CI4251 - Programación Funcional Avanzada
Tarea 4

Ernesto Hernández-Novich
86-17791
<emhn@usb.ve>

Junio 9, 2015

Conjunto de Mandelbrot

Un Conjunto de Mandelbrot es un conjunto de puntos en el plano complejo que son cuasi-estables cuando se calculan iterando una función. Usualmente se emplea la función

$$z_{k+1} = z_k^2 + c$$

donde z_{k+1} es la $(k+1)-$ésima iteración del número complejo $z = a + bi$, z_k es la $k-$ésima iteración, y c es el número complejo que expresa la posición del punto en el plano complejo.
El valor inicial para z es cero, y las iteraciones deben repetirse hasta que la magnitud de z sea mayor que 2 (indicando que z tendría magnitud infinita eventualmente) o se llega a una cantidad arbitraria de iteraciones sin que esto ocurra.
La magnitud de un número complejo $z = a + bi$ se calcula como

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Así mismo, calcular la función compleja $z_{k+1} = z_k^2 + c$ es muy simple si se simplifica la expresión hasta llegar

$$\begin{aligned} z'_{real} &= z_{real}^2 - z_{imaginary}^2 + c_{real} \\ z'_{imaginary} &= 2 \cdot z_{real} \cdot z_{imaginary} + c_{imaginary} \end{aligned}$$

Considerando que el punto con coordenadas (x, y) corresponde al número complejo $z = x + yi$, implante la función

```
converge :: (Double,Double) -> Word8
```

que itere la función compleja sobre el número complejo hasta converger o por un máximo de 255 iteraciones. La función debe retornar el número de iteraciones efectivamente completadas.

Para visualizar el Conjunto de Mandelbrot sobre un conjunto arbitrario en el plano complejo, presentaremos cada punto (x, y) con una tonalidad de gris proporcional a la cantidad de iteraciones completadas por la función anterior. Esto es, si `converge (x,y)` produce n como resultado, el pixel (x, y) tendrá el "color" `RGB n n n` que corresponde al $n-$ésimo gris.

Las partes interesantes del Conjunto de Mandelbrot están en un círculo de radio 2 alrededor del centro del Plano Complejo. Esto quiere decir que basta

variar la parte real en el intervalo $[-2, 2]$ y simultáneamente se hace variar la parte imaginaria en el intervalo $[-2, 2]$, analizando los números complejos allí presentes.
El nivel de detalle observable dependerá del tamaño de la ventana con la cual se presente el conjunto, pues la cantidad de pixels horizontales y verticales establece cuántos puntos calcular. Para los que no han cursado Computación Gráfica, si se desea una ventana con w pixels de ancho y h pixels de alto, Ud. puede calcular

$$\begin{aligned} step_{real} &= 4{,}0/w \\ step_{imaginary} &= 4{,}0/h \end{aligned}$$

que le permitirán recorrer el intervalo real y el intervalo imaginario paso a paso, i.e. si $0 \leq x < w \wedge 0 \leq y < h$, entonces el pixel (x, y) correspondería al número complejo $(-2{,}0 + step_{real} * x, -2{,}0 + step_{imaginary} * y)$

Provea tres implantaciones del cálculo de la parte interesante del Conjunto de Mandelbrot sobre una "ventana" de visualización

```
mandelStrat :: Word32 -> Word32 -> [[Word8]]
mandelPar   :: Word32 -> Word32 -> [[Word8]]
mandelREPA  :: Word32 -> Word32 -> [[Word8]]
```

que aprovechen estrategias paralelas, el Monad `Par` y la librería de vectorización REPA, respectivamente.

Asegúrese que el desempeño de su implantación sea bueno en "ventanas" de hasta 1280x1024. No haga ninguna suposición sobre la cantidad de núcleos disponibles para el cómputo; si lo desea, utilice las funciones ofrecidas por GHC para determinar cuántos hay disponibles, pero intente encontrar un particionado dinámico razonable. Finalmente, escriba un programa principal usando `Criterion` que permita comparar la velocidad de ejecución de las tres implantaciones.