocco di mose  $m_1$   
del tratto di fune orizzontale

Risulta dunque

$$\vec{F}_{01} + \vec{F}_{10} = 0, \text{ e } \vec{T}_3 + \vec{T}_1 = 0$$

- Blocco di mose  $m_2$ :



$\vec{F}_{02}$ : forza esercitata dal blocco di mose M sul blocco di mose  $m_2$   
 $\vec{T}_4$ : forza esercitata sul blocco di mose  $m_2$  del tratto di fune verticale

Risulta dunque

$$\vec{F}_{02} + \vec{F}_{20} = 0, \text{ e } \vec{T}_4 + \vec{T}_2 = 0$$

Poiché le mose delle pulleggi è trascurabile, risulta

poi:  $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = |\vec{T}_3| = |\vec{T}_4| = T$

Poniamo poi:  $|\vec{F}_{10}| = |\vec{F}_{01}| = F_1, \quad |\vec{F}_{20}| = |\vec{F}_{02}| = F_2$

Nel sistema di riferimento non inerziale tutti e tre i blocchi risultano fermi, per cui applichiamo le prime legge delle dinamica tenendo conto di tutte le forze agenti, incluse le forze apparenti.

Blocco di massa  $M$ .

(1) Asse  $x'$ :  $F - F_2 - T - F_a = 0$ , avendo posto

$$|\vec{F}| = F, \quad |\vec{F}_a| = F_a$$

(2) Asse  $y'$ :  $N - F_1 - T - Mg = 0$

Blocco di massa  $m_1$ .

(3) Asse  $x'$ :  $T - F_{a1} = 0$

(4) Asse  $y'$ :  $F_1 - m_1 g = 0$

Blocco di massa  $m_2$ .

(5) Asse  $x'$ :  $F_2 - F_{a2} = 0$

(6) Asse  $y'$ :  $T - m_2 g = 0$

Ottieniamo subito da (6):  $T = m_2 g \Rightarrow F_{a1} = T = m_2 g$   
(da (3))

Poiché  $F_{a1} = m_1 a_x = \frac{m_1 F}{M + m_1 + m_2}$ , ottieniamo

$$\frac{m_1 F}{M + m_1 + m_2} = m_2 g, \text{ da cui} \quad \boxed{F = \frac{m_2(M + m_1 + m_2)}{m_1} g}$$

Completiamo l'esercizio determinando tutte le altre grandezze incognite.

$$F_1 = m_1 g \quad (\text{da (4)})$$

$$F_2 = F_{a2} = m_2 a_x = \frac{m_2 F}{M + m_1 + m_2} = \frac{m_2^2}{m_1} g \quad (\text{da (5)})$$

$$N = F_1 + T + Mg = (M + m_1 + m_2)g \quad (\text{da (2)})$$

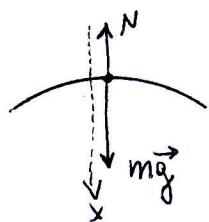
Tenuto conto che  $F_a = M a_x$ , si verifica facilmente che l'espressione (1) è un'identità.

Rimasta, infine:

$$a_x = \frac{F}{M + m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1} g$$

Un'auto di massa  $m$  si trova a passare sopra a un moderatore di velocità, la cui sezione è schematizzabile come un arco di circonferenza di raggio  $R$ .

- a) Se l'auto viaggia con una velocità di modulo  $v$ , quale forza esercita le strade sull'auto quando quest'ultime passa per il punto più alto del moderatore di velocità?
- b) Quanto vale il massimo modulo che può avere la velocità dell'auto per poter passare sopra il moderatore di velocità senza perdere il contatto con le strade?
- + - - - - /
- a) Tracciamo il diagramma di tutte le forze agenti sull'auto nel momento in cui si trova nel punto più elevato del moderatore di velocità:



Le uniche forze agenti sono la forza peso e la reazione vincolare della superficie del moderatore di velocità

Come sempre in questo tipo di problemi, introduciamo un asse centriero  $x$  diretto lungo il raggio delle traiettorie circolari nel punto considerato, con verso positivo verso il centro delle traiettorie circolari.

Con queste scelta, posto  $|\vec{N}| = N$ , risulta:

$$(m\vec{g})_x = mg, \quad N_x = -N, \quad a_x = \frac{v^2}{R}, \quad \text{essendo } v \text{ il modulo}$$

delle velocità dell'auto nel punto considerato ( $v$  è costante).

Applicando la seconda legge della dinamica all'auto, risulta:

$$m\vec{a} = \vec{mg} + \vec{N}$$

Per le componenti dei vettori lungo l'asse  $x$  possiamo scrivere:

$$ma_x = (m\vec{g})_x + N_x, \quad \text{cioè:}$$

$$m\frac{v^2}{R} = mg - N, \quad \text{da cui ricaviamo}$$

$$\boxed{N = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right)}$$

b) Affinché l'auto possa restare in contatto con le strade mentre passa sopra il moderatore di velocità nel suo punto più elevato, deve risultare  $N \geq 0$ , cioè

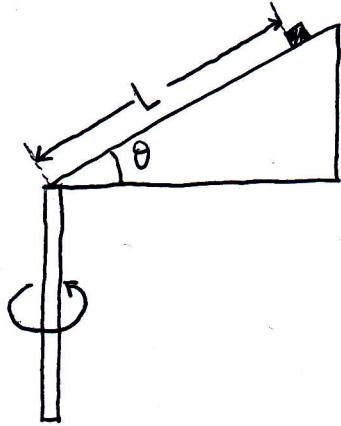
$$g - \frac{v^2}{R} \geq 0, \quad \text{e dunque} \quad \frac{v^2}{R} \leq g \Rightarrow v^2 \leq gR, \quad \text{e infine}$$

$$v \leq \sqrt{gR} = v_{\max}$$

Pertanto il massimo valore che può avere il modulo delle velocità dell'auto mentre queste sta passando sopra il moderatore di velocità senza perdere il contatto con le strade è

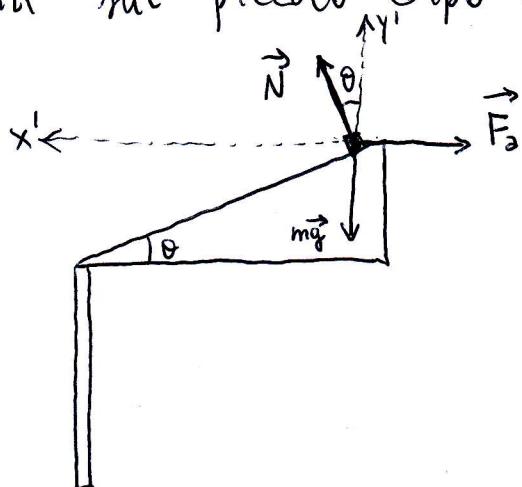
$$\boxed{v_{\max} = \sqrt{gR}}$$

Un gioco per bambini consiste in un piccolo cuneo con angolo al vertice  $\theta$  con una sbarretta a esso attaccata che serve per farlo in rotazione. Se un piccolo corpo di massa  $m$  viene portato sul profilo inclinato del cuneo in rotazione (supponendo che l'attrito sia trascurabile) a una distanza  $L$  dal vertice del cuneo, in modo che stia in equilibrio, ri calcoli l'espressione del modulo delle velocità del corpo in termini di  $g$ ,  $L$  e  $\theta$ .



Per risolvere questo problema, una possibile procedura consiste nel passi del punto di vista di un osservatore non inerziale, solidale con il cuneo durante la rotazione.

In questo sistema di riferimento, il diagramma delle forze agenti sul piccolo corpo di massa  $m$  è il seguente:



$\vec{N}$ : reazione vincolare  
del piano di appoggio.

$\vec{F}_a$ : forza opposta (centrifuga)  
agente sul corpo nel sistema  
di riferimento non inerziale

Introduciamo un sistema di assi cartesiani solidale al sistema di riferimento non inerziale. L'asse  $x'$  è orizzontale, orientato positivamente verso il centro delle traiettorie circolari; l'asse  $y'$  è verticale, orientato positivamente verso l'alto. Poiché dal punto di vista dell'osservatore solidale con il cuneo il piccolo corpo di massa  $m$  è fermo, per la prima legge delle dinamiche deve risultare

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_a = 0$$

Dunque, le equazioni che devono soddisfare le componenti cartesiane dei vettori sono le seguenti:

$$\begin{cases} (m\vec{g})_{x'} + N_{x'} + F_{a,x'} = 0 \\ (m\vec{g})_{y'} + N_{y'} + F_{a,y'} = 0 \end{cases}$$

Ora, risulta (vedi figure):

$$(m\vec{g})_{x1} = 0, \quad N_{x1} = N \sin \theta, \quad F_{a,x1} = -F_a$$

$$(m\vec{g})_{y1} = -mg, \quad N_{y1} = N \cos \theta, \quad F_{a,y1} = 0$$

avendo posto  $|\vec{N}| = N, \quad |\vec{F}_a| = F_a$

Dunque, il sistema di equazioni diventa:

$$\begin{cases} N \sin \theta - F_a = 0 \\ -mg + N \cos \theta = 0 \end{cases}$$

Poiché  $F_a = m |\vec{a}_c| = m \frac{v^2}{r}$ , dove  $r$  è il raggio

delle curve, poniamo scrivere:

$$\begin{cases} F_a = N \sin \theta \\ mg = N \cos \theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \frac{v^2}{r} = N \sin \theta \\ mg = N \cos \theta \end{cases}$$

Dividiamo membro a membro le due equazioni:

$$\frac{v^2}{gr} = \operatorname{tg} \theta, \quad \text{da cui ottieniamo:}$$

$v^2 = gr \operatorname{tg} \theta$ ; inoltre, dalla geometria del problema:

$r = L \cos \theta$ , per cui poniamo scrivere:

$$v^2 = gL \cos \theta \operatorname{tg} \theta = gL \sin \theta \Rightarrow v = \sqrt{gL \sin \theta}$$

Per completare la risoluzione del problema, scriviamo anche l'espressione del modulo delle reazioni vincolari del piano di appoggio; consideriamo le due equazioni ed eleviamone al quadrato entrambi i membri:

$$\begin{cases} N^2 \sin^2 \theta = m^2 \left( \frac{v^2}{r} \right)^2 \\ N^2 \cos^2 \theta = m^2 g^2 \end{cases}$$

Adesso sommiamo membro a membro le due equazioni così ottenute:

$$N^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = m^2 \left( \frac{v^4}{r^2} + g^2 \right)$$

Poiché  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ , ottieniamo

$$N^2 = m^2 \left( \frac{v^4}{r^2} + g^2 \right), \text{ da cui risulta:}$$

$$N = m \cdot \sqrt{\frac{v^4}{L^2 \cos^2 \theta} + g^2}$$

Si osservi che, per  $\theta \rightarrow 90^\circ$ ,  $v$  tende a un limite finito  $\sqrt{gL}$ , ma, poiché il raggio delle curve  $r = L \cos \theta$  tende a zero, questo valore di  $v$  non è possibile solo se la velocità angolare di rotazione  $\omega = \frac{v}{r}$  tende a infinito.

Alllo stesso tempo tende a infinito anche  $N$  (vedi sopra).

Un blocco di alluminio di massa  $m_1 = 2 \text{ kg}$  e un blocco di rame di massa  $m_2 = 6 \text{ kg}$  sono collegati tra loro mediante una corda inestensibile di massa trascurabile che poggia su una puliera di massa trascurabile e priva di attrito. I blocchi poggiano su una superficie di acciaio come mostrato nella figura con  $\theta = 30^\circ$ .

a) Se i blocchi vengono lasciati liberi della quiete, inizieranno a muoversi?

Se sì, si determinino

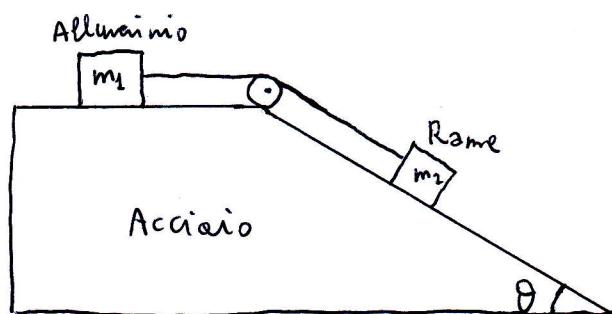
b) le loro accelerazioni e

c) il modulo delle tensioni delle corde.

Se no,

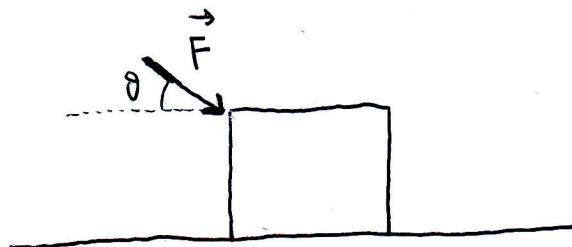
d) si determini la somma dei moduli delle forze di attrito agenti sui blocchi.

	$M_s$	$M_d$
Alluminio su acciaio	0,61	0,47
Rame su acciaio	0,53	0,36



Una cassa di peso  $P = mg$  viene spinta da una forza  $\vec{F}$  come mostrato nella figura.

- a) Se il coefficiente di attrito statico è  $\mu_s$  e se  $\vec{F}$  è inclinata di un angolo  $\theta$  rispetto alla direzione orizzontale, si esprime il minimo valore di  $F = |\vec{F}|$  necessario per far muovere la cassa in termini di  $P$ ,  $\theta$  e  $\mu_s$ .
- b) Si trovi quale condizione deve soddisfare  $\theta$  in funzione di  $\mu_s$  affinché la cassa, qualunque sia il valore di  $F$ , non si muova.



Un'auto accelera lungo una discesa e impiega, partendo da ferme, 6 s per raggiungere la velocità di  $30 \text{ m/s}$ .

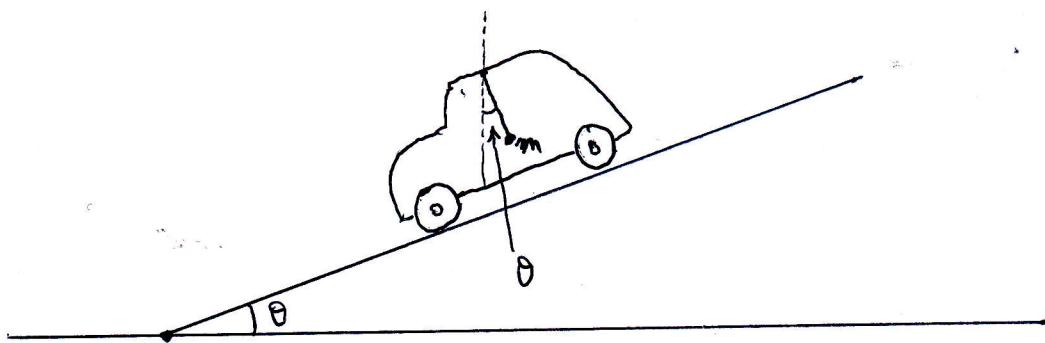
Durante la fase di accelerazione, un giocattolo sospeso mese  $m = 0,1 \text{ kg}$  pende, appeso con una cordicella, dal soffitto dell'auto. L'accelerazione è tale che la cordicella mantiene una direzione perpendicolare al soffitto dell'auto durante la fase di accelerazione.

Si determinino

a) l'angolo  $\theta$  di inclinazione della discesa,

e

b) il modulo della tensione delle cordicelle



Un corpo di massa  $m_1 = 4 \text{ kg}$  e' attaccato a un altro corpo di massa  $m_2 = 3 \text{ kg}$  mediante una corda, che chiameremo corda 1, di lunghezza  $l = 0,5 \text{ m}$ . L'insieme dei due corpi viene fatto ruotare in un piano verticale mediante l'aiuto di una seconda corda, che chiameremo corda 2, anch'essa di lunghezza  $l = 0,5 \text{ m}$ . Durante il moto dei due corpi, essi sono sempre allineati con l'estremo finito delle corde 2.

Nella parte piu' alta della sua traiettoria,  $m_2$  ha una velocita' di modulo  $v_2 = 4 \text{ m/s}$ .

- Si calcoli il modulo della tensione delle corde 1 in tale situazione.
- Si calcoli il modulo della tensione delle corde 2 in tale situazione.
- Se aumenta indefinitamente la velocita' angolare di rotazione dei due corpi, quale corda si rompera' per prima?

- a) Un nastro bagagli di un aeroporto puo' essere schematizzato come una parte della superficie laterale di un grande cono in rotazione attorno al suo asse. Se l'inclinazione del nastro rispetto alla superficie orizzontale e'  $20^\circ$  e un bagaglio di massa 30 kg compie un giro completo in 38 s trovandosi a una distanza dall'asse di rotazione di 7,46 m, ri calcoli il modulo delle forze di attrito statico esercitate dal nastro sul bagaglio.
- b) Se la velocita' del nastro viene improvvisamente aumentata, il bagaglio scivola un po' più in basso mettendosi in rotazione a una distanza di 7,94 m dall'asse e completando un giro in 34 s. Se in tale situazione il bagaglio e' sul punto di scivolare, ri calcoli il valore del coefficiente di attrito statico fra il nastro e il bagaglio.

Serway, pr. 6.51

Un camioncino si sta muovendo con accelerazione costante  $\vec{a}$  lungo un pendio che forma un angolo  $\phi$  con la direzione orizzontale, e una piccola sferetta di massa m è appesa al soffitto del camioncino tramite una corda inestensibile di massa trascurabile. Se il filo forma un angolo costante  $\theta$  con la direzione perpendicolare al soffitto, quanto vale  $|\vec{a}|$ ?

Serway, pr. 6.52

Il pilota di un aereo esegue un giro delle montagne nel piano verticale. Il modulo delle velocità dell'aereo è 300 mi/h nel punto più alto della traiettoria circolare, e 450 mi/h nel punto più basso. Il raggio della traiettoria è 1200 piedi.

- a) Se la massa del pilota è 160 lb, quanto vale il suo peso apparente nel punto più basso della traiettoria?
- b) Quanto vale il suo peso apparente nel punto più alto della traiettoria?
- c) Si dice in quale modo il peso apparente del pilota potrebbe essere reso nullo cambiando il raggio e il modulo delle velocità dell'aereo.

Note: il peso apparente del pilota è il modulo delle forze normale esercitate dal sedile dell'aereo sul corpo del pilota.

Convenzioni di unità di misura:

$$1 \text{ mi} = 1,609 \times 10^3 \text{ m} \quad 1 \text{ h} = 3,6 \times 10^3 \text{ s}$$

$$1 \text{ piede} = 1 \text{ ft} = 0,3048 \text{ m}$$

$$1 \text{ lb} = 0,453592 \text{ kg}$$

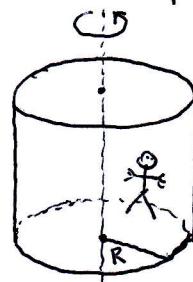
Un disco di massa  $m_1$  e' legato a una corda e posto in rotazione su un piano orizzontale con attrito trascurabile.

Il raggio della traiettoria circolare del disco e'  $R$  e all'altro estremo la corda, una volta passata attraverso un piccolo buco nel tavolo, e' legata a un contrepeso di massa  $m_2$ . Se il contrepeso e' in equilibrio mentre il disco sta ruotando, si determinino:

- a) il modulo delle tensione delle corda,
- b) il modulo delle forze radiale agente sul disco,
- c) il modulo delle velocita' del disco.
- d) Si descrive qualitativamente il moto del disco se un piccolo carico aggiuntivo viene posto sul contrepeso di massa  $m_2$ .
- e) Si descrive qualitativamente il moto del disco se invece viene rimossa una parte del carico del contrepeso.

Un'attrazione di un parco di divertimenti è costituita da un grande cilindro disposto verticalmente e posto in rotazione attorno al suo asse in modo sufficientemente rapido affinché ogni persona all'interno rimanga attaccata alle pareti laterali una volta che il pavimento venga rimosso. Il coefficiente di attrito statico fra una persona e le pareti sia  $\mu_s$ , mentre sia  $R$  il raggio del cilindro.

- a) Si calcoli l'espressione del massimo valore che può avere il periodo di rotazione del cilindro affinché una persona possa restare attaccata alle pareti laterali senza cadere.
- b) Se le frequenze di rotazione del cilindro viene leggermente aumentata, come cambia il modulo di ognuna delle forze agenti su una persona? Come cambia il moto di una persona?
- c) Se le frequenze di rotazione viene leggermente diminuita, come cambia il modulo di ognuna delle forze agenti su una persona? Come cambia il moto di una persona?



Serway, pr. 6.61

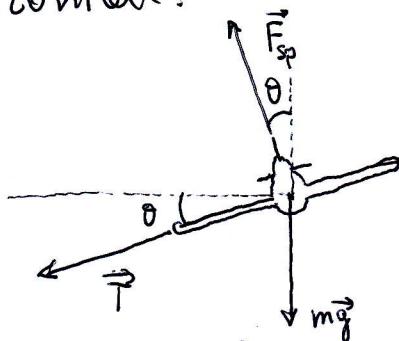
Un'auto affronte una curva rialzata, come mostrato nella figura. Il raggio di curvatura delle strada è  $R$ , l'angolo di sopraelevazione è  $\theta$  e il coefficiente di attrito statico fra l'auto e la strada è  $\mu_s$ .

- Si determini l'intervallo di valori che può assumere il modulo delle velocità dell'auto senza che queste scivoli né verso il basso né verso l'alto.
- Si calcoli il minimo valore di  $\mu_s$  per cui tale velocità è nulla.

Serway, pr. 6.63

Un modellino di aereo di massa  $0,75 \text{ kg}$  e' in volo lungo una traiettoria circolare disposta su un piano orizzontale.

Il modulo delle velocita' dell'aereo e'  $35 \text{ m/s}$  e la lunghezza del filo di controllo e'  $60 \text{ m}$ . Le forze agenti sull'aereo sono: la tensione del filo di controllo, la forza peso e la spinta aerodinamica che agisce verso l'interno della traiettoria formando un angolo  $\theta = 20^\circ$  con la direzione verticale. Si calcolino il modulo della tensione del filo e il modulo della spinta aerodinamica assumendo che il filo forma costantemente un angolo  $\theta = 20^\circ$  con la direzione orizzontale.



Serway, pr. 6.64

Uno studente costruisce e calibra un accelerometro in modo da usarlo per determinare il modulo delle velocità della propria auto quando queste si trova su una curva (non sopraellevata). L'accelerometro è essenzialmente costituito da un goniometro e da un filo con un piombo e un'estremità; l'altra estremità viene fissata al tetto dell'auto.

Quando un amico è alle guida, lo studente osserva che il filo si discosta dalla verticale di un angolo pari a  $15^\circ$  quando l'auto affronta la curva alla velocità di  $23 \text{ m/s}$ .

- a) Quanto vale l'accelerazione centripeta dell'auto?
- b) Quanto vale il raggio della curva?
- c) Quanto vale la velocità dell'auto se, affrontando di nuovo la stessa curva, la deflessione misurata è pari a  $9^\circ$ ?