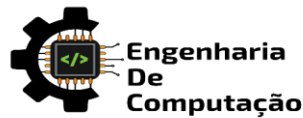


Análise e Solução do Problema de Caramelos

Aluno: Alessandro Augusto Ferreira Dias de Oliveira

Professor: Douglas Donizeti de Castilho Braz

Disciplina: Projeto e Análise de Algoritmos



Introdução

O problema dos caramelos propõe uma divisão justa de N sacolas de caramelos entre Alice e Bob, de forma que ambos recebam a mesma quantidade de caramelos. A solução desenvolvida utiliza a Programação Dinâmica para verificar a possibilidade de uma partição dos caramelos em duas somas iguais e, em seguida, distribui os caramelos de acordo com essa divisão. Caso não seja possível, o algoritmo retorna -1, indicando a impossibilidade de divisão igualitária.

Fundamentos Matemáticos Utilizados

O principal conceito matemático envolvido é a **soma dos elementos** e a tentativa de divisão em partes iguais:

- **Somatórios:** A soma total dos caramelos deve ser verificada quanto à paridade. Caso seja ímpar, a divisão igualitária torna-se inviável, eliminando a necessidade de cálculos posteriores.
- **Propriedades de Somatórios:** Garantem que uma partição exata só é possível se o somatório das sacolas puder ser dividido por 2 sem resto.

Medida do Tempo de Execução do Programa

O tempo de execução do programa está diretamente ligado ao uso de Programação Dinâmica, que permite verificar a viabilidade de divisão dos caramelos em tempo $O(n * \text{soma}/2)$, onde:

- **n** é o número de sacolas.
- **$\text{soma}/2$** é o alvo da divisão, ou seja, a metade do somatório total dos caramelos.

O uso de programação dinâmica contribui para um comportamento assintótico **quase linear** para entradas grandes (mas limitadas por N e o valor máximo das sacolas), o que torna o algoritmo eficiente.

Algoritmos e Técnicas de Projeto

Para resolver este problema de forma eficiente e garantir que a divisão seja feita adequadamente, as seguintes técnicas e algoritmos foram aplicados:

1. **Programação Dinâmica (PD):** A PD foi utilizada para verificar se existe uma partição dos caramelos em duas partes iguais. Criou-se uma tabela de estados em que cada posição $pd[i][j]$ indica se é possível atingir uma soma j utilizando as primeiras i sacolas. Esse processo é conhecido como **Subset Sum Problem**, onde buscamos uma combinação que atinja exatamente metade da soma total.
2. **Algoritmos Gulosos:** Após a confirmação da possibilidade de divisão, utilizamos uma abordagem que distribui caramelos de maneira "gulosa", respeitando a condição de empates (onde Alice recebe o caramelo). O conceito de guloso é aplicado ao distribuir sempre o menor conjunto de caramelos possível em cada etapa, o que garante a divisão equilibrada.
3. **Divisão e Conquista:** A distribuição de caramelos entre Alice e Bob pode ser vista como uma divisão do problema maior (total de caramelos) em dois subproblemas (cada parte da soma de caramelos). Essa abordagem auxilia na simplicidade de implementação e eficiência.

Complexidade e Análise Assintótica

A complexidade é analisada em função de N e $soma/2$, onde:

- **Espaço:** O algoritmo requer uma tabela $pd[i][j]$ que cresce linearmente com o número de sacolas e a metade do somatório total, levando a uma complexidade de espaço $O(n * soma/2)$.
- **Tempo:** A complexidade de tempo também é $O(n * soma/2)$, pois cada sacola é analisada para a possibilidade de contribuir para somas parciais.

A técnica de programação dinâmica aplicada neste problema é eficiente, pois evita a necessidade de verificar todas as possíveis permutações das sacolas, o que seria computacionalmente inviável para valores elevados de N .

Conclusão

A solução proposta resolve o problema de divisão justa dos caramelos, respeitando as condições impostas. Ao verificar a possibilidade de divisão com Programação Dinâmica e distribuir caramelos usando um método guloso, alcançamos uma solução otimizada e justa, que garante que ambos recebam a mesma quantidade de caramelos sempre que possível.

Referências

A implementação foi baseada nos conceitos de Programação Dinâmica para resolução de problemas de somas de subconjuntos, combinada com técnicas gulosas para distribuição equitativa.