Calcolo Numerico - Laurea in Matematica, a.a. 2020-2021
Esercizi Opzionali, 02/11/2020

Siamo interessati alla risoluzione del sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \mathbf{f}, \quad A \in \mathbb{R}^{n\times n} \tag{1}$$

La funzione Matlab `[A,f]=poisson2d(n1)` (nel sito del corso) crea $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $n = \texttt{n1}^2$ ed $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$ nel caso in cui $f \equiv 1$, per l'approssimazione numerica della equazione differenziale $-u_{xx} - u_{yy} = f$, con $u = u(x, y)$, e $(x, y) \in (0, 1) \times (0, 1)$, con condizioni al bordo nulle.

1. Implementa il metodo di Jacobi **a blocchi**, in cui cioè la matrice P è scelta come

$$P = \begin{bmatrix} D_1 & & & \\ & D_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & D_{n1} \end{bmatrix}$$

   dove D_i sono blocchi diagonali di dimensione $\texttt{n1} \times \texttt{n1}$ della matrice $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $n = \texttt{n1}^2$.

   Per calcolare $P^{-1}r$, risolvi ogni sistema $D_i z = v$ usando la funzione di eliminazione di Gauss fatta in una precedente esercitazione. (Pensa eventualmente a modi alternativi per memorizzare ed usare le quantità associate ai blocchi D_i)

   Al crescere di `n1`, confronta la performance di questo nuovo metodo con quella del metodo di Jacobi "scalare". In particolare, fai un display come il seguente:

```
n1          Jacobi         Jacobi  a blocchi
        its    cputime       its   cputime
 50     ....     ....         ....     ....
100     ....     ....         ....     ....
150     ....     ....         ....     ....
  :       :        :            :        :
```

   Ripeti i runs sostituendo alla tua eliminazione di Gauss il comando $z = D_i \setminus v$ e confronta i tempi di CPU.

2. Confronta anche il raggio spettrale dei due metodi, per i primi valori di `n1`.

3. Procedi in modo analogo per il metodo di Gauss-Seidel **a blocchi**