

# Falco - Colomba

## Agent Based Model

Alessandro Tofani

Università di Torino  
Scuola di Studi Superiori di Torino

## Equilibrio di Nash

Nel caso di due giocatori, il profilo di strategie  $(\mathbf{p}^*, \mathbf{q}^*)$  è un equilibrio di Nash se:

$$\begin{aligned} u_1(\mathbf{p}^*, \mathbf{q}^*) &\geq u_1(\mathbf{p}, \mathbf{q}^*) \quad \forall \mathbf{p} \in \Delta(C_1) \\ u_2(\mathbf{p}^*, \mathbf{q}^*) &\geq u_2(\mathbf{p}^*, \mathbf{q}) \quad \forall \mathbf{q} \in \Delta(C_2) \end{aligned} \tag{1}$$

- Proposto da John Maynard Smith e Price;
- Dawkins: "Supponiamo che una popolazione di una specie particolare ammetta solo due tipi di strategia di combattimento, chiamati falco e colomba. [...] I falchi combattono sempre al limite delle proprie risorse, ritirandosi solo quando sono gravemente feriti. Le colombe si limitano a minacciare in modo dignitoso e convenzionale, senza mai attaccare il nemico. Se un falco aizza al combattimento una colomba, questa rapidamente si allontana, così non rischia di rimanere ferita, mentre se un falco combatte contro un altro falco, la lotta finisce soltanto quando uno dei due resta seriamente ferito o resta ucciso. Se una colomba incontra un'altra colomba, nessuna delle due viene ferita, ma esse continuano a fronteggiarsi a lungo (combattimento simbolico) sino a che una delle due si stanca o decide di lasciar perdere, e perciò si ritira."

# Falco - Colomba

- $V$  = risorsa,  $D$  = danno,  $P$  = display;
- Falco: combattimento aggressivo;
- Colomba: combattimento simbolico;

	falco	colomba
falco	$\frac{1}{2}(V - D), \frac{1}{2}(V - D)$	$V, 0$
colomba	$0, V$	$\frac{1}{2}V - P, \frac{1}{2}V - P$

- Se  $V > D$  : l'unico NE è (F,F);
- Se  $V < D$  : NE misto simmetrico (F,C), (C,F)

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{q}^* = \left( \frac{V + 2P}{D + 2P}, \frac{D - V}{D + 2P} \right) \quad (2)$$

## Strategie evolutivamente stabili

Una strategia  $\mathbf{p}^* \in \Delta$  è ESS se:

- ① Equilibrio di Nash simmetrico:  $u(\mathbf{p}^*, \mathbf{p}^*) \geq u(\mathbf{p}, \mathbf{p}^*) \quad \forall \mathbf{p} \in \Delta$ ;
  - ② Resistenza all'invasione: se esiste  $\mathbf{p}'$  tale che  $u(\mathbf{p}^*, \mathbf{p}^*) = u(\mathbf{p}', \mathbf{p}^*)$  allora  $u(\mathbf{p}^*, \mathbf{p}') \geq u(\mathbf{p}', \mathbf{p}')$
- In un gioco simmetrico 2x2 senza NE puri simmetrici, l'equilibrio misto è ESS.

## Dinamica del replicatore

Sistema dinamico:

$$\dot{p}_i(t) = p_i(t)(u(\mathbf{e}_i, \mathbf{p}) - u(\mathbf{p}, \mathbf{p})), \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

con  $\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n p_i \mathbf{e}_i$

- Gli NE simmetrici sono punti critici della dinamica del replicatore.

## Teorema

Le strategie evolutivamente stabili sono attrattori della dinamica del replicatore

- Regole che gli agenti devono rispettare;
- Ambiente in cui gli agenti si muovono e interagiscono;
- Gli agenti non hanno informazioni globali;

## Setup

- Mondo = reticolo rettangolare finito con bordo;
- I valori delle variabili nei payoff sono fissi;
- Si scelgono i valori delle popolazioni iniziali;
- La risorsa viene distribuita uniformemente in tutte le patch;



## Regole

- Il movimento degli agenti avviene per gradiente di risorse;
- L'ordine di movimento è random;
- Ogni agente appartiene ad una delle due specie;
- Quando la patch termina la risorsa, l'agente non può più sfruttare quella patch;
- Le risorse hanno un tempo fissato di turnover;

## Stimatore della fitness

- Un agente può riprodursi (mitosi) se ha un valore della risorsa superiore alla soglia.

## Interazione

- Due agenti interagiscono se sono sulla stessa patch;
- Gli agenti interagiscono a seconda della loro specie e guadagnano la risorsa in base al payoff;
- Se vi sono più agenti nella stessa patch, le coppie che interagiscono sono random.

# Codice in Netlogo

```
to clear

  clear-all
  ask patches [ set pcolor 57 ]
  reset-ticks
  set popolazione_totale 1
  set popolazione_falchi 1
  set V 50;50
  set D 100 ;100
  set P 10
  ; per V 50 e D 56 si inizia a vedere una coesistenza
  set energia_iniziale_falchi 50
  set energia_iniziale_colombe 50
  set soglia 2000
  set risorse_iniziali 100
  set frequenza_teorica ( V / 2 + P ) / ( D / 2 + P )

end
```

# Codice in Netlogo

```
to create

  set colore [17 107 57]
  ask patches [ set pcolor 57
    set risorse risorse_iniziali ]

  set popolazione_totale 100 ;100
  set popolazione_falchi 80 ;80 ; popolazione_totale * 7 / 12; 800 ok
  set energia_riproduzione 4000
  set vittoria false

  create-falchi popolazione_falchi
  [setxy random-pxcor random-pxcor
   set color red
   set energia energia_iniziale_falchi
   set shape "bird"
   set size 1
   set genere 0 ]

  create-colombe (popolazione_totale - popolazione_falchi)
  [setxy random-pxcor random-pxcor
   set color white
   set energia energia_iniziale_colombe
   set shape "bird side"
   set size 1
   set genere 0 ]

  ask turtles [ set età 0]
  ; set V 2 * (popolazione_falchi / popolazione_totale * ( D / 2 + P ) - P)

  set vettore_frequenze[] ; è il vettore con le frequenze relative dei falchi

end
```

# Codice in Netlogo

```
to go

  tick

  ask turtles [ set interagito false ]
  ask patches [ if risorse < V + 1 [ set pcolor black]]
  ask patches [ set risorse risorse + 1 ] ; 0.5 ok
  ask patches [ if risorse > V [ set pcolor 57]]

  set popolazione_totale (count falchi + count colombe)
  set popolazione_falchi (count falchi)

  ask turtles [let h one-of neighbors with-max [ risorse ] ;la turtle si muove per gradiente di risorsa
    face h
    move-to h
    set energia energia - 20]

  ask patches [ if risorse > V [
    ask turtles-here [ if not any? other turtles-here [
      set energia energia + V
      ask patch-here [ set risorse risorse - V ]]]]]

  ask falchi [
    if any? other falchi-here and not interagito [
      ask patch-here [ set risorse risorse - V ]
      FF ]
    if any? other colombe-here and not interagito [
      ask patch-here [ set risorse risorse - V ]
      FC ]]

  ask colombe [
    if any? other colombe-here and not interagito [
      ask patch-here [ set risorse risorse - V ]
      CC ]]

  riproduzione

  ask turtles [ if energia < V / 2 [ die ] ]

  set vettore_frequenze lput ( popolazione_falchi / popolazione_totale ) vettore_frequenze
  set media_frequenze ( mean vettore_frequenze ) ; fa la media temporale delle frequenze relative dei falchi

end
```

# Codice in Netlogo

```
to riproduzione
  ask turtles [ if energia > energia_riproduzione [
    set energia energia / 2
    hatch 1
    [ rt random 360
      setxy random-xcor random-ycor
    ]]
  end
```

# Codice in Netlogo

```
to FF

ask self [ set interagito true ]
if random 1 = 0 [
  set vittoria true
  ask self [ set energia energia + V - D / 2 ]
  ask one-of other falchi-here [
    set interagito true
    set energia energia - D / 2]]
if not vittoria [
  set energia energia - D / 2
  ask one-of other falchi-here [
    set interagito true
    set energia energia + V - D / 2]]

end
```

# Codice in Netlogo

```
to FC

  ask self [
    set energia energia + V
    set interagito true]
  ask one-of other colombe [
    set interagito true ]

end

to CC

  ask self[
    set interagito true
    set energia energia + V / 2 - P
  ask one-of other colombe-here [
    set interagito true
    set energia energia + V / 2 - P ]]

end
```



Caso  $V > D$  :  $V = 100, D = 50, P = 10$



Caso  $V < D$ :  $V = 50, D = 56, P = 10$



Caso  $V < D$  :  $V = 50, D = 100, P = 10$

