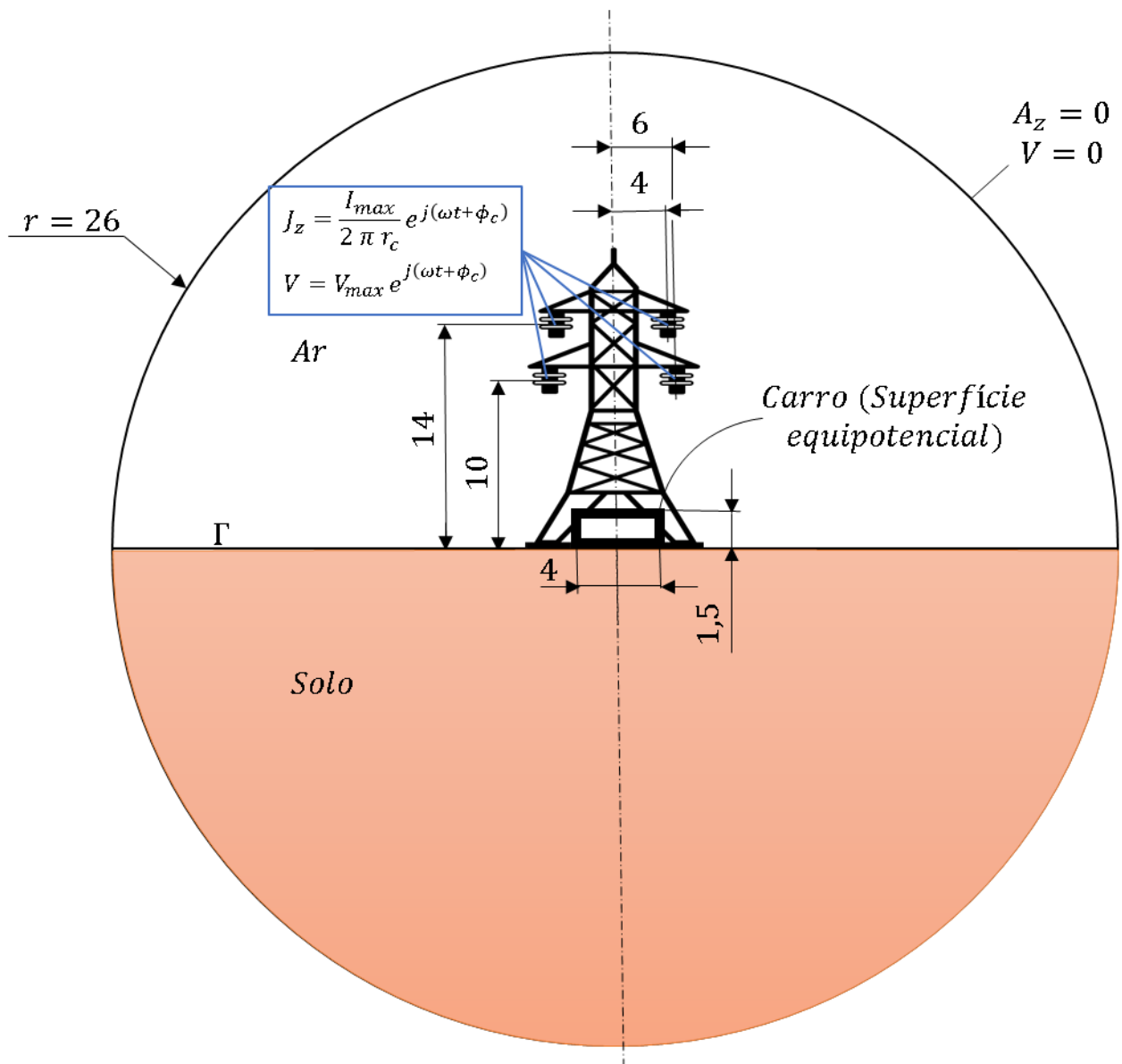


## OPTATIVO

Esse exercício (EX) é optativo e entrará no cálculo da média final da seguinte forma:  $MF=0,8M+0,2EX$ , onde M é a média calculada como descrito no programa do curso e EX a nota desse exercício. A nota desse exercício somente será levada em conta caso aumente a média M (independentemente de seu valor).  
Método de Elementos Finitos (MEF)

A energia elétrica por nós utilizada é transmitida por linhas de transmissão. Abaixo é apresentada uma figura esquemática de um carro nas proximidades de uma torre de transmissão. Essas torres geram campos elétricos e campos magnéticos que podem ser modelados de acordo com as equações de Maxwell.



Combinando as equações de Maxwell obtém-se que o campo elétrico  $\vec{E}$  é definido por meio do gradiente de potencial elétrico espacial  $V$ :

$$\vec{E} = -\nabla V$$

1)

onde o potencial elétrico espacial  $V$  é

$$\nabla^2 V = 0$$

2)

Como pode ser observado na figura, na fronteira externa do domínio  $V = 0$ . Admitindo a hipótese de um sistema elétrico simétrico e equilibrado, podemos obter o potencial elétrico nas fases dos condutores por meio de

$$V = V_{max} e^{j(\omega t + \phi_c)}$$

3)

onde  $V_{max} e^{j(\omega t)}$  é a representação complexa ( $j := \sqrt{-1}$ ) da tensão nominal fase-terra e  $\phi_c$  é a defasagem angular e  $\omega = 2\pi f$  é frequência angular. Embora a corrente esteja variando no tempo, o problema pode ser resolvido como estático.

Na fronteira entre dois meios diferentes, representada na figura anterior por  $\Gamma$ , as condições de contorno para o campo elétrico são definidas por

$$\vec{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \quad (4)$$

$$\vec{n} \cdot (\sigma_1 \vec{E}_1 - \sigma_2 \vec{E}_2) = 0 \quad (5)$$

Já o campo magnético  $\vec{H}$  é definido por

$$\vec{H} = \vec{B}/\mu \quad (6)$$

onde  $\mu$  representa a permeabilidade do meio e  $\vec{B}$  é a densidade de fluxo magnético que é calculado através da utilização de um potencial vetor magnético  $A_z$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (7)$$

onde  $\vec{A} = (0, 0, A_z)$ .

O potencial vetor magnético  $A_z$ , que como observado na figura vale  $A_z = 0$  na fronteira externa do domínio, é obtido por meio da manipulação das equações de Maxwell

$$\nabla^2 A_z = -\mu \cdot J_z \quad (8)$$

onde  $J_z$  é o vetor de densidade de corrente nas linhas de transmissão que para sistemas elétricos simétrico e equilibrados vale

$$J_z = \frac{I_{max}}{2\pi r_c} e^{j(\omega t + \phi_c)} \quad (9)$$

em que  $I_{max} e^{j\omega t}$  representa a corrente nominal complexa circulando nos condutores e  $r_c$  é o raio dos cabos condutores. Fora das linhas de transmissão  $J_z = 0$ .

As condições de contorno para grandezas magnéticas em  $\Gamma$  são

$$\vec{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0 \quad (10)$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \quad (11)$$

onde  $\vec{n}$  é um vetor normal a superfície da fronteira  $\Gamma$  e  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  representam as condutividades dos meios 1 e 2.

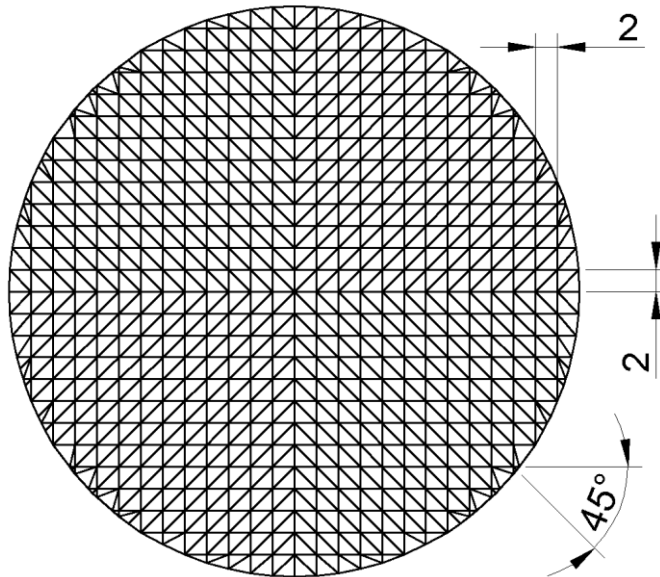
1) Assuma que a superfície externa do carro é um equipotencial e que os valores das constantes no domínio da figura são

$V_{max}[kV]$	$I_{max}[A]$	$\phi_c[rad]$	$f[Hz]$	$r_c[m]$
500	200	0	60	0,02

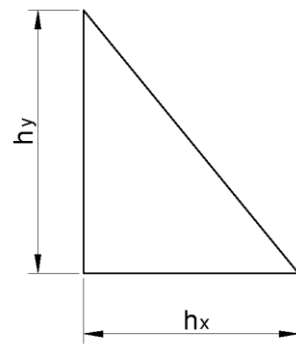
$\mu_{ar}[H/m]$	$\mu_{solo}[H/m]$	$\sigma_{ar}[S/m]$	$\sigma_{solo}[S/m]$
$1,2566 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 1,2567 \cdot 10^{-6}$	$1,0 \cdot 10^{-10}$	$1,0 \cdot 10^{-2}$

Considere as constantes dadas e as condições de contorno apresentadas anteriormente e resolva o problema no domínio da figura utilizando o método dos elementos finitos (MEF) com malha triangular (ver figura abaixo), utilizando interpolação linear e levando em conta a simetria do domínio:

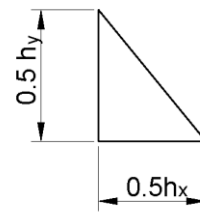


- Plote a distribuição dos escalares  $V(x,y)$  e  $A_z(x,y)$  utilizando curvas de nível no domínio da figura.
- Plote o vetor de densidade de fluxo magnético  $\vec{B}(x,y)$ , o vetor de intensidade de campo magnético  $\vec{H}(x,y)$  e o vetor de intensidade de campo elétrico  $\vec{E}(x,y)$  (use o comando apropriado no SCILAB ou MATLAB). ;

Para os itens a) e b) utilize dois tipos de discretizações, sendo que, na segunda discretização, o tamanho dos elementos seja a metade do tamanho dos elementos da primeira discretização (ver exemplo abaixo).



Discretização 1



Discretização 2

## APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

Os trabalhos podem ser feitos em grupos de no máximo dois alunos ou individualmente. Os resultados devem ser apresentados da seguinte forma:

- a) Inicialmente, apresente todo o equacionamento do problema a ser implementado no SCILAB (ou MATLAB).
- b) NÃO será aceita a utilização de comandos prontos do SCILAB (ou MATLAB) para a solução da equação de derivadas parciais acima.
- c) Todos os resultados do tipo  $f(x,y)$  devem ser plotados usando-se funções do SCILAB (ou MATLAB) como mesh, contour, surf, etc...(escolha uma) (coloque título e legenda nos gráficos). NÃO será aceita a simples apresentação de tabelas ou a listagem dos valores da função nos nós da malha.
- d) A geração da malha de elementos finitos pode ser feita de forma simples e específica para esse problema.
- e) O sistema matricial final pode ser resolvido simplesmente usando-se um comando do SCILAB (ou MATLAB) do tipo  $x=A^{-1}*b$ . No entanto, caso o tamanho da matriz seja maior do que o máximo permitido pelo SCILAB (ou MATLAB) use um método iterativo como Gauss-Seidel ou Sobre-relaxação.
- f) NÃO use os comandos de manipulação simbólica do SCILAB (ou MATLAB) na solução desse problema.
- g) NÃO usar o módulo Workbench do Ansys.
- h) Entregue os arquivos \*.sci (ou \*.m), os quais devem estar decentemente comentados.
- i) Qualquer discussão ou comparação deve ser acompanhada de gráficos e/ou outras indicações que o levou às conclusões.
- j) Entregue o relatório impresso quando as atividades presenciais da USP retornarem à normalidade. NÃO será aceita a entrega do relatório em disquete ou por e-mail. O relatório deve ser organizado em seções, os resultados devem ser discutidos e apresentados na sequência descrita neste EP, e no final do relatório deve incluir uma conclusão.
- k) O prazo final para entrega do relatório será informado depois, assim que a CG nos passar uma posição de como e quando serão feitas as avaliações com nota.