UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
Campus Juazeiro
Colegiado Acadêmico de Engenharia Elétrica
Componente Curricular:
Cálculo Diferencial e Integral 1

III ATIVIDADE AVALIATIVA

Acadêmico: Alessandro Felipe Souza Cardoso
Orientador: Carlos Antônio Freitas

Juazeiro-BA

Junho 2025

SUMÁRIO

1. DIFERENÇAS FINITAS – APROXIMAÇÃO DE DERIVADAS

Em Cálculo, a derivada de uma função em um ponto representa a taxa de variação da função naquele ponto. A definição clássica da derivada utiliza o limite:

$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} (f(x_0 + h) - f(x_0)) / h$

No entanto, em contextos numéricos e computacionais, não é possível utilizar um h infinitesimal. Assim, utilizamos aproximações através de diferenças finitas, que nos permitem calcular aproximações para derivadas usando valores da função em pontos discretos.

As principais formas de aproximação por diferenças finitas são:

- Diferença Progressiva:
  $f'(x) \approx (f(x + h) - f(x)) / h$

- Diferença Regressiva:
  $f'(x) \approx (f(x) - f(x - h)) / h$

- Diferença Central:
  $f'(x) \approx (f(x + h) - f(x - h)) / (2h)$

A diferença central, em geral, apresenta um erro menor, pois considera valores em ambos os lados do ponto de interesse. As diferenças progressiva e regressiva são úteis em limites de domínio ou quando só se tem valores anteriores ou posteriores da função.

A precisão dessas fórmulas está relacionada ao tamanho de h. Quando h é pequeno demais, podem surgir erros de arredondamento. Quando é grande, a aproximação perde qualidade.

Exemplo: Para $f(x) = x^2$ no ponto $x = 2$ e $h = 0.001$, temos:

- Derivada exata: $f'(x) = 2x \Rightarrow f'(2) = 4$
- Diferença Progressiva: ≈ 4.001
- Diferença Regressiva: ≈ 3.999
- Diferença Central: ≈ 4.000

Esses valores demonstram como a aproximação converge para o valor real à medida que h diminui.

Além da primeira derivada, também é possível usar fórmulas de diferenças finitas para derivadas de ordens superiores. Por exemplo, a segunda derivada pode ser aproximada por:

$$f''(x) \approx (f(x + h) - 2f(x) + f(x - h)) / h^2$$

Esse tipo de técnica é bastante comum em métodos numéricos para resolução de equações diferenciais e em simulações computacionais.

2. SOMA DE RIEMANN – APROXIMAÇÃO DE INTEGRAIS DEFINIDAS

A integral definida de uma função contínua f(x) no intervalo [a, b] representa a área sob a curva de f entre a e b. No entanto, quando não é possível encontrar a antiderivada de f(x) de forma analítica, ou quando os dados estão em formato discreto, usamos aproximações numéricas. Uma das mais conhecidas é a Soma de Riemann.

Dividimos o intervalo [a, b] em n subintervalos de largura $\Delta x = (b - a)/n$. Em seguida, aproximamos a área sob a curva somando áreas de retângulos construídos com base nos valores da função.

As principais variações da Soma de Riemann são:

- Soma à Esquerda:
  $A \approx \Sigma f(x_i)\Delta x$, com x_i sendo o início de cada subintervalo

- Soma à Direita:
  $A \approx \Sigma f(x_{i+1})\Delta x$, com x_{i+1} sendo o fim de cada subintervalo

- Soma no Ponto Médio:
  $A \approx \Sigma f((x_i + x_{i+1})/2)\Delta x$

A soma no ponto médio, assim como na diferença central, tende a ser mais precisa. O erro da soma de Riemann depende da regularidade da função, do número de subintervalos n e da escolha dos pontos.

Exemplo: Para $f(x) = x^2$ no intervalo [0, 2] com $n = 4$:

- Soma à esquerda: ≈ 1.75
- Soma à direita: ≈ 3.75
- Soma no ponto médio: ≈ 2.6667
- Valor exato da integral: $\int_0^2 x^2\,dx = (1/3)\cdot(2^3) = 8/3 \approx 2.6667$

Vê-se que a soma no ponto médio oferece uma aproximação mais próxima do valor exato.

Esse tipo de técnica é base para métodos mais avançados, como Regra dos Trapézios, Regra de Simpson e integração adaptativa.

3. CONCLUSÃO

As diferenças finitas e a soma de Riemann são ferramentas fundamentais na análise numérica e no cálculo computacional. Elas permitem que derivadas e integrais sejam aproximadas com boa precisão, mesmo quando métodos analíticos não são aplicáveis. Estão presentes em diversas aplicações, como modelagem matemática, física computacional, estatística, aprendizado de máquina e engenharia.
O uso dessas técnicas é essencial para a resoluções em cálculo e para o uso prático da matemática na resolução de problemas reais.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A Soma de Riemann - aula 1 (o conceito explicado passo a passo). [YouTube]. Professor Dester (canal). Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=-zLcrxv1BWI. Acesso em: 2 jul. 2025.

Cálculo da Integral Pela Soma de Riemann – Conceitos e Exercícios 5.3.1.a_b [YouTube]. Canal do Cálculo (canal). Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=SJrIJA6Etuk. Acesso em: 29 jul. 2025.

DIFERENÇAS FINITAS CENTRAIS | DERIVADA 1ª E 2ª. [Youtube]. Cursando Engenharia, (canal). Acesso em 2 jul 2025.

STEWART, J. Calculo. 7. ed. Boston: Cengage Learning, 2011. Disponível em: URL_Google_Books. Acesso em: 29 jul. 2025.

ALMEIDA, C. G.; GUELDRY. Cálculo Numérico — Fundamentos e Aplicações*. Uberlândia: UFU, 2019. Disponível em: URL_UFU. Acesso em: 1 jul. 2025.