Matematica Discreta e Probabilitá

Suddivisione corso

Il corso é suddiviso in quattro parti: calcolo combinatorio, statistica descrittiva, probabilitá e statistica inferenziale.
Verranno dedicate 10 ore per la parte di calcolo combinatorio, 5 per la parte di statistica descrittiva, 40 per la parte di probabilitá e 5 per la parte di statistica inferenziale.

1 Calcolo Combinatorio

1.1 Richiami

Serviranno i concetti di **insieme**, **sottoinsieme**, e di funzioni **iniettive** e **suriettive**.

1.1.1 Insieme

Un **insieme** é un raggruppamento di elementi che puó essere individuato mediante una caratteristica comune che gli appartengono.
$A = \{a, b\}$

1.1.2 Sottoinsieme

Un **sottoinsieme** é un raggruppamento di elementi appartenenti ad un insieme che é anch'esso un insieme.
$B = \{n \in N : 1 \leq n \leq 5\}$

1.1.3 Funzioni Iniettive

Una funzione si dice **Iniettiva** se elementi distinti del dominio hanno immagini distinte. Possono esistere elementi del codominio non raggiunto da elementi del dominio.

1.1.4 Funzioni Suriettive

Una funzione si dice **Suriettiva** se ogni elemento del codominio é raggiunto da almeno un elemento del dominio. Non possono esistere elementi del codominio non raggiunto da elementi del dominio.

1.1.5 Funzioni Biettive

Una funzione si dice **Biettiva** se é sia suriettiva che iniettiva.

1.2 Teoria della Cardinalitá

Due insiemi hanno la stessa **cardinalitá** se esiste una biezione tra essi.
Se é possibile costruire una funzione biettiva tra due insiemi.

1.2.1 Definizioni

Un insieme A si dice finito se esiste $n \geq 0$ tale che A e $\{1, 2, ..n\}$ hanno la stessa **cardinalitá**.

Se $A \iff \{1, .., n\}$ diciamo che A ha **cardinalitá** n e scriviamo $\mid A \mid= n$

Un insieme A si dice **numerabile** se esiste biezione. $A \iff N = \{0, 1, 2, ..\}$

1.2.2 Esempi

1
$B = \{1, 2, 3, ..\}$ $\;f : N \mapsto B, f(n) = n + 1$
La funzione rappresenta la corrispondenza tra B e l'insieme dei numeri interi positivi (infiniti) $\longmapsto$ B é **numerabile**.
2
$Z = \{0, 1, -1, 2, -2, ..\}$ é **numerabile**?
Si, lo é perché basta fare le giuste associazioni :
$0 \longmapsto 0$, $1 \longmapsto 1$, $-1 \longmapsto 2$, $2 \longmapsto 3$
$f : Z \mapsto N$ $\{2z - 1$ se $z > 0$
$\{-2z$ se $z \leq 0$
Osservazione
Un insieme é **numerabile** se riesco ad elencare tutti i suoi elementi in un elenco infinito e viceversa.
3
$Q \geq 0 = \{\frac{a}{b} : a, b \in N, b \neq 0\}$ (Tutte le frazioni > 0)
É **numerabile**, l'importante é poter esprimere le frazioni in un elenco.
$0, 1, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, 3, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}, 4, ...$
In questo modo posso sicuramente scrivere **tutti** i numeri razionali.

4

$A = \{\text{sequenze binarie di lunghezza infinita}\}$

Vogliamo mostrare che A non é **numerabile**. Prendiamo un elenco infinito di elementi di A.

a_1 = 0110101.. , a_2 = 1100101.. , a_3 = 0010100.. , ... , a_n = 1000011..

Vogliamo costruire una sequenza che non fa parte di questo elenco.

Come primo bit mettiamo il bit **opposto** a quello del primo di a_1.

Come secondo bit mettiamo il bit **opposto** a quello del secondo di a_2.

Come terzo bit mettiamo il bit **opposto** a quello del terzo di a_3.

Ragionando in questo modo fino ad n avremo una sequenza che non fa parte di A.

A non é **numerabile** , perché é impossibile creare un elenco infinito che contenga tutte le sequenze di A.