



ESCOLA POLITÉCNICA DA USP
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
MECATRÔNICA E DE SISTEMAS MECÂNICOS

Mecânica Computacional
PMR3401

Exercício Programa 3: Método de Elementos Finitos(MEF)
07/2020

Alessandro Brugnera Silva – 10334040
Vitor Luiz Lima Carazzi – 9834010

Sumário

Sumário	2
Introdução	4
Problema 1 - Torre de Turbina Eólica	5
1.a) Utilizando o software ANSYS	6
1.a.1) Análise Modal - ANSYS	6
1.a.2) Análise Transiente - ANSYS	10
1.a.3) Análise Harmônica - ANSYS	13
1.a.4.1) Influência da discretização da malha nas frequências de ressonância.	15
1.a.4.2) Influência da discretização do tempo Δt no deslocamento do ponto A.	15
1.b) Utilizando o software MATLAB	15
1.b.a.1) Análise Modal - MATLAB	15
1.b.a.2) Análise Transiente - MATLAB	16
1.b.a.3) Análise Harmônica - MATLAB	16
Comparação de Resultados - MATLAB x ANSYS	16
Problema 2 - Peça Simétrica	17
2.a) Estrutura deformada	17
2.b) Tensões mecânicas	18
2.c) Tensões Máximas e Concentração de Tensões	19
Códigos	20
Problema 1 - ANSYS	20
Análise Modal	20
Análise Transiente	24
Análise Harmônica	32
Problema 1 - MATLAB	41
Problema 2 - ANSYS	42

Introdução

Utilizando o Método dos Elementos Finitos, uma ferramenta para a resolução numérica de problemas estruturais complexos, será feita a análise de um modelo de torre de uma turbina eólica sob ação do vento (Problema 1) e, além disso, uma análise do efeito de tensões mecânicas em uma peça simétrica (Problema 2)

As simulações foram feitas com graus de liberdade em x e y. O grau de liberdade em z foi suprimido, como uma simplificação da estrutura 3D com uma modelagem 2D.

Problema 1 - Torre de Turbina Eólica

O intuito do exercício é utilizar a análise modal para estudar as frequências naturais da torre e seus modos de vibrar, utilizar a análise transiente para achar suas tensões mecânicas e deslocamentos e utilizar a análise harmônica para obter seus deslocamentos em função de uma excitação periódica.

O modelo utilizado é dado no enunciado do problema. A torre é modelada como um conjunto de dois tipos de elementos e fixada ao solo através de um apoio simples e um vínculo. A torre sofre a ação de dois carregamentos dinâmicos, sendo eles a força de desbalanceamento do rotor (F_1) e a força de arrasto do vento na torre (F_2).

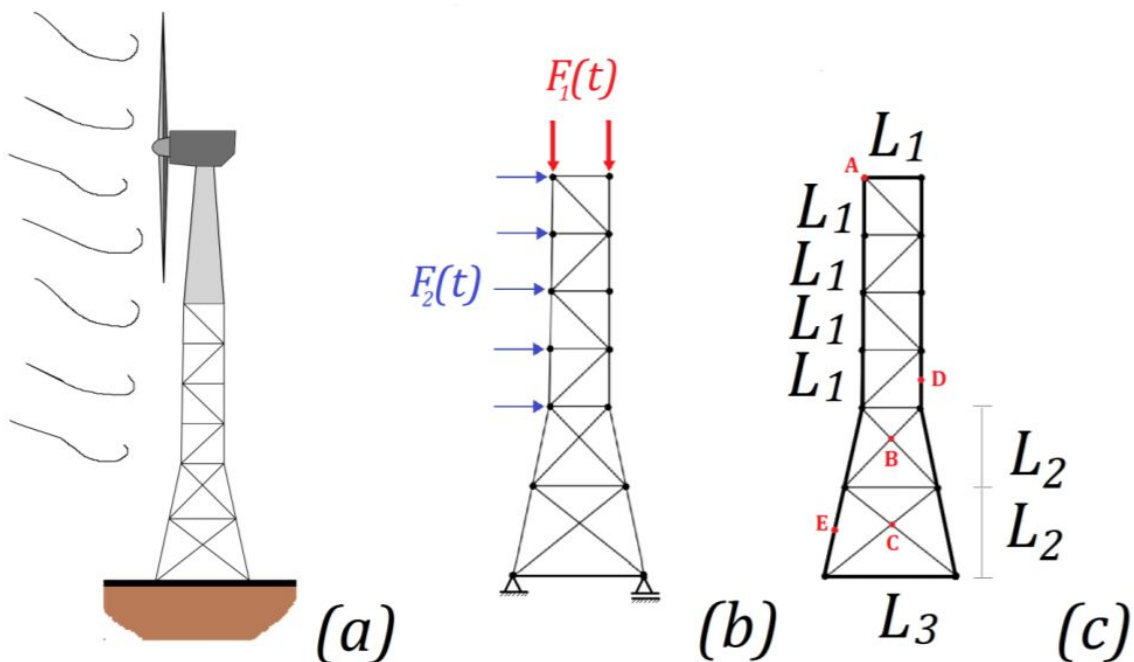


Figura 1 - (a) Ilustração de uma torre de turbina eólica sob ação do vento. (b) Estrutura da torre: carregamentos e condições de contorno do problema. (c) Domínio do problema: dimensões da torre.

Os carregamentos dinâmicos são dados por:

$$\overrightarrow{F_1(t)} = 2 \cdot F \cdot \sin(2\pi t) \vec{j}$$

$$\overrightarrow{F_2(t)} = \begin{cases} 5 \cdot D \vec{i} & \text{se } t_1 \leq t \leq t_2 \\ 0 & \text{se } t < t_1 \text{ ou } t > t_2 \end{cases}$$

Além disso, a estrutura dos elementos que compõem a torre é vazada. As vigas internas têm diâmetro externo d_{1e} e interno d_{1i} , enquanto as vigas externas possuem diâmetro externo d_{2e} e interno d_{2i} . A lista de parâmetros do problema está dada na Tabela 1 e o corte das vigas está representado na Figura 2.

F	D	t_1	t_2	L_1	L_2	v
8000	2000	2,0	8,0	2,0	3,0	0,29
d_{1i}	d_{1e}	d_{2i}	d_{2e}	L_3	E	ρ
0,072	0,080	0,090	0,100	4,0	$210 \cdot 10^9$	7650

Tabela 1: Parâmetros do problema (unidades no S.I.)

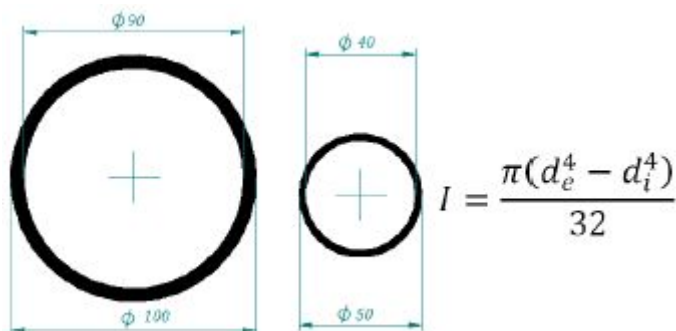


Figura 2: Seções transversais das vigas.

1.a) Utilizando o software ANSYS

O *Mechanical APDL* do ANSYS foi utilizado para modelar a estrutura definida na Figura 1 (c), modelo que foi usado para todas as análises desta atividade.

1.a.1) Análise Modal - ANSYS

Para a análise modal da estrutura da torre, foi calculado com o ANSYS os 6 primeiros modos de vibrar da torre, com divisão nodal $h=1$. As Tabela 1 contém as frequências naturais dos 6 primeiros modos de vibrar da torre, e os resultados estão apresentados nas Figuras 3-8.

Modo de vibrar	Frequência (em Hz)
1º	8.3149
2º	22.074
3º	22.168
4º	29.396
5º	31.096
6º	32.234

Tabela 1: Frequências naturais dos seis primeiros modos de vibrar da torre para $h=1$

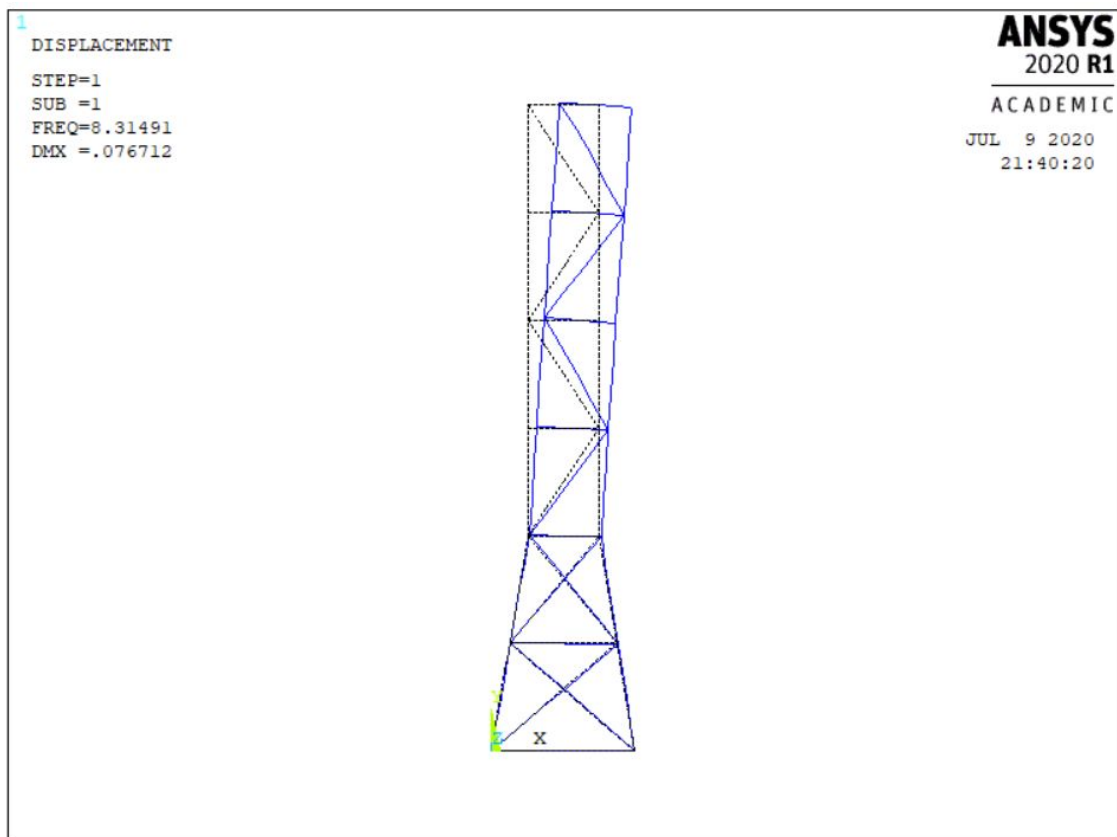


Figura 3: Primeiro modo de vibrar para $h=1$.

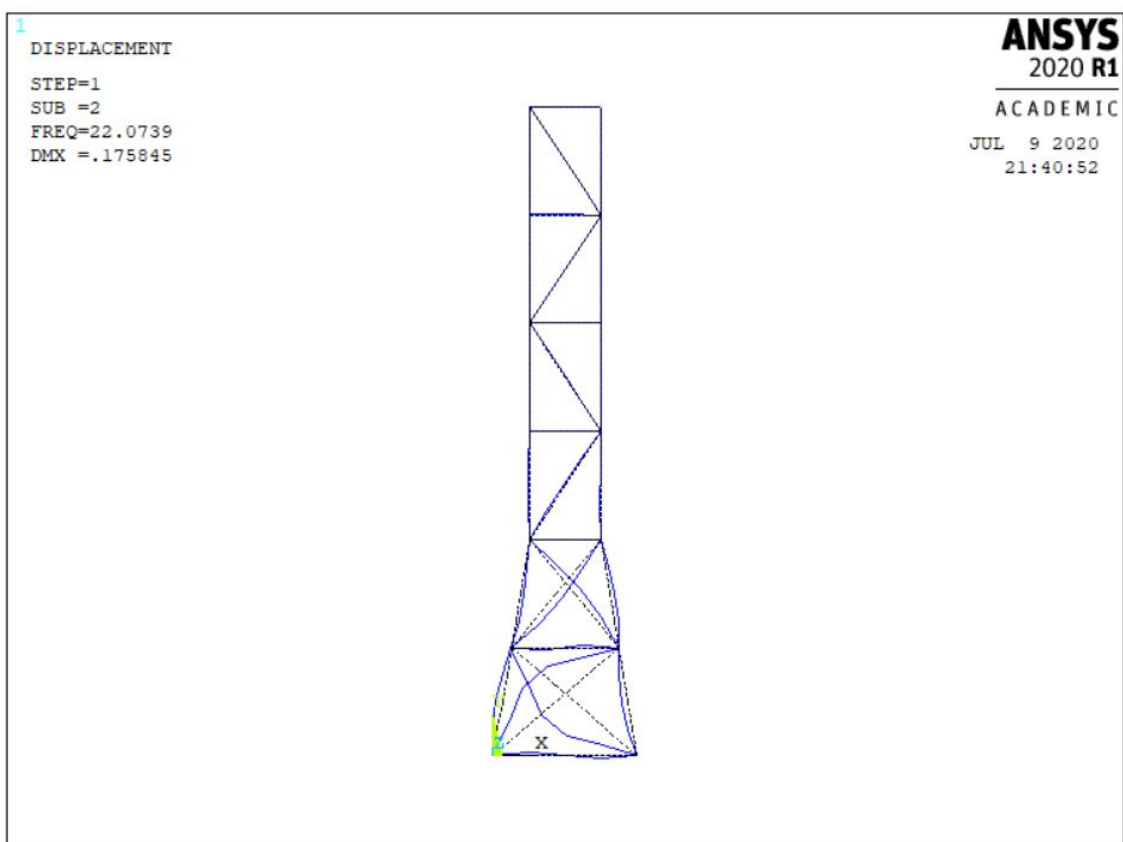


Figura 4: Segundo modo de vibrar para $h=1$.

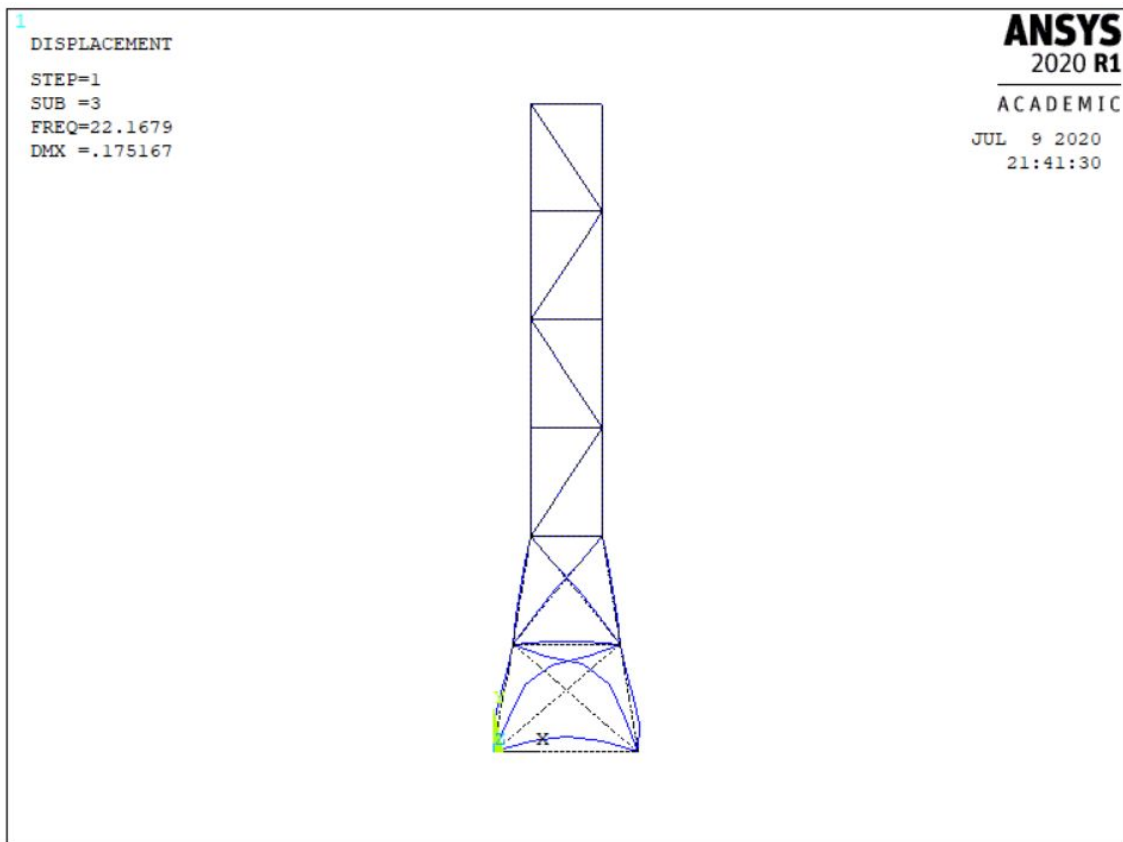


Figura 5: Terceiro modo de vibrar para $h=1$

Figura 6: Quarto modo de vibrar para $h=1$

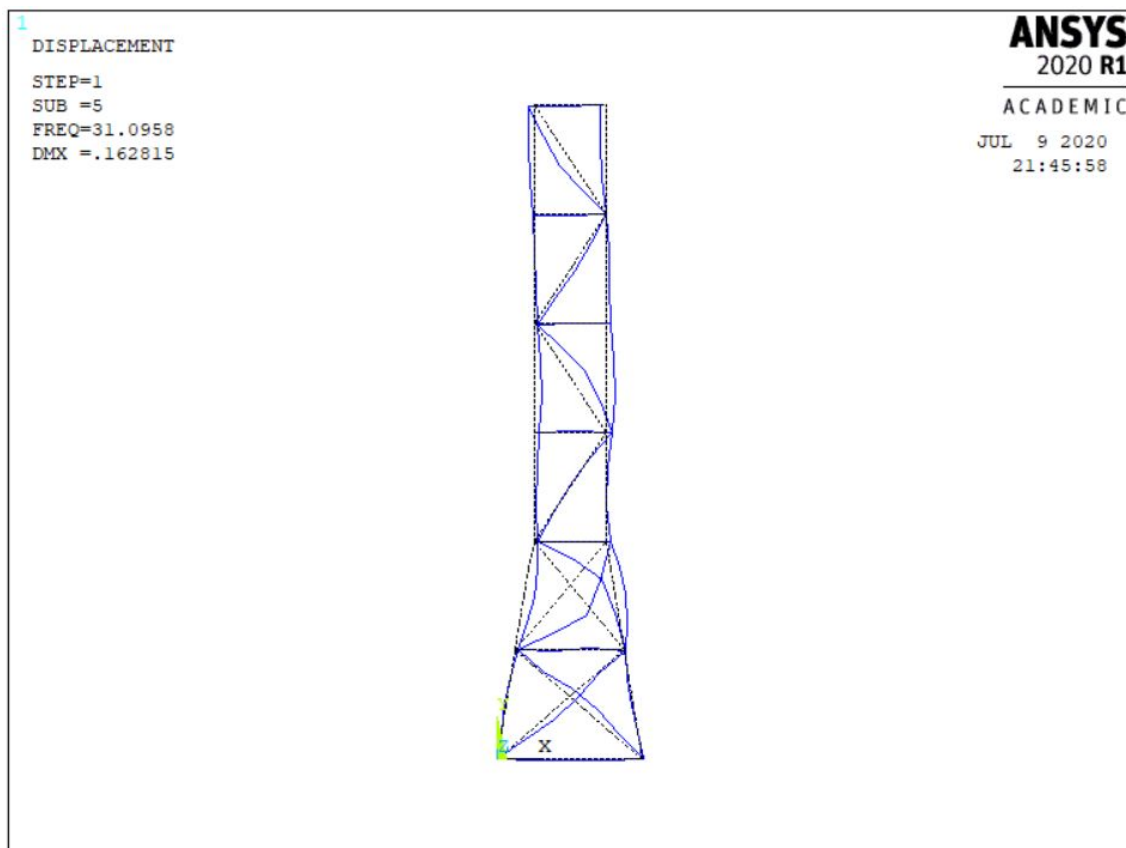


Figura 7: Quinto modo de vibrar para $h=1$.

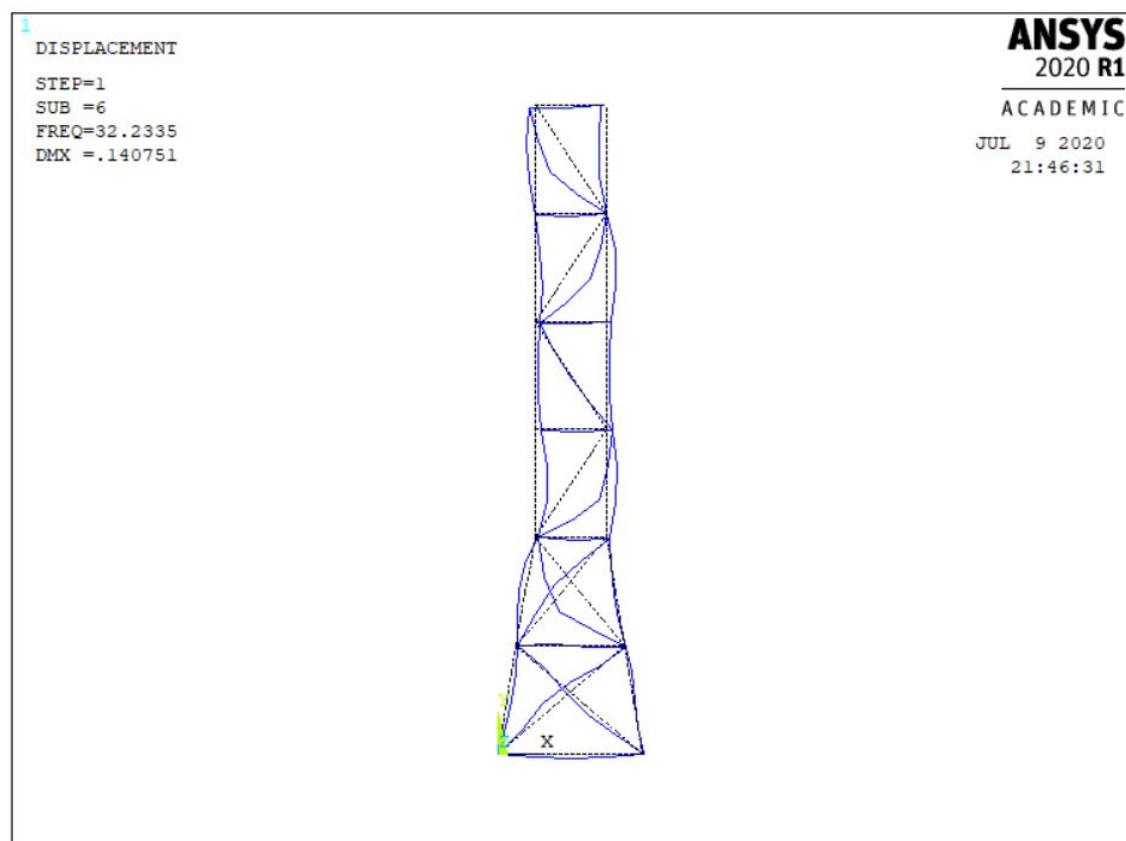


Figura 8: Sexto modo de vibrar para $h=1$.

1.a.2) Análise Transiente - ANSYS

Para a análise transiente do problema, com divisão nodal $h=1$, foi necessário programar o efeito temporal dos carregamentos dinâmicos F_1 e F_2 sobre a torre. O elemento de viga utilizado foi o *Beam188*. Apesar desse elemento não permitir a análise direta da tensão nos nós, por ser composto por um material isotrópico, vale a equação a seguir:

$$\sigma = E\varepsilon$$

Onde a tensão σ é o produto da deformação ε e do módulo de elasticidade E . Dessa forma, foram plotadas as tensões mecânicas nos pontos A e B, apresentadas na Figura 10. O deslocamento dos pontos D e E ao longo do tempo estão apresentados na Figura 13. As figuras 11 e 12 contêm a tensão em x e y dos pontos A e B ao longo do tempo. Vale ressaltar que a condição inicial utilizada foi com velocidade e deslocamentos nulos, assim como foi especificado no enunciado.

O módulo do deslocamento foi calculado utilizando a relação de pitágoras:

$$|U| = \sqrt{U_x^2 + U_y^2}$$

Para calcular a tensão nos pontos específicos foi utilizada a relação entre deslocamento e Tensão.

$$\sigma = \frac{E \cdot U}{L}$$

Assim o módulo do deslocamento foi calculado utilizando a diferença entre o deslocamento dos nós ao redor do ponto.



Figura 9: Nós 346, 375 e 406 para o ponto A, e os pares 607 e 609, e 568 e 570 para o nó B. Utilizando L como a distância entre os nós.

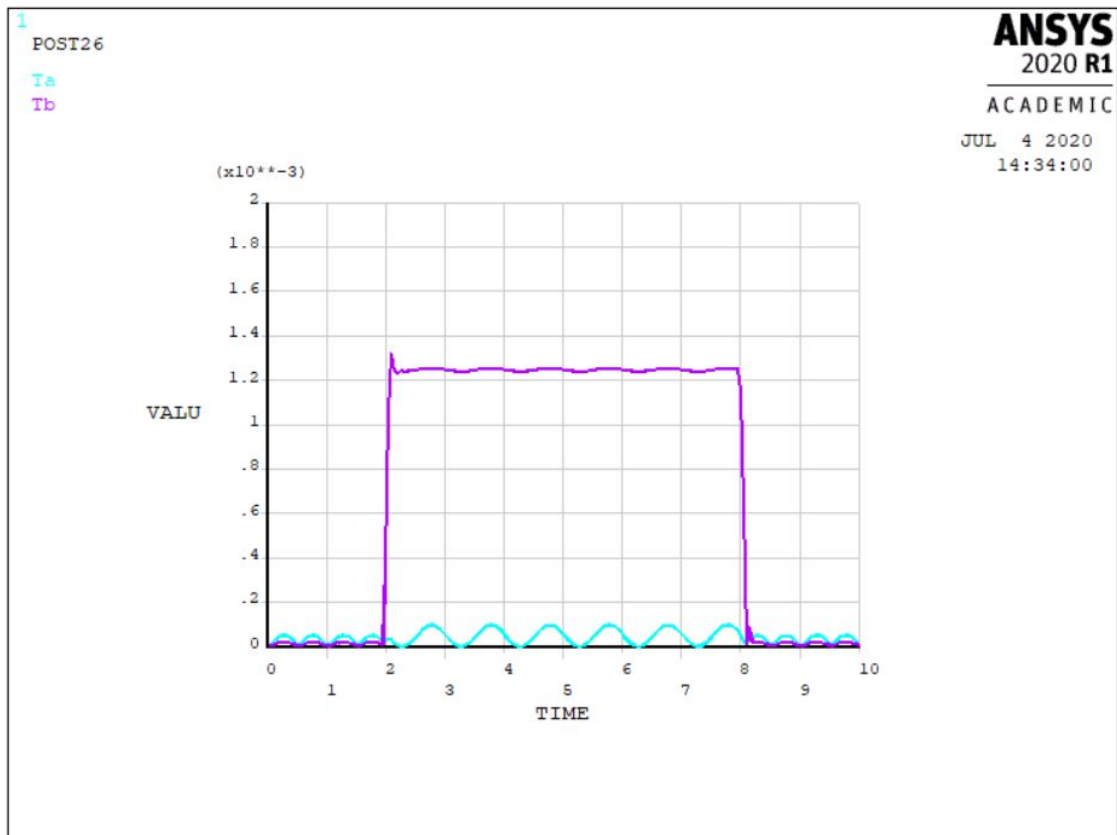


Figura 10: Tensão σ dos pontos A e B em função do tempo para $h=1$.

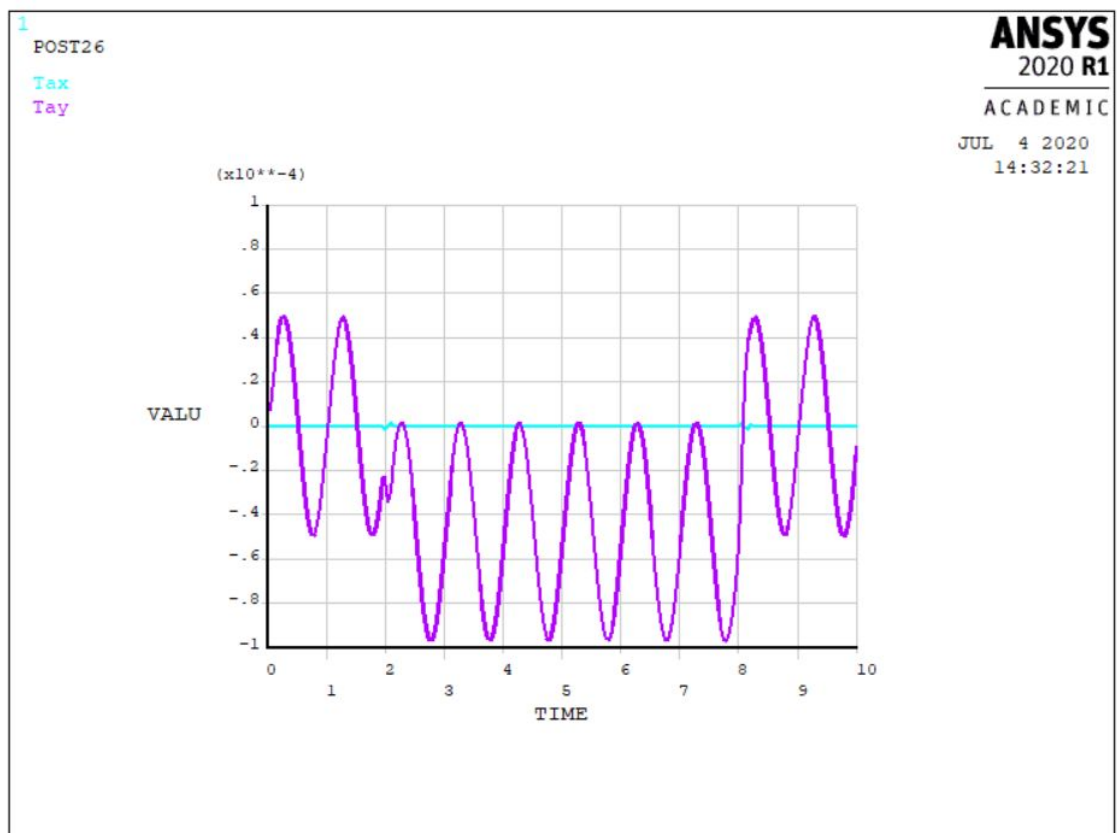


Figura 11: Tensão σ nos eixos x e y do ponto A em função do tempo para $h=1$.

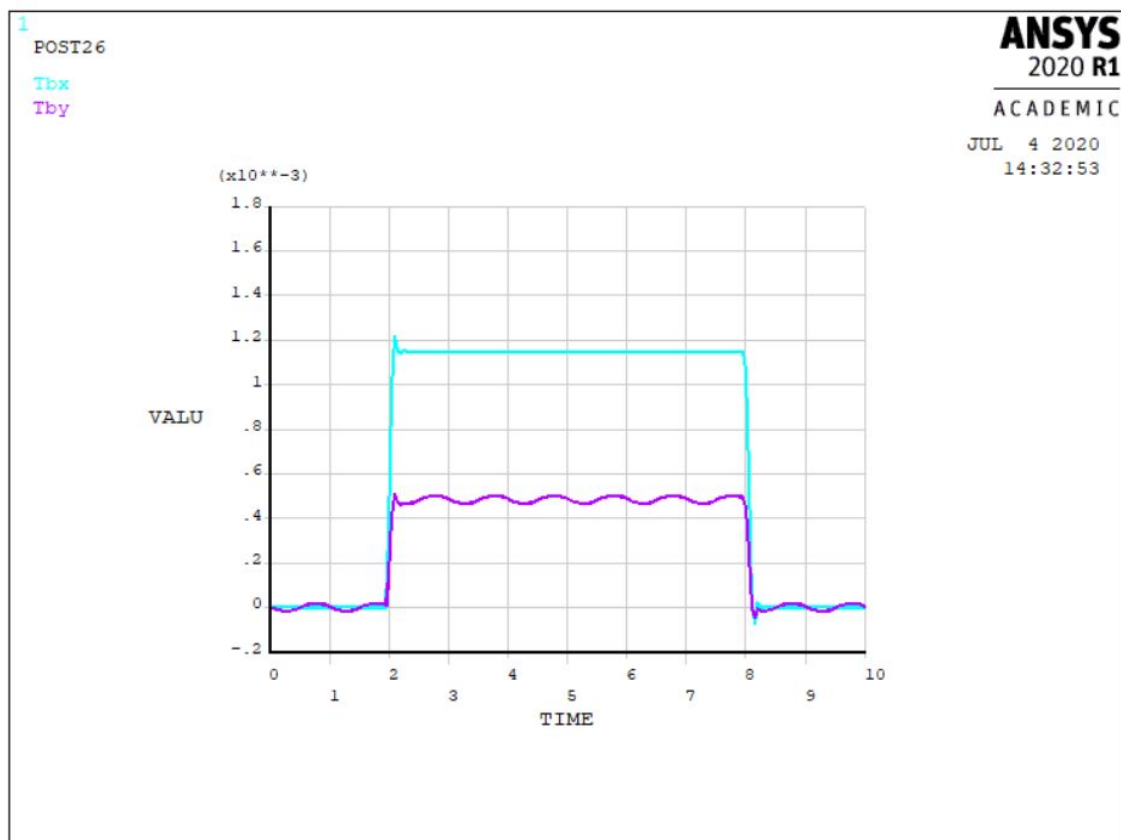


Figura 12: Tensão σ nos eixos x e y do ponto B em função do tempo para $h=1$.

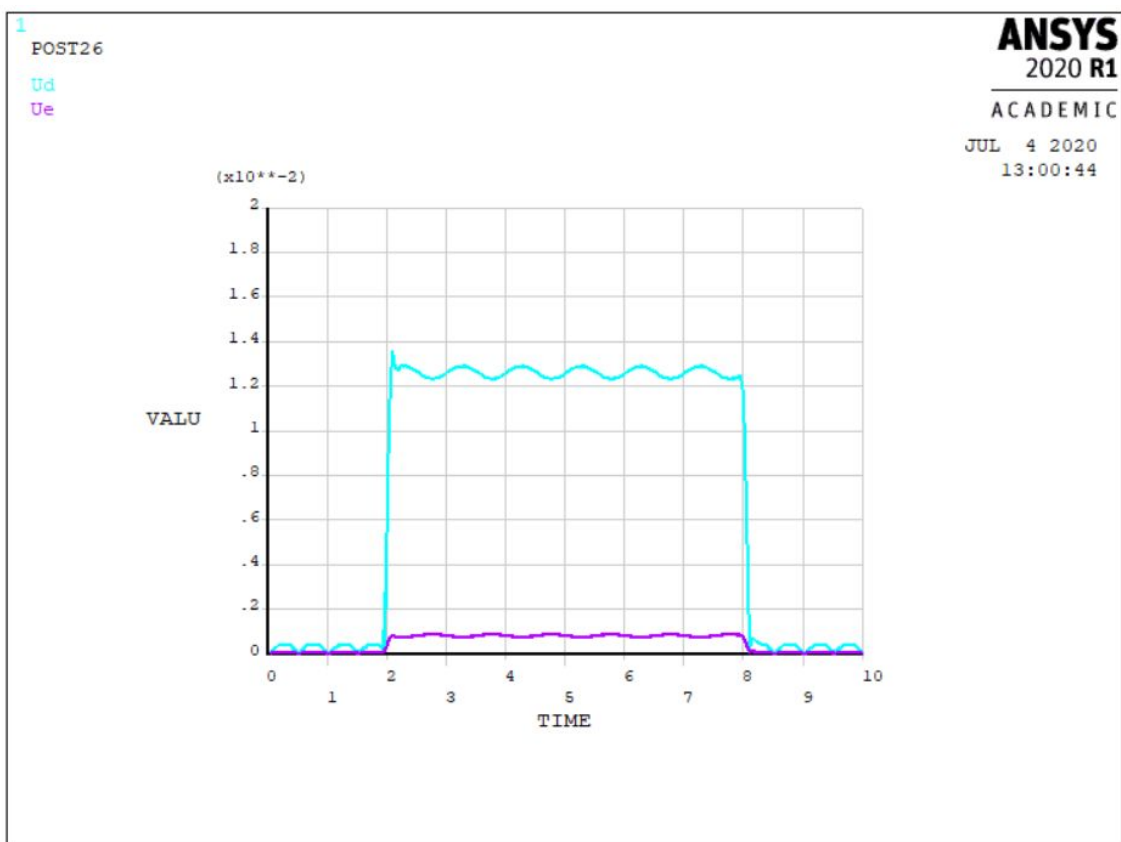


Figura 13: Deslocamento horizontal u dos pontos D e E em função do tempo para $h=1$

Observando as figuras 10-12, é possível notar que o ponto B possui recebe uma tensão máxima muitíssimo maior que o ponto A. Além disso, vale ressaltar que a tensão no ponto A ocorre apenas na direção do eixo y, enquanto a tensão em B ocorre nas duas dimensões do problema.

Com relação aos deslocamentos horizontais dos pontos C e D, o ponto D tem um deslocamento máximo cerca de 10 vezes maior que o ponto C.

1.a.3) Análise Harmônica - ANSYS

Aplicando uma carga harmônica unitária nos pontos B e C da Figura 1 (c), com divisão nodal $h=1$, foi realizada a análise harmônica da estrutura no ANSYS. O resultado obtido está apresentado nas Figuras 14-16.

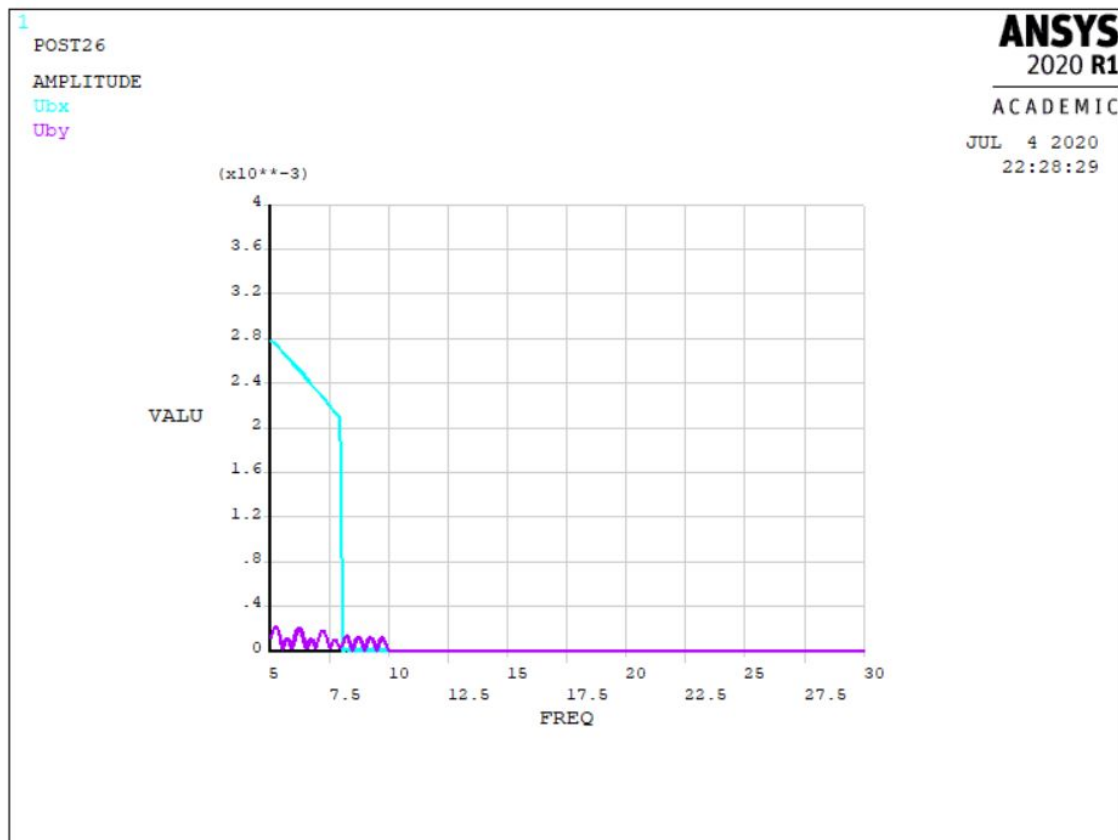


Figura 14: Descolamento em x e y do ponto B em função da frequência para $h=1$.

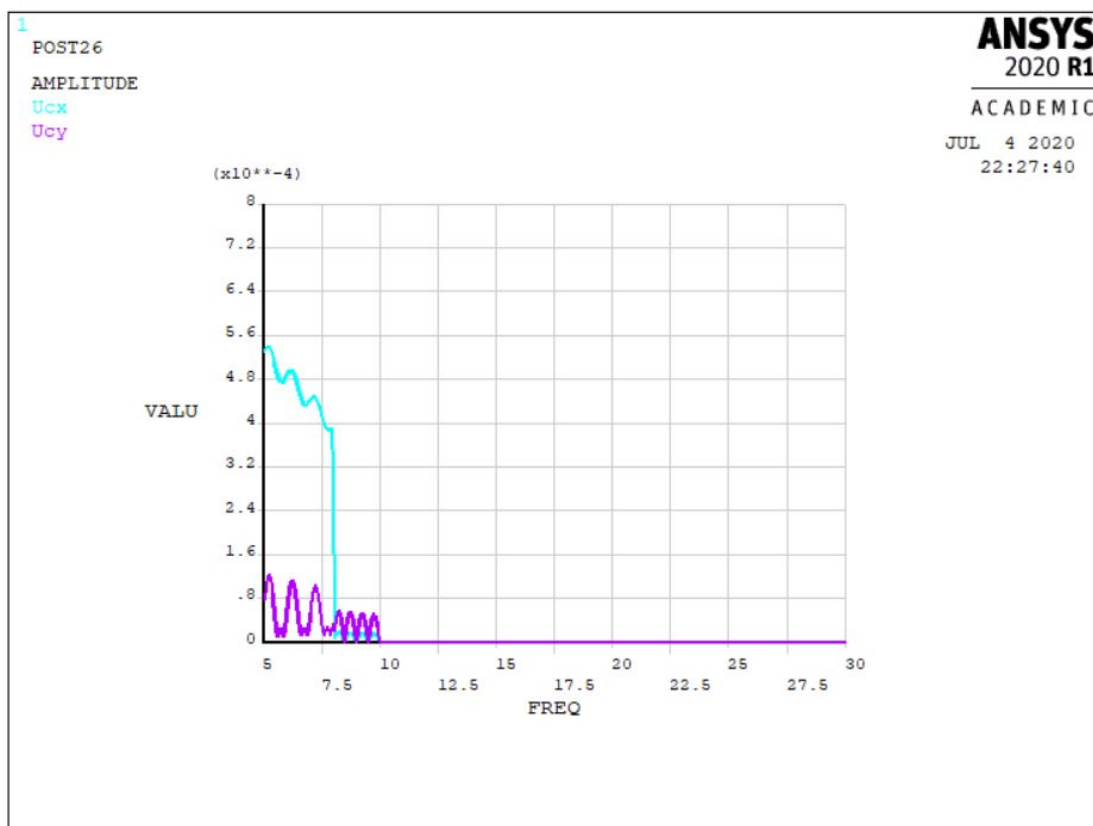


Figura 15: Descolamento em x e y do ponto C em função da frequência para $h=1$

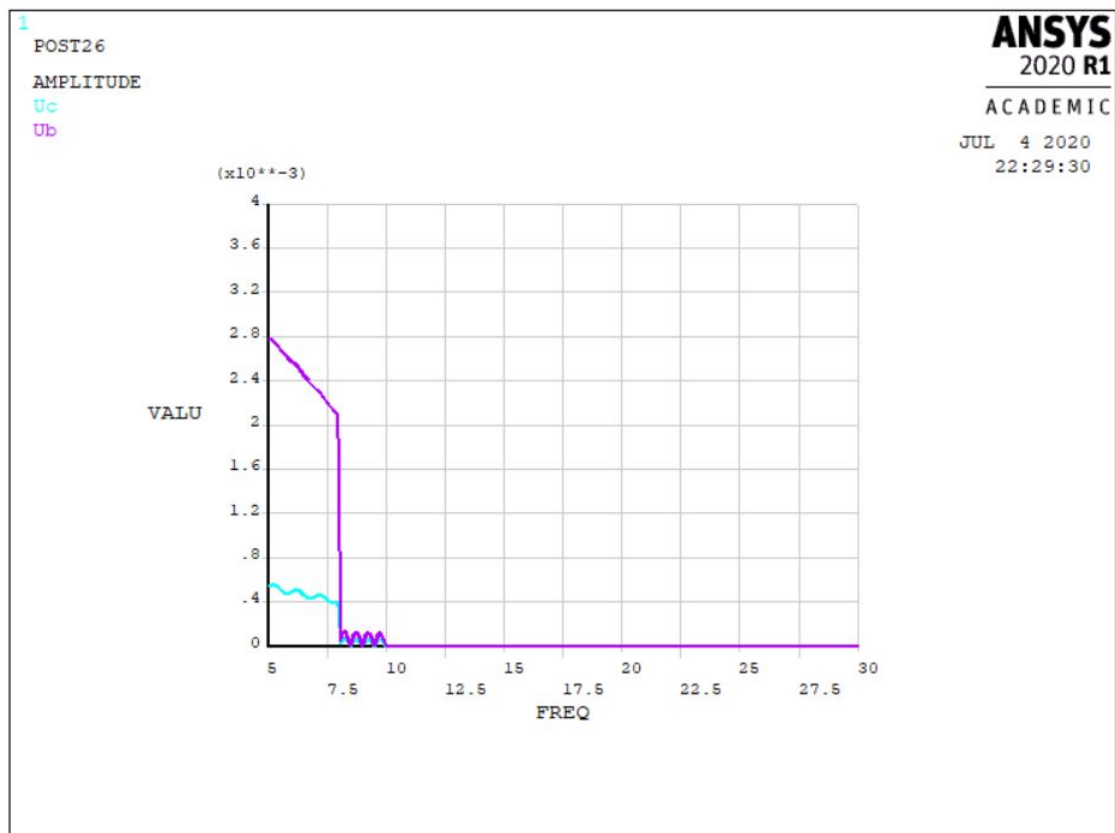


Figura 16: Módulo de deslocamento $|u|$ em função da frequência nos pontos B e C para $h=1$.

Foi feita a análise entre 5 e 30Hz com 400 substeps, porém por alguma razão que não conseguimos encontrar, o resultado não tem a característica da análise harmônica esperada, com picos nas frequências naturais da Tabela 1. A partir da análise dos gráficos anteriores, fica constatado que os deslocamentos dos pontos B e C em função da frequência possuem comportamentos parecidos, porém em B esse deslocamento possui uma ordem de grandeza maior, com máximo de 2,8 mm, enquanto o ponto C possui um máximo de cerca de 0,58mm. Vale observar também que ambos os pontos possuem maior deslocamento no eixo horizontal do que no eixo vertical.

1.a.4.1) Influência da discretização da malha nas frequências de ressonância.

Para essa análise, todos os procedimentos realizados nas seções 1.a.1), 1.a.2) e 1.a.3) foram repetidos com divisão nodal $h=0,1$.

Modo de vibrar	Frequência Natural (Hz) $h=0,1$	Frequência Natural (Hz) $h=1$
1°	8,299	8.315
2°	20,297	22.074
3°	20,390	22.168
4°	26,547	29.396
5°	27,827	31.096
6°	29,304	32.234

Tabela 2: Frequências naturais dos seis primeiros modos de vibrar da torre

Efetuada as análises com uma divisão nodal maior, constata-se que os resultados das frequências de ressonâncias da torre possuem uma distribuição mais suavizada, se aproximando mais da realidade.

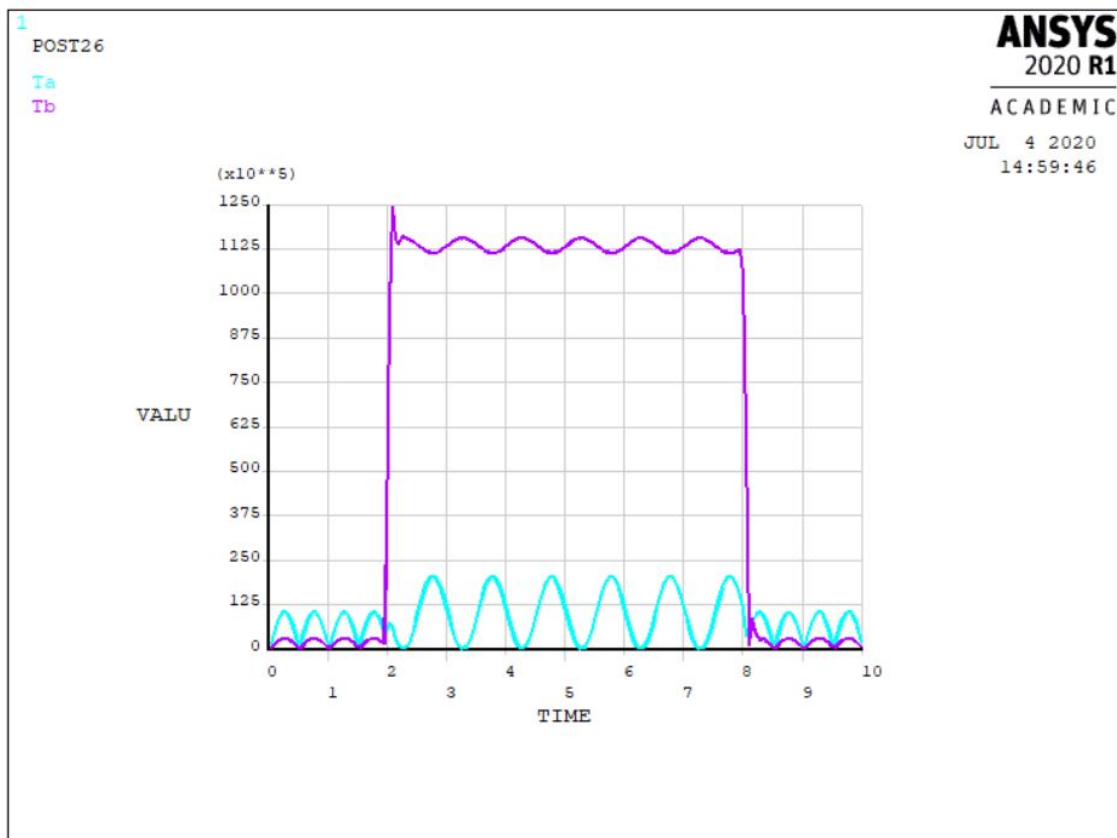


Figura 17: Tensão σ dos pontos A e B em função do tempo para $h=0,1$.

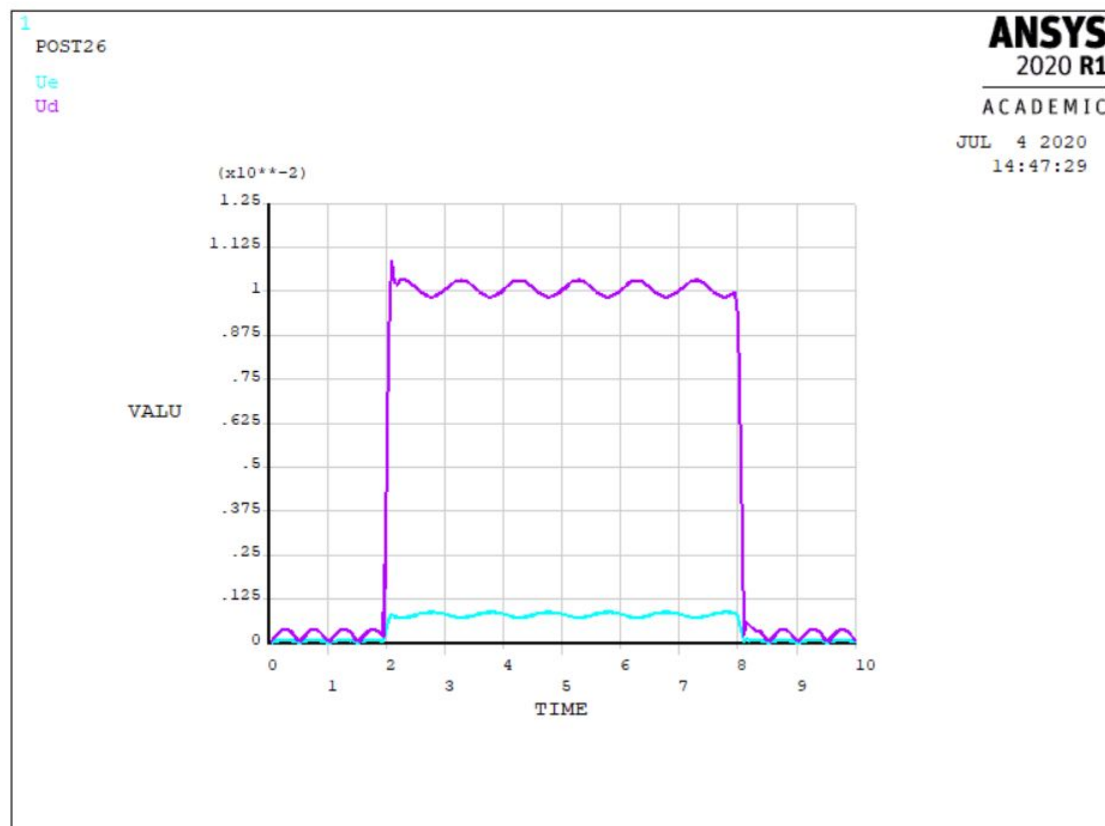


Figura 18: Deslocamento horizontal u dos pontos D e E em função do tempo para $h=0,1$.

Nas figuras 17 e 18 está apresentado o resultado da análise transiente do sistema para uma divisão nodal $h=0,1$. Nota-se que o comportamento dos gráficos

segue o mesmo padrão de formato, apesar de possuir valores em diferentes ordens de grandeza. Sendo assim a análise com maior discretização é mais eficiente para estudos que exigem maior rigor numérico e precisão de valores.

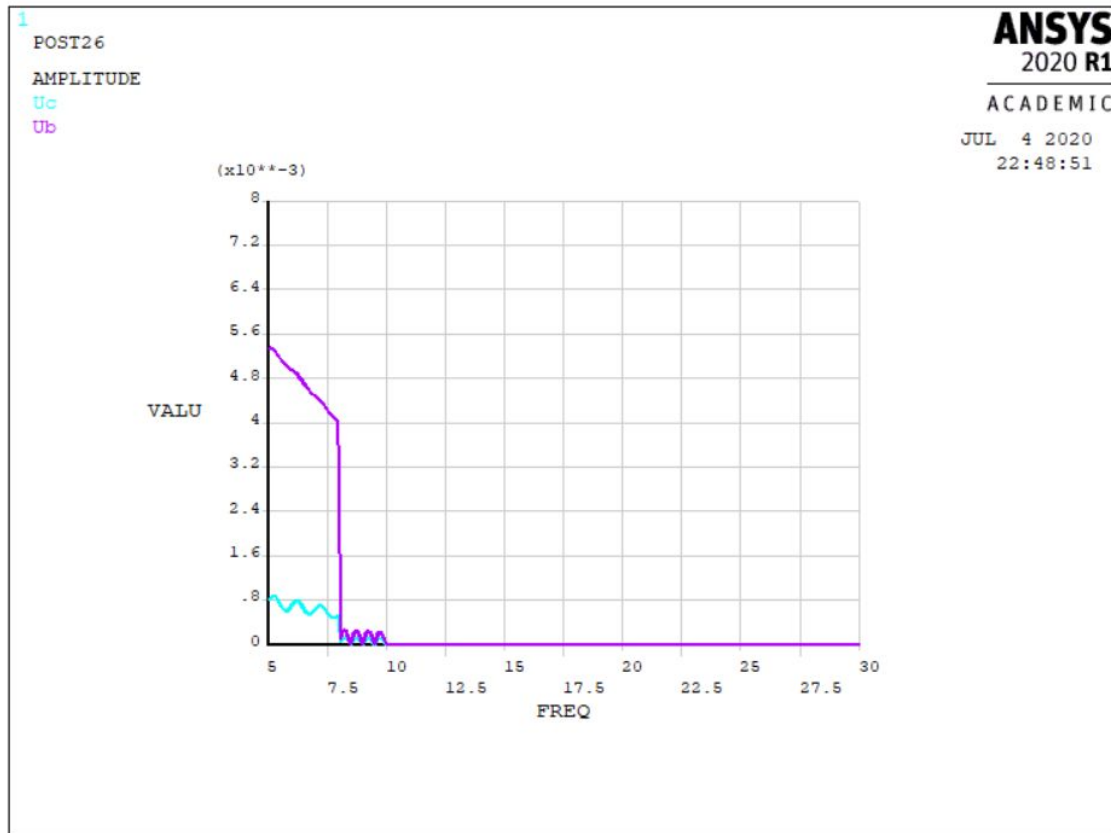


Figura 19: Módulo de deslocamento $|u|$ em função da frequência nos pontos B e C para $h=0,1$.

Novamente, o comportamento do gráfico resultante de análise harmônica com $h=0,1$, possui comportamento similar ao caso com $h=1$, porém com valores diferentes. Nesse caso os valores não diferem em ordem de grandeza, os resultados chegam a ser 2 vezes maiores para a análise mais discretizada.

1.a.4.2) Influência da discretização do tempo Δt no deslocamento do ponto A.

A simulação foi feita num total de 10 segundos. Levando em conta 3 trechos diferentes de 0 a 2 segundos, 2 a 8 segundos, e 8 a 10 segundos. A partir de 8 as forças já são constantes.

Os 10 segundos foram simulados com $\Delta t=10/400=0,025$ s, $\Delta t=10/100=0,1$ s e $\Delta t=10/50=0,2$ s. Com o menor de valor 0,1 segundo já era possível observar o tempo pouco discretizado, apresentando ruído na simulação com vários muito bruscos entre um instante e o outro.

1.b) Utilizando o software MATLAB

Nessa seção todo o problema será resolvido novamente, com exceção do item 1.a.4), com o uso do software MATLAB. As análises foram feitas para 2 e 8 elementos por viga.

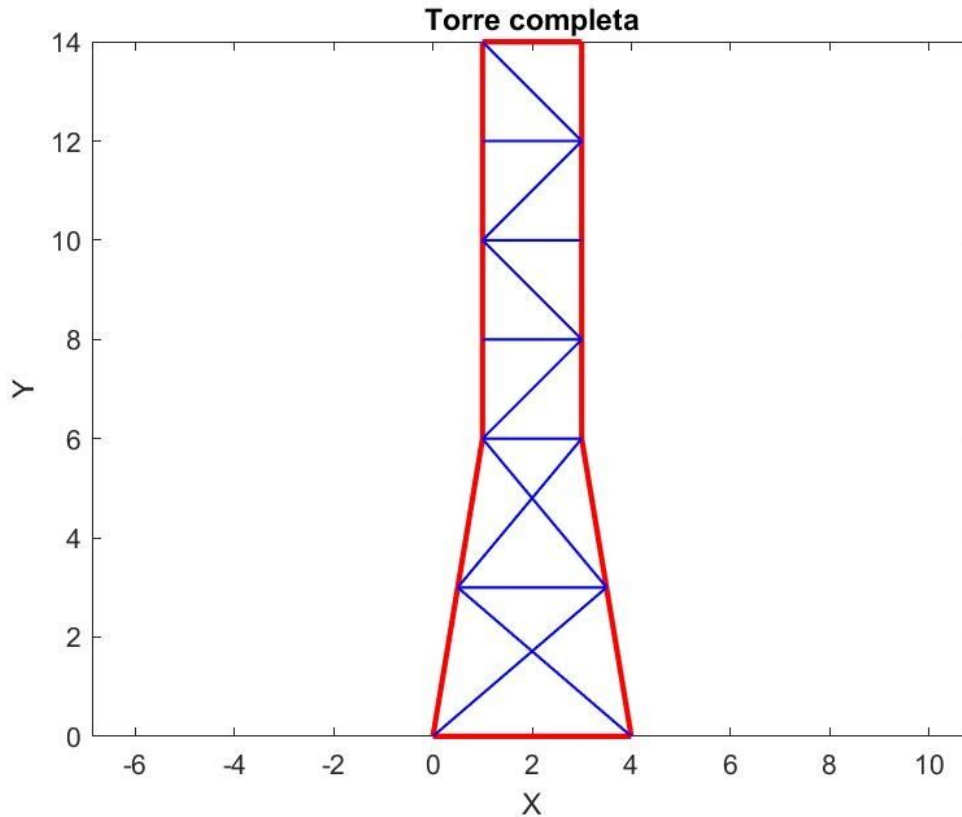


Figura 20: Torre completa MATLAB

1.b.a.1) Análise Modal - MATLAB

Para se obter as frequências de de ressonância da torre, assim como seus modos de vibrar, é feita análise modal da estrutura. Para isso foram desenvolvidas as equações de massa (M_{local}) e rigidez (K_{local}) de cada elemento da torre

$$K_{Local} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

$$M_{Local} = \begin{bmatrix} \frac{\rho L}{3} & 0 & 0 & \frac{\rho L}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13L\rho}{35} & \frac{11L^2\rho}{210} & 0 & \frac{9\rho}{70} & -\frac{13L^2\rho}{420} \\ 0 & \frac{11L^2\rho}{210} & \frac{L^3\rho}{105} & 0 & \frac{13L^2\rho}{420} & -\frac{L^3\rho}{140} \\ \frac{\rho L}{6} & 0 & 0 & \frac{\rho L}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9L\rho}{70} & \frac{13L^2\rho}{420} & 0 & \frac{13\rho}{35} & -\frac{11L^2\rho}{210} \\ 0 & -\frac{13L^2\rho}{420} & -\frac{L^3\rho}{140} & 0 & -\frac{11L^2\rho}{210} & \frac{L^3\rho}{105} \end{bmatrix}$$

Para se considerar a rotação de cada elemento foi aplicada a matriz de transformação T da seguinte maneira:

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T^T M_{Local} T = M_{LocalRotacionada}$$

$$T^T K_{Local} T = K_{LocalRotacionada}$$

Em seguida, todas as matrizes locais são condensadas numa matriz global do sistema, sendo $[M_{Global}]$ de massa e $[K_{Global}]$ de rigidez. Com isso, para se achar as frequências naturais w e os modos de vibração ψ resolveu-se a equação a seguir:

$$([K_{global}] - \omega^2 [M_{global}])\psi = 0$$

Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 3 e nas Figuras 20-25.

Modo de vibrar	Frequência Natural (Hz) 2 elementos por barra	Frequência Natural (Hz) 8 elementos por barra
1°	13,201	13,851
2°	28,368	20,412
3°	31,835	20,469
4°	39,422	26,665
5°	47,504	28,760
6°	57,391	30,578

Tabela 3: Frequências naturais dos seis primeiros modos de vibrar da torre.

1.b.a.2) Análise Transiente - MATLAB

Para se obter as informações de tensão e deslocamentos dos nós em função do tempo, é feita análise transiente do problema. Com o uso do modelo de Rayleigh é obtida a matriz de amortecimento $[C]$, com $\alpha = 0,3$ e $\beta = 0,03$.

$$[C] = \alpha[M_{Global}] + \beta[K_{Global}]$$

Em seguida, para se achar os deslocamentos dos nós, representados pelo vetor U , é resolvida a seguinte equação:

$$[M_{Global}][\ddot{U}] + [C][\dot{U}] + [K_{global}][U] = [F]$$

Para se resolver esta equação com o MATLAB é utilizado o método direto Newmark β . Com isso são obtidos os resultados expostos nas Figuras 21-23.

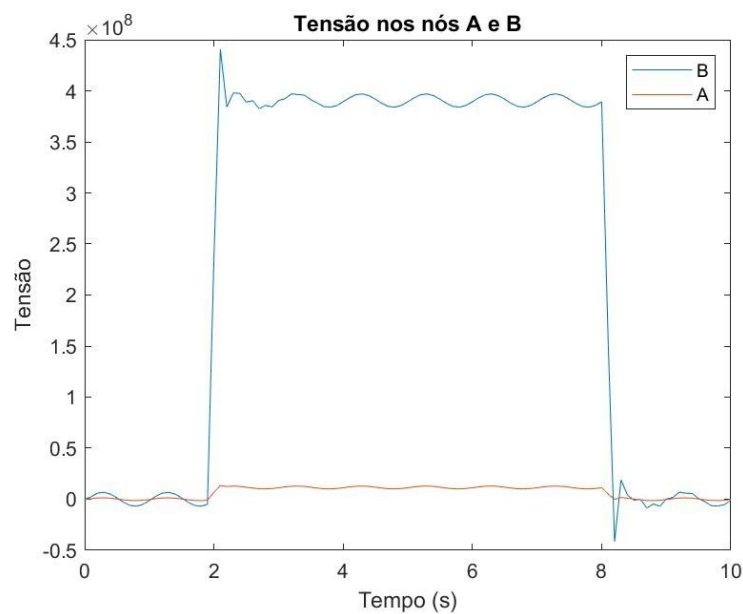


Figura 21: Tensão σ dos pontos A e B em função do tempo.

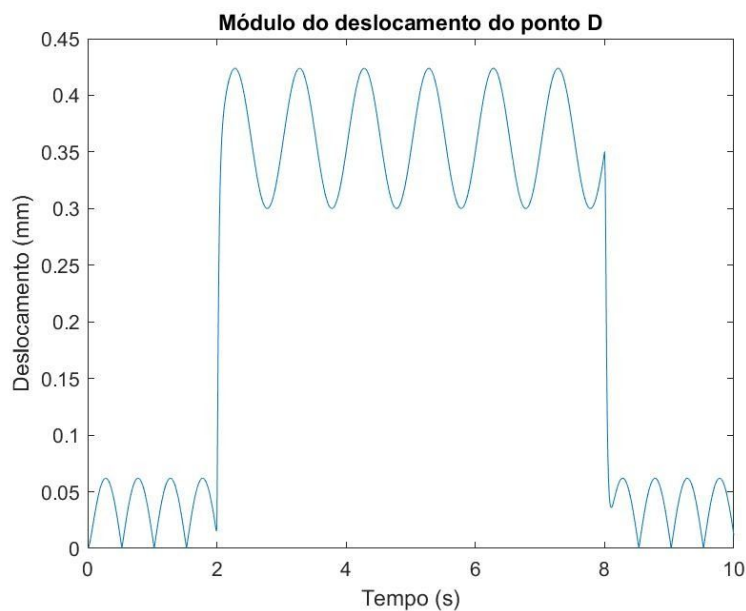


Figura 22: Deslocamento $|u|$ do ponto D em função do tempo.

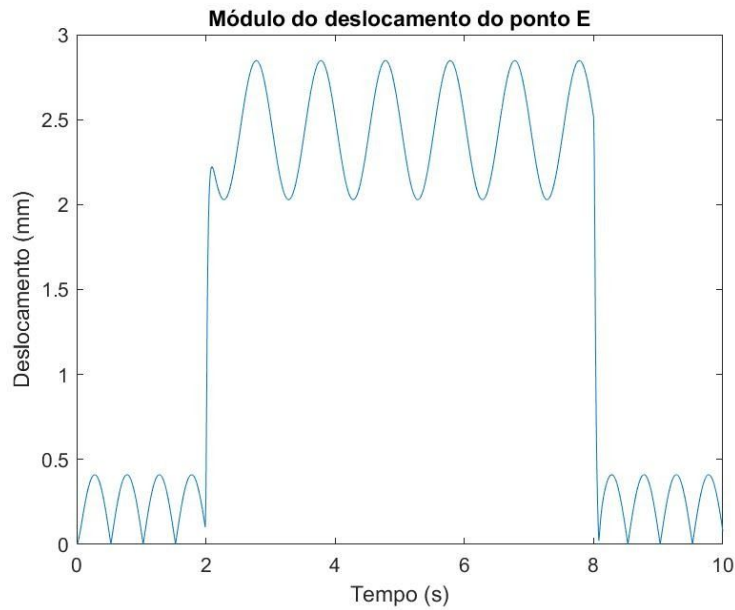


Figura 23: Deslocamento $|u|$ do ponto E em função do tempo.

1.b.a.3) Análise Harmônica - MATLAB

Nessa seção foram analisados os deslocamentos dos pontos B e C em função da frequência de excitação a qual é submetida a estrutura. Para isso é resolvida a seguinte equação:

$$([K_{global}] - \omega^2[M_{global}])\psi = F$$

Onde F é o vetor de forças iguais aplicadas aos nós. Dessa forma é definido um valor de w para se achar os respectivos valores de ψ . Estes valores vão conter os deslocamentos verticais, horizontais e angulares dos nós.

Os resultados obtidos estão apresentados nas Figuras 24 e 25.

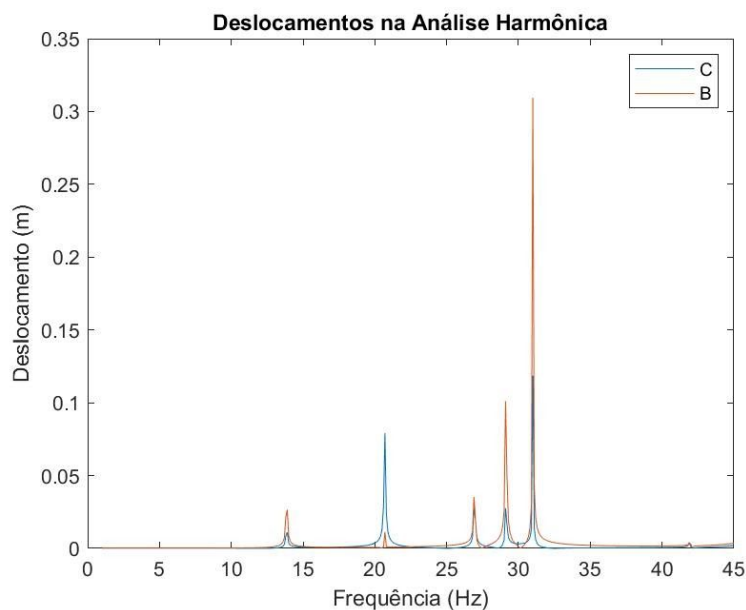


Figura 24: Módulo de deslocamento $|u|$ em função da frequência nos pontos B e C para 2 elementos por barra

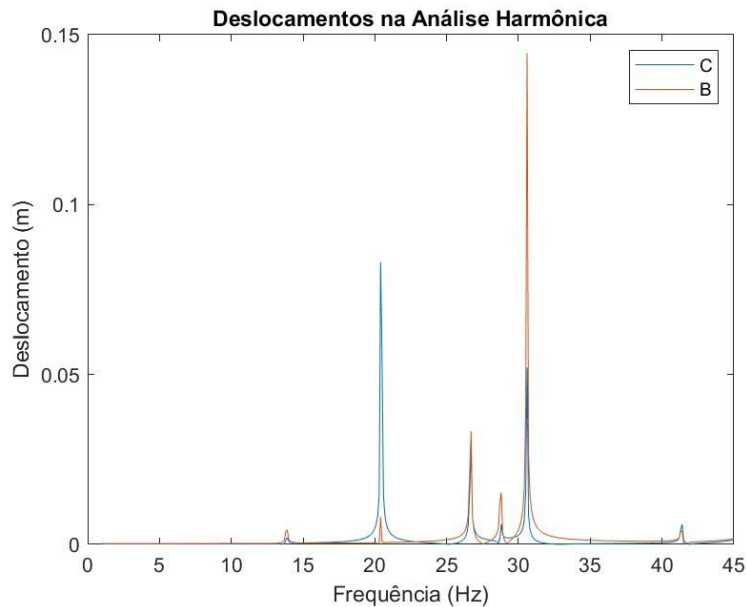


Figura 25: Módulo de deslocamento $|u|$ em função da frequência nos pontos B e C para 8 elementos por barra

Comparação de Resultados - MATLAB x ANSYS

Com relação a análise modal, os valores encontrados com o uso do MATLAB pareceram mais corretos, uma vez que variando a divisão nodal dos elementos os intervalos entre as frequências naturais dos modos de vibração variaram mais.

Já na análise transiente, ambos os softwares resultaram em comportamentos muito semelhantes para as tensões nos pontos A e B. Já para os deslocamentos dos pontos D e E os valores ficaram diferentes, ainda que os formatos dos gráficos tenham sido similares. Isso pode ter ocorrido pela diferença de divisão nodal utilizada em cada software.

Na análise harmônica, não conseguimos encontrar o erro ocorrido no ANSYS, pois o comportamento resultante diverge muito do que era esperado. Já no MATLAB o resultado bateu com as expectativas.

Problema 2 - Peça Simétrica

O segundo problema a ser resolvido com o uso do *Mechanical APDL* do ANSYS consiste em analisar as tensões e deformações da peça simétrica apresentada na Figura 14. Como o problema requisita considerar o estado plano de tensões, foi utilizada a modelagem do sistema com o elemento *PLANE182* do ANSYS.

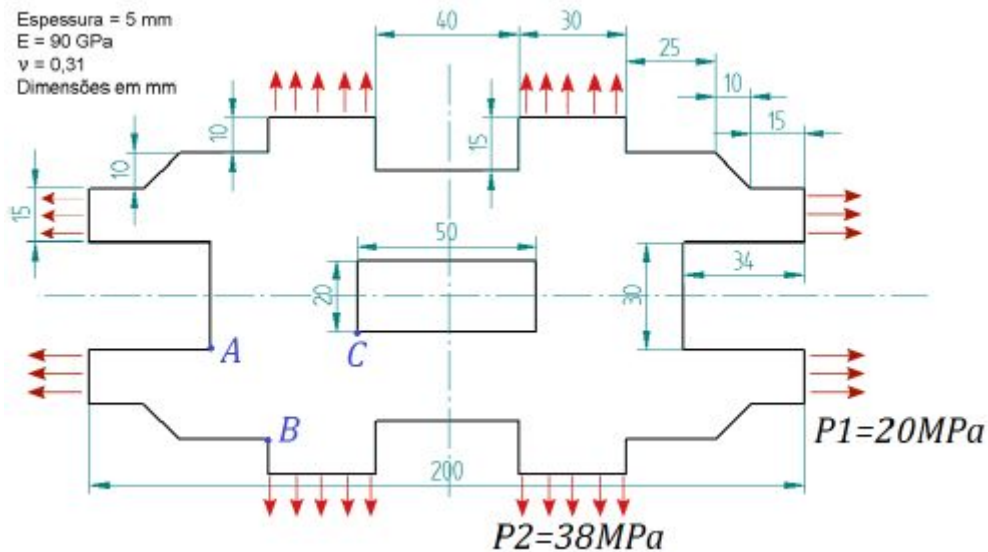


Figura 29: Peça simétrica sujeita a carregamentos constantes.

2.a) Estrutura deformada

Resolvendo o problema estático no ANSYS, foi plotada a solução nodal da soma vetorial das deformações, ou seja, da deformação total da estrutura. O resultado está apresentado na Figura 27.

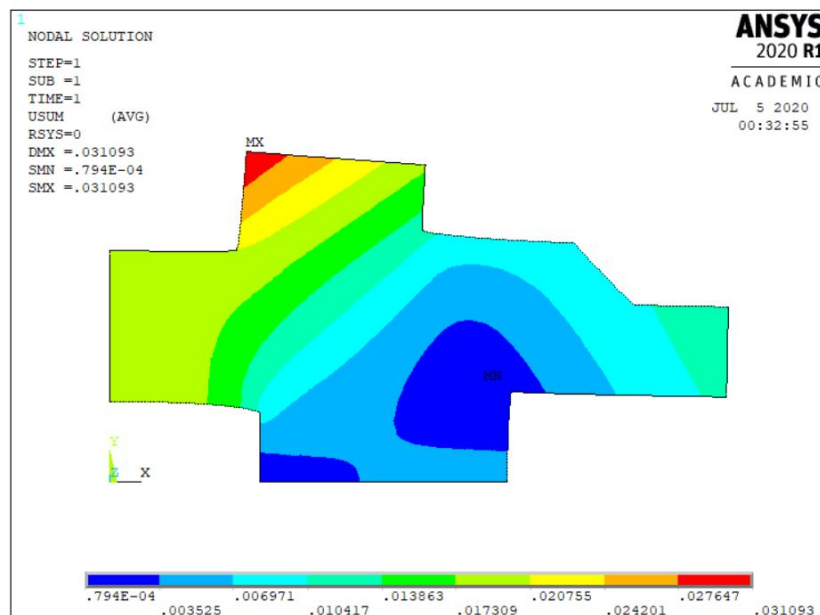


Figura 30: Solução nodal da soma vetorial das deformações da peça.

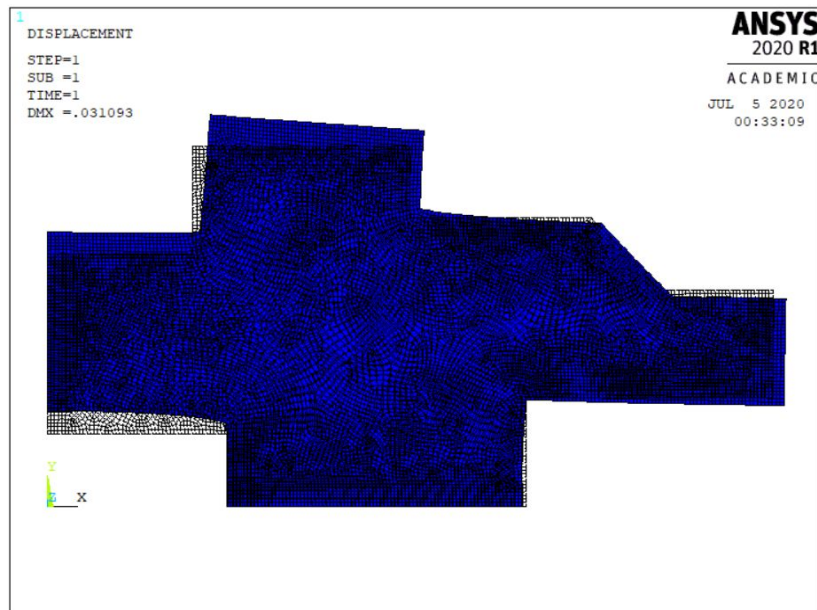


Figura 31: Sobreposição da peça e da solução nodal da soma vetorial das deformações da peça

A partir da Figura 27, é possível analisar o máximo valor de deformação, que é de 3,1 cm na ponta esquerda de cima da estrutura, onde aparecem as letras MX na na imagem. Como a estrutura é simétrica, haverá 4 pontos com essa deformação máxima, sendo eles os ponto simétricos ao ponto MX. Além disso, na Figura 28 é exposto visualmente a diferença entre a peça original e a peça deformada.

2.b) Tensões mecânicas

Com a análise nodal de Von Misses da estrutura com discretização de 1 mm entre cada nó , é obtido o resultado apresentado na Figura 16.

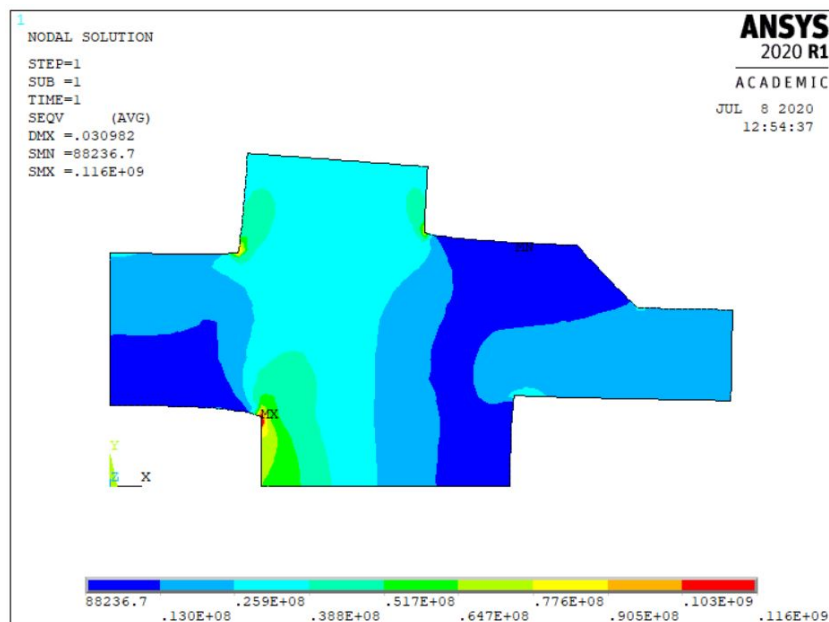


Figura 32: Solução Nodal para as tensões de Von Misses da peça com discretização de 1mm

Com o uso de elementos menores para representar a malha, é obtido o resultado da Figura 30. É possível observar uma gradação de tensão mais suave, devido ao fato de que com maior discretização os resultados da simulação serem mais próximos da realidade.

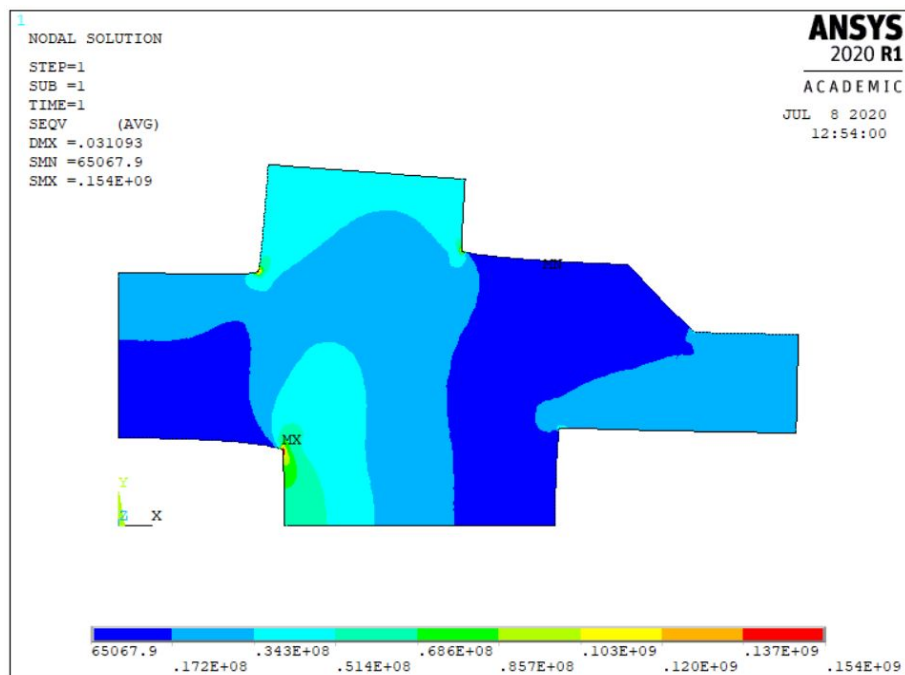


Figura 33: Solução Nodal para as tensões de Von Misses da peça.com discretização de 0,5mm

$\sigma(\text{Pa})$	Discretização 1	Discretização 0,5
A	$7,15 \times 10^7$	$4,59 \times 10^7$
B	$3,44 \times 10^7$	$9,63 \times 10^7$
C	$1,16 \times 10^8$	$1,54 \times 10^8$

Tabela3: Máximos de tensão nos pontos A, B e C.

2.c) Tensões Máximas e Concentração de Tensões

A partir da análise com maior discretização da Figura 30 observa-se que o máximo valor de tensão de Von Misses ocorre próximo do ponto C, onde assume o valor de $1,54 \times 10^8$ Pa. Ocorre também uma concentração de tensões no ponto verticalmente superior ao MX na Figura e também em B, que são concentrações menores do que em C, mas que se destacam do restante da peça.

Para reduzir as tensões nesses pontos, seria indicado uma arredondamento destes cantos. Dessa forma, as tensões ficariam distribuídas de forma mais uniforme na área.

Códigos

Problema 1 - ANSYS

Análise Modal

```
/CLEAR

! propriedades amterial
elasticidade=210e9
poisson=0.29
densidade=7650
tamanhoNo=0.1

/PREP7

MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,elasticidade
MPDATA,PRXY,1,,poisson
MPDATA,DENS,1,,densidade

ET,1,BEAM188

SECTYPE, 1, BEAM, CTUBE, linhaFina, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.036,0.04,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0

SECTYPE, 2, BEAM, CTUBE, linhaGrossa, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.045,0.05,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0

!keypoints
11=2
12=3
13=4
```

```
K,1,0,0,0
K,2,13,0,0
K,3,(13-11)/4,12,0
K,4,13-(13-11)/4,12,0
K,5,(13-11)/2,2*12,0
K,6,(13-11)/2+11,2*12,0
K,7,(13-11)/2,3*12,0
K,8,(13-11)/2+11,3*12,0
K,9,(13-11)/2,4*12,0
K,10,(13-11)/2+11,4*12,0
K,11,(13-11)/2,5*12,0
K,12,(13-11)/2+11,5*12,0
K,13,(13-11)/2,6*12,0
K,14,(13-11)/2+11,6*12,0
```

!Linhas

```
L,1,2
L,1,3
L,1,4
L,2,3
L,2,4
L,3,4
L,3,5
L,3,6
L,4,5
L,4,6
L,5,6
L,5,7
L,5,8
L,6,8
L,7,8
L,7,9
L,8,9
L,8,10
L,9,10
L,9,11
L,9,12
L,10,12
L,11,12
L,11,13
```

```

L,12,13
L,12,14
L,13,14

!meshing
!LINHAS GROSSAS
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM, 2

ESIZE,tamanhoNo,0,
FLST,2,14,4,ORDE,14
FITEM,2,1
FITEM,2,-2
FITEM,2,5
FITEM,2,7
FITEM,2,10
FITEM,2,12
FITEM,2,14
FITEM,2,16
FITEM,2,18
FITEM,2,20
FITEM,2,22
FITEM,2,24
FITEM,2,26
FITEM,2,-27
LMESH,P51X

!LINHAS FINAS
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM, 1
!*
```

```

ESIZE,tamanhoNo,0,
FLST,2,13,4,ORDE,13
FITEM,2,3
FITEM,2,-4
FITEM,2,6
FITEM,2,8
FITEM,2,-9
FITEM,2,11
FITEM,2,13
FITEM,2,15
FITEM,2,17
FITEM,2,19
FITEM,2,21
FITEM,2,23
FITEM,2,25
LMESH,P51X

FINISH

!analise modal

/SOL
!*
!*
!*
ANTYPE,2
MODOPT,LANB,6,0,0, ,OFF

! condicao de contorno
D,1, ,0, , , ,UX,UY, , , ,
D,2, ,0, , , ,UY, , , , ,

D,ALL, ,0, , , ,UZ, , , , , !travar en Z

SOLVE

```

Análise Transiente

```
/CLEAR

! propriedades amterial
elasticidade=210e9
poisson=0.29
densidade=7650
tamanhoNo=0.1

F=8000
D=2000
E=210e9
Afina=9.5504e-3
Agrossa=1.4923e-2

/PREP7

MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,elasticidade
MPDATA,PRXY,1,,poisson
MPDATA,DENS,1,,densidade

ET,1,BEAM188

SECTYPE, 1, BEAM, CTUBE, linhaFina, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.036,0.04,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0

SECTYPE, 2, BEAM, CTUBE, linhaGrossa, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.045,0.05,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0

!keypoints
11=2
12=3
```

13=4

K,1,0,0,0

K,2,13,0,0

K,3,(13-11)/4,12,0

K,4,13-(13-11)/4,12,0

K,5,(13-11)/2,2*12,0

K,6,(13-11)/2+11,2*12,0

K,7,(13-11)/2,3*12,0

K,8,(13-11)/2+11,3*12,0

K,9,(13-11)/2,4*12,0

K,10,(13-11)/2+11,4*12,0

K,11,(13-11)/2,5*12,0

K,12,(13-11)/2+11,5*12,0

K,13,(13-11)/2,6*12,0

K,14,(13-11)/2+11,6*12,0

!Linhas

L,1,2

L,1,3

L,1,4

L,2,3

L,2,4

L,3,4

L,3,5

L,3,6

L,4,5

L,4,6

L,5,6

L,5,7

L,5,8

L,6,8

L,7,8

L,7,9

L,8,9

L,8,10

L,9,10

L,9,11

L,9,12

L,10,12

L,11,12

```

L,11,13
L,12,13
L,12,14
L,13,14

!meshing
!LINHAS GROSSAS
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM, 2

ESIZE,tamanhoNo,0,
FLST,2,14,4,ORDE,14
FITEM,2,1
FITEM,2,-2
FITEM,2,5
FITEM,2,7
FITEM,2,10
FITEM,2,12
FITEM,2,14
FITEM,2,16
FITEM,2,18
FITEM,2,20
FITEM,2,22
FITEM,2,24
FITEM,2,26
FITEM,2,-27
LMESH,P51X

!LINHAS FINAS
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM, 1

```

```

! *
ESIZE,tamanhoNo,0,
FLST,2,13,4,ORDE,13
FITEM,2,3
FITEM,2,-4
FITEM,2,6
FITEM,2,8
FITEM,2,-9
FITEM,2,11
FITEM,2,13
FITEM,2,15
FITEM,2,17
FITEM,2,19
FITEM,2,21
FITEM,2,23
FITEM,2,25
LMESH,P51X

FINISH

!analise transiente
tf=10
alhpa=3e-1
beta=3e-2

/SOL
ANTYPE,4

NSUBST,200,0,0,0
TIME, tf

OUTRES,ALL,ALL
KBC,0 !carregamento ramped
ALPHAD,alpha
BETAD,beta

! condicao de contorno
D,1,,0,,,UX,UY,,,,
D,2,,0,,,UY,,,,
D,ALL,,0,,,UZ,,,, !travar em Z

```



```

!forcas
!F1
to_skip=1      ! enter number of lines to skip--NONE in this
example
/INQUIRE,numlines,LINES,F1,prn
to_read=numlines-to_skip
*DEL,F1,,NOPR
*DIM,F1,TABLE,to_read      ! table array to hold data
*TREAD,F1,F1,prn,,to_skip!F1 de arquivo externo

!F2
/INQUIRE,numlines,LINES,F2,prn
to_read=numlines-to_skip
*DEL,F2,,NOPR
*DIM,F2,TABLE,to_read      ! table array to hold data
*TREAD,F2,F2,prn,,to_skip
*TREAD,F2,F2,prn,,to_skip !F2 de arquivo externo

!pontos F1
FLST,2,2,1,ORDE,2
FITEM,2,346
FITEM,2,376
/GO
F,P51X,FY, %F1%

!pontos F2
FLST,2,5,1,ORDE,5
FITEM,2,106
FITEM,2,166
FITEM,2,226
FITEM,2,286
FITEM,2,346
/GO
F,P51X,FX, %F2%

SOLVE

```

```

! -----
!salva Ud e Ue

STORE,MERGE
XVAR,1
PLVAR,3,
XVAR,1
PLVAR,2,
FILLDATA,192,,,,0,0
FILLDATA,193,,,,1,0
FILLDATA,194,,,,-1,0
FILLDATA,195,,,,1,1
VARNAME,195,NSET
!
! Name: F1
! ID: 4
! Function: {F1(1,1,1)}
FILLDATA,200,,,,2**(-100),0
VPUT,F1(1,1,1),200
REALVAR,4,200,,,F1
!
STORE,MERGE
FILLDATA,192,,,,0,0
FILLDATA,193,,,,1,0
FILLDATA,194,,,,-1,0
FILLDATA,195,,,,1,1
VARNAME,195,NSET
!
! Name: F2
! ID: 5
! Function: {F2(1,1,1)}
FILLDATA,200,,,,2**(-100),0
VPUT,F2(1,1,1),200
REALVAR,5,200,,,F2
!
STORE,MERGE
VARDEL,2
VARDEL,3
!*

```

```

NSOL,2,27,U,X, UX_5,
STORE,MERGE
!*
NSOL,3,27,U,Y, UY_3,
STORE,MERGE
!*
NSOL,6,8,U,Y, UY_6,
STORE,MERGE
!*
NSOL,7,8,U,X, UX_7,
STORE,MERGE
FILLDATA,192,,,,0,0
FILLDATA,193,,,,1,0
FILLDATA,194,,,,-1,0
FILLDATA,195,,,,1,1
VARNAME,195,NSET
!
! Name: Ud
! ID: 8
! Function: sqrt({UX_5}^2+{UY_3})
PROD,200,2
PROD,200,200,2
ADD,199,200,3
SQRT,8,199,,,Ud
!
STORE,MERGE
FILLDATA,192,,,,0,0
FILLDATA,193,,,,1,0
FILLDATA,194,,,,-1,0
FILLDATA,195,,,,1,1
VARNAME,195,NSET
!
! Name: Ue
! ID: 9
! Function: sqrt({UY_6}^2+{UX_7})
PROD,200,6
PROD,200,200,6
ADD,199,200,7
SQRT,9,199,,,Ue
!
STORE,MERGE
XVAR,1

```

```
PLVAR,9,  
XVAR,1  
PLVAR,8,
```

Análise Harmônica

```
/CLEAR

! propriedades amterial
elasticidade=210e9
poisson=0.29
densidade=7650
tamanhoNo=0.1

F=8000
D=2000

/PREP7

MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,elasticidade
MPDATA,PRXY,1,,poisson
MPDATA,DENS,1,,densidade

ET,1,BEAM188

SECTYPE, 1, BEAM, CTUBE, linhaFina, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.036,0.04,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0

SECTYPE, 2, BEAM, CTUBE, linhaGrossa, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.045,0.05,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0

! keypoints
11=2
12=3
13=4

K,1,0,0,0
```

```
K,2,13,0,0
K,3,(13-11)/4,12,0
K,4,13-(13-11)/4,12,0
K,5,(13-11)/2,2*12,0
K,6,(13-11)/2+11,2*12,0
K,7,(13-11)/2,3*12,0
K,8,(13-11)/2+11,3*12,0
K,9,(13-11)/2,4*12,0
K,10,(13-11)/2+11,4*12,0
K,11,(13-11)/2,5*12,0
K,12,(13-11)/2+11,5*12,0
K,13,(13-11)/2,6*12,0
K,14,(13-11)/2+11,6*12,0
```

```
!Linhas
```

```
L,1,2
L,1,3
L,1,4
L,2,3
L,2,4
L,3,4
L,3,5
L,3,6
L,4,5
L,4,6
L,5,6
L,5,7
L,5,8
L,6,8
L,7,8
L,7,9
L,8,9
L,8,10
L,9,10
L,9,11
L,9,12
L,10,12
L,11,12
L,11,13
L,12,13
L,12,14
```

```
L,13,14
```

```
!meshing
```

```
!LINHAS GROSSAS
```

```
TYPE, 1
```

```
MAT, 1
```

```
REAL,
```

```
ESYS, 0
```

```
SECNUM, 2
```

```
ESIZE,tamanhoNo,0,
```

```
FLST,2,14,4,ORDE,14
```

```
FITEM,2,1
```

```
FITEM,2,-2
```

```
FITEM,2,5
```

```
FITEM,2,7
```

```
FITEM,2,10
```

```
FITEM,2,12
```

```
FITEM,2,14
```

```
FITEM,2,16
```

```
FITEM,2,18
```

```
FITEM,2,20
```

```
FITEM,2,22
```

```
FITEM,2,24
```

```
FITEM,2,26
```

```
FITEM,2,-27
```

```
LMESH,P51X
```

```
!LINHAS FINAS
```

```
TYPE, 1
```

```
MAT, 1
```

```
REAL,
```

```
ESYS, 0
```

```
SECNUM, 1
```

```
!*
```

```
ESIZE,tamanhoNo,0,
```

```
FLST,2,13,4,ORDE,13
```

```

FITEM,2,3
FITEM,2,-4
FITEM,2,6
FITEM,2,8
FITEM,2,-9
FITEM,2,11
FITEM,2,13
FITEM,2,15
FITEM,2,17
FITEM,2,19
FITEM,2,21
FITEM,2,23
FITEM,2,25
LMESH,P51X

FINISH

!analise harmonica
tf=10
alpha=3e-1
beta=3e-2

/SOL
ANTYPE,3

HARFRQ,5,30,,, !8,29; 20,29,;20,39
NSUBST,400,,,
KBC,1 !stepped loading

OUTRES,ALL,ALL
ALPHAD,alpha
BETAD,beta

! condicao de contorno
D,1,,0,,,UX,UY,,,,
D,2,,0,,,UY,,,,
D,ALL,,0,,,UZ,,,, !travar em Z

```



```

!forcas
!F1
to_skip=1      ! enter number of lines to skip--NONE in this
example
/INQUIRE,numlines,LINES,F1,prn
to_read=numlines-to_skip
*DEL,F1,,NOPR
*DIM,F1,TABLE,to_read      ! table array to hold data
*TREAD,F1,F1,prn,,to_skip!F1 de arquivo externo

!F2
/INQUIRE,numlines,LINES,F2,prn
to_read=numlines-to_skip
*DEL,F2,,NOPR
*DIM,F2,TABLE,to_read      ! table array to hold data
*TREAD,F2,F2,prn,,to_skip
*TREAD,F2,F2,prn,,to_skip !F2 de arquivo externo


!pontos F1
FLST,2,2,1,ORDE,2
FITEM,2,346
FITEM,2,376
/GO
F,P51X,FY, %F1%


!pontos F2
FLST,2,5,1,ORDE,5
FITEM,2,106
FITEM,2,166
FITEM,2,226
FITEM,2,286
FITEM,2,346
/GO
F,P51X,FX, %F2%


SOLVE

FINISH

```

```

/POST1
FINISH
/POST26
FILE,'file','rst','.'
/UI,COLL,1
NUMVAR,200
SOLU,191,NCMIT
STORE,MERGE
PLCPLX,0
PRCPLX,1
FILLDATA,191,,,,1,1
REALVAR,191,191
!*
NSOL,2,569,U,X, UX_2,
STORE,MERGE
FILLDATA,192,,,,0,0
FILLDATA,193,,,,1,0
FILLDATA,194,,,,-1,0
FILLDATA,195,,,,1,1
VARNAME,195,NSET
!
! Name: Ucx
! ID: 3
! Function: (nsol(569 ,U,X)+nsol(608 ,U,X))
NSOL,200,569,U,X
NSOL,199,608,U,X
ADD,3,200,199,,Ucx
!
STORE,MERGE
FILLDATA,192,,,,0,0
FILLDATA,193,,,,1,0
FILLDATA,194,,,,-1,0
FILLDATA,195,,,,1,1
VARNAME,195,NSET
!
! Name: Ucy
! ID: 4
! Function: (nsol(569 ,U,Y)+nsol(608 ,U,Y))
NSOL,200,569,U,Y
NSOL,199,608,U,Y
ADD,4,200,199,,Ucy
!

```

```

STORE,MERGE
FILLDATA,192,,,,0,0
FILLDATA,193,,,,1,0
FILLDATA,194,,,,-1,0
FILLDATA,195,,,,1,1
VARNAME,195,NSET
!
! Name: Uby
! ID: 5
! Function: (nsol(569 ,U,Y)+nsol(608 ,U,Y))
NSOL,200,569,U,Y
NSOL,199,608,U,Y
ADD,5,200,199,,Uby
!
STORE,MERGE
FILLDATA,192,,,,0,0
FILLDATA,193,,,,1,0
FILLDATA,194,,,,-1,0
FILLDATA,195,,,,1,1
VARNAME,195,NSET
!
! Name: Ubx
! ID: 6
! Function: (nsol(569 ,U,X)+nsol(608 ,U,X))
NSOL,200,569,U,X
NSOL,199,608,U,X
ADD,6,200,199,,Ubx
!
STORE,MERGE
FILLDATA,192,,,,0,0
FILLDATA,193,,,,1,0
FILLDATA,194,,,,-1,0
FILLDATA,195,,,,1,1
VARNAME,195,NSET
!
! Name: Ucy
! ID: 4
! Function: (nsol(497 ,U,Y)+nsol(451 ,U,Y))
NSOL,200,497,U,Y
NSOL,199,451,U,Y
ADD,4,200,199,,Ucy
!

```

```

STORE,MERGE
FILLDATA,192,,,,0,0
FILLDATA,193,,,,1,0
FILLDATA,194,,,,-1,0
FILLDATA,195,,,,1,1
VARNAME,195,NSET
!
! Name: Ucx
! ID: 3
! Function: (nsol(497 ,U,X)+nsol(451 ,U,X))
NSOL,200,497,U,X
NSOL,199,451,U,X
ADD,3,200,199,,Ucx
!
STORE,MERGE
FILLDATA,192,,,,0,0
FILLDATA,193,,,,1,0
FILLDATA,194,,,,-1,0
FILLDATA,195,,,,1,1
VARNAME,195,NSET
!
! Name: Uc
! ID: 7
! Function: sqrt({Ucx}^2+{Ucy}^2)
PROD,200,3
PROD,200,200,3
PROD,199,4
PROD,199,199,4
ADD,198,200,199
SQRT,7,198,,,Uc
!
STORE,MERGE
FILLDATA,192,,,,0,0
FILLDATA,193,,,,1,0
FILLDATA,194,,,,-1,0
FILLDATA,195,,,,1,1
VARNAME,195,NSET
!
! Name: Ub
! ID: 8
! Function: sqrt({Uby}^2+{Ubx}^2)
PROD,200,5

```

```
PROD,200,200,5
PROD,199,6
PROD,199,199,6
ADD,198,200,199
SQRT,8,198,,Ub
!
STORE,MERGE
XVAR,1
PLVAR,3,4,
```

Problema 1 - MATLAB

main

```
clear all
close all

%Mudar aqui quando quiser testar com diferentes quantidades de
elementos
Numero_Elementos=2;
L1=2.0;
L2=3.0;
L3=4.0;
d1i=0.040;
d1e=0.050;
d2i=0.090;
d2e=0.100;
A1=pi*(d1e^2-d1i^2)/4;
I1=pi*(d1e^4-d1i^4)/64;
A2=pi*(d2e^2-d2i^2)/4;
I2=pi*(d2e^4-d2i^4)/64;

vv = 0.29;
E = 2.10*10^11;
ro = 7650;

%Criação dos elementos
elementos=ElementsCreation(L1,A1,L2,A2,L3,I1,I2);

%Criação dos elementos - subdividindo as barras
[elementosfinais,Numero_Nos]=...
    RightElementsCreation(elementos,Numero_Elementos);

%Monta a matriz global
[M, K]=...
    MountMatrix( Numero_Nos,length(elementosfinais), elementosfinais,
E, ro);

%Analise Modal
nospresos=find(elementosfinais(:,7)==0 & elementosfinais(:,9)==0);
nospresos=elementosfinais(nospresos(1),5);
nospresos2=find(elementosfinais(:,8)==4 & elementosfinais(:,10)==0);
nospresos(2)=elementosfinais(nospresos2(1),6);

if nospresos(1)<=nospresos(2)
    manter=[1:3*nospresos(1)-3 3*nospresos(1):3*nospresos(2)-2 ...
        3*nospresos(2):length(M)];
```

```

else
    manter=[1:3*nospresos(2)-2 3*nospresos(2):3*nospresos(1)-3 ...
            3*nospresos(1):length(M)];
end

Kmodal=K(manter,manter);
Mmodal=M(manter,manter);

[autovetores, autovalores]=eigs(Kmodal,Mmodal,6,'smallestabs');

frequencias=sqrt(diag(autovalores))/(2*pi);

%Analise Transiente
alpha = 3e-1;
beta = 3e-2;
F = 8000;
D = 2000;
t1 = 2.0;
t2 = 8.0;

K(3*nospresos(1)-2:3*nospresos(1)-1,:)=0;
K(:,3*nospresos(1)-2:3*nospresos(1)-1)=0;
K(3*nospresos(1)-2,3*nospresos(1)-2)=1;
K(3*nospresos(1)-1,3*nospresos(1)-1)=1;
K(3*nospresos(2)-1,:)=0;
K(:,3*nospresos(2)-1)=0;
K(3*nospresos(2)-1,3*nospresos(2)-1)=1;

M(3*nospresos(1)-2:3*nospresos(1)-1,:)=0;
M(:,3*nospresos(1)-2:3*nospresos(1)-1)=0;
M(3*nospresos(1)-2,3*nospresos(1)-2)=1;
M(3*nospresos(1)-1,3*nospresos(1)-1)=1;
M(3*nospresos(2)-1,:)=0;
M(:,3*nospresos(2)-1)=0;
M(3*nospresos(2)-1,3*nospresos(2)-1)=1;

Cmatriz=alpha*M+beta*K;
beta=1/4;
gamma=1/2;
passo=100;
dt=10/passo;

distanciaC=10;
distanciaB=10;

for i=1:length(elementosfinais)

```

```

distanciaC1=((elementosfinais(i,7)-2)^2+(elementosfinais(i,9)-1.71)^
2);

distanciaC2=((elementosfinais(i,8)-2)^2+(elementosfinais(i,10)-1.71)
^2);

distanciaB1=((elementosfinais(i,7)-2)^2+(elementosfinais(i,9)-4.71)^
2);

distanciaB2=((elementosfinais(i,8)-2)^2+(elementosfinais(i,10)-4.71)
^2);
    if distanciaC1<distanciaC2
        if distanciaC1<distanciaC
            distanciaC=distanciaC1;
            pontoC=i;
            comecoC=1;
        end
    else
        if distanciaC2<distanciaC
            distanciaC=distanciaC2;
            pontoC=i;
            comecoC=2;
        end
    end
    if distanciaB1<distanciaB2
        if distanciaB1<distanciaB
            distanciaC=distanciaB1;
            pontoB=i;
            comecoB=1;
        end
    else
        if distanciaB2<distanciaB
            distanciaB=distanciaB2;
            pontoB=i;
            comecoB=2;
        end
    end
end

if comecoB==1
    B=elementosfinais(pontoB,5);
else
    B=elementosfinais(pontoB,6);
end
if comecoC==1
    C=elementosfinais(pontoC,5);
else

```



```

        C=elementosfinais(pontoC,6);
    end

    A=1; %Primeiro nó que definimos sempre

    deslocA=zeros(2,passo);
    deslocB=zeros(2,passo);
    deslocD=zeros(2,passo);
    deslocE=zeros(2,passo);

    Mtrans=M+dt*gamma*Cmatriz+dt^2*beta*K;

    Forca=zeros(length(M),1);

    Ac=Mtrans\Forca;
    % velocidades e deslocamentos nulos
    Vel=zeros(length(M), 1);
    Del=zeros(length(M), 1);

    D=find(elementosfinais(:,7)==0.25 & elementosfinais(:,9)==1.5);
    E=find(elementosfinais(:,7)==3 & elementosfinais(:,9)==7);
    if length(D)==0
        D=find(elementosfinais(:,8)==0.25 & elementosfinais(:,10)==1.5);
        D=elementosfinais(D(1),6);
    else
        D=elementosfinais(D(1),5);
    end
    if length(E)==0
        E=find(elementosfinais(:,8)==3 & elementosfinais(:,10)==7);
        E=elementosfinais(E(1),6);
    else
        E=elementosfinais(E(1),5);
    end

    coordAvizinho=[1+2/Numero_Elementos 14];
    noAviz=find(elementosfinais(:,8)==coordAvizinho(1) & ...
        elementosfinais(:,10)==coordAvizinho(2));
    noAviz=elementosfinais(noAviz(1),6);

    if comecoB==1
        Bvizinhox=elementosfinais(pontoB,7)+2.5/Numero_Elementos;
        Bvizinhoy=elementosfinais(pontoB,9)+3/Numero_Elementos;
    else
        Bvizinhox=elementosfinais(pontoB,8)+2.5/Numero_Elementos;
        Bvizinhoy=elementosfinais(pontoB,10)+3/Numero_Elementos;
    end
    coordBvizinho=[Bvizinhox Bvizinhoy];

```

```

noBviz=find(elementosfinais(:,8)==coordBvizinho(1) &...
    elementosfinais(:,10)==coordBvizinho(2));
noBviz=elementosfinais(noBviz(2),6);

deslocAvizinho=zeros(2,passo);
deslocBvizinho=zeros(2,passo);

for i=1:passo
    if t1<=i*dt && i*dt<=t2
        Forca([1 7 13 19 25])=5*D;
    else
        Forca([1 7 13 19 25])=0;
    end
    Forca([2 5])=2*F*sin(2*pi*i*dt);
    Ftrans=Forca-Cmatriz*(Vel+dt*(1-gamma)*Ac) ...
        -K*(Del+dt*Vel+(dt^2/2)*(1-2*beta)*Ac);
    Ac_novo=Mtrans\Ftrans;
    Del=Del+dt*Vel+(dt^2/2)*((1-2*beta)*Ac+2*beta*Ac_novo);
    Vel=Vel+dt*((1-gamma)*Ac+gamma*Ac_novo);

    deslocA(i,1)=Del(3*A-2);
    deslocA(i,2)=Del(3*A-1);
    deslocB(i,1)=Del(3*B-2);
    deslocB(i,2)=Del(3*B-1);

    deslocAvizinho(i,1)=Del(3*noAviz-2);
    deslocAvizinho(i,2)=Del(3*noAviz-1);
    deslocBvizinho(i,1)=Del(3*noBviz-2);
    deslocBvizinho(i,2)=Del(3*noBviz-1);

    deslocD(i,1)=Del(3*D-2);
    deslocE(i,1)=Del(3*E-2);
    deslocD(i,2)=Del(3*D-1);
    deslocE(i,2)=Del(3*E-1);
end

figure()
plot(dt*(1:passo),10^3*deslocD(:,1));
title 'Deslocamento horizontal do ponto D'
xlabel 'Tempo (s)'
ylabel 'Deslocamento (mm)'

figure()
plot(dt*(1:passo),10^3*deslocE(:,1));
title 'Deslocamento horizontal do ponto E'
xlabel 'Tempo (s)'

```

```

ylabel 'Deslocamento (mm)'

figure()
plot(dt*(1:passo),10^3*deslocD(:,2));
title 'Deslocamento vertical do ponto D'
xlabel 'Tempo (s)'
ylabel 'Deslocamento (mm)'

figure()
plot(dt*(1:passo),10^3*deslocE(:,2));
title 'Deslocamento vertical do ponto E'
xlabel 'Tempo (s)'
ylabel 'Deslocamento (mm)'

figure()
plot(dt*(1:passo),sqrt((10^3*deslocD(:,2)).^2+(10^3*deslocD(:,1)).^2
));
title 'Módulo do deslocamento do ponto D'
xlabel 'Tempo (s)'
ylabel 'Deslocamento (mm)'

figure()
plot(dt*(1:passo),sqrt((10^3*deslocE(:,2)).^2+(10^3*deslocE(:,1)).^2
));
title 'Modulo do deslocamento do ponto E'
xlabel 'Tempo (s)'
ylabel 'Deslocamento (mm)'

LA=sqrt((1-coordAvizinho(1)).^2+(14-coordAvizinho(2)).^2);
if comecoB==1
    noBx=elementosfinais(pontoB,7);
    noBy=elementosfinais(pontoB,9);
    LB=sqrt((elementosfinais(pontoB,7)-coordBvizinho(1)).^2+...
            (elementosfinais(pontoB,9)-coordBvizinho(2)).^2);
else
    noBx=elementosfinais(pontoB,8);
    noBy=elementosfinais(pontoB,10);
    LB=sqrt((elementosfinais(pontoB,8)-coordBvizinho(1)).^2+...
            (elementosfinais(pontoB,10)-coordBvizinho(2)).^2);
end

deslAfinal=sqrt((1+deslocA(:,1)-...
(coordAvizinho(1)+deslocAvizinho(:,1))).^2+(14+deslocA(:,2)-...
(coordAvizinho(2)+deslocAvizinho(:,2))).^2);

deslBfinal=sqrt((noBx+deslocB(:,1)-...
(coordBvizinho(1)+deslocBvizinho(:,1))).^2+(noBy+deslocB(:,2)-...

```

```

(coordBvizinho(2)+deslocBvizinho(:,2)).^2);

figure()
plot(dt:dt:10,E*(LB-deslBfinal)/LB)
hold on
plot(dt:dt:10,E*(LA-deslAfinal)/LA)
xlabel('Tempo (s)')
ylabel('Tensão')
title('Tensão nos nós A e B')
legend('B','A')

%Análise Harmônica
moduloB = zeros(1,length(1:0.01:45));
moduloC = zeros(1,length(1:0.01:45));

F0=zeros(length(M),1);
F0(2)=2*F;
F0(5)=2*F;
%Varia a frequência, para calcular análise modal usa a amplitude da
força

for f = 1:0.01:45
    A=-(2*pi*f)^2*M+K;
    respostas=A\F0;
    moduloB(i)=sqrt(respostas(3*B-2)^2+respostas(3*B-1)^2);
    moduloC(i)=sqrt(respostas(3*C-2)^2+respostas(3*C-1)^2);
end

figure()
plot(1:0.01:45,moduloB)
hold on
plot(1:0.01:45,moduloC)
legend('C','B')
xlabel('Frequência (Hz)')
ylabel('Deslocamento (m)')
title('Deslocamentos na Análise Harmônica')

```

mountMatrix

Monta matrizes globais

```
function [M, K]=MountMatrix(Nos_Num, totaldeelementos,
elementosfinais, E, ro)

M=zeros(3*Nos_Num);
K=zeros(3*Nos_Num);

rodaT = zeros(6);

for i=1:totaldeelementos
    Massa=[140 0 0 70 0 0;0 156 22*elementosfinais(i,1)...
        0 54 -13*elementosfinais(i,1);0 22*elementosfinais(i,1)...
        4*elementosfinais(i,1)^2 0 13*elementosfinais(i,1)...
        -3*elementosfinais(i,1)^2;...
        70 0 0 140 0 0;0 54 13*elementosfinais(i,1)...
        0 156 -22*elementosfinais(i,1);...
        0 -13*elementosfinais(i,1) -3*elementosfinais(i,1)^2 ...
        0 -22*elementosfinais(i,1) 4*elementosfinais(i,1)^2];
    Massa=ro*elementosfinais(i,2)*elementosfinais(i,1)/420*Massa;

    Rigidez=[elementosfinais(i,2)/elementosfinais(i,1) 0 0 ...
        -elementosfinais(i,2)/elementosfinais(i,1) 0 0;...
        0 12*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1)^3 ...
        6*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1)^2 ...
        0 -12*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1)^3 ...
        6*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1)^2;...
        0 6*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1)^2 ...
        4*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1) 0 ...
        -6*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1)^2 ...
        2*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1);...
        -elementosfinais(i,2)/elementosfinais(i,1) 0 0 ...
        elementosfinais(i,2)/elementosfinais(i,1) 0 0;...
        0 -12*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1)^3 ...
        -6*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1)^2 ...
        0 12*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1)^3 ...
        -6*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1)^2;...
        0 6*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1)^2 ...
        2*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1)...
        0 -6*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1)^2 ...
        4*elementosfinais(i,3)/elementosfinais(i,1)];
    Rigidez=E*Rigidez;

    rodaT=[cos(elementosfinais(i,4)) sin(elementosfinais(i,4)) 0 0 0
        0;...
```

```

        -sin(elementosfinais(i,4)) cos(elementosfinais(i,4)) 0 0 0
0;...
        0 0 1 0 0 0;0 0 0 cos(elementosfinais(i,4))...
        sin(elementosfinais(i,4)) 0;0 0 0
-sin(elementosfinais(i,4))...
        cos(elementosfinais(i,4)) 0; 0 0 0 0 0 1];

Massa=rodaT'*Massa*rodaT;
Rigidez=rodaT'*Rigidez*rodaT;

posicoes=[3*elementosfinais(i,5)-2:3*elementosfinais(i, 5),...
        3*elementosfinais(i,6)-2:3*elementosfinais(i,6)];
M(posicoes,posicoes)=M(posicoes,posicoes)+Massa;
K(posicoes,posicoes)=K(posicoes,posicoes)+Rigidez;
end

end

```

elementsCreation

Cria os elementos

```
function elementostotal=ElementsCreation(L1,A1,L2,A2,L3,I1,I2)
%elemento=[L A I theta N 1 N 2 PosX1 PosX2 Pos Y1 PosY2]

elemento1=[L1 A2 I2 0 1 2 1 3 14 14];
elemento2=[L1 A2 I2 pi/2 3 1 1 1 12 14];
elemento3=[sqrt(2)*L1 A1 I1 3*pi/4 4 1 3 1 12 14];
elemento4=[L1 A2 I2 pi/2 4 2 3 3 12 14];
elemento5=[L1 A1 I1 0 3 4 1 3 12 12];
elemento6=[L1 A2 I2 pi/2 5 3 1 1 10 12];
elemento7=[sqrt(2)*L1 A1 I1 pi/4 5 4 1 3 10 12];
elemento8=[L1 A2 I2 pi/2 6 4 3 3 10 12];
elemento9=[L1 A1 I1 0 5 6 1 3 10 10];
elemento10=[L1 A2 I2 pi/2 7 5 1 1 8 10];
elemento11=[sqrt(2)*L1 A1 I1 3*pi/4 8 5 3 1 8 10];
elemento12=[L1 A2 I2 pi/2 8 6 3 3 8 10];
elemento13=[L1 A1 I1 0 7 8 1 3 8 8];
elemento14=[L1 A2 I2 pi/2 9 7 1 1 6 8];
elemento15=[sqrt(2)*L1 A1 I1 pi/4 9 8 1 3 6 8];
elemento16=[L1 A2 I2 pi/2 10 8 3 3 6 8];
elemento17=[L1 A1 I1 0 9 10 1 3 6 6];
elemento18=[sqrt(3^2+0.5^2) A2 I2 atan(6) 11 9 0.5 1 3 6];
elemento19=[sqrt(3^2+2.5^2) A1 I1 atan(1.2) 11 10 0.5 3 3 6];
elemento20=[sqrt(3^2+0.5^2) A2 I2 pi-atan(6) 12 10 3.5 3 3 6];
elemento21=[sqrt(3^2+2.5^2) A1 I1 pi-atan(6) 12 9 3.5 1 3 6];
elemento22=[3 A1 I1 0 11 12 0.5 3.5 3 3];
elemento23=[sqrt(3^2+0.5^2) A2 I2 atan(6) 13 11 0 0.5 0 3];
elemento24=[5 A1 I1 atan(3/4) 13 12 0 3.5 0 3];
elemento25=[sqrt(3^2+0.5^2) A2 I2 pi-atan(6) 14 12 4 3.5 0 3];
elemento26=[5 A1 I1 pi-atan(3/4) 14 11 4 0.5 0 3];
elemento27=[L3 A2 I2 0 13 14 0 4 0 0];

elementostotal=[elemento1;elemento2;elemento3;elemento4;elemento5;...
.
    elemento6;elemento7;elemento8;elemento9;elemento10;...
elemento11;elemento12;elemento13;elemento14;elemento15;elemento16;...
.
elemento17;elemento18;elemento19;elemento20;elemento21;elemento22;...
.
    elemento23;elemento24;elemento25;elemento26;elemento27];

PlotTower(elementostotal)
```

end

plotTower

Gera a torre em análise para identificação.

```
function PlotTower(elementostotal)
    figure()
    d1i=0.040;
    d1e=0.050;
    I1=pi*(d1e^4-d1i^4)/64;

    grossas=find(elementostotal(:,3)~=I1);
    finas=find(elementostotal(:,3)==I1);
    elementosgrossos=elementostotal(grossas,:);
    elementosfinos=elementostotal(finas,:);

    for i=1:length(elementosgrossos(:,1))
        plot([elementosgrossos(i,7) elementosgrossos(i,8)],...
            [elementosgrossos(i,9)
elementosgrossos(i,10)], 'r-', 'LineWidth', 2)
        hold on
    end

    for j=1:length(elementosfinos(:,1))
        plot([elementosfinos(j,7) elementosfinos(j,8)],...
            [elementosfinos(j,9)
elementosfinos(j,10)], 'b-', 'LineWidth', 1)
        hold on
    end

    axis equal
    if length(elementostotal)==27
        title('Torre completa')
        xlabel('X')
        ylabel('Y')
        saveas(gcf, 'torrecompleta.jpg')
    else

scatter(elementosgrossos(:,7),elementosgrossos(:,9),16,'y','filled')

scatter(elementosgrossos(:,8),elementosgrossos(:,10),16,'y','filled'
)
        scatter(elementosfinos(:,7),
elementosfinos(:,9),16,'y','filled')

scatter(elementosfinos(:,8),elementosfinos(:,10),16,'y','filled')
        title('Torre com divisão de elementos')
        xlabel('X')
```

```
        ylabel('Y')  
        saveas(gcf, 'torrecomelementos.jpg')  
    end  
end
```

Problema 2 - ANSYS

```
/CLEAR

espessura=5
elasticidade=90e9
poisson=0.31
tamanhoElemento=0.5

/PREP7

MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,elasticidade
MPDATA,PRXY,1,,poisson

ET,1,PLANE182

!KEYPOINTS
!QUADRADO CENTRAL
K,1,0,10,0
K,2,25,10,0
K,3,25,0,0

!ENTRONO EMCIMA A DIREITA
K,4,0,35,0
K,5,20,35,0
K,6,20,50,0
K,7,50,50,0
K,8,50,40,0
K,9,75,40,0
K,10,85,30,0
K,11,100,30,0
K,12,100,15,0
K,13,66,15,0
K,14,66,0,0

!linhas
L,1,2
L,2,3
L,4,5
L,5,6
```

```
L,6,7
L,7,8
L,8,9
L,9,10
L,10,11
L,11,12
L,12,13
L,13,14
```

```
!linhas para fechar simetria
```

```
L,1,4
L,3,14
```

```
!Area
```

```
FLST,2,14,4
FITEM,2,13
FITEM,2,3
FITEM,2,4
FITEM,2,5
FITEM,2,6
FITEM,2,7
FITEM,2,8
FITEM,2,9
FITEM,2,10
FITEM,2,11
FITEM,2,12
FITEM,2,14
FITEM,2,2
FITEM,2,1
AL,P51X
```

```
!malhagem
```

```
TYPE,1
MAT,1
```

```
ESIZE,tamanhoElemento,0
```

```
AMESH,1
```

```

FINISH

!ANALISE ESTATICA
/SOL

!condicoes de contorno
    !simetria
DL,13, ,SYMM !em Y
DL,14, ,SYMM !em X

!pressoes definidas por mm^2
P1=-20e6
P2=-38e6

SFL,10,PRES,P1,
SFL,5,PRES,P2,

SOLVE

FINISH
!POS-PROCESSAMENTO

/POST1
SET,LIST,999
SET,,, ,1
/EFACET,1
PLNSOL, S,EQV, 0,1.0

```