

EP1

MAP3122

Alessandro Brugnera Silva

Fevereiro 2021

1 Introdução

A tomografia é uma técnica de processamento de imagem usada na medicina para visualizar estruturas anatômicas na forma de cortes. Um procedimento para fazer isso é projetar raios-X de muitos diferentes ângulos através do corpo, medir a força dos raios-X que passaram pela imagem, e calcular como a imagem deve ser para cumprir com a saída de raios-X. A reconstrução de uma imagem desta forma é chamada de reconstrução tomográfica.

Dessa forma é necessário discretizar um espaço com o máximo número de elementos possíveis - respeitando as limitações de computação e de medição-, com isso é possível traçar por onde os raios irão passar, determinando o estado de cada elemento deste espaço - ou seja o quanto o material presente em cada elemento altera a energia de cada raio-x.

2 Modelagem

Para realizar a modelagem foram propostos 2 cenários:

1. Dois raios-x passando por cada elemento do domínio, na horizontal e na vertical
2. Quatro raios-x passando por cada elemento do domínio, na horizontal, na vertical, e nas diagonais principais.

Assim o número de raios varia com o número de elementos do domínio. Para exemplificar com um domínio de 9 elementos nos dois cenários:

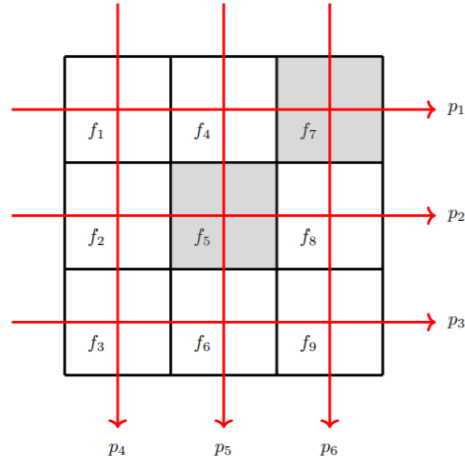


Figure 1: Cenário 1 com 2 raios por elementos num domínio de 9 elementos

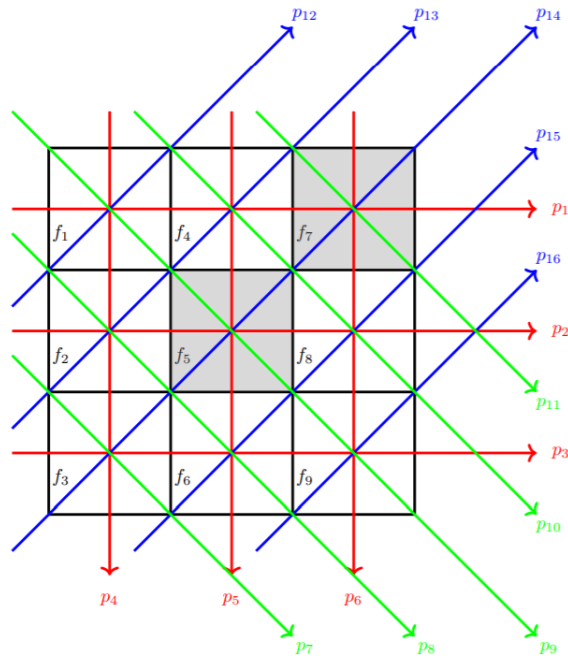


Figure 2: Cenário 2 com 4 raios por elementos num domínio de 9 elementos

3 Implementação

Para dedução dos problemas, a origem dos dados provém de um número de medições de cada raio-x. A partir do número de raios é possível estipular o número de elementos do domínio e também o cenário utilizado. Com essas 2 premissas é possível recriar uma abordagem matemática para resolver o problema. Criando uma matriz chamada de A , que representa o cruzamento dos raios com os elementos do domínio. Como há mais cruzamentos de raios no domínio do que medições de raios, se torna mais difícil calcular o valor de cada elemento no domínio. A abordagem matemática para isso é a utilização do Método dos mínimos quadrados (MMQ), para resolução de um sistema de equações sub-determinados. Para usar o MMQ, a condição de otimalidade é utilizada um parâmetro δ .

4 Resultados

Foram calculadas 3 imagens tomográficas, com 2 cenários diferentes e 4 valores de δ diferentes. Com o valor de $\delta = 0$, algumas imagens não são possíveis de serem calculadas pois a matriz $A * A^T$ apresenta determinante 0. Os 12 determinantes para cada cenário são apresentados abaixo:

	δ			
Figura	0	0.1	0.01	0.001
1	0	4,62E-10	3,97-26	3,91E-42
2	0	2,40E-62	2,03E-143	2,00E-224
3	0	0	0	0

Table 1: Determinante da matriz $A * A^T$ de cada figura com diferentes valores de δ no cenário 1

	δ			
Figura	0	0.1	0.01	0.001
1	3,41E-52	1,84E8	9,36E3	0,87
2	0	4,04E-09	1,40E-58	1,26E-107
3	0	0	0	0

Table 2: Determinante da matriz $A * A^T$ de cada figura com diferentes valores de δ no cenário 2

As imagens geradas para cada delta, comparando os cenários são apresentados abaixo, além disso é apresentado o valor do erro quadrático da imagem gerada no cenário 2 em relação a imagem original:

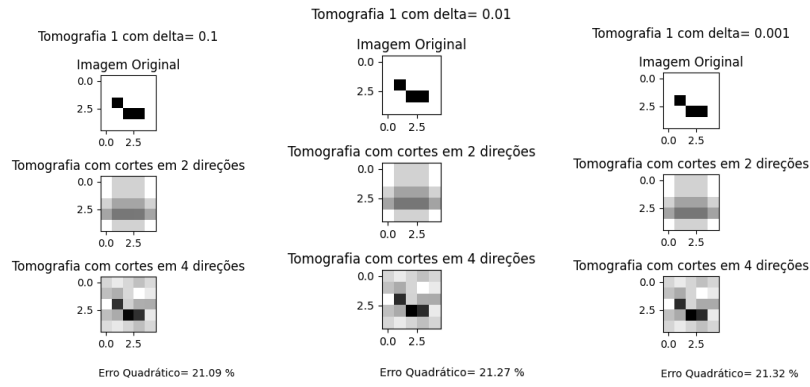


Figure 3: Tomografia 1

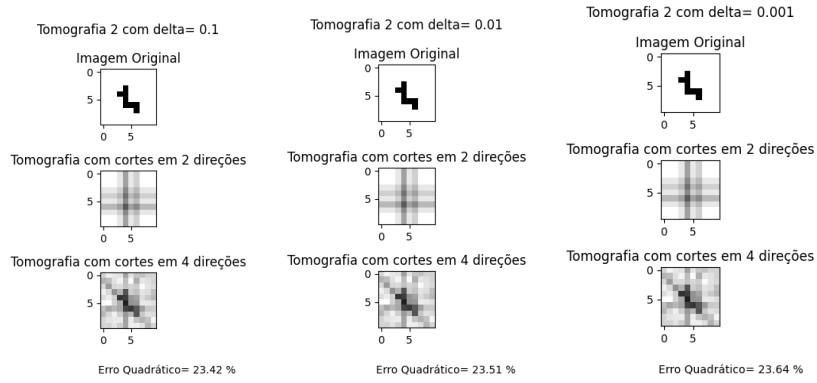


Figure 4: Tomografia 2

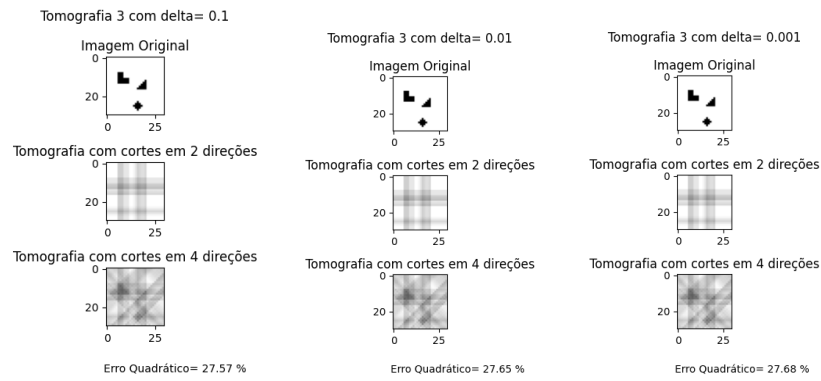


Figure 5: Tomografia 3

5 Conclusão

A recriação de imagens tomográficas pode ser um problema de grande dificuldade matemática e também pode demandar muito capacidade computacional para resolução de sistemas de equações com muitas entradas. A abordagem utilizada apresenta resultados satisfatórios principalmente no segundo cenário com raios-x em 4 direções, porém quanto mais complexa a imagem, ou seja, quando o raio-x passa por mais de um elemento ocupado, a qualidade de imagem diminui. A imagem mais simples (1) pôde atingir um erro de apenas 21,09%, enquanto na imagem mais complexa 3 o erro foi de 27,57%. Dessa forma refinando o resultado e encontrando o melhor valor para o parâmetro δ , e também aumentando o número de raios-x é possível atingir resultados satisfatórios com a abordagem do MMQ para reconstrução de imagens tomográficas.