# La battaglia del convoglio (convoglio)

## Descrizione del problema

**Nota storica:** tra il 7 e il 10 marzo del 1943 c'è stata nell'Atlantico quella che è stata definita *la più grande battaglia di convogli mai combattuta* . Sottomarini tedeschi si comunicavano, in maniera cifrata, le posizioni dei convogli americani da attaccare. Gli alleati conoscevano, ovviamente, le posizioni dei loro convogli, ed intercettavano le comunicazioni dei tedeschi. Le informazioni acquisite da queste comunicazioni cifrate, insieme alle posizioni note dei convogli americani, sono state fondamentali per il lavoro di Alan Turing a Bletchley Park: qui Turing ha ideato la macchina Bomba, che ha consentito agli alleati di rompere il codice di Enigma, la macchina per comunicazioni cifrate dei tedeschi.

Torniamo alla battaglia: un convoglio americano, composto da N navi, è in viaggio nell'Atlantico. Sottomarini tedeschi si comunicano le posizioni delle navi e si coordinano per l'attacco. Gli alleati intercettano le comunicazioni tedesche ma riescono a decrittare solo parzialmente i messaggi: non sempre si riesce a identificare di quale nave stiano parlando i tedeschi, e spesso più di una nave americana potrebbe essere quella a cui fanno riferimento. In particolare, se indichiamo con  $M_0...M_{N-1}$  gli N messaggi intercettati, e con  $S_0$ ..  $S_{N-1}$  le N navi della flotta, alla luce di quanto decodificato ogni messaggio può riferirsi a una o più navi, come si vede nella figura (dove N=3), dove, per esempio, il primo messaggio può riferirsi sia alla prima ( $S_0$ ) che alla terza ( $S_0$ ) nave.

Figura 1:

M0
S0
M1
S1
S2

Turing riesce a trovare una **corrispondenza univoca** tra i messaggi e le navi: una corrispondenza in cui *ad ogni messaggio distinto corrisponde una nave distinta*. Per esempio, le 3 linee a tratto spesso in figura evidenziano 3 coppie messaggio-nave (M0 - S2, M1 - S0, e M2 - S1). Questa e' una corrispondenza univoca in quanto:

- per ogni i = 1, 2, 3 esiste uno ed un solo j tale che la coppia Mi Sj e' stata inclusa;
- per ogni j = 1, 2, 3 esiste uno ed un solo i tale che la coppia Mi Sj e' stata inclusa.

Per poter proteggere la flotta bisogna essere sicuri della corrispondenza, e quindi dobbiamo ora accertarci che non esistano altre corrispondenze univoche interamente costituite da coppie messaggionave consentite dall'istanza (gli archi in figura, sia in grassetto che in tratto semplice). Per esempio, nel caso della Figura 1 esiste anche una seconda corrispondenza univoca: M0 - S0, M1 - S2, M2 - S1.

Aiutate Turing a capire se la corrispondenza univoca da lui trovata è anche unica!

### Dati di input

La struttura del file di input è la seguente: la prima riga contiene 2 interi, N e M, che rappresentano, rispettivamente, il numero di navi (che coincide con il numero dei messaggi intercettati) e il numero complessivo di possibili corrispondenze tra messaggi e navi. I messaggi sono identificati da interi compresi tra 0 e N-1, e anche le navi sono identificate da interi compresi tra 0 e N-1.

Le successive M righe contengono una coppia ordinata di interi rappresentanti, rispettivamente, un messaggio e una nave corrispondente. Di queste M righe, le prime N contengono tutti i messaggi e tutte le navi, e identificano la corrispondenza univoca trovata da Turing.

Con riferimento alla figura, rappresentando i messaggi M0, M1 e M2 con gli interi 0,1 e 2, e le navi S0, S1 e S2 con gli interi 0,1 e 2, l'istanza nella figura viene rappresentata dal file di input a fondo pagina.

### Dati di output

Se non esiste nessuna altra corrispondenza possibile, il file di output deve essere costituito da una sola linea, contenente l'intero -1. Altrimenti, se esiste un'altra soluzione, il file di testo contiene N linee, corrispondenti alla soluzione trovata, rappresentata come lista di coppie di interi, messaggio e nave, ordinate per numero di messaggio.

Con riferimento alla figura, rappresentando i messaggi M0, M1 e M2 con gli interi 0,1 e 2, e le navi S0, S1 e S2 con gli interi 0,1 e 2, la seconda possibile soluzione univoca viene rappresentata dal file di output a fondo pagina.

#### **Assunzioni**

•  $N \le 100.000$ ,  $M \le 200.000$ 

#### Valutazione delle soluzioni

- (SubTask 1 5 punti) Questo subtask è costituito da una sola istanza: il caso di esempio mostrato qui sotto.
- (SubTask 2 16 punti) Nelle istanze di questo subtask si ha che M = N + 2.
- (SubTask 3 22 punti) Nelle istanze di questo subtask si ha che ciascuna nave e ciascun messaggio appare al più 2 volte nella lista delle possibili corrispondenze (quindi,  $M \le 2N$ ).
- (SubTask 4 27 punti) Nelle istanze di questo subtask  $N \le 3.000$ ,  $M \le 5.000$
- (SubTask 5 30 punti) Nelle istanze di questo subtask non ci sono vincoli particolari.

## Esempi di input/output

File input.txt	File output.txt
3 6	0 0
0 2	1 2
1 0	2 1
2 1	
0 0	
1 2	
2 2	