

# Appunti di algebra e matematica discreta

Alessandro Massarenti

Febbraio 2022,  
Anno 2021/2022

# Contents

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Introduzione</b>   | <b>2</b> |
| 1.1      | Argomenti di Algebra . . . . .  | 2        |
| 1.1.1    | Congruenze e sistemi di Congruenze . . . . .                              | 2        |
| 1.1.2    | Matrici, operazioni sulle matrici, soluzioni di sistemi lineari . . . . . | 2        |
| 1.1.3    | Spazi vettoriali . . . . .  | 2        |
| 1.1.4    | Diagonalizzazioni . . . . .   | 3        |
| 1.2      | Argomenti di Matematica discreta . . . . .                                | 3        |
| 1.2.1    | Grafi . . . . .   | 3        |
| 1.2.2    | Metodi di conteggio . . . . .   | 3        |
| 1.2.3    | Relazioni di ricorrenza . . . . .   | 3        |
| <b>2</b> | <b>Ripasso sui numeri</b>   | <b>5</b> |
| 2.1      | Insiemi di numeri . . . . .   | 5        |

# Chapter 1

## Introduzione

In generale non è consigliato acquistare nessun libro, però in esso sono contenuti molti esercizi e può quindi essere comodo.

### 1.1 Argomenti di Algebra

Questi argomenti prenderanno circa  $\frac{2}{3}$  del corso.

#### 1.1.1 Congruenze e sistemi di Congruenze

Esempio:

#### 1.1.2 Matrici, operazioni sulle matrici, soluzioni di sistemi lineari

Valore 1 e si ci sarà nel primo parziale, argomento di algebra.

Si utilizzeranno le matrici per risolvere cose interessanti,

Le matrici sono tabelle rettangolari, a volte se ne usano di particolari a forma di quadrato.

Sulle matrici si impareranno le 3 operazioni, dove la terza è molto complessa e conta come 2, inoltre si impareranno altre 3 operazioni per passare da una matrice ad un'altra.

In totale avremo 7 operazioni.

Le matrici ci serviranno a capire se un sistema anche enorme e che richiederebbe un lunghissimo calcolo ha soluzioni.

#### 1.1.3 Spazi vettoriali

Valore 2

Si utilizzeranno somme di matrici, chiamate anche sovrapposizioni, le quali sono una generalizzazione di prodotto per numeri

A fine corso questo argomento verrà applicato a modelli fisici.

### 1.1.4 Diagonalizzazioni

Valore 1 argomento di algebra

Posso diagonalizzare se posso scrivere prodotto di 3 quadrati, dove la matrice centrale è una matrice diagonale

## 1.2 Argomenti di Matematica discreta

Questi argomenti prenderanno circa  $\frac{1}{3}$  del corso

### 1.2.1 Grafi

Valore 2

I grafi hanno notazione  $(V,E)$  dove  $V$  è il numero di vertici, ed  $E$  il numero di archi<sup>1</sup>.

esempio di grafo può essere dei villaggi su delle montagne, dove ogni arco rappresenta una strada che collega un villaggio, ed ogni villaggio è un vertice.

In questo esempio ci accorgiamo che un villaggio è isolato e un villaggio ha molti collegamenti.

### 1.2.2 Metodi di conteggio

Vale1 e sicuramente sarà presente al secondo pariale. Questo argomento è molto dettagliato nel libro

Un'esempio sarà calcolare le diverse sequenze binarie (sequenze di *zeri* ed *uni*)

Con 8 cifre dove abbiamo 6 uni e 2 zeri inizio a contare.

Ho 8 posizioni quindi prima sistemo gli zeri(Perchè sono meno)

E mi accorgo che il primo 0 potrò metterlo in 8 posizioni ed il secondo in 7. Il numero di sequene sarà quindi uguale a  $8 \cdot 7$

Però allo stesso tempo lo  $0_1$  posso scambiarlo di posizione con lo  $0_2$

Avrò quindi che il mio numero di sequenze sarà uguale a  $\frac{8 \cdot 7}{2}$

### 1.2.3 Relazioni di ricorrenza

Vale 1 e anche questo è molto dettagliato sul libro.

---

<sup>1</sup> $V = \text{vertex(Vertici)}$ ,  $E = \text{edges(archi)}$

Se devo calcolare una formula che riguarda  $n$  oggetti è una procedura che collega il saper calcolare per  $n-1$  oggetti con il saper calcolare per  $n$  oggetti.

Ad esempio, se voglio calcolare il prodotto di  $n$  numeri naturali, ovvero il fattoriale, so che conoscendo il caso  $n-1$  posso riutilizzarlo per calcolare il caso  $n$ .

Sarà però molto importante saper definire anche un caso base.

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots = n!$$

$$a_n \begin{cases} \cdot a_n - 1 \\ a_0 = 1 \end{cases} \quad \text{condizione base}$$

Ci accorgiamo quindi che:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \cdot a_0 = 1 \cdot 1 = 1 \\ a_2 &= 2 \cdot a_1 \end{aligned}$$

## Chapter 2

# Ripasso sui numeri

### 2.1 Insiemi di numeri

$\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$  ovvero *se stesso + 1* è l'insieme  $\mathbb{N}$  dei numeri naturali.

Possiamo fare la somma che ha come neutro 0

Ci accorgiamo subito che mancano gli opposti, dobbiamo però ampliare l'insieme ad un insieme li contenga.

$\{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$  si descrivono tramite la lettera  $\mathbb{Z}$

Con questi numeri posso moltiplicare ma non posso dividere, se divido due interi non è detto ottenga un intero.

Per la moltiplicazione l'elemento neutro è l'1.