Algoritmi Numerici (Parte IV) [Lezione 4] Interpolazione Trigonometrica

Alessandro Antonucci alessandro.antonucci@supsi.ch

Interpolazione di Segnali Periodici

- Se i punti che devo interpolare rappresentano un fenomeno periodico
- Allora conviene interpolarli con funzioni di tipo periodico
- Al posto di una combinazione di potenze di x, uso una combinazione di seni e coseni di multipli di x
- Ricordo che $\sin(jx)$ e $\cos(jx)$ sono funzioni periodiche di periodo $2\pi/j$ e quindi anche di periodo 2π .

Interpolazione trigonometrica

- Interpolo *n* punti di coordinate $\{(x_i, y_i)\}_{i=0}^{n-1}$ (*n* dispari)
- Uso la funzione $f(x) := C + \sum_{j=1}^{m} \left[\alpha_j \cos(jx) + b_j \sin(jx) \right]$
- Per bloccare i parametri n=2m+1, quindi $m=\frac{n-1}{2}$
- Se i punti di appoggio dividono l'intervallo $[0, 2\pi]$ in n parti uguali, allora valgono le seguenti formule:

$$\alpha_j = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left[y_i \cos(jx_i) \right], \quad \forall j = 0, 1, \dots, m$$

$$b_j = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} [y_i \sin(jx_i)], \quad \forall j = 1, \ldots, m,$$

e
$$C = \frac{a_0}{2}$$
 ($C = \text{media aritmetica delle } y$ dei punti di appoggio)