Universitatea Politehnica Timişoara

Piaţa Victoriei nr. 2
RO 300006 - Timişoara
Tel: +40 256 403000
Fax: +40 256 403021
rector@upt.ro
www.upt.ro

CURS

ELECTROTEHNICĂ

AC_CTI/B

Ș.l. dr. ing. Ildiko TATAI

ildiko.tatai@upt.ro

2022

CAP.2 CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

Universitatea Politehnica Timişoara

- Circuitele electrice în care *regimul este staţionar* (tensiunile şi curenţii nu variază în timp) se numesc *circuite electrice de curent continuu*.
- Astfel, expresiile tensiunii şi curentului de la bornele unui condensator ideal, respectiv o bobină ideală devin $u_L = L\frac{di_L}{dt} = 0$, $i_C = C\frac{dU_C}{dt} = 0$, deoarece $i_L = cst$, $u_C = cst$, derivata unei constante este zero. Rezultă deci că, în circuitele de curent continuu intervin doar surse şi rezistoare.

2.1 Sursa reală de tensiune

Sursa reală de tensiune are pe lângă *tensiunea imprimată* U_i şi o rezistenţă R_i numită *rezistenţă internă*, deci schema electrică a sursei reale de tensiune va fi formată dintr-o *sursă ideală de tensiune* în serie cu un *rezistor ideal* (fig.2.1a).

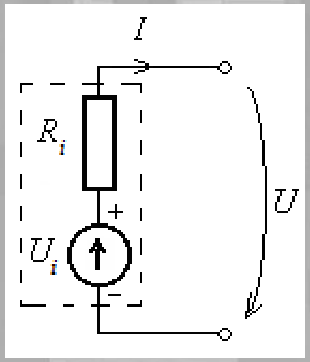


Fig. 2.1a Sursă reală de tensiune

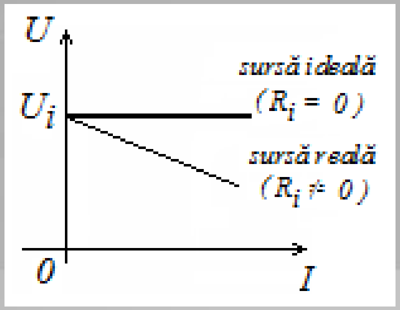


Fig. 2.1b Dependenţa dintre U şi I

CAP.2 CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

Universitatea Politehnica Timişoara

❖ Aplicând teorema a II-a a lui Kirchhoff

$$U + R_i \cdot I - U_i = 0$$

se obţine expresia tensiunii *U* la bornele sursei reale de tensiune:

$$U = U_i - R_i \cdot I,$$

numită *legea conducţiei electrice*, ceea ce înseamnă că tensiunea *U* depinde liniar de curentul *I* (ecuaţia unei drepte – fig.2.1b).

❖ Avem **două regimuri de funcţionare**:

- Funcţionarea ***în gol*** ($I_0 = 0$), ceea ce înseamnă $U_0 = U_i$;
- Funcţionarea ***în scurtcircuit*** ($U = 0$), ceea ce înseamnă $I_{sc} = \frac{U_i}{R_i}$.

2.2 Sursa reală de curent

Sursa reală de curent are pe lângă *curentul de scurtcircuit* I_{sc} şi o conductanţă G_i ($G_i = \frac{1}{R_i}$) numită *conductanţă internă*, deci schema electrică a sursei reale de curent va fi formată dintr-o *sursă ideală de curent* în paralel cu un *rezistor ideal – conductanţă ideală* (fig.2.2a).

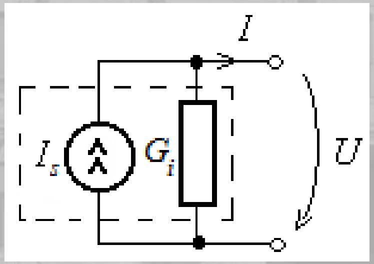


Fig. 2.2a Sursă reală de curent

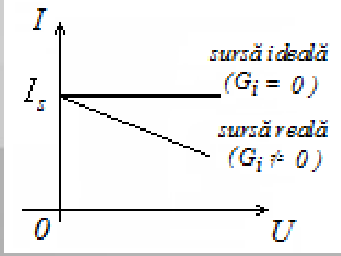


Fig. 2.2b Dependenţa dintre I şi U

Aplicând teorema I a lui Kirchhoff

$$I_{sc} = G_i \cdot U + I$$

se obţine expresia curentului I:

$$I = I_S - G_i \cdot U, \qquad (2)$$

ceea ce înseamnă că curentul I depinde liniar de tensiunea U (fig.2.2b).

Avem **două regimuri de funcţionare**:

- Funcţionarea ***în gol*** ($I = 0$), ceea ce înseamnă $U = \frac{I_S}{G_i}$;
- Funcţionarea ***în scurtcircuit*** ($U = 0$), ceea ce înseamnă $I = I_S$.

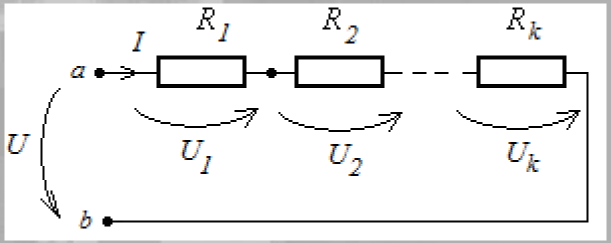
2.3 Transfigurarea circuitelor electrice

Transfigurarea unui circuit înseamnă înlocuirea unui circuit cu un alt circuit, echivalent, dar care să aibă aceeaşi comportare faţă de borne, să aibă acelaşi curent I şi aceeaşi tensiune U la borne.

Transfigurarea circuitelor electrice pasive

a) Conectarea în serie a rezistoarelor electrice

Două sau mai multe rezistoare sunt conectate în serie dacă au câte o bornă comună şi sunt parcurse de acelaşi curent (fig.2.3).



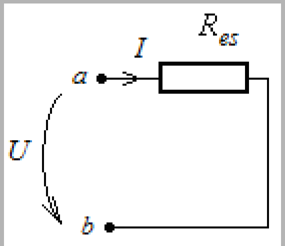


Fig.2.3 Rezistoare conectate în serie

Scriem teorema a II-a a lui Kirchhoff

$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_k, \qquad (3)$$

exprimăm tensiunile la bornele rezistenţelor în funcţie de curentul prin acestea

$$U = I(R_1 + R_2 + \cdots + R_k) = I \cdot R_{es}, \qquad (4)$$

de unde rezultă că rezistenţa echivalentă serie este suma rezistenţelor

$$R_{es} = R_1 + R_2 + \cdots + R_k = \sum_{k=1}^{n} R_k. \qquad (5)$$

a) Conectarea în paralel a rezistoarelor electrice

Două sau mai multe rezistoare sunt conectate în paralel dacă au aceleaşi două borne comune şi au aceeaşi tensiune la borne (fig.2.4).

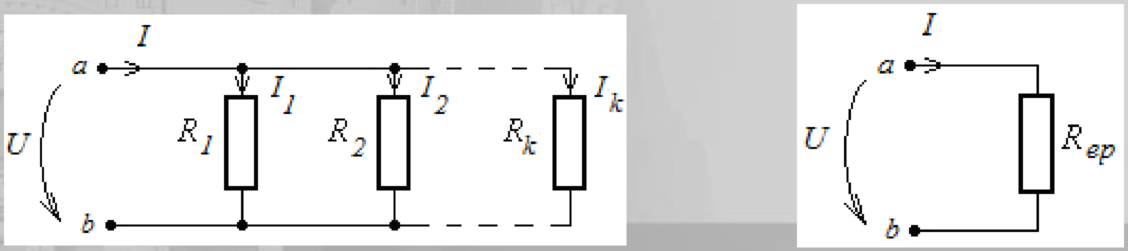


Fig.2.4 Rezistoare conectate în paralel

Scriem teorema I a lui Kirchhoff

$$I = I_1 + I_1 + \cdots + I_k, \qquad (6)$$

exprimăm curenţii în funcţie de tensiunile la bornele rezistoarelor

$$\frac{U}{R_{ep}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \cdots + \frac{U}{R_k} = U \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_k}\right), \qquad (7)$$

de unde rezultă rezistenţa echivalentă paralel

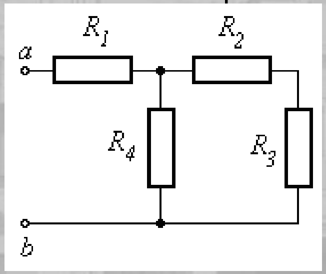
$$\frac{1}{R_{ep}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}. \qquad (8)$$

Obs. La conexiunea paralel este mai uşor a grupa rezistoarele două câte două şi a folosi relaţia

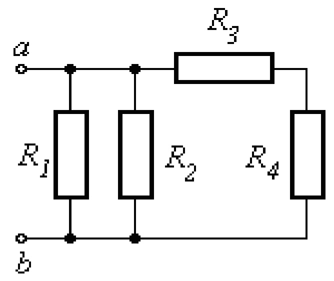
$$R_{ep} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}. \qquad (8')$$

Exemple:

Să se calculeze rezistenţa echivalentă faţă de bornele *a* şi *b* pentru circuitele cu schemele din figurile a, b, c. Se cunosc: $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 30\Omega$, $R_4 = 40\Omega$, $R_5 = 50\Omega$.



a)



b)

Rezolvare:

a) Rezistoarele R_2 şi R_3 sunt înseriate, şi în paralel cu R_4, iar grupul R_2, R_3, R_4 este în serie cu R_1:

$$R_{ab} = \frac{(R_2 + R_3)\cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} + R_1 = \frac{(20+30)\cdot 40}{20+30+40} + 10 = \frac{200}{9} + 10 = \frac{290}{9} = 32{,}22\Omega$$

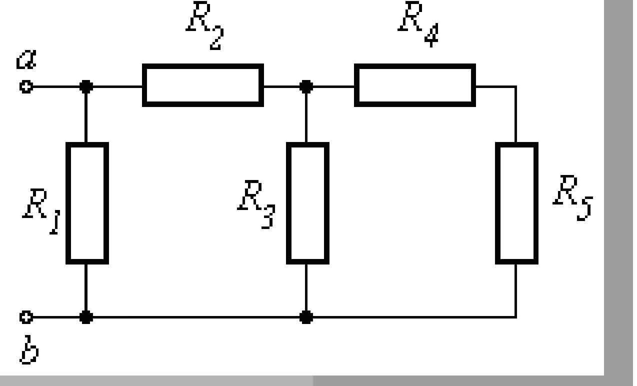
b) Rezistoarele R_3 şi R_4 sunt legate în serie, şi în paralel cu R_2. Grupul R_2, R_3, R_4 este legat în paralel cu R_1:

$$R_{ab} = \frac{\dfrac{(R_3 + R_4)\cdot R_2}{R_2 + R_3 + R_4}\cdot R_1}{\dfrac{(R_3 + R_4)\cdot R_2}{R_2 + R_3 + R_4} + R_1} = \frac{\dfrac{(30+40)\cdot 20}{20+30+40}\cdot 10}{\dfrac{(30+40)\cdot 20}{20+30+40} + 10} = \frac{\dfrac{1400}{90}\cdot 10}{\dfrac{1400}{90} + 10} = \frac{140}{23} = 6{,}08\Omega$$

c) Să se calculeze rezistenţa echivalentă faţă de bornele *a* şi *b* pentru circuitele cu schemele din figurile a, b, c. Se cunosc: R_1 = 10Ω, R_2 = 20Ω, R_3 = 30Ω, R_4 = 40Ω, R_5 = 50Ω.

Rezistoarele R_4 şi R_5 sunt înseriate şi legate în paralel cu R_3, iar grupul R_4, R_5, R_3 este legat în serie cu R_2, iar mai apoi tot grupul în paralel cu R_1

$$R_{ab} = \frac{\left(\frac{(R_4+R_5)\cdot R_3}{R_4+R_5+R_3}+R_2\right)\cdot R_1}{\left(\frac{(R_4+R_5)\cdot R_3}{R_4+R_5+R_3}+R_2\right)+R_1} = \frac{\left(\frac{(40+50)\cdot 30}{40+50+30}+20\right)\cdot 10}{\left(\frac{(40+50)\cdot 30}{40+50+30}+20\right)+10} = \frac{510}{52} = 9{,}8\Omega$$



2.4 Formulele divizoarelor de tensiune şi de curent

a) Formula divizorului de tensiune (F.D.T.)

Formula divizorului de tensiune se aplică atunci când într-un circuit avem o grupare serie (fig.2.5), cunoaştem tensiunea U aplicată grupării, precum şi parametri celor două rezistoare R_1, R_2. Aplicând formula divizorului de tensiune se determină fie tensiunea la bornele rezistorului R_1, fie tensiunea la bornele rezistorului R_2. În demonstraţia următoare se determină formula divizorului de tensiune pentru calculul tensiunii U_2.

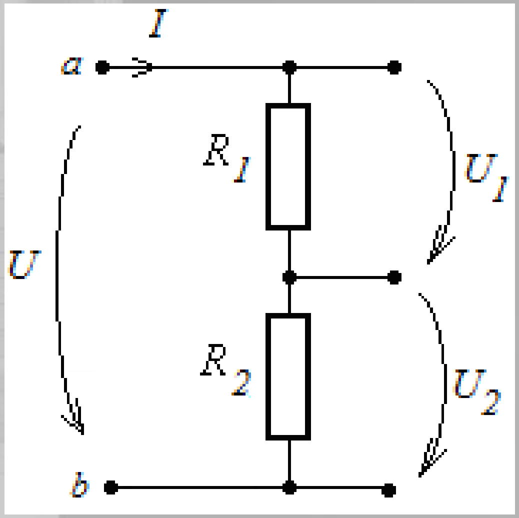


Fig. 2.5 Două rezistoare conectate în serie

În teorema a II- a a lui Kirchhoff

$$U = U_1 + U_2, \qquad (9)$$

se exprimă tensiunea U_1 în funcţie de mărimile cunoscute, $U_1 = R_1 \cdot I = R_1 \cdot \frac{U_2}{R_2}$, şi rezultă

$$U = R_1 \cdot \frac{U_2}{R_2} + U_2, \qquad (10)$$

de unde formula pentru calculul tensiunii la bornele lui R_2 este

$$U_2 = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \qquad (11)$$

Similar rezultă şi formula pentru calculul tensiunii la bornele lui R_1

$$U_1 = U \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \qquad (11')$$

b) Formula divizorului de curent (F.D.C.)

Formula divizorului de curent se aplică atunci când într-un circuit avem o grupare paralel (fig.2.6), cunoaştem curentul total *I*, precum şi parametri celor două rezistoare R_1, R_2. Aplicând formula divizorului de curent se determină fie curentul prin rezistorul R_1, fie curentul prin rezistorul R_2. În demonstraţia următoare se determină formula divizorului de curent pentru calculul curentului I_2.

În teorema I a lui Kirchhoff

$$I = I_1 + I_2, \qquad (12)$$

se exprimă curentul I_1 în funcţie de mărimile cunoscute, $I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{R_2 \cdot I_2}{R_1}$, şi rezultă

$$I = R_2 \cdot I_2 \cdot \frac{1}{R_1} + I_2, \qquad (13)$$

de unde formula pentru calculul curentului prin R_2 este

$$I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

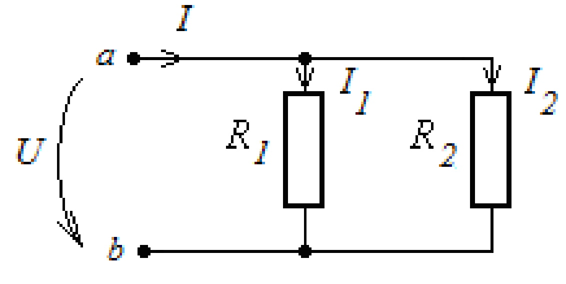


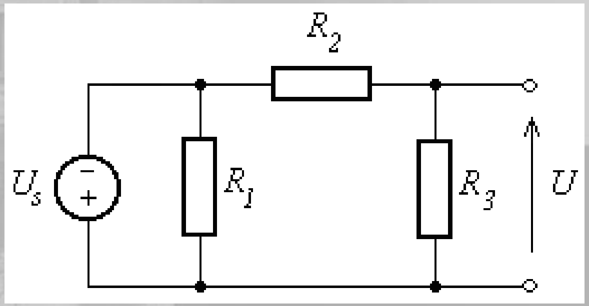
Fig. 2.6 Doua rezistoare conectate in paralel

Similar rezultă şi formula pentru calculul curentului prin R_1

$$I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \qquad (14')$$

Exemple:

1. Aplicând formula divizorului de tensiune să se calculeze tensiunea U la bornele rezistorului R_3 din circuitul cu schema din figură. Se cunosc: U_S = 6V, R_1 = 12kΩ, R_2 = 1kΩ, R_3 = 3kΩ.

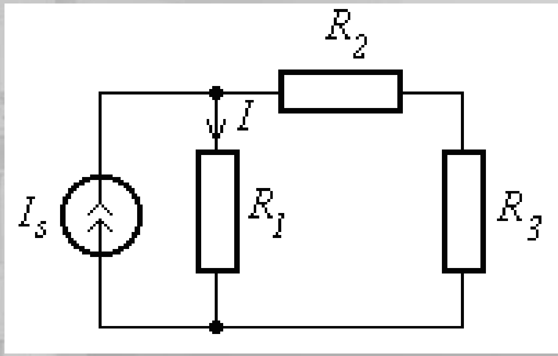


Rezolvare:

Rezistorul R_1 este în paralel cu sursa de tensiune, deci tensiunea la bornele acestuia este U_S. Tensiunea U este deci o parte din această tensiune şi aplicând formula divizorului de tensiune rezultă:

$$U = U_S \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 6 \cdot \frac{3}{1+3} = \frac{9}{2} = 4{,}5V$$

2. Aplicând formula divizorului de curent să se calculeze curentul I prin rezistorul R_1 din circuitul cu schema din figură. Se cunosc: I_S = 120mA, R_1 = 9kΩ, R_2 = 8kΩ, R_3 = 1kΩ.



Rezolvare:

Aplicând formula divizorului de curent rezultă:

$$I = I_S \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 120 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{8+1}{9+8+1} = 60mA$$

2.5 Echivalenţa surselor reale

O sursă reală de tensiune poate fi echivalată cu o sursă reală de current (şi invers), dacă păstrează aceeaşi comportare faţă de borne (U şi I sunt aceleaşi).

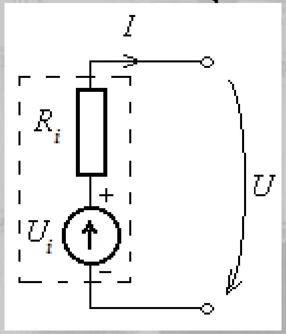


Fig. 2.7a Sursă reală de tensiune

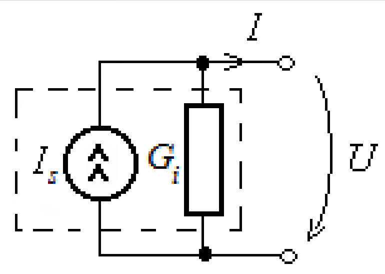


Fig. 2.7b Sursă reală de curent

Dacă pentru cele două surse din fig.2.7a şi fig.2.7b, scriem teoremele lui Kirchhoff şi legea lui Ohm, rezultă

$$U = U_i - R_i \cdot I, \quad (15)$$

$$U = \frac{I_S}{G_i} - \frac{1}{G_i} \cdot I, \quad (15')$$

Identificând termenii celor două ecuaţii, se obţin condiţiile de echivalenţă a celor două surse reale:

$$U = \frac{I_S}{G_i} \qquad I_S = U_i \cdot G_i \quad (16)$$

$$R_i = \frac{1}{G_i} \qquad G_i = \frac{1}{R_i} \quad (16')$$

2.6 Rezolvarea circuitelor de curent continuu prin metoda teoremelor lui Kirchhoff

Rezolvarea circuitelor de curent continuu presupune determinarea curenţilor din laturile circuitului, atunci când se cunosc parametrii surselor şi rezistoarelor.

Un circuit electric este format din ***l laturi*** de circuit care concură şi formează ***n noduri*** de circuit (minim trei laturi care concură formează un nod), iar o succesiune de laturi de circuit care determină un contur închis se numeşte ***ochi (buclă)*** de circuit, ***o***. Un ochi de circuit este numit ***ochi independent*** dacă are o latură care îi aparţine, iar celelalte sunt comune altor ochiuri de circuit.

CAP.2 CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

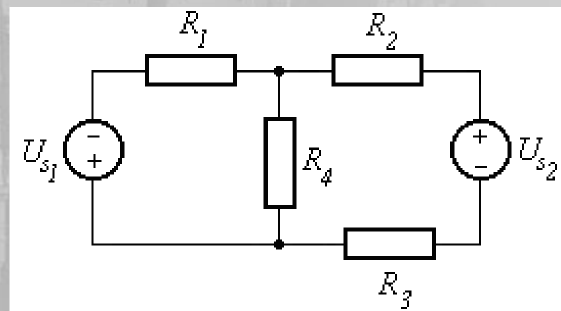
Etapele ce trebuie parcurse pentru rezolvarea circuitelor de curent continuu sunt:

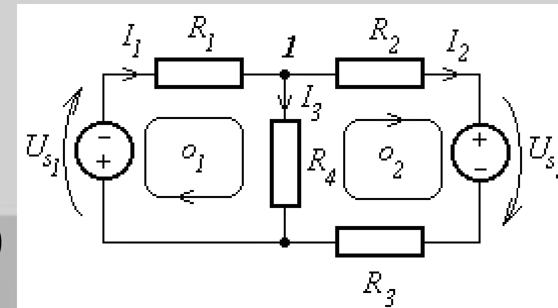
- Se identifică nodurile de circuit şi se numerotează;
- Se aleg (arbitrar) sensurile curenţilor prin laturile de circuit şi se notează cu I şi indicele corespunzător;
- Se aleg buclele independente şi se precizează sensul de parcurs al acestora;
- Se scriu $n - 1$ ecuaţii cu teorema I a lui Kirchhoff în noduri;
- Se scriu $o = l - n + 1$ ecuaţii cu teorema a II-a a lui Kirchhoff în *o* bucle independente;
- Se rezolvă sistemul de *l* ecuaţii cu *l* necunoscute (necunoscutele sunt curenţii din laturile circuitului);
- Dacă circuitul conţine surse de curent pe anumite laturi, necunoscutele devin tensiunile la bornele acestora (tensiunile intervin în ecuaţiile scrise cu teorema a II-a a lui Kirchhoff).

CAP.2 CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

Exemplu:

Să se determine curenţii din laturile circuitului cu schema din figură, aplicând teoremele lui Kirchhoff. Se cunosc: U_{S1} = 6V, U_{S2} = 24V, R_1 = 6kΩ, $R_2 = R_3$ = 4kΩ, R_4 = 6kΩ.

a) 

b) 

Rezolvare:

Circuitul are *n = 2* noduri şi *l = 3* laturi, deci vom avea o ecuaţie cu teorema I a lui Kirchhoff (*2 - 1*) şi două ecuaţii cu teorema a II-a a lui Kirchhoff (*3 – 2 + 1*).

Se scrie teorema I alui Kirchhoff în nodul *1* şi teorema a II-a a lui Kirchhoff în cele două ochiuri independente o_1 şi o_2 (fig.1.25b):

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$U_{S1} + R_1 \cdot I_1 + R_4 \cdot I_3 = 0$$

$$U_{S2} + R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_2 - R_4 \cdot I_3 = 0$$

Cu valorile numerice date, în urma rezolvării sistemul de ecuaţii rezultă valorile curenţilor I_1 = -17/7 = -2,42mA, I_2 = -27/7 = -3,85mA, I_3 = 10/7 = 1,42mA.

Universitatea Politehnica Timişoara

2.7 Rezolvarea circuitelor de curent continuu prin metoda potenţialelor nodurilor

Metoda se aplică avantajos atunci când circuitul are multe laturi şi puţine noduri şi constă în aplicarea teoremei I a lui Kirchhoff pentru *n – 1* noduri, considerând un nod ca fiind nod de referinţă, adică de potenţial zero. Potenţialele celor *n – 1* noduri sunt necunoscute. Etapele rezolvării (demonstraţia) rezultă mai bine, pe un exemplu concret al unui circuit ca cel din fig.2.8:

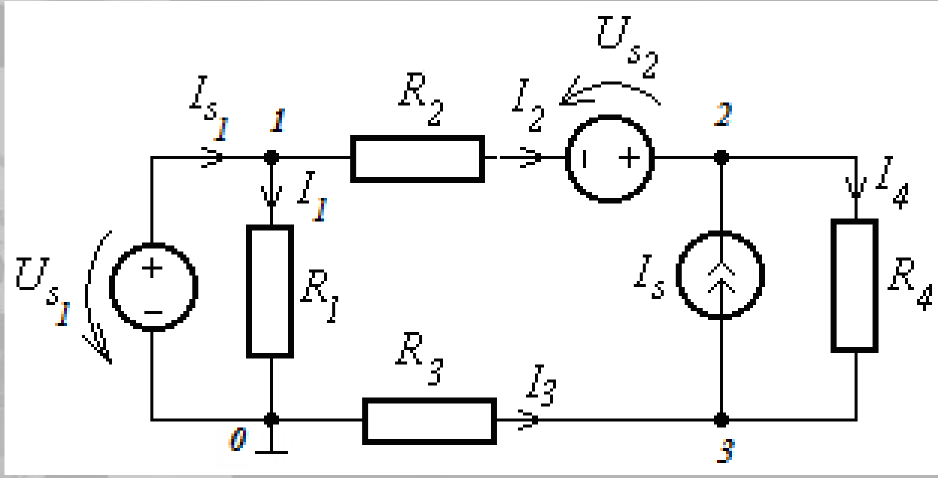
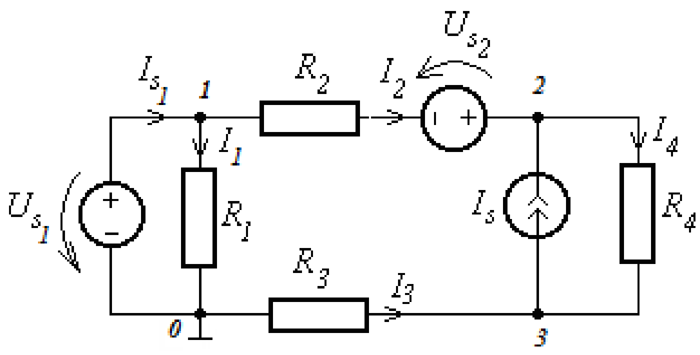


Fig.2.8 Circuit de curent continuu



Rezolvare:

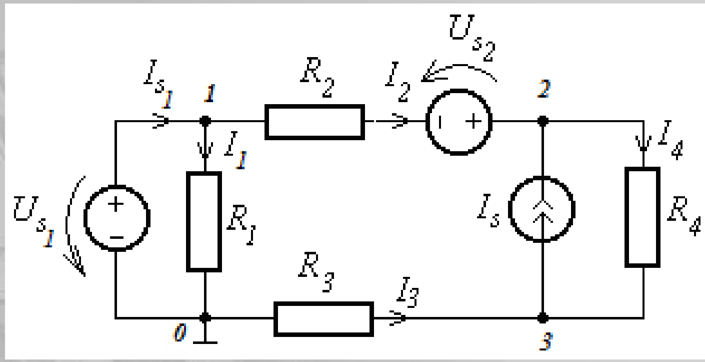
Se alege un nodul de referinţă, în cazul de faţă nodul "0" ($V_0 = 0$) de potenţial zero;

Pentru cazul particular în care între două noduri se află o sursă ideală de tensiune este avantajoasă alegerea ca potenţial de referinţă unul din potenţialele celor 2 noduri, cel de-al II-lea potenţial determinându-se imediat: $V_0 = 0$, $U_{S1} = V_1 - V_0 \ \rightarrow$ $U_{S1} = V_1$.

Se scriu ecuaţiile corespunzătoare teoremei I a lui Kirchhoff pentru celelalte noduri 2 şi 3:

2: $I_2 + I_S = I_4$,

3: $I_3 + I_4 = I_S$



Se exprimă curenţii din laturile circuitului în funcţie de potenţialele nodurilor:

$V_0 - V_1 + U_{S1} - I_{S1} \cdot R_{S1} = 0 \quad \rightarrow \quad (R_{S1} = 0) \quad \rightarrow I_{S1} = \frac{U_{S1} - V_1 + V_0}{R_{S1}}$, este nedeterminare, ceea ce înseamnă că acest curent se determină aplicând teorema I a lui Kirchhoff după aflarea celorlalţi curenţi.

$$V_1 - V_0 - I_1 \cdot R_1 = 0 \rightarrow I_1 = \frac{V_1 - V_0}{R_1} = (V_1 - V_0)G_1$$

$$V_1 - V_2 - I_2 \cdot R_2 + U_{S2} = 0 \rightarrow I_2 = \frac{V_1 - V_2 + U_{S2}}{R_2} = (V_1 - V_2 + U_{S2})G_2$$

$$V_0 - V_3 - I_3 \cdot R_3 = 0 \rightarrow I_3 = \frac{V_0 - V_3}{R_3} = (V_0 - V_3)G_3$$

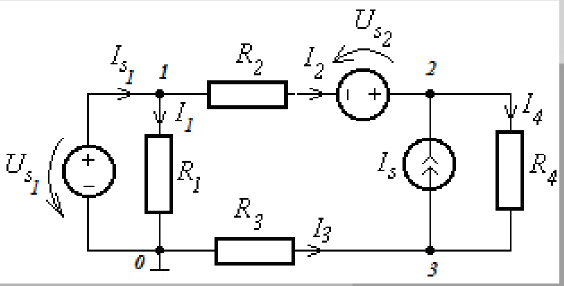
$$V_2 - V_3 - I_4 \cdot R_4 = 0 \rightarrow I_4 = \frac{V_2 - V_3}{R_4} = (V_2 - V_3)G_4$$

Curentul I_S intră direct în ecuaţie.

Se înlocuiesc aceste expresii ale curenţilor în cele două ecuaţii scrise cu teorema I a lui Kirchhoff şi obţinem :

$$2: \frac{V_1 - V_2 + U_{S2}}{R_2} + I_S = \frac{V_2 - V_3}{R_4}$$

$$3: \frac{V_0 - V_3}{R_3} + \frac{V_2 - V_3}{R_4} = I_S$$



sau sub forma scrisă cu conductanţe ($R_i = \frac{1}{G_i}$):

$$2: V_2\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right) - \frac{V_1}{R_2} - \frac{V_3}{R_4} - \frac{U_{S2}}{R_2} - I_S = 0$$

$$3: V_3\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) - \frac{V_2}{R_4} - \frac{V_0}{R_3} + I_S = 0$$

Se rezolvă sistemul de ecuaţii şi rezultă valorile potenţialelor: V_2, V_3, pe V_1 îl avem deja.

Înlocuim aceste valori în expresiile curenţilor exprimate în funcţie de potenţiale şi obţinem valorile curenţilor din laturile circuitului: I_1, I_2, I_3, I_4 şi apoi $I_{S1} = I_1 + I_2$.

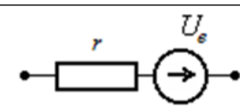
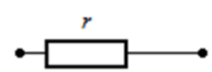
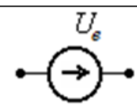
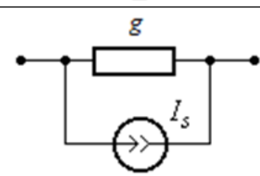
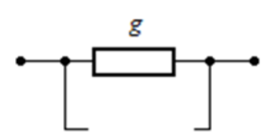
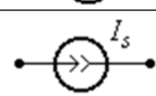
2.8 Rezolvarea circuitelor de curent continuu prin metoda superpoziţiei

Dacă un circuit electric liniar conţine mai multe surse, curentul dintr-o latură se poate determina ca sumă algebrică a curenţilor stabiliţi în acea latură de fiecare sursă separat, singură, celelalte surse fiind **pasivizate**.

$$I_k = \sum_{j=1}^{l} I_{kj} \qquad (17)$$

unde I_{kj} reprezintă curentul din latura k, dat de sursa din latura j care acţionează singură în circuit.

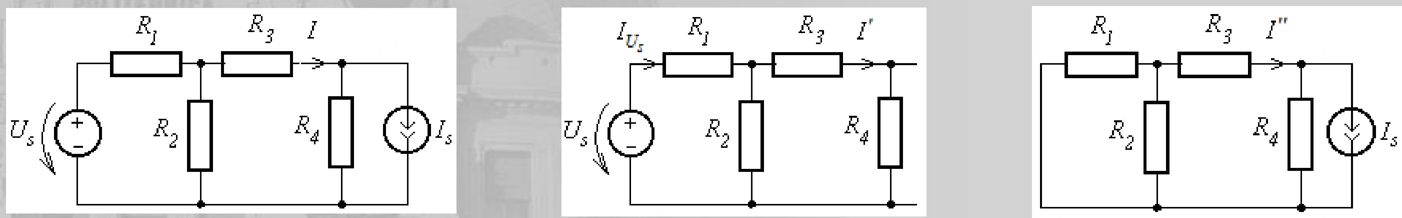
Pasivizarea surselor:

Tipul sursei	Simbol	Simbol după pasivizare
Sursa reală de tensiune		
Sursa ideală de tensiune		
Sursa reală de curent		
Sursa ideală de curent		

CAP.2 CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

Exemplu:

Să se calculeze curentul *I* din circuitul cu schema din figura 2.9a, dacă se cunosc: $U_S = 12V$, $I_S = 4mA$, $R_1 = 3k\Omega$, $R_2 = R_3 = 1k\Omega$, $R_4 = 2k\Omega$.



a) b) c)

Fig.2.9

Etapele rezolvării:

- se menţine în circuit doar sursa ideală de tensiune, iar sursa ideală de curent se pasivizează (fig.2.9b). Se observă că putem determina curentul I' aplicând FDC:

$$I' = I_{Us} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4}.$$

Curentul I_{Us} este $I_{Us} = \frac{U_S}{R_{1234}}$, unde $R_{1234} = R_1 + \frac{R_2 \cdot (R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{15}{4} k\Omega$. Rezultă astfel curentul $I' = \frac{4}{5} mA$.

- se menţine acum în circuit sursa ideală de curent, iar sursa ideală de tensiune se pasivizează (fig.2.9c). Se observă că putem determina curentul I'' aplicând FDC:

$$I'' = I_S \cdot \frac{R_4}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3 + R_4} = \frac{32}{15} mA$$

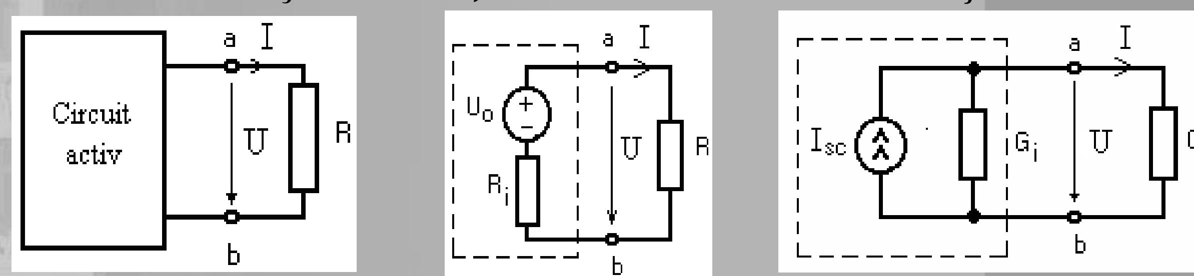
Curentul *I* este suma algebrică a celor 2 curenţi:

$$I = I' + I'' = \frac{44}{15} mA.$$

2.9 Rezolvarea circuitelor de curent continuu prin metoda generatoarelor echivalente

2.9.1 Metoda generatorului echivalent de tensiune (Thévenin)

Se aplică atunci când se doreşte determinarea <u>unui singur curent</u> dintr-o latură pasivă a unui circuit activ. Astfel, se izolează faţă de bornele *a* şi *b* ale laturii pasive restul circuitului activ (fig.2.10a.), urmând ca acesta să fie înlocuit cu un circuit mai simplu, un generator echivalent de tensiune (fig.2.10b.), format dintr-o *sursă ideală de tensiune*, în serie cu o *rezistenţă internă*, astfel încât tensiunea *U* şi curentul *I* să nu se modifice.



a) b) c)

Fig.2.10 Circuit activ liniar

Din noua schemă expresia curentului *I* este:

$$I = \frac{U_0}{R + R_i} \qquad (18)$$

unde:

- U_0 este tensiunea de mers în gol între bornele *a* şi *b* la întreruperea laturii pasive din circuitul activ initial din fig.2.10a;
- R_i este rezistenţa echivalentă a circuitului pasivizat faţă de bornele *a* şi *b* din circuitul activ iniţial.

Universitatea Politehnica Timişoara

2.9.2 Metoda generatorului echivalent de curent (Norton)

Se aplică atunci când trebuie determinată **o tensiune** la bornele unei laturi pasive dintr-un circuit activ. Se izolează faţă de bornele *a* şi *b* ale laturii pasive restul circuitului activ (fig.2.10a.), urmând ca acesta să fie înlocuit cu un circuit mai simplu, un generator echivalent de curent (fig.2.10c.), format dintr-o ***sursă ideală de curent***, în paralel cu o ***conductanţă internă***, astfel încât tensiunea *U* şi curentul *I* să nu se modifice.

Din noua schemă expresia curentului *I* este:

$$U = \frac{I_{sc}}{G + G_i} \qquad (19)$$

unde:

- I_{sc} este curentul de scurtcircuit, la scurtcircuitarea laturii pasive din circuitul activ iniţial din fig.2.10a;
- G_i este conductanţa echivalentă a circuitului pasivizat faţă de bornele *a* şi *b*, $G_i = \frac{\mathbf{1}}{R_i}$ din circuitul activ iniţial.

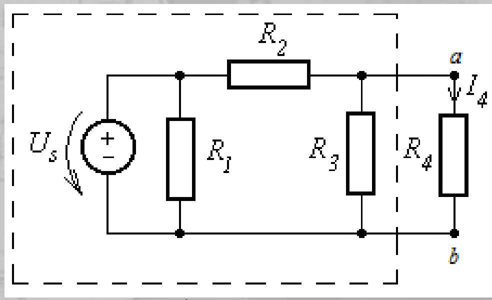
Rezistenţa internă, respectiv conductanţa internă se poate determina şi cu relaţia:

$$R_i = \frac{U_{\mathbf{0}}}{I_{sc}} = \frac{\mathbf{1}}{G_i} \qquad (20)$$

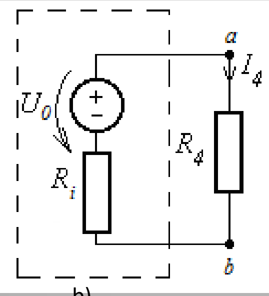
CAP.2 CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

Exemplu:

1. Să se calculeze *curentul I_4* din circuitul cu schema din figura 2.11a, aplicând *metoda generatorului echivalent de tensiune*. Se cunosc: $U_S = 16V$, $R_1 = R_4 = 1k\Omega$, $R_2 = R_3 = 2k\Omega$.



a)



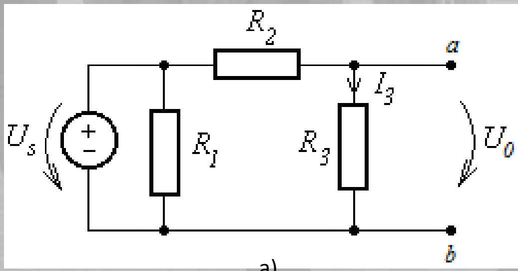
b)

Fig.2.11

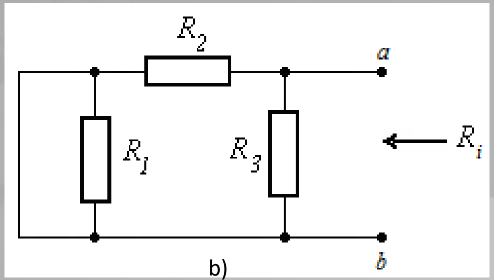
Conform relaţiei (18) curentul I_4 are expresia $I_4 = \frac{U_0}{R_4+R_i}$, aşa cum rezultă din schema din fig.2.11b. Trebuie să determinăm cei doi parametrii Thévenin, U_0 *şi* R_i:

- U_0 = ? Se întrerupe latura pasivă cu rezistenţa R_4 şi se calculează tensiunea de mers în gol (fig.2.12a) $U_0 = I_3 \cdot R_3$. Curentul I_3 este $I_3 = \frac{U_S}{R_2+R_3} = 4mA$, deci $U_0 = I_3 \cdot R_3 = 4 \cdot 2 = 8V$.

- R_i = ? Se pasivizează circuitul iniţial (fig.2.11a) şi se calculează rezistenţa echivalentă a circuitului faţă de bornele *a* şi *b*. Circuitul pasivizat este cel din fig.2.12b, iar $R_i = R_{e(ab)} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2+R_3} = 1k\Omega$.



a)



b)

Fig.2.12

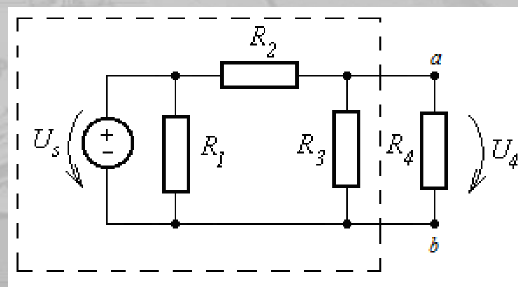
Astfel, curentul I_4 este

$$I_4 = \frac{U_0}{R_4+R_i} = \frac{8}{1+1} = 4mA.$$

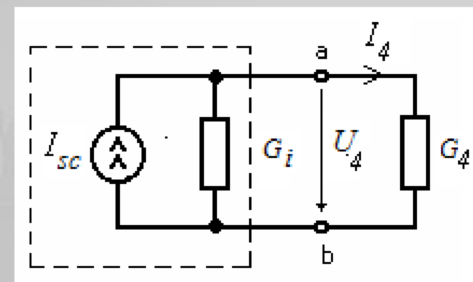
CAP.2 CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

Exemplu:

2. Să se calculeze *tensiunea U_4* din circuitul cu schema din figura 2.13a, aplicând *metoda generatorului echivalent de curent*. Se cunosc: U_S = 16V, $R_1 = R_4$ = 1kΩ, $R_2 = R_3$ = 2kΩ.



a)



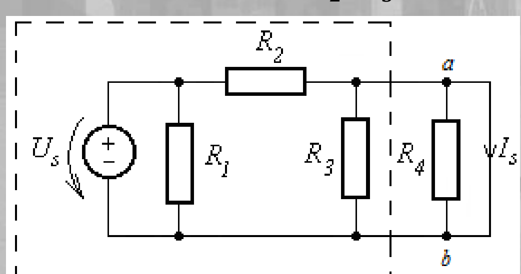
b)

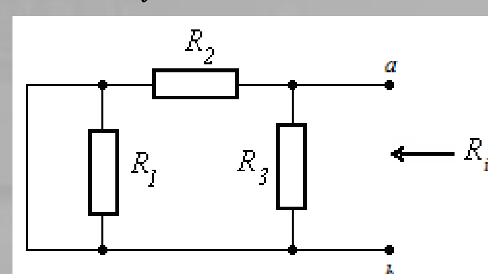
Fig.2.13

Conform relaţiei (19) tensiunea U_4 are expresia $U_4 = \frac{I_{sc}}{G_4+G_i}$, aşa cum rezultă din schema din fig.2.13. Trebuie să determinăm cei doi parametrii Norton, I_{sc} *şi* G_i:

- I_{sc} = ? Se scurtcircuitează latura pasivă cu rezistenţa R_4 şi se calculează curentul de scurtcircuit (fig.2.14a) $I_{sc} = \frac{U_S}{R_2} = 8mA$.

- G_i = ? Se pasivizează circuitul iniţial (fig.2.13a) şi se calculează rezistenţa echivalentă, respectiv conductanţa echivalentă a circuitului faţă de bornele *a* şi *b*. Circuitul pasivizat este cel din fig.2.14b, iar $R_i = R_{e(ab)} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2+R_3} = 1k\Omega$, respectiv $G_i = \frac{1}{R_i} = 1mS$.





Astfel, tensiunea U_4 este

$$U_4 = \frac{I_{sc}}{G_4+G_i} = \frac{8}{1+1} = 4V.$$

CAP.2 CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

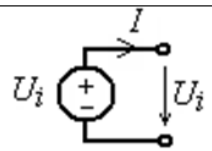
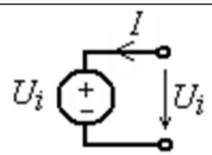
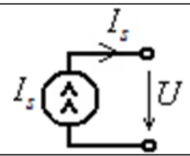
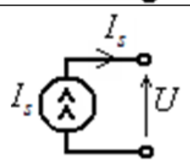
2.10 Teorema conservării puterilor

Suma algebrică a puterilor debitate de sursele din laturile unui circuit este egală cu suma puterilor disipate în rezistenţele laturilor.

$$\sum_{k=1}^{l} U_{ik} \cdot I_k = \sum_{k=1}^{l} R_k \cdot I_k^2. \qquad (21)$$

Reguli de asociere a sensurilor de referinţă pentru tensiuni şi curenţi:

Tabelul 1

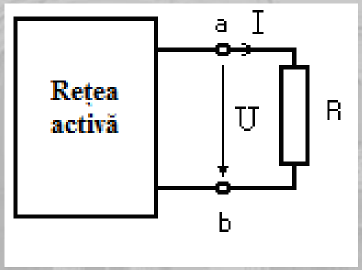
	Regula de asociere de la **generatoare**	$P_{cedată} = U_i \cdot I$
	Regula de asociere de la **receptoare**	$P_{cedată} = -U_i \cdot I$
	Regula de asociere de la **generatoare**	$P_{cedată} = U \cdot I_S$
	Regula de asociere de la **receptoare**	$P_{cedată} = -U \cdot I_S$

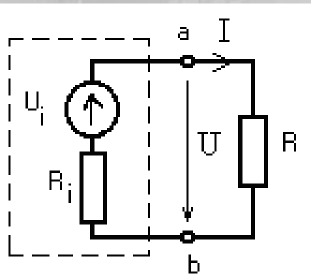
CAP.2 CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

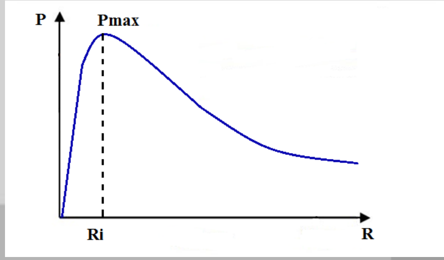
Universitatea Politehnica Timişoara

2.11 Teorema transferului maxim de putere

Se consideră o reţea activă şi o latură pasivă de rezistenţă R. Se pune întrebarea în ce condiţii reţeaua activă transferă rezistorului R o putere maxima. Reţeaua activă se poate echivala cu un generator Thevenin.







Curentul prin latura pasivă este, $I = \frac{U_i}{R+R_i}$, iar puterea disipată în rezistor va fi:

$$P = R \cdot I^2 = R \cdot \frac{U_i^2}{(R+R_i)^2} = P(R), \qquad (22)$$

care este o funcție continuă, pozitivă, reprezentată grafic.

Se pune problema determinării valorii rezistenței R pentru care transferul de putere de la rețeaua activă spre rezistorul R este maxim. Acest lucru se obține anulând derivata funcției, *P(R)*:

$$\frac{dP}{dR} = U_i^2 \cdot \frac{(R+R_i)^2 - 2R(R+R_i)}{(R+R_i)^4} = U_i^2 \cdot \frac{(R_i - R)}{(R+R_i)^3} = 0 \qquad (23)$$

de unde rezultă condiția de adaptare a receptorului la sursă, $R=R_i$. Înlocuind în (22), rezultă că puterea maximă dezvoltată în rezistor este: $P_{max} = \frac{U_i^2}{4R_i}$.