

Curso:
EL271 Codificación de Fuente y de Canal
Unidad 3: TRELLIS CODED MODULATION (TCM)
Semana 9, Sesión 9

CARLOS VALDEZ VELÁSQUEZ-LÓPEZ, DR. ING


2023-02

A solid green horizontal bar spanning the width of the slide, located at the bottom.

Logro de la sesión

Al finalizar la sesión, el alumno explica los principios del esquema de codificación TCM, el concepto de partición de conjuntos, la distancia Euclidiana, el evento de error y la distancia libre

Contenido

- 1) Conceptos básicos
 - 2) Esquema general de TCM, ejemplos
 - 3) Principios de la partición de conjuntos, ejemplos
 - 4) Diagrama Trellis, ejemplos
 - 5) Conclusiones
- 

1) Conceptos básicos

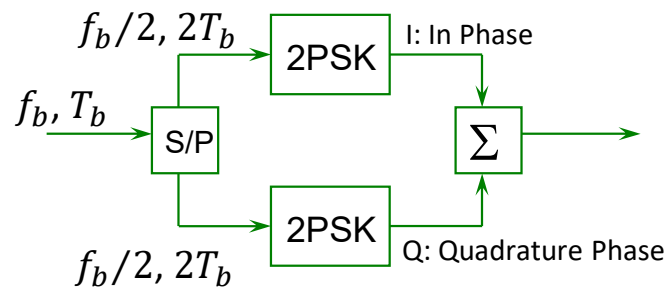
- En todo canal de comunicación existen 2 recursos limitados:
 - 1) El espectro de frecuencias
 - 2) La potencia de transmisión
- La limitación predominante determina el tipo de canal, por ejemplo:
 - ✓ El *canal de espacio profundo* es un canal limitado en potencia (sistema de comunicaciones con las sondas espaciales en Marte, etc.)
 - ✓ El *canal telefónico* es un canal limitado en banda ($B_{CH} = 3,1$ KHz)
- Debido a ello, la búsqueda de esquemas de comunicación eficientes en potencia y en ancho de banda, han sido un activo campo de investigación

Canal limitado en potencia

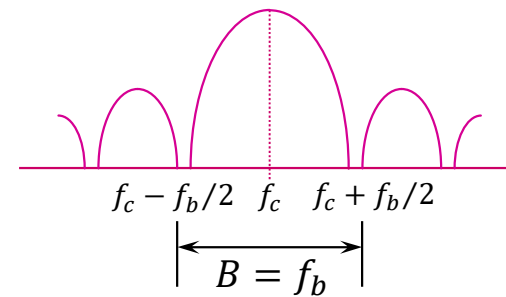
- En un canal limitado en potencia, el rendimiento deseado del sistema (probabilidad de error de bit P_b) debe obtenerse con la menor potencia posible
- Una solución es utilizar códigos correctores de error, lo cual mejora el rendimiento mediante la introducción de bits redundantes en la secuencia transmitida

Ejemplo: modulación 4-PSK con codificación

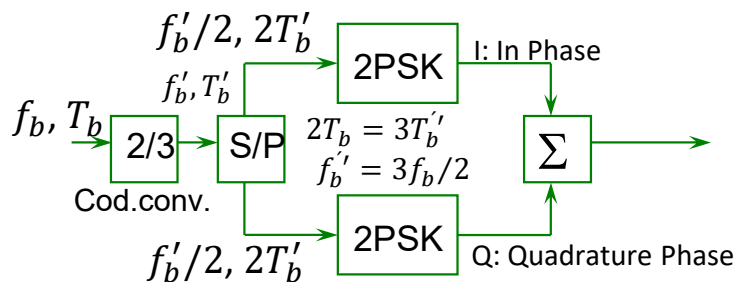
A) 4-PSK sin codificar



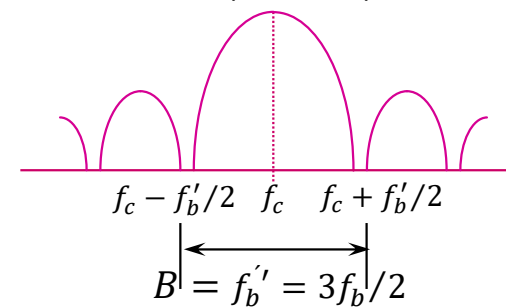
Densidad espectral de potencia



B) 4-PSK codificado

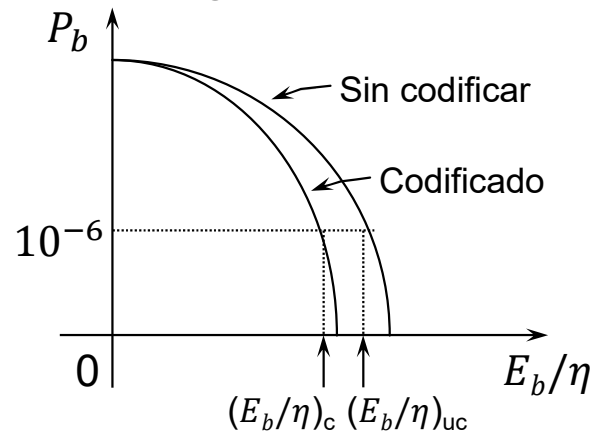


Densidad espectral de potencia



Ejemplo: modulación 4-PSK con codificación

- Como resultado de lo anterior puede ahorrarse potencia (la cual está restringida), debido al mejor rendimiento conseguido con el código



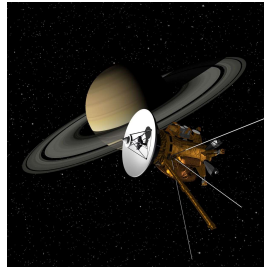
- El ancho de banda se incrementa (no es problema en este caso) y la velocidad de transmisión de información disminuye (debido a la introducción del codificador)

Canal limitado en banda

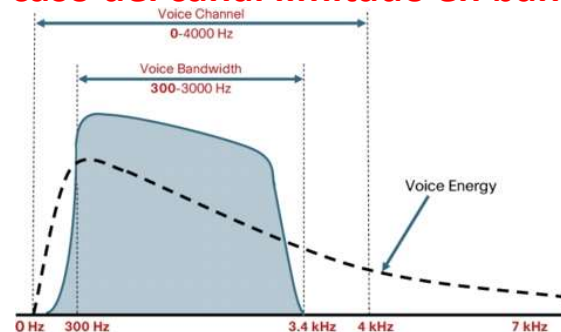
- En un canal limitado en banda, la utilización del espectro de frecuencias puede mejorarse empleando esquemas de modulación de orden superior (mayor número de símbolos)
- Por ejemplo, 8-PSK en vez de 4-PSK
- Como resultado, podemos ahorrar ancho de banda e incluso transmitir más bits de información por Hz (eficiencia espectral)
- Sin embargo, el rendimiento (P_b) se degrada ya que los símbolos de 8-PSK están más próximos entre sí que los de 4-PSK
- Esto puede contrarrestarse mediante el incremento de la potencia (no es un problema en este caso), con lo cual la distancia entre símbolos aumenta (los puntos de la constelación se alejan)

Resumen de las soluciones

- El incremento del ancho de banda **en el caso del canal limitado en potencia**



- El incremento de la potencia **en el caso del canal limitado en banda**



Estas soluciones, conjuntamente con la idea de optimizar el código corrector de errores y el esquema de modulación digital, cada uno POR SEPARADO, fue la tendencia durante muchos años desde que C. E. Shannon publicó su trabajo en 1948

El descubrimiento de TCM

- TCM fue descubierto por Gottfried Ungerboeck (1976), quien con algunos esquemas simples logró obtener ganancias de codificación desde 3 hasta 6 dB, reduciendo considerablemente la diferencia con el Límite de Shannon, su artículo fue publicado en la IEEE Transactions on Information Theory (1982)

Channel Coding with Multilevel/Phase Signals

GOTTFRIED UNGERBOECK, MEMBER, IEEE

Abstract—A coding technique is described which improves error performance of synchronous data links without sacrificing data rate or requiring more bandwidth. This is achieved by channel coding with expanded sets of multilevel/phase signals in a manner which increases free Euclidean distance. Soft maximum-likelihood (ML) decoding using the Viterbi algorithm is assumed. Following a discussion of channel capacity, simple hand-designed trellis codes are presented for 8 phase-shift keying (PSK) and 16 quadrature amplitude-shift keying (QASK) modulation. These simple codes achieve coding gains in the order of 3–4 dB. It is then shown that the codes can be interpreted as binary convolutional codes with a mapping of coded bits into channel signals, which we call “mapping by set partitioning.” Based on a new distance measure between binary code sequences which efficiently lower-bounds the Euclidean distance between

the corresponding channel signal sequences, a search procedure for more powerful codes is developed. Codes with coding gains up to 6 dB are obtained for a variety of multilevel/phase modulation schemes. Simulation results are presented and an example of carrier-phase tracking is discussed.

I. INTRODUCTION

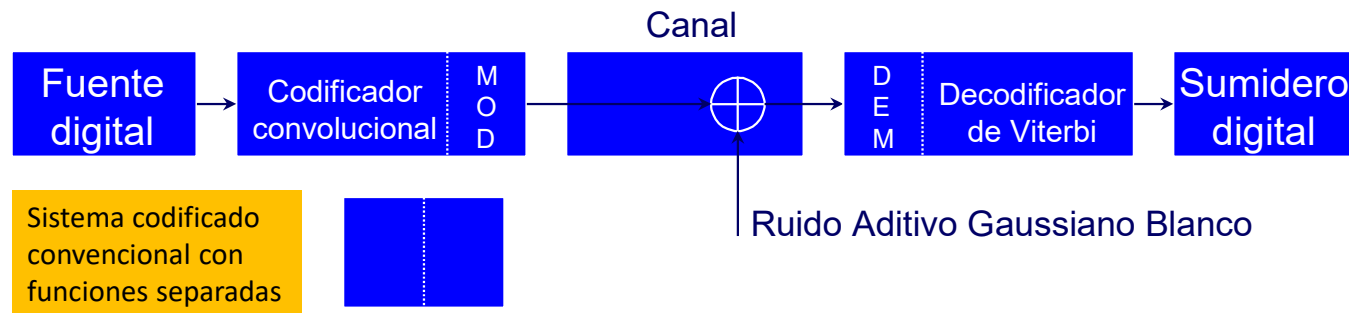
IN CHANNEL CODING of the “algebraic” coding type, one is traditionally concerned with a discrete channel provided by some given modulation and hard-quantizing demodulation technique. Usually, inputs and outputs of the channel are binary. The ability to detect and/or correct errors can only be provided by the additional transmission of redundant bits, and thus by lowering the effective information rate per transmission bandwidth.

Manuscript received May 24, 1977; revised January 7, 1981.
The author is with the IBM Zurich Research Laboratory, 8803 Rüschlikon, Switzerland.

0018-9448/82/0100-0055\$00.75 ©1981 IEEE

- Lo central en TCM es que el codificador y el modulador son concebidos como un solo bloque
- Si bien se introduce un codificador convolucional, se duplica el número de puntos de señal evitándose el aumento del ancho de banda

Sistema de comunicación convencional



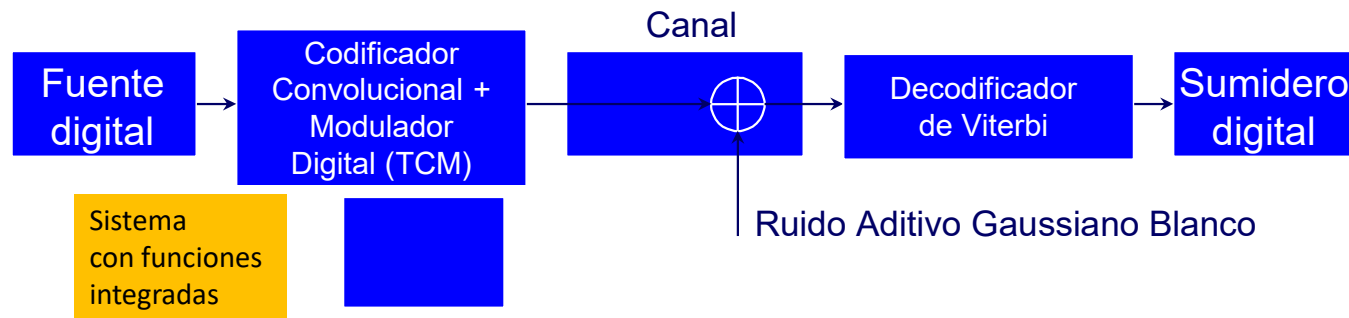
➤ Lado de transmisión:

- El mejor código tiene mayores distancias entre palabras de código en el espacio de Hamming (de 1s y 0s)
- La redundancia del código implica expansión del ancho de banda y reducción de la velocidad de información
- El modulador se optimiza (selección de la constelación) independientemente del código

➤ Lado de recepción:

- La decisión de los símbolos es realizada antes de la decodificación (hard decision), con la consiguiente pérdida de información
- La decodificación de Viterbi se realiza sobre secuencias binarias

Sistema de comunicación con TCM



➤ Lado de transmisión:

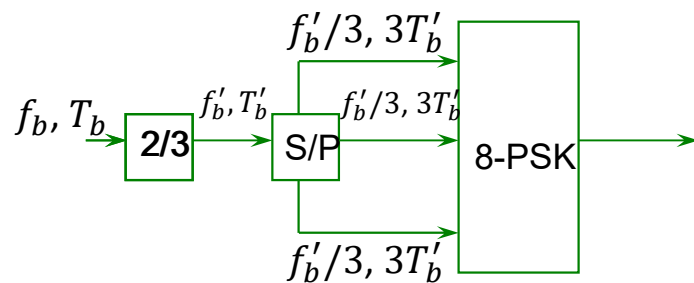
- Los códigos se diseñan para conseguir mayores distancias entre palabras de código en el espacio Euclidiano (de los números reales)
- La redundancia del código no implica expansión del ancho de banda ni reducción de la velocidad de información (comparado con el caso no codificado)

➤ Lado de recepción:

- La decisión de los símbolos es realizada mediante la decodificación de Viterbi, y se realiza sobre secuencias de símbolos recibidos (soft decision), en el espacio Euclidiano

El esquema TCM no incrementa el ancho de banda

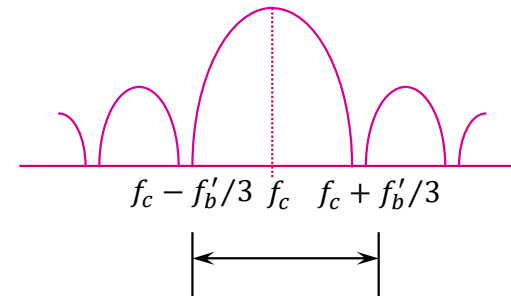
- Efecto (ejemplo) de la combinación de un codificador convolucional y un modulador con alfabeto expandido (número de puntos duplicado, de 4-PSK a 8-PSK):



$$2T_b = 3T'_b$$

$$f'_b = 3f_b/2$$

Densidad espectral de potencia



$$B = \frac{2}{3} f'_b = \frac{2}{3} (3/2) f_b = f_b$$

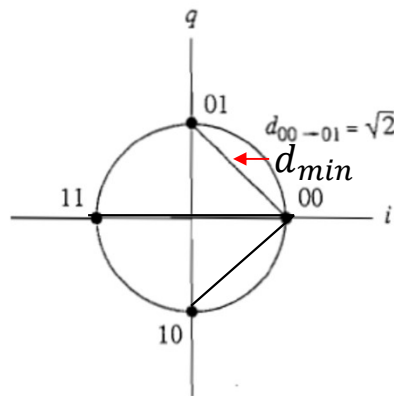
El ancho de banda no se incrementa

Probabilidad de error P_{ub} y distancia mínima d_{min} en un sistema no codificado

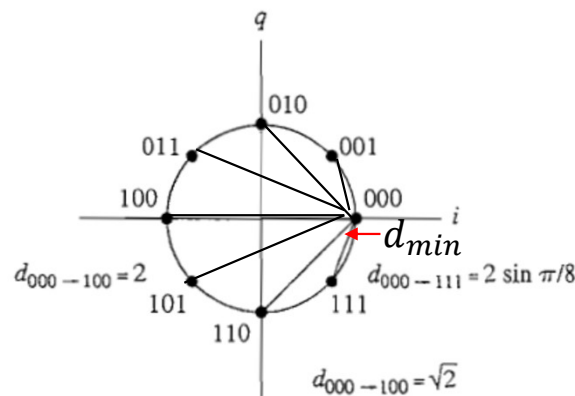
- La probabilidad de error P_{ub} en un sistema M-PSK sin codificar está dada por:

$$P_{ub} = \frac{2}{K} \cdot Q \left(\sqrt{2K\gamma_{ub} \sin^2 \frac{\pi}{M}} \right), \quad K = \log_2 M,$$

- Dicha expresión se puede reescribir en términos de la distancia mínima d_{min} que separa a los puntos de la constelación M-PSK. Por ejemplo, para 4-PSK y 8-PSK:



a) M=4



b) M=8

$$d_{min}^2 = 4 \sin^2 \frac{\pi}{M}$$

$$P_{ub} = \frac{2}{K} \cdot Q \left(\sqrt{\frac{K}{2} \gamma_{ub} d_{min}^2} \right)$$

P_{ub} es inversamente proporcional a d_{min}

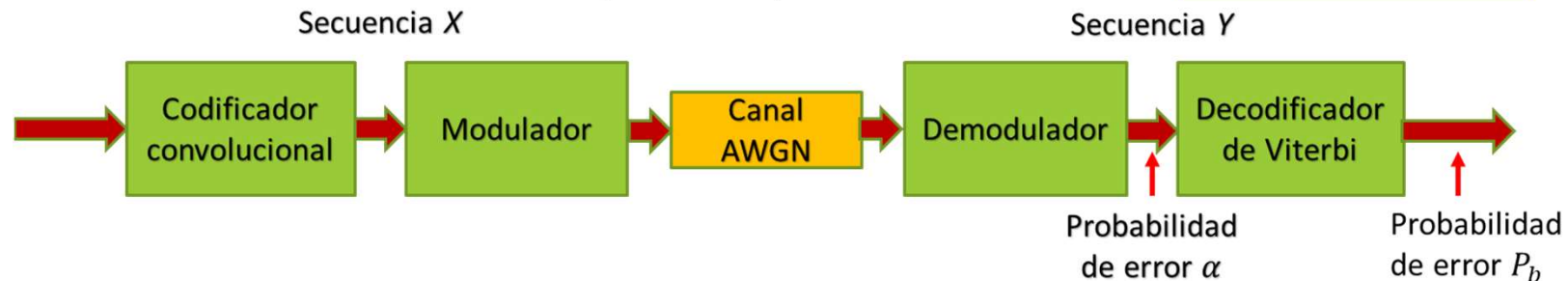
Probabilidad de error P_b y distancia libre d_f en un sistema codificado convencional

- La probabilidad de error P_b en un sistema M-PSK codificado convolucionalmente (convencional) está dada por:

$$P_b \approx \frac{M(d_f)2^{d_f} \alpha^{d_f/2}}{k}, \quad \sqrt{\alpha} \ll 1, \quad M(d_f) = \sum_{i=1}^{\infty} iA(d, i)$$

$$\alpha = \frac{2}{K} \cdot Q \left(\sqrt{\frac{K}{2}} \gamma_c d_{min}^2 \right), \quad d_{min}^2 = 4 \sin^2 \frac{\pi}{M}$$

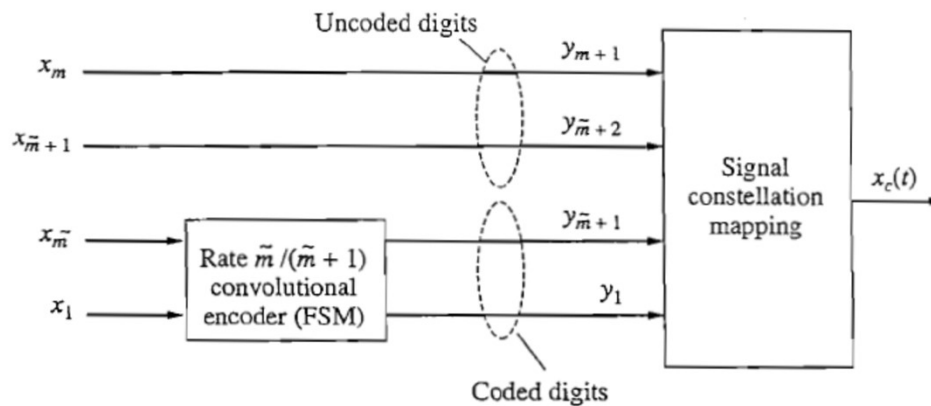
α es inversamente proporcional a d_{min}



- Tal como se puede apreciar, la probabilidad de error P_b depende de d_f (del codificador convolucional en el espacio de Hamming) y d_{min} (de la constelación M-PSK)
- En TCM se integran el codificador convolucional con el modulador, se codifican los símbolos de la constelación 2M-PSK, y se obtiene un valor mucho mayor de la distancia d_f (en el espacio Euclidiano)

2) Esquema general de TCM, ejemplos

Compuesto por un codificador convolucional seguido de un modulador digital (también denominado Signal Mapper):



FSM: Finite State Machine

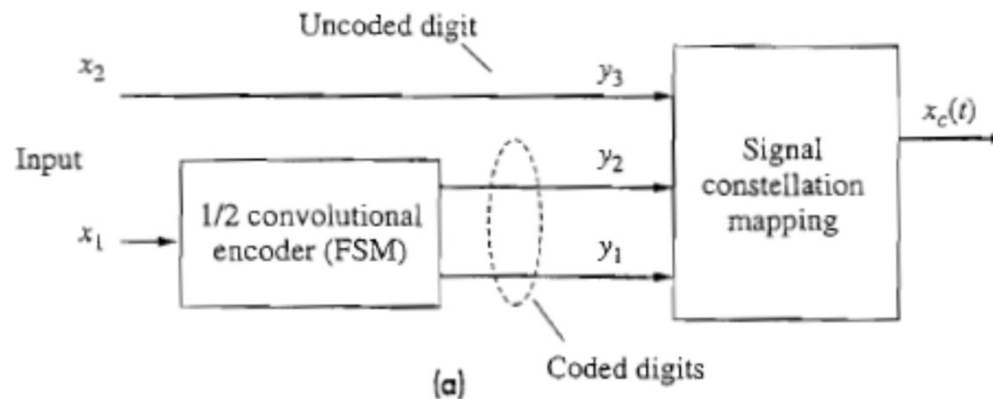
- El esquema TCM expande el número de símbolos de 2^m a 2^{m+1} (lo duplica)
- La razón del código convolucional está dado por:

$$R_c = \tilde{m}/\tilde{m} + 1$$

- La razón del código TCM está dado por:

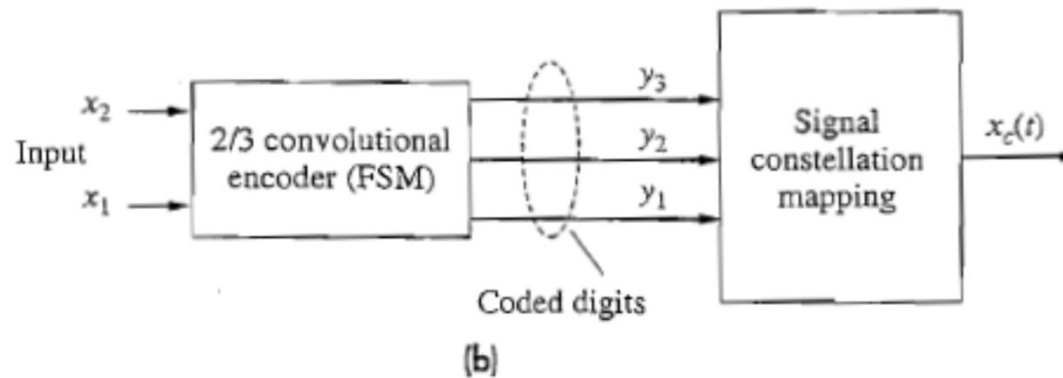
$$R = m/m + 1$$

Ejemplo: esquema TCM 8-PSK de 4 estados



- La razón del código convolucional R_c es igual a $1/2$, el cual tiene además 4 estados
- La razón del esquema TCM R es igual a $2/3$
- El codificador convolucional codifica el bit x_1 en los bits y_1 y y_2 , el bit x_2 no se codifica
- Los bits y_1 , y_2 y y_3 seleccionan un punto de la constelación 8-PSK

Ejemplo: esquema TCM 8-PSK de 8 estados



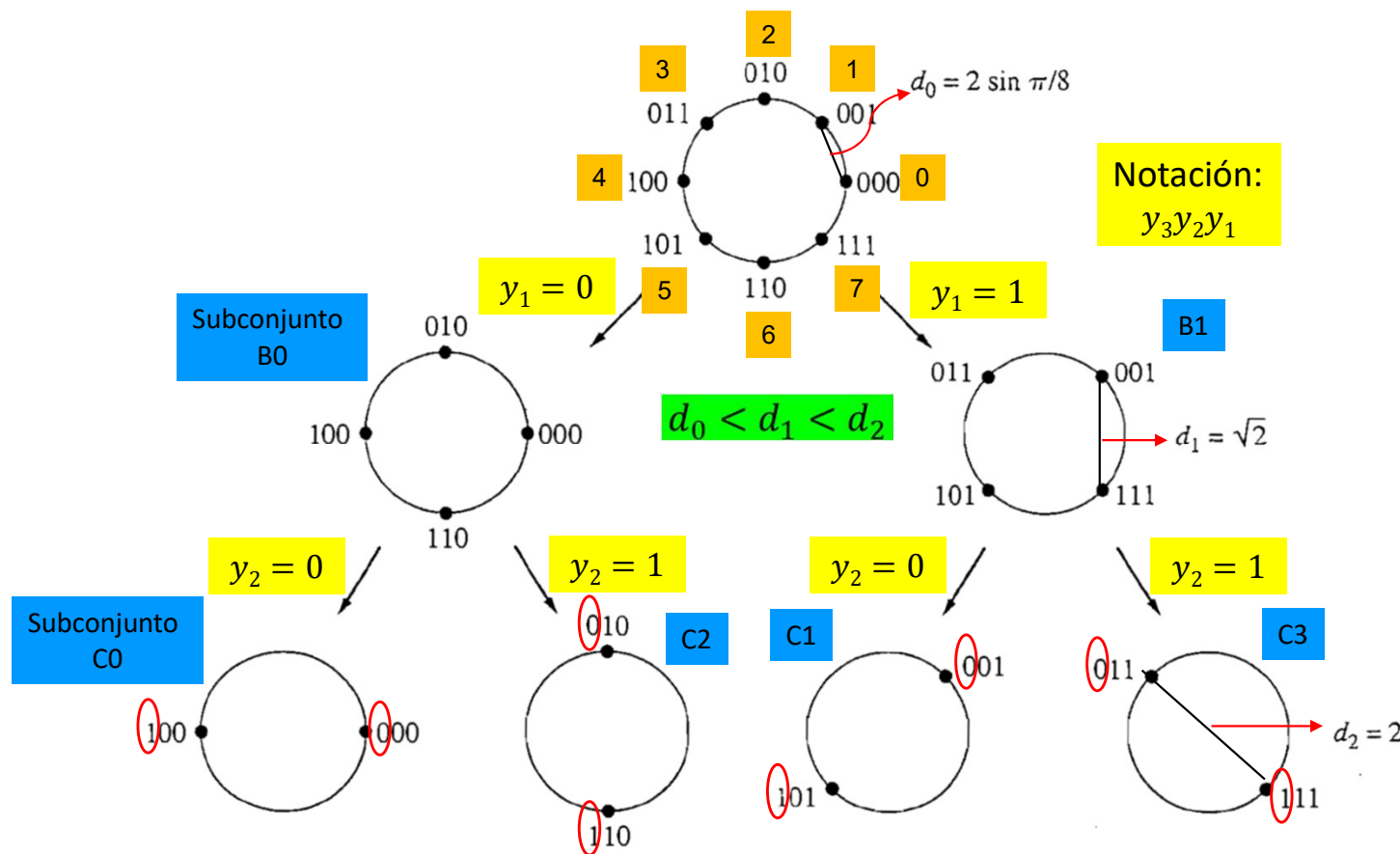
- La razón del código convolucional R_c es igual a $2/3$, el cual tiene además 8 estados
- La razón del esquema TCM R es igual a $2/3$
- El codificador convolucional codifica los bits x_1 y x_2 en los bits y_1 , y_2 y y_3
- Los bits y_1 , y_2 y y_3 seleccionan un punto de la constelación 8-PSK

Idea central en TCM

- La idea central en TCM es maximizar la distancia Euclidiana entre las posibles secuencias codificadas
- Lo anterior contrasta con la codificación binaria en donde se busca maximizar la distancia de Hamming: d_{min} en codificación de bloque y d_f en codificación convolucional
- Para conseguir el objetivo deseado, en TCM se aplica el concepto de partición de conjuntos (“set partitioning”)

3) Principios de la partición de conjuntos

Ejemplo: partición de conjuntos para el esquema TCM 8-PSK de 4 estados

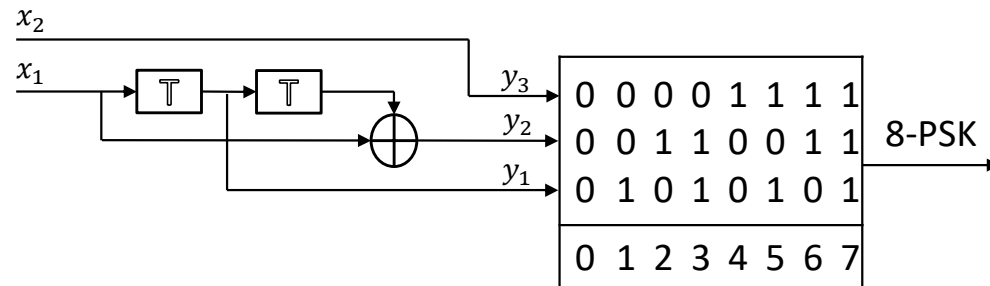


➤ Nótese que los bits codificados y_2y_1 son los que efectúan la partición de conjunto

➤ El bit no codificado y_3 elige el punto a ser transmitido

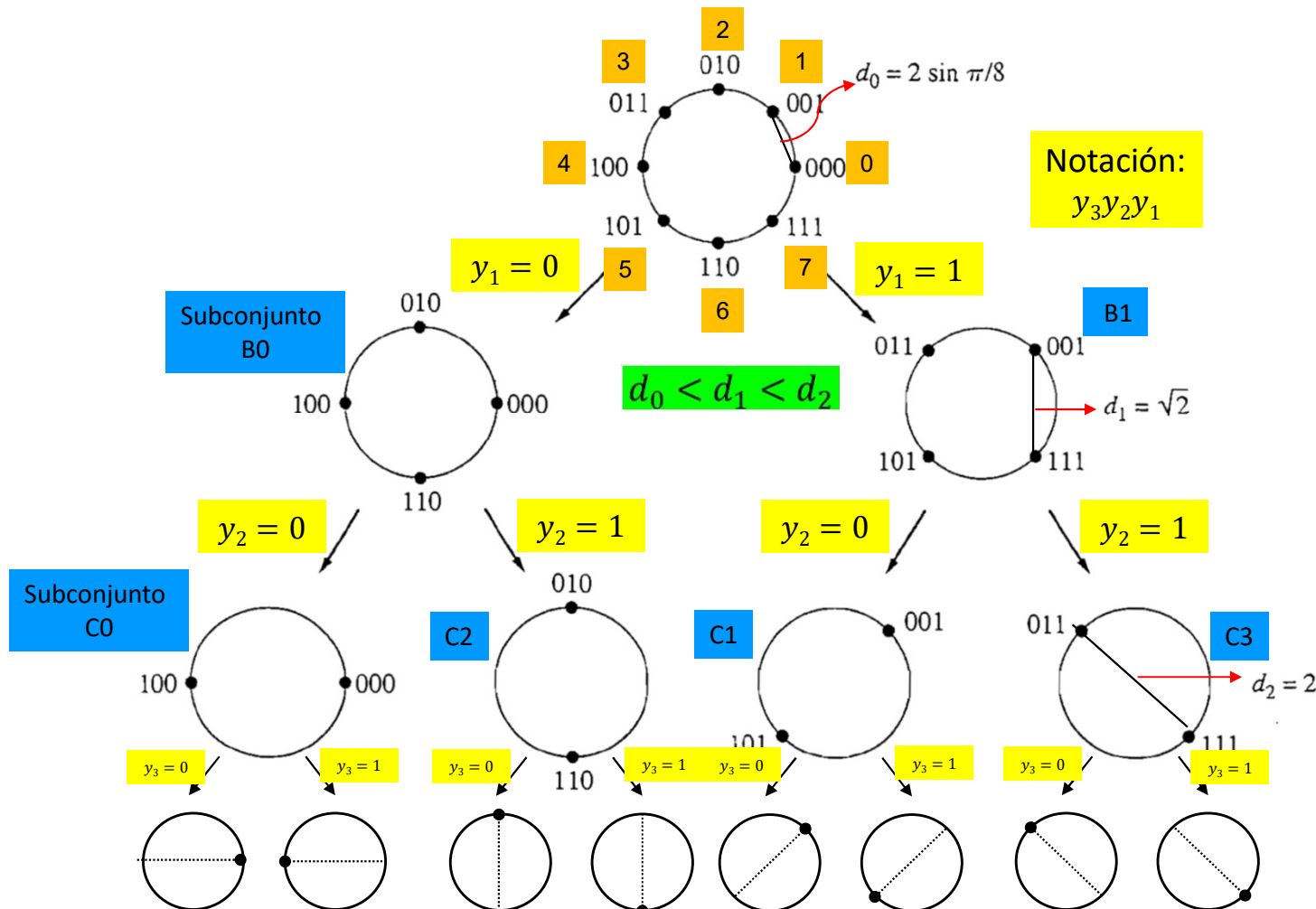
➤ En el trellis, ésto se presenta como 2 transiciones paralelas

Ejemplo: Realización del esquema TCM 8-PSK de 4 estados (G. Ungerboeck, 1982)



- La razón del código convolucional R_c es igual a $1/2$, el cual tiene además 4 estados
- La razón del esquema TCM R es igual a $2/3$
- El codificador convolucional codifica el bit x_1 en los bits y_1 y y_2 , el bit x_2 no se codifica
- Los bits y_1, y_2 y y_3 seleccionan un punto de la constelación 8-PSK

Ejemplo: partición de conjuntos para el esquema TCM 8-PSK de 8 estados

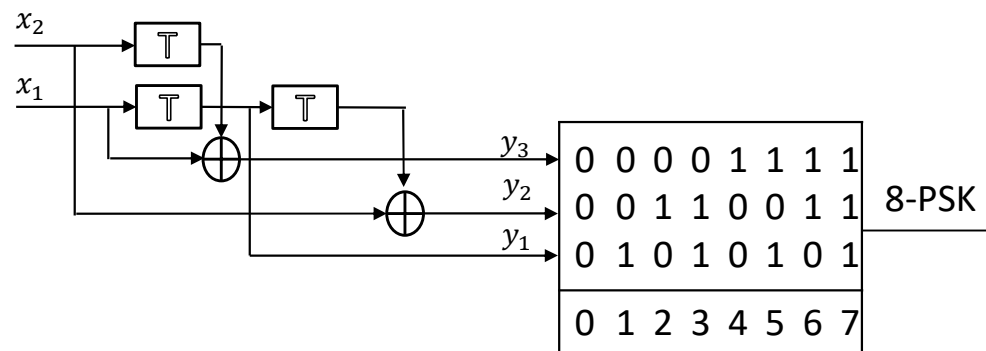


➤ Nótese que los bits codificados $y_3 y_2 y_1$ son los que efectúan la partición de conjunto

➤ Cuando todos los bits se codifican la partición de conjunto es exhaustiva

➤ En éste caso, no se producen transiciones paralelas en el trellis

Ejemplo: Realización del esquema TCM 8-PSK de 8 estados (G. Ungerboeck, 1982)



- La razón del código convolucional R_c es igual a $2/3$, el cual tiene además 8 estados
- La razón del esquema TCM R es igual a $2/3$
- El codificador convolucional codifica el bit x_1 en los bits y_1 y y_2 , el bit x_2 no se codifica
- Los bits y_1, y_2 y y_3 seleccionan un punto de la constelación 8-PSK

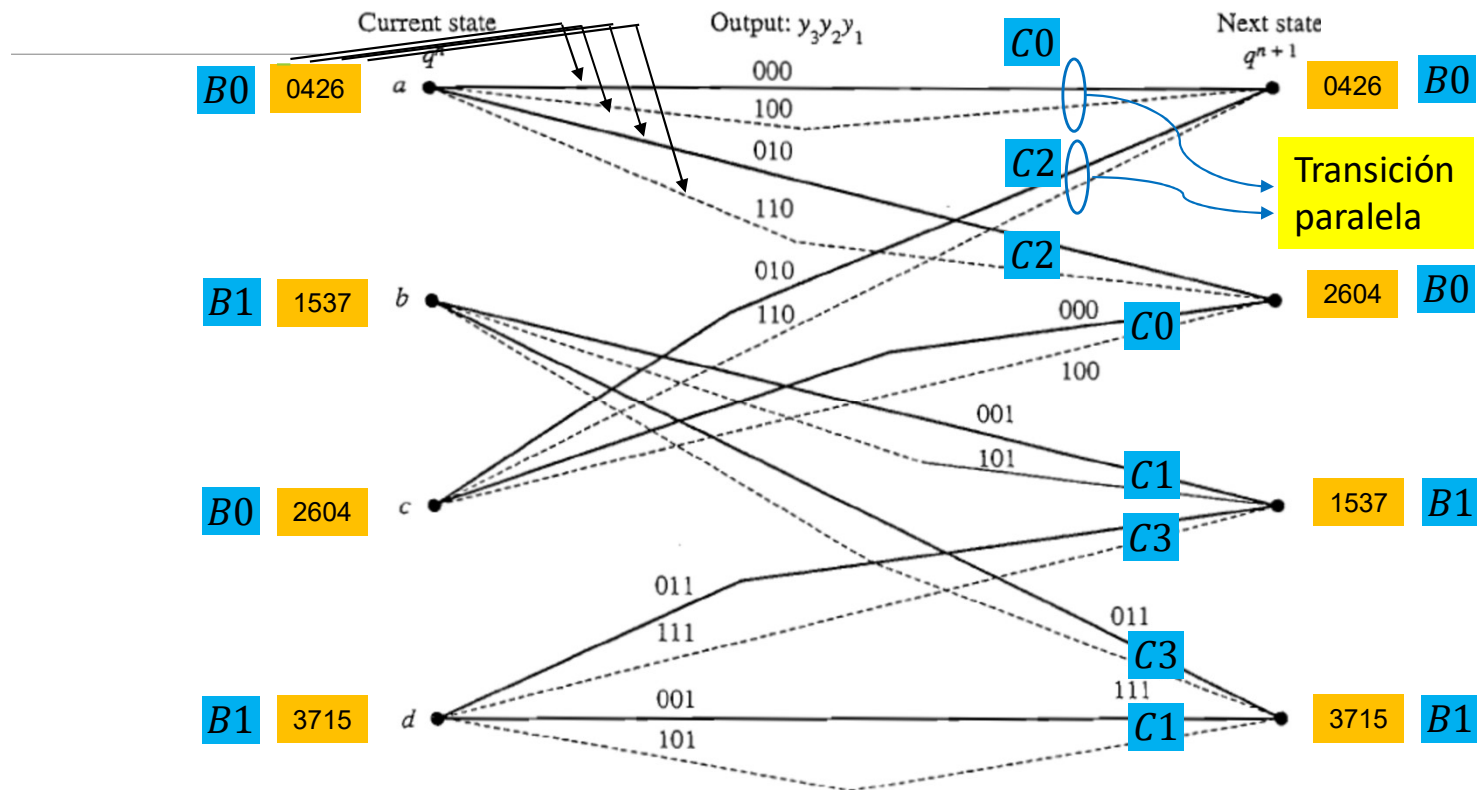
4) Diagrama Trellis, ejemplos

Reglas para la asignación de señales a las transiciones

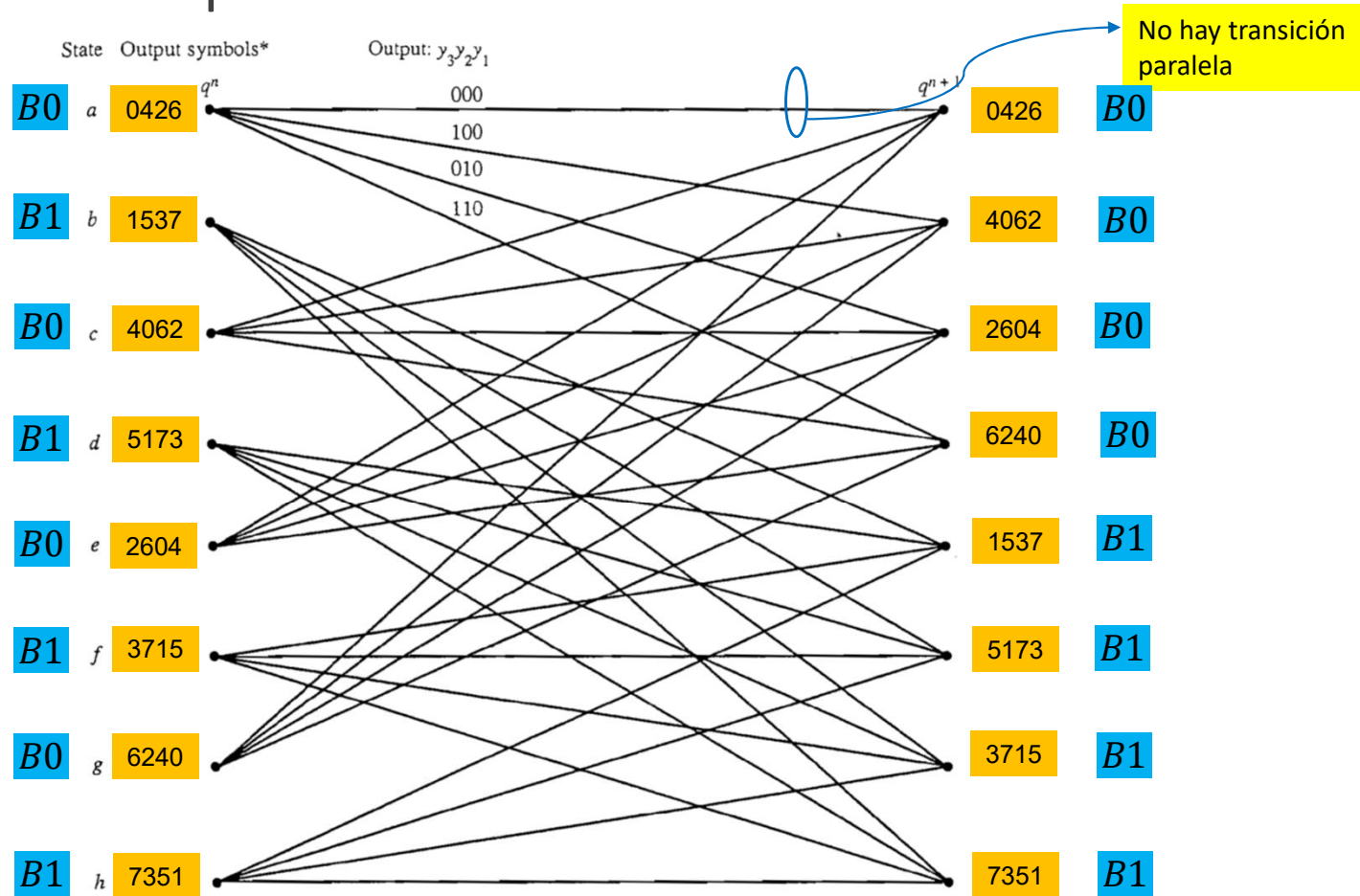
(G. Ungerboeck (1982): “Coding with multilevel/phase signals”, IEEE Trans. On Information Theory)

- 1) Todas las señales deben ocurrir con la misma frecuencia
- 2) Las transiciones que se originan del mismo estado reciben señales del subconjunto $B0$ o $B1$
- 3) Las transiciones que llegan al mismo estado reciben señales del subconjunto $B0$ o $B1$
- 4) Las transiciones paralelas reciben señales del subconjunto $C0$ o $C1$ o $C2$ o $C3$

Trellis del esquema 8-PSK de 4 estados



Trellis del esquema 8-PSK de 8 estados



*Decimal equivalent encoder output

5) Conclusiones
