

Sprawozdanie z Ćwiczenia nr 1

1. Treść ćwiczenia

W ćwiczeniu zaproponowano implementację algorytmu gradientu prostego w celu znalezienia ekstremów dwóch funkcji:

1. $f(x) = Ax + B\sin(x)$

$$x \in (-4\pi, 4\pi)$$

2. $g(x, y) = (Cxy)/(e^{(x^2 + y^2)})$

$$x \in (-2, 2)$$

$$y \in (-2, 2)$$

Gdzie A, B, C zostały ustalone na podstawie ostatnich cyfr numeru indeksu.

Zadanie polegało na:

- Implementacji algorytmu gradientu prostego,
- Wyznaczeniu ekstremów funkcji,
- Przeanalizowaniu wpływu parametrów takich jak długość kroku, limit liczby iteracji i wybór punktu startowego na proces optymalizacji.

2. Cel i opis eksperymentów

Celem eksperymentów było zbadanie skuteczności gradientu prostego dla wyznaczenia ekstremów w przypadku dwóch funkcji o różnych charakterystykach:

Funkcja $f(x)=Ax+B\sin(x)$ posiadającą zmienny gradient.

Funkcja $g(x,y)$ ze złożoną zależnością zarówno od x, jak i y, co pozwala badać zachowanie gradientu w przestrzeni dwuwymiarowej.

Sukces eksperymentu mierzono poprzez stabilizację wartości funkcji w pobliżu ekstremum. Analizowano wpływ zmian w długości kroków algorytmu, parametrach uczenia oraz punkcie startowym.

3. Instrukcja do odtworzenia wyników

Przygotowanie środowiska i Uruchomienie:

Skrypt można uruchomić przez terminal za pomocą polecenia:

```
```shell
git clone https://gitlab-stud.elka.pw.edu.pl/afilinko/wsi.git
python3 -m venv venv
source venv/bin/activate
pip install -r requirements.txt
python3 zad1.py <numer_indeksu> <learning_rate_f> <max_steps_f> <learning_rate_g>
<max_steps_g>
```
```

gdzie <numer_indeksu> jest numerem używanym do ustalenia parametrów A, B i C;

<learning_rate_f> i <learning_rate_g> - długość kroku uczącego

<max_steps_f> i <max_steps_g> - limit maksymalnej liczby kroków algorytmu

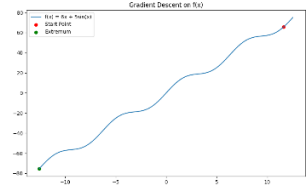
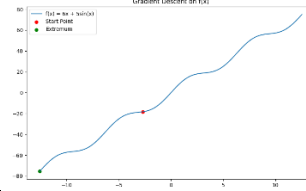
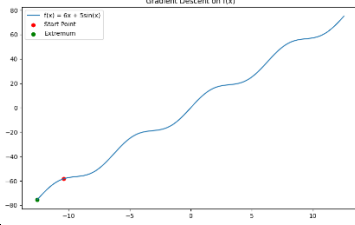
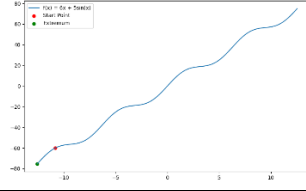
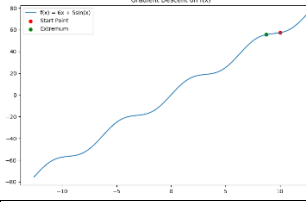
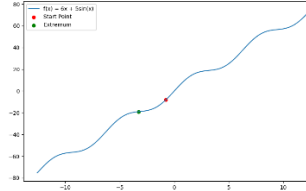
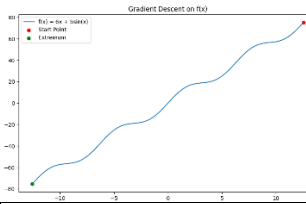
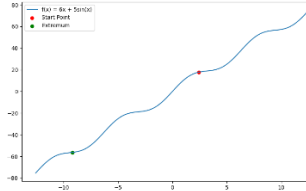
4. Wyniki

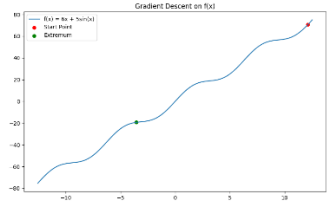
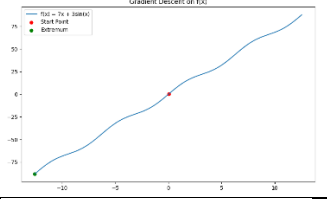
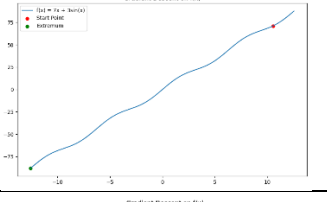
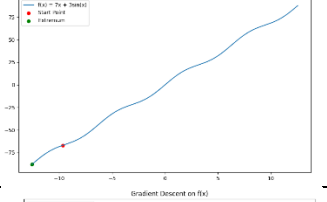
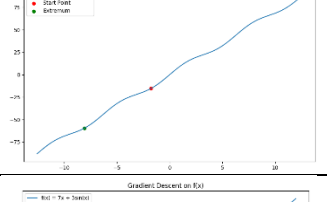
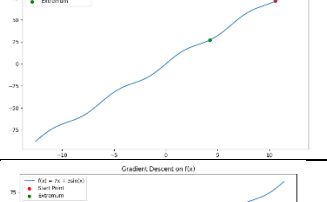
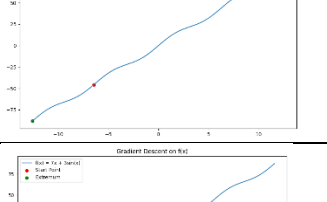
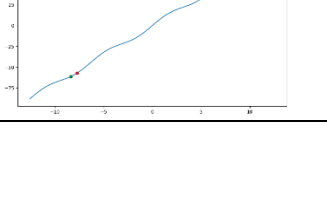
Wyniki przedstawione są w postaci wykresów dla obu funkcji. Diagramy obrazują:

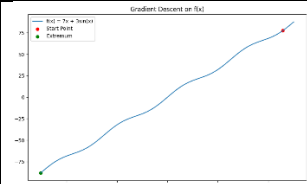
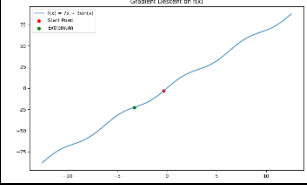
- funkcje
- punkt startowy
- znaleziony ekstremum
- ścieżkę gradientowe od punktu startowego do końcowego za pomocą strzałek (funkcja g).

FUNKCJA F

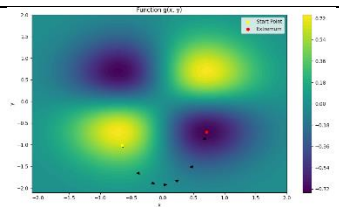
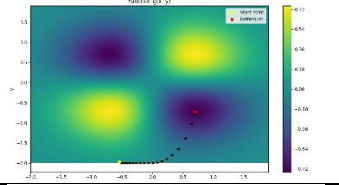
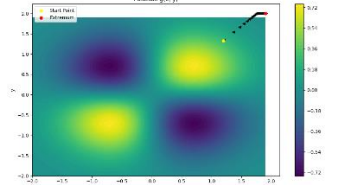
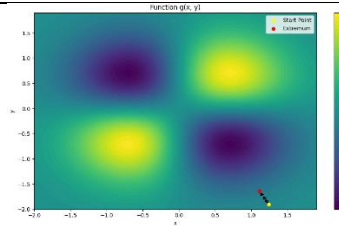
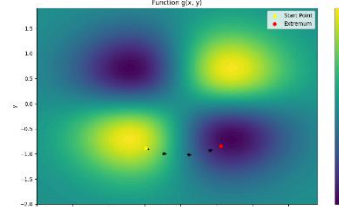
| A | B | Punkt Startowy | Ekstremum | Długość kroku | Liczba iteracji | Wykres |
|---|---|----------------|-----------|---------------|-----------------|--------|
|---|---|----------------|-----------|---------------|-----------------|--------|

| | | | | | | |
|---|---|------------------|------------------|------|------|--|
| 6 | 5 | 11,62306418 | -
12,56637061 | 0,01 | 1000 |  |
| 6 | 5 | -2,70212152 | -
12,56637061 | 0,01 | 1000 |  |
| 6 | 5 | -
10,40026423 | -
12,56637061 | 0,01 | 1000 |  |
| 6 | 5 | -
10,40026423 | -
12,56637061 | 0,01 | 100 |  |
| 6 | 5 | 10.016203 | 8,74248283 | 0,01 | 100 |  |
| 6 | 5 | -0,78030088 | -3,28215063 | 0,01 | 100 |  |
| 6 | 5 | 12.54426721 | -
12,56637061 | 0,1 | 100 |  |
| 6 | 5 | 2,41831721 | -9.17797177 | 0,03 | 100 |  |

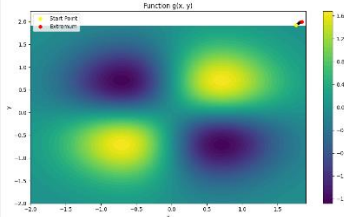
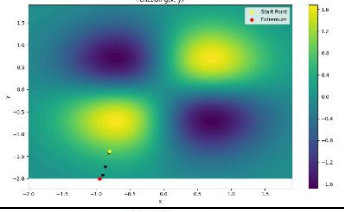
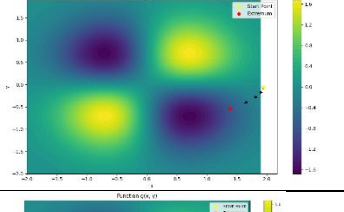
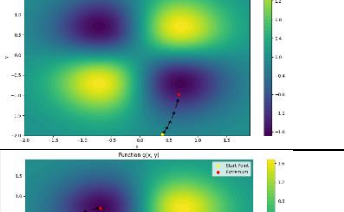
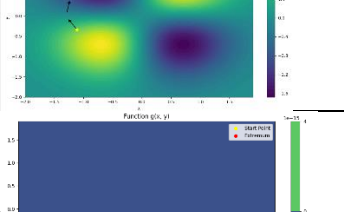
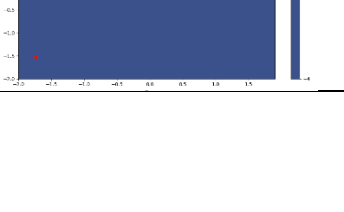
| | | | | | | |
|---|---|-------------|--------------|-------|------|--|
| 6 | 5 | 12,12176907 | -3,5530016 | 0,05 | 100 |  |
| 7 | 3 | 0,04314908 | -12,56637061 | 0,01 | 1000 |  |
| 7 | 3 | 10,54392372 | -12,56637061 | 0,01 | 1000 |  |
| 7 | 3 | -9,66307315 | -12,56637061 | 0,01 | 1000 |  |
| 7 | 3 | -1,76593053 | -8,09154151 | 0,01 | 100 |  |
| 7 | 3 | 10,55796565 | 4,23692826 | 0,01 | 100 |  |
| 7 | 3 | -6,44358883 | -12,56637061 | 0,01 | 100 |  |
| 7 | 3 | -7,74360747 | -8,3790335 | 0,001 | 100 |  |

| | | | | | | |
|---|---|-------------|------------------|-------|-----|--|
| 7 | 3 | 11,44525445 | -
12,56637061 | 0,1 | 100 |  |
| 7 | 3 | -0,31425304 | -3,29027008 | 0,005 | 100 |  |

FUNKCJA G

| C | Punkt Startowy | Ekstremum | Długość kroku | Liczba iteracji | Wykres |
|---|------------------------------|------------------------------|---------------|-----------------|--|
| 4 | [-0,64646005
-1,01080876] | [0,70710658
-0,70710812] | 0,01 | 1000 |  |
| 4 | [-0,5427421
-1,9686202] | [0,70357234
-0,73171688] | 0,01 | 1000 |  |
| 4 | [1,20152513
1,32910525] | [1,90340196
2.0] | 0,01 | 1000 |  |
| 4 | [1.24183677
-1.89916517] | [1.10989763
-1.63767275] | 0,01 | 100 |  |
| 4 | [-0.48552949
-0.88759902] | [0.55997679
-0.84241615] | 0,01 | 100 |  |

| | | | | | |
|---|--|--|------|------|--|
| 4 | $\begin{bmatrix} -1.12853674 \\ -1.66205912 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} -1.25547885 \\ -1.90989397 \end{bmatrix}$ | 0,01 | 100 | |
| 4 | $\begin{bmatrix} 0.67579392 \\ 1.45340375 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0.03562159 \\ 2.00 \end{bmatrix}$ | 0,1 | 100 | |
| 4 | $\begin{bmatrix} -1.85074066 \\ -1.99551576 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} -2. \\ -2. \end{bmatrix}$ | 0,1 | 100 | |
| 4 | $\begin{bmatrix} 1.97469213 \\ -1.72387873 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0.70710698 \\ -0.70710692 \end{bmatrix}$ | 0,1 | 100 | |
| 9 | $\begin{bmatrix} 1.38303997 \\ -1.88812052 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0.70710684 \\ -0.70710691 \end{bmatrix}$ | 0,01 | 1000 | |
| 9 | $\begin{bmatrix} 0.51256357 \\ 0.55860558 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} -0.70710668 \\ 0.70710669 \end{bmatrix}$ | 0,01 | 1000 | |
| 9 | $\begin{bmatrix} 0.94347386 \\ 0.60533096 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0.70710691 \\ -0.70710674 \end{bmatrix}$ | 0,01 | 1000 | |

| | | | | | |
|---|------------------------------|-------------------------------|------|------|--|
| 9 | [1.7639916
1.92190087] | [1.84249983
2.00] | 0,01 | 100 |  |
| 9 | [-0.79843165
-1.39257163] | [-0.94497829
-2.0] | 0,01 | 100 |  |
| 9 | [1.94755486
-0.05838271] | [1.39027465
-0.53462731] | 0,01 | 100 |  |
| 9 | [0.38806993
-1.97308144] | [0.67921648 -
0.9801921] | 0,1 | 100 |  |
| 9 | [-1.110284 -
0.33979443] | [-0.70972418
0.70657241] | 0,1 | 100 |  |
| 0 | [-1.73839748
-1.52503345] | [-1.73839748 -
1.52503345] | 0,01 | 1000 |  |

Wyniki:

Przeprowadzono eksperymenty dotyczące wpływu zmiany parametrów:

Długość kroku uczenia: zmiana wartości kroku z 0,001 na 0,1, co zapewnia szybszą i dokładniejszą zbieżność.

Maksymalny limit kroków: limit kroków został ustawiony na od 100 do 1000 dla $g(x,y)$ i dla $f(x)$.

Punkt startowy: Początkowy punkt został wybrany losowo w zakresie wartości funkcji.

5. Wnioski

Eksperyment potwierdził, że:

- Długość kroku wpływa na czas zbieżności: im mniejszy krok, tym dokładniejsze wyniki, ale kosztem większej liczby iteracji.
- Liczba iteracji wpływa na czas zbieżności: im więcej iteracji, tym dokładniejsze wyniki, ale kosztem mniejszej długości kroku.
- Punkt startowy ma kluczowe znaczenie dla funkcji o kilka zmiennych, takich jak $g(x,y)$, co może prowadzić do zbieżności do różnych lokalnych ekstremów.
- Kształt funkcji: funkcja $f(x)$ umożliwia łatwiejsze oszacowanie ekstremum, podczas gdy funkcja $g(x,y)$ wykazuje większą zmienność wartości gradientu w zależności od położenia w przestrzeni.