

Logbook es. 05

Introduzione

L'obiettivo di questa esperienza è di studiare il comportamento di una varietà di circuiti che sfruttano le applicazioni degli amplificatori operazionali (op-amp). In particolare, verranno analizzati i circuiti di integratore e derivatore.

Analizzeremo il funzionamento dello schema circuitale sulla base dello studio analitico e verificheremo sperimentalmente i risultati ottenuti, evidenziando eventuali deviazioni tra teoria e pratica.

Abbiamo deciso di utilizzare l'OpAmp MCP601 per via delle piccole correnti di bias che limitano l'offset, che è fondamentale sia piccolo in questo esperimento a causa della deviazione che introduce nella funzione di risposta.

Task 1

Obiettivi:

- Considerare la funzione di risposta $H(\omega)$ dei due circuiti in fig.1 e fig.2 trascurando le resistenze indicate come R_{reg*} e qualsiasi deviazione dall'OpAmp ideale;
- Verificare che ha senso chiamarli integratore e derivatore;
- Scrivere la relazione fra ingresso e uscita nei due circuiti nel dominio del tempo, trascurando i transitori.

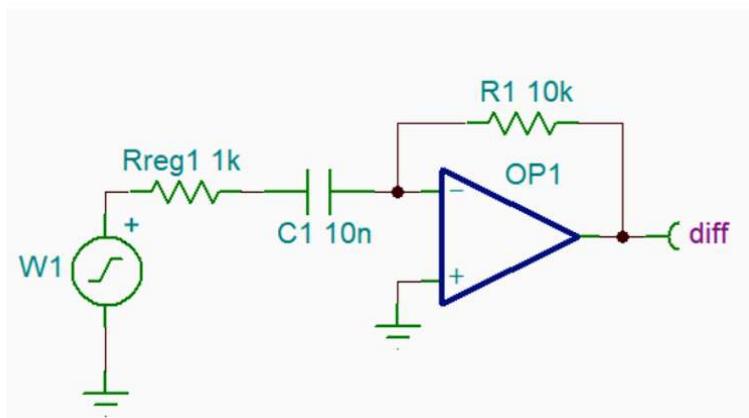


Figura 1: Schema circuitale del derivatore

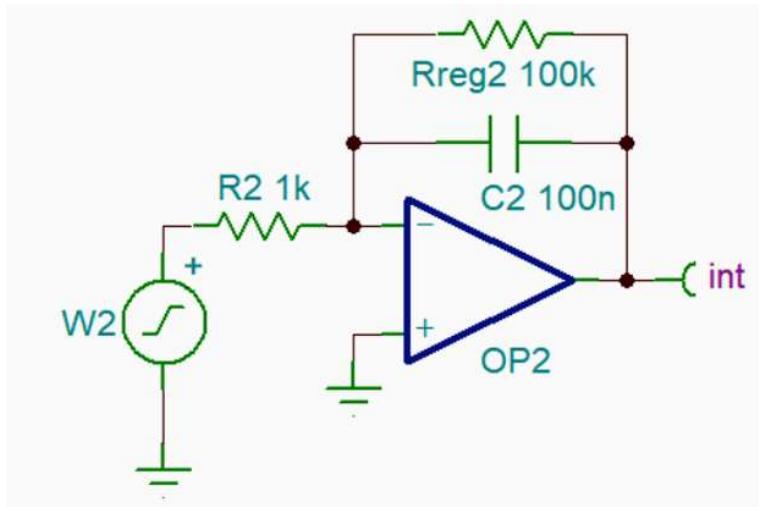


Figura 2: Schema circuitale dell'integratore

Innanzitutto, per considerare la funzione di risposta dei due circuiti, trascuriamo le resistenze di regolarizzazione (e quindi, nello specifico, poniamo $R_{reg1} = 0$ e $R_{reg2} = \infty$ in modo che non vi passi corrente) e assumiamo che l'OpAmp sia ideale, ovvero che valgano le regole d'oro:

- La tensione tra i due terminali dell'OpAmp è nulla: $V_+ = V_-$;
- La corrente che entra nei terminali dell'OpAmp è nulla: $I_+ = I_- = 0$.

In entrambi i casi, utilizziamo le regole d'oro e la legge dei nodi.

DERIVATORE

Per il circuito derivatore (fig. 1), applicando le regole d'oro, si ha che il potenziale al nodo V_- è nullo, quindi la corrente che attraversa la resistenza R_1 è data da:

$$I_{R_1} = \frac{V_- - V_{out}}{R_1} = -\frac{V_{out}}{R_1}$$

La stessa corrente attraversa il condensatore C_1 , ma con segno opposto per convenzione sulle correnti di ingresso e uscita nei nodi (legge dei nodi: $I_{R_1} - I_{C_1} = 0$), quindi:

$$I_{C_1} = C_1 \frac{d(V_{in} - V_-)}{dt} = C_1 \frac{dV_{in}}{dt} = I_{R_1} = -\frac{V_{out}}{R_1}$$

Da cui si ricava la relazione tra ingresso e uscita nel dominio del tempo:

$$V_{out}(t) = -R_1 C_1 \frac{dV_{in}(t)}{dt}$$

dalla quale si vede che il circuito si comporta effettivamente come derivatore. Per ricavare la funzione di risposta, passiamo al dominio della frequenza utilizzando la trasformata di Fourier:

$$\hat{V}_{out}(\omega) = -R_1 C_1 (i\omega) \hat{V}_{in}(\omega)$$

Da cui si ottiene la funzione di risposta:

$$H(\omega) = \frac{\hat{V}_{out}(\omega)}{\hat{V}_{in}(\omega)} = -R_1 C_1(i\omega)$$

INTEGRATORE

Per il circuito integratore (fig. 2), seguendo lo stesso approccio, si ha che:

$$I_{R_2} = \frac{V_{in}}{R_2} = -C_2 dV_{out}$$

Da cui si ricava la relazione tra ingresso e uscita nel dominio del tempo:

$$V_{out} = -R_2 C_2 \int_{-\infty}^t V_{in}(t') dt'$$

e dunque la funzione di risposta:

$$H(\omega) = \frac{\hat{V}_{out}(\omega)}{\hat{V}_{in}(\omega)} = -\frac{R_2 C_2}{i\omega}$$

Task 2

Obiettivi:

- Usare le regole d'oro per calcolare la risposta dell'integratore in presenza di R_{reg2} e determinare in quale range di frequenze il circuito si comporta effettivamente come un integratore;
- Determinare l'effetto di un voltaggio di offset V_{off} sull'output del circuito;
- Determinare fino a che frequenze il circuito si comporta come un buon integratore;
- Decidere una strategia per scegliere il valore di R_{reg2} .

Risposta dell'integratore con R_{reg2} finita

Consideriamo l'integratore invertente reale con il condensatore C_2 e la resistenza R_{reg2} in parallelo nel ramo di retroazione.

Applicando le regole d'oro dell'op-amp ideale:

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R_2}, \quad I_{reg2} = \frac{V_{out}}{R_{reg2}}, \quad I_{C2} = C_2 \frac{dV_{out}}{dt}$$

Nel nodo invertente vale $I_1 = I_{reg2} + I_{C2}$, da cui:

$$\frac{V_{in}}{R_2} = \frac{V_{out}}{R_{reg2}} + dV_{out} C_2$$

e quindi la **funzione di trasferimento**, passando al dominio delle frequenze, è:

$$H(\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_{reg2}/R_2}{1 + i\omega R_{reg2} C_2}$$

Comportamento in frequenza

Studiando il limite della funzione di trasferimento per $\omega \rightarrow 0$ e $\omega \rightarrow \infty$, abbiamo visto che a basse frequenze ($\omega \ll 1/R_{reg2}C_2$):

$$|H(j\omega)| \approx \frac{R_{reg2}}{R_2}$$

il circuito si comporta come un **amplificatore invertente** a guadagno costante, mentre alle alte frequenze ($\omega \gg 1/R_{reg2}C_2$):

$$H(j\omega) \approx -\frac{1}{j\omega R_2 C_2}$$

il circuito si comporta come un **integratore ideale**. Da cui si ottiene, infine, il range di frequenze per il comportamento da buon integratore considerando che il $GBWP \approx 3$ MHz per l'MPC601:

$$\boxed{\frac{1}{R_{reg2}C_2} < \omega < GBWP}$$

Effetto del voltaggio di offset V_{off}

Nel limite di alto guadagno, l'op-amp reale introduce un piccolo offset tra gli ingressi:

$$V_- = -V_{off}$$

Le stesse equazioni nodali valgono, ma l'uscita include anche il contributo di offset:

$$V_{out} = -\frac{R_{reg2}}{R_2} V_{off}$$

Anche un offset molto piccolo (pochi mV) può generare una tensione di uscita elevata se R_{reg2}/R_2 è grande, e se R_{reg2} è troppo grande, l'op-amp può facilmente andare in **saturazione**.

Nel limite di alto guadagno open-loop, possiamo scrivere:

$$V_+ = V_- + V_{off}$$

Poiché ($V_+ = 0$):

$$V_- = -V_{off}$$

Per l'equazione dei nodi, scriviamo:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 = 0 \\ I_2 - I_{reg2} - I_{C2} = 0 \end{cases}$$

e

$$\begin{cases} I_1 = \frac{V_{in} - V_-}{R_2} = \frac{V_{in} + V_{off}}{R_2} \\ I_{reg2} = \frac{V_- - V_{out}}{R_{reg2}} = \frac{-V_{off} - V_{out}}{R_{reg2}} \\ I_{C2} = (V_- - V_{out})C_2 \frac{d}{dt} = -C_2 \frac{dV_{out}}{dt} \end{cases}$$

Combinando le correnti:

$$I_1 = I_{reg2} + I_{C2}$$

si ottiene:

$$\frac{V_{in} + V_{off}}{R_2} = \frac{-V_{off} - V_{out}}{R_{reg2}} - C_2 \frac{dV_{out}}{dt}$$

Che nel passaggio al dominio delle frequenze possiamo scrivere:

$$\frac{\hat{V}_{in} + V_{off}}{R_2} = -\frac{\hat{V}_{out} + V_{off}}{R_{reg2}} - sC_2 \hat{V}_{out}$$

che può essere riscritta come:

$$\frac{\hat{V}_{in}}{R_2} = -\hat{V}_{out} \left(\frac{1}{R_{reg2}} + sC_2 \right) - V_{off} \left(\frac{R_2 + R_{reg2}}{R_2 R_{reg2}} \right)$$

Indicando con ($s = j\omega$) e ($\delta(\omega) = \frac{R_2 + R_{reg2}}{R_2 R_{reg2}}$):

$$\hat{V}_{in} = -\hat{V}_{out}(1 + j\omega C_2 R_{reg2}) \frac{R_2}{R_{reg2}} - V_{off} \delta(\omega)$$

Ricaviamo \hat{V}_{out}

$$\hat{V}_{out} = -\frac{R_{reg2}}{R_2} \cdot \frac{\hat{V}_{in} - V_{off} \frac{R_2 + R_{reg2}}{R_2}}{1 + j\omega C_2 R_{reg2}}$$

oppure, in forma esplicita:

$$\boxed{\hat{V}_{out} = -\frac{R_{reg2}}{R_2} \left[\frac{\hat{V}_{in}}{1 + j\omega C_2 R_{reg2}} - V_{off} \frac{R_2 + R_{reg2}}{R_2(1 + j\omega C_2 R_{reg2})} \right]}$$

Osservazioni:

- Il termine proporzionale a V_{off} genera una componente continua all'uscita che può portare a **saturazione** dell'op-amp;
- L'entità della saturazione cresce con R_{reg2} , poiché il fattore di amplificazione dell'offset è $\frac{R_{reg2}}{R_2}$;

R_{reg2} va dunque scelta come compromesso per:

- evitare saturazione per l'offset;

- mantenere un buon comportamento integrativo nel range di frequenze utile ($f_{min} = 1/2\pi R_{reg2}C_2$);

Per evitare la saturazione dovuta all'offset, si impone dunque:

$$|V_{out}| < |V_{sat}| \quad \Rightarrow \quad |V_{off}| \frac{R_{reg2}}{R_2} < |V_{sat}|$$

Da cui:

$$\boxed{0 < R_{reg2} < R_2 \left(\frac{V_{sat}}{V_{off}} - 1 \right)}$$

Che, nel caso dell'MCP601, porta a:

$$R_2 \approx 1 \text{ M}\Omega, \quad V_{off} \approx 1 \text{ mV}, \quad V_{sat} = 3 \text{ V}$$

$$\Rightarrow R_{reg2} \lesssim 1 \text{ M}\Omega$$

Task 3

Obiettivi:

- Realizzare i due circuiti con le resistenze indicate (in fig. 1 e 2);
- Verificare che si comportano effettivamente come integratore e derivatore usando il generatore di funzioni come segnale di ingresso;
- Verificare il funzionamento nel dominio del tempo.

Di seguito, la realizzazione del circuito dell'integratore:

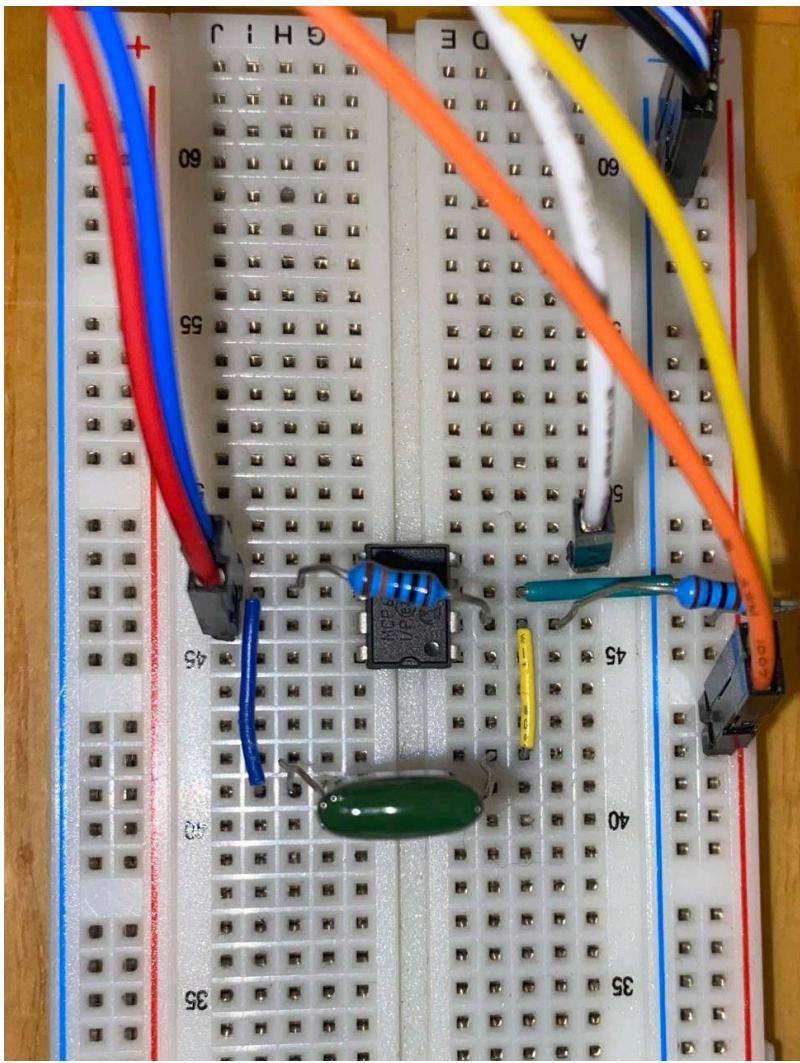


Figura 3: Circuito integratore realizzato in laboratorio

In cui abbiamo scelto $C = 146.7\text{nF}$

Abbiamo preventivamente simulato il circuito su TINA, osservando, come atteso, il comportamento da integratore. Per studiare meglio il comportamento del circuito nel dominio del tempo, abbiamo anche simulato una spazzata in frequenza in modo da orientarci meglio nella scelta delle frequenze da testare in laboratorio.

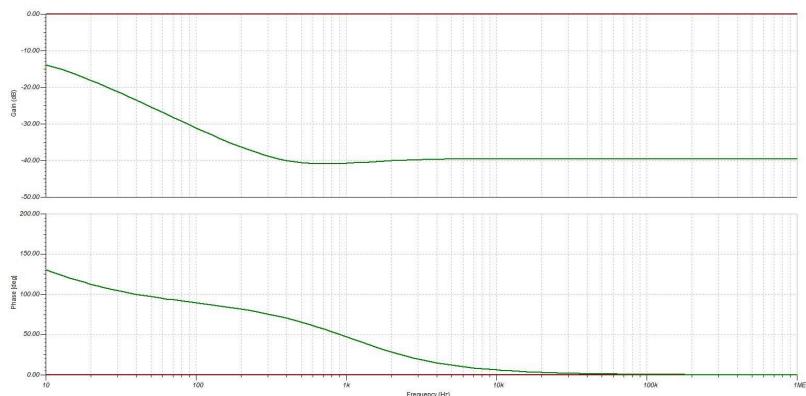


Figura 4: Simulazione in TINA del circuito integratore - spazzata in frequenza

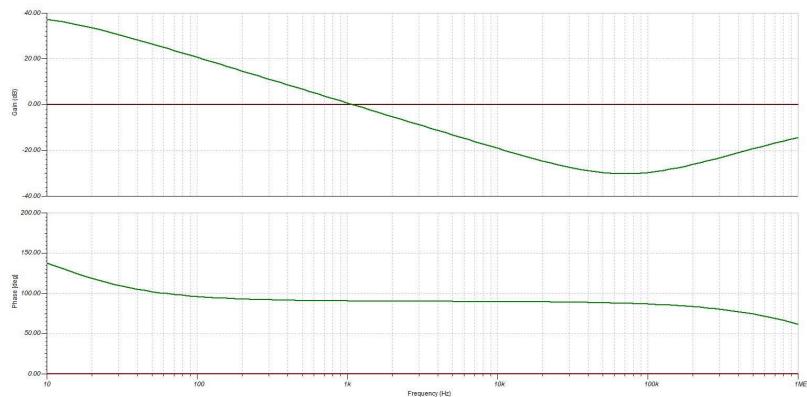


Figura 5: Simulazione in TINA del circuito integratore con resistenza di regolarizzazione - spazzata in frequenza

Secondo l'obiettivo di studiare il comportamento del circuito nel dominio del tempo, abbiamo usato in ingresso un'onda quadra e triangolare a diverse frequenze, regolando di volta in volta l'ampiezza per evitare la saturazione dell'OpAmp. Le frequenze testate sono state:

- 1 Hz;
- 50 Hz;
- 100 Hz;
- 1 kHz;
- 10 kHz;
- 100 kHz.

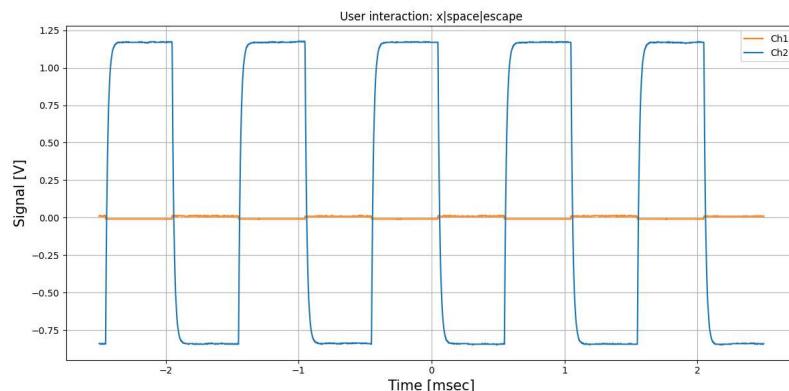


Figura 6: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda quadra a 1 Hz

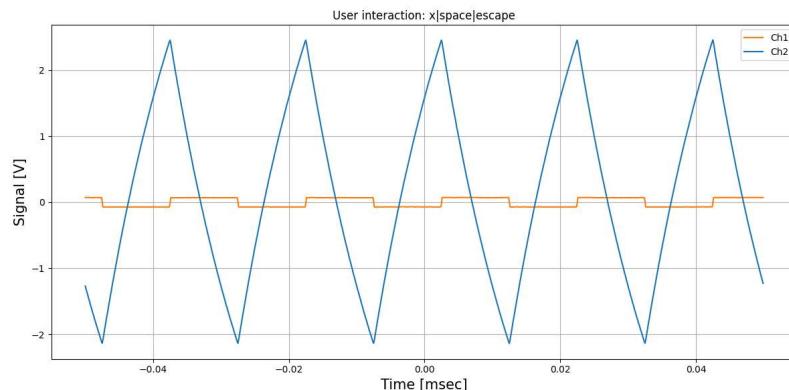


Figura 7: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda quadra a 50 Hz

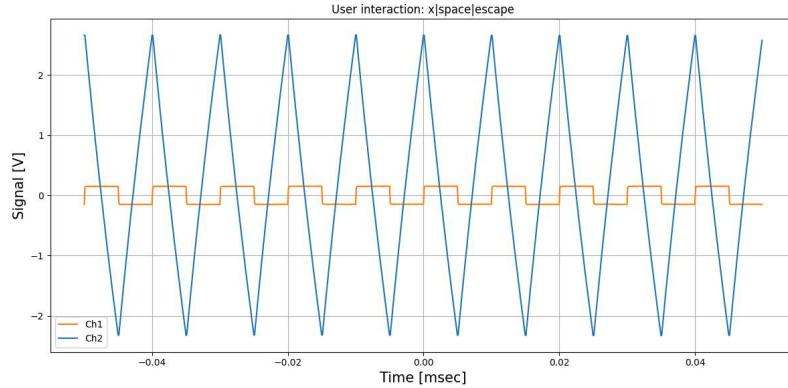


Figura 8: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda quadra a 100 Hz

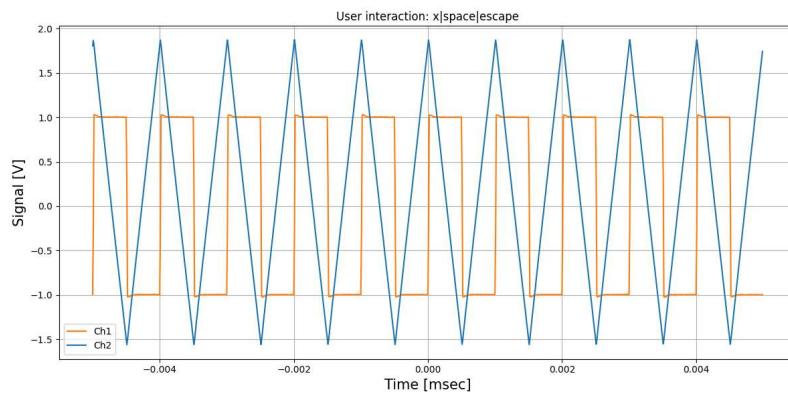


Figura 9: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda quadra a 1 kHz

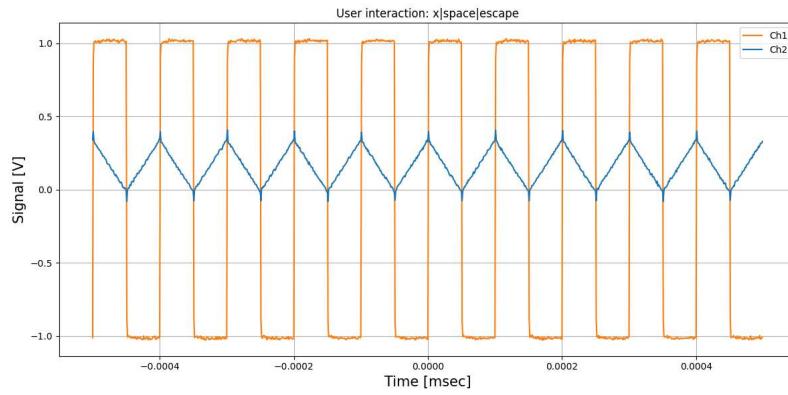


Figura 10: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda quadra a 10 kHz

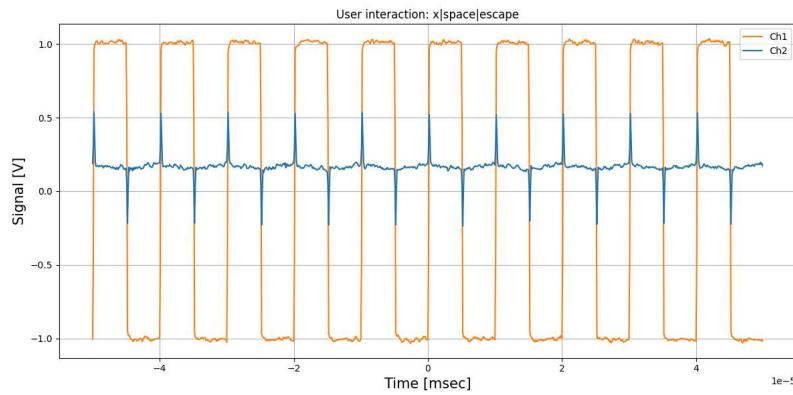


Figura 11: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda quadra a 100 kHz

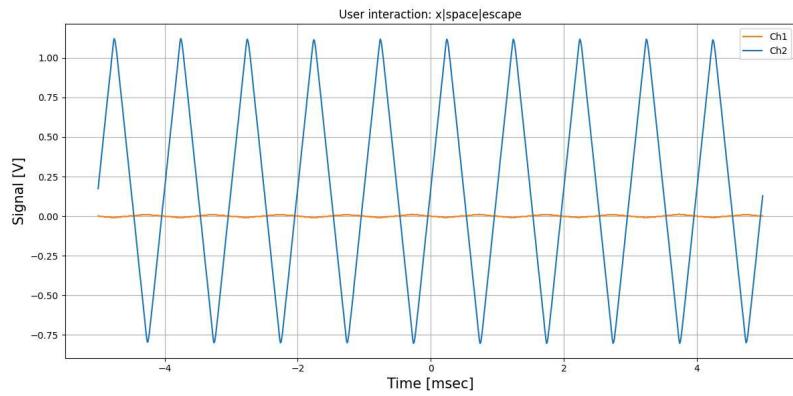


Figura 12: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda triangolare a 1 Hz

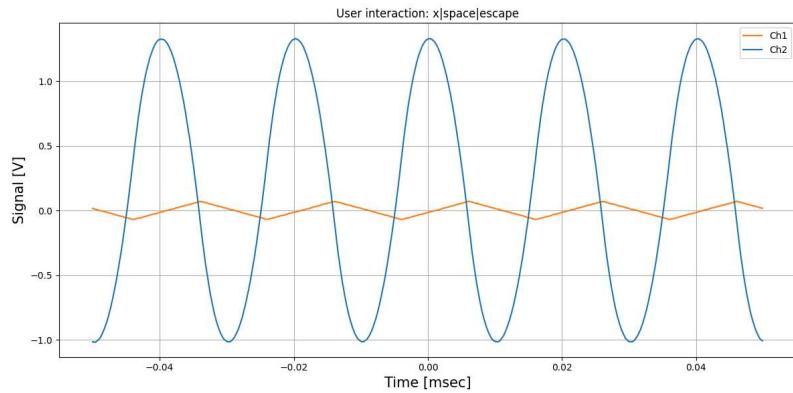


Figura 13: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda triangolare a 50 Hz

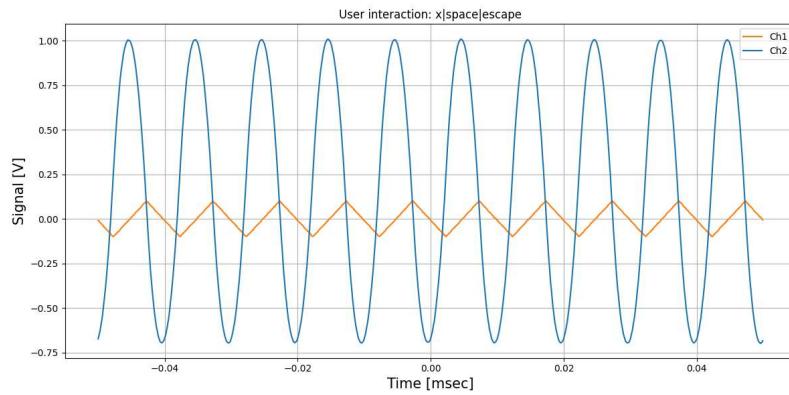


Figura 14: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda triangolare a 100 Hz

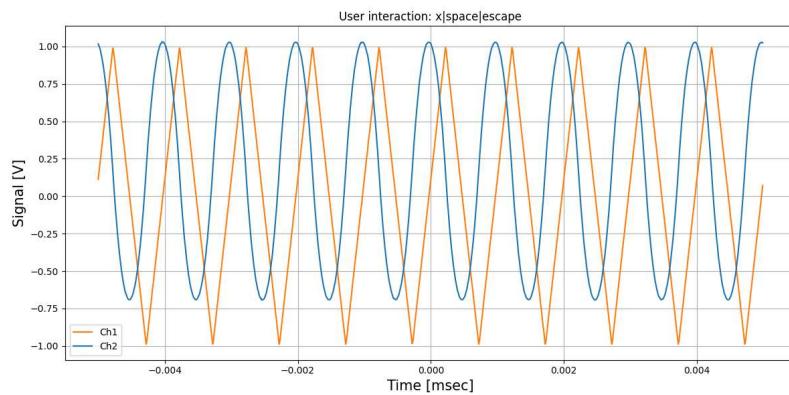


Figura 15: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda triangolare a 1 kHz

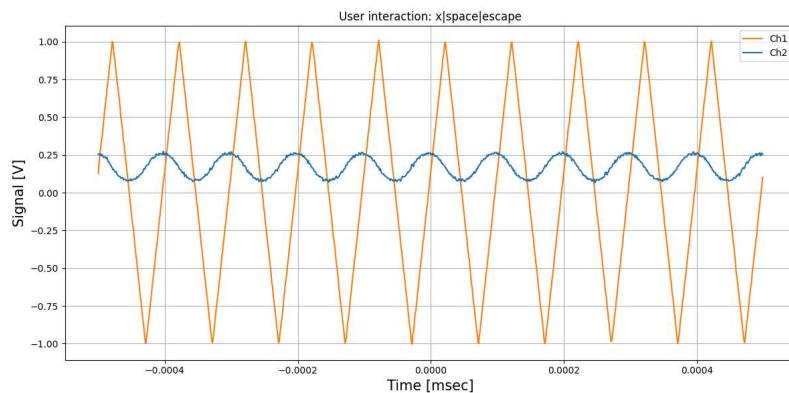


Figura 16: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda triangolare a 10 kHz

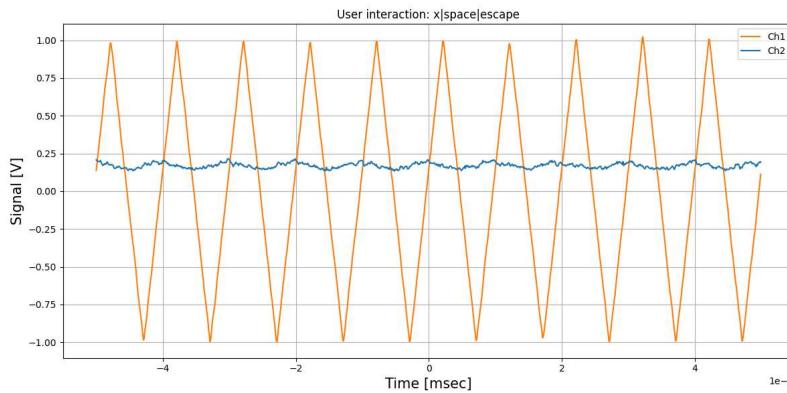


Figura 17: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda triangolare a 100 kHz

Di seguito, la realizzazione del circuito del derivatore:

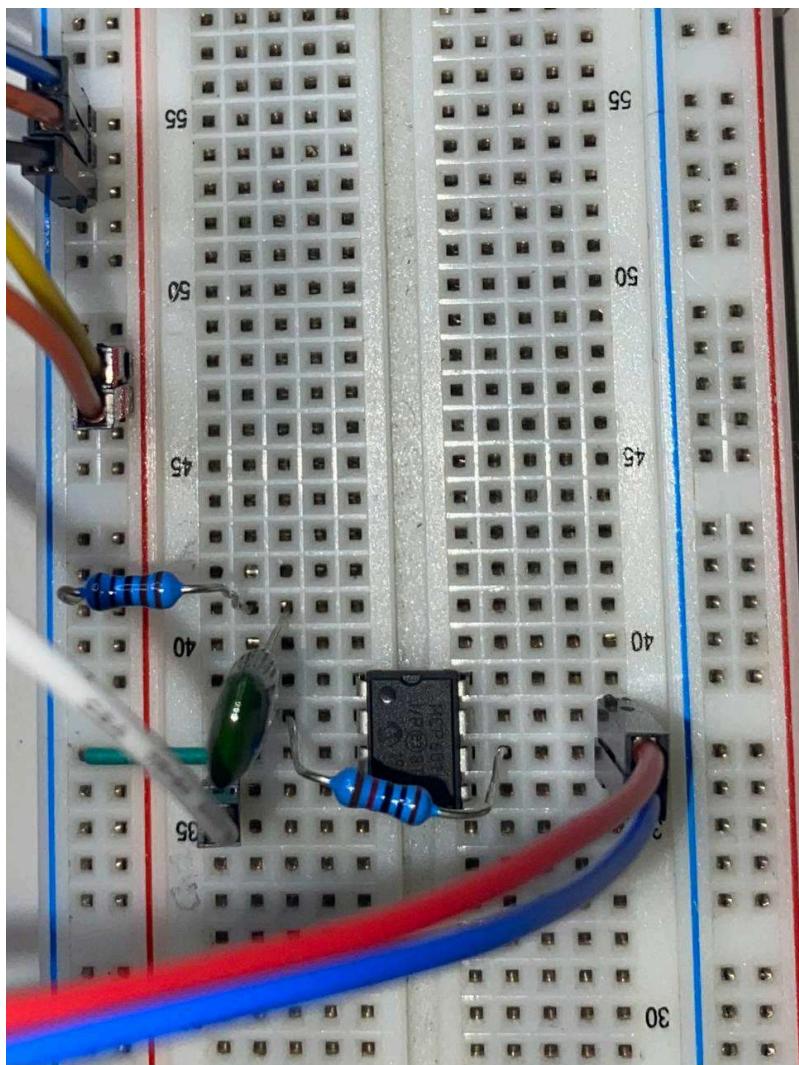


Figura 18: Circuito derivatore realizzato in laboratorio

In cui abbiamo scelto $C = 15.31nF$

Abbiamo preventivamente simulato il circuito su TINA, osservando, come atteso, il comportamento da derivatore. Per studiare meglio il comportamento del circuito nel dominio del tempo, abbiamo anche simulato una spazzata in frequenza in modo da orientarci meglio nella scelta delle frequenze da testare in laboratorio.

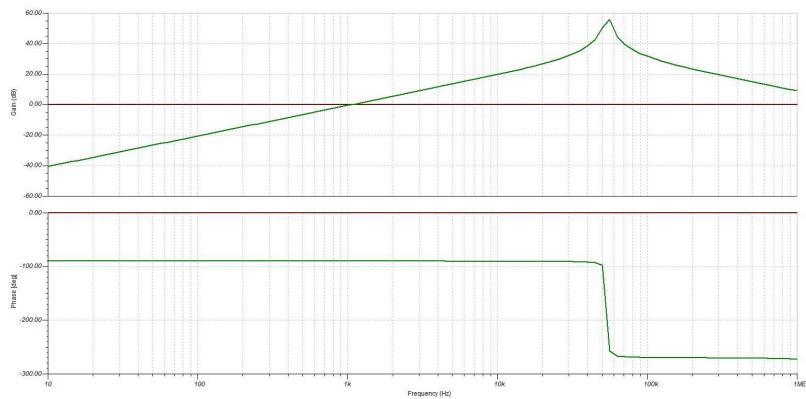


Figura 16: Simulazione in TINA del circuito derivatore - spazzata in frequenza

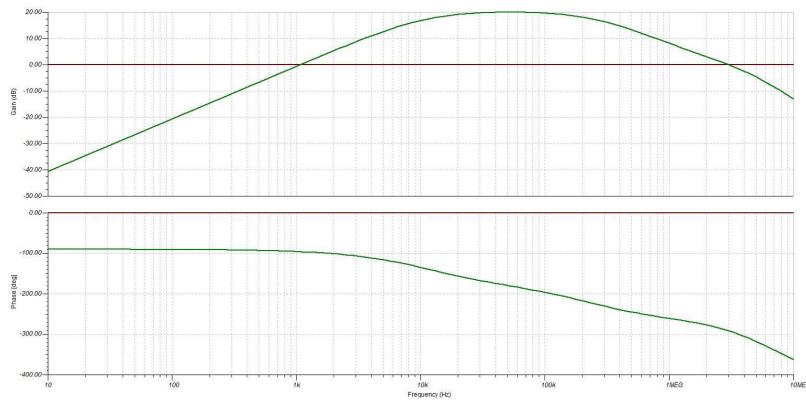


Figura 17: Simulazione in TINA del circuito derivatore con resistenza di regolarizzazione - spazzata in frequenza

Secondo l'obiettivo di studiare il comportamento del circuito nel dominio del tempo, abbiamo usato in ingresso un'onda sinusoidale e triangolare a diverse frequenze, regolando di volta in volta l'ampiezza per evitare la saturazione dell'OpAmp (sempre 1V tranne dove specificato - 0.01V). Le frequenze testate sono state:

- 1 Hz;
- 10 Hz;
- 50 Hz;
- 100 Hz;
- 1 kHz;
- 10 kHz;
- 60 kHz;
- 100 kHz;
- 1 MHz.

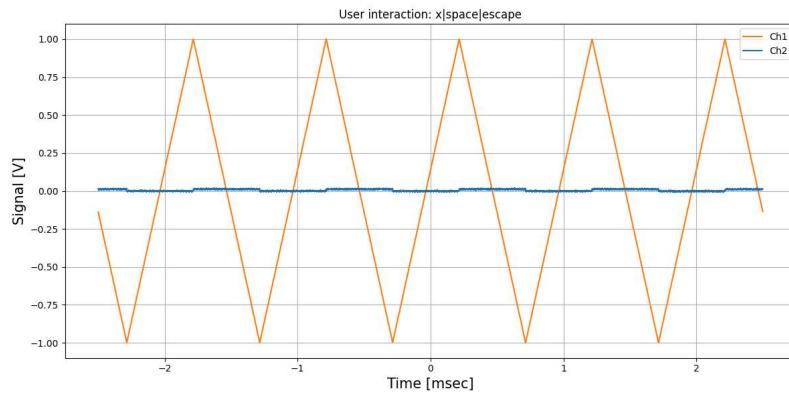


Figura 18: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 1 Hz

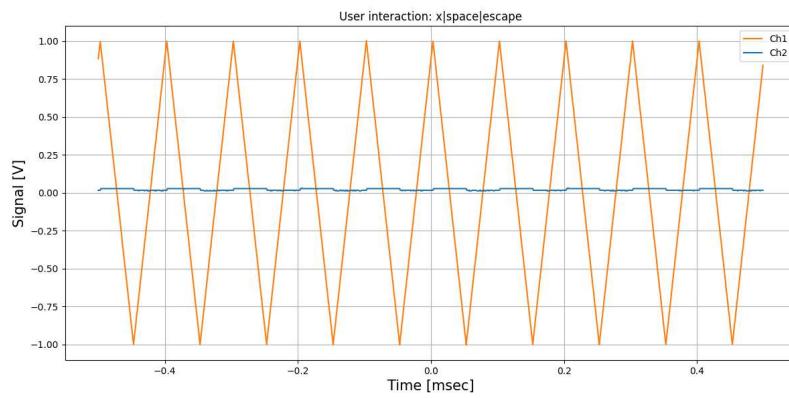


Figura 19: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 10 Hz

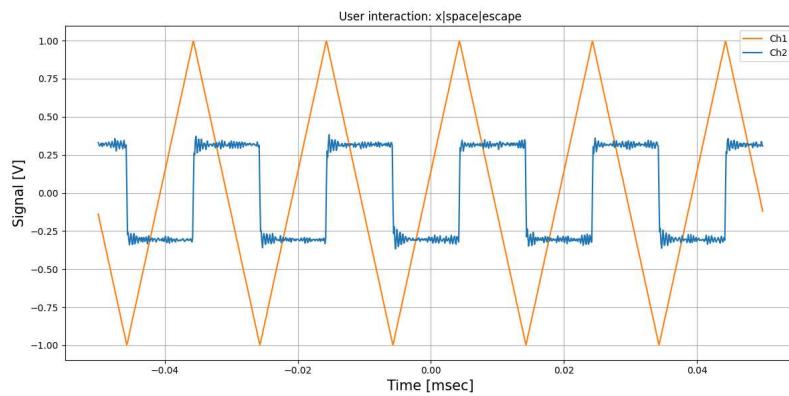


Figura 20: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 50 Hz

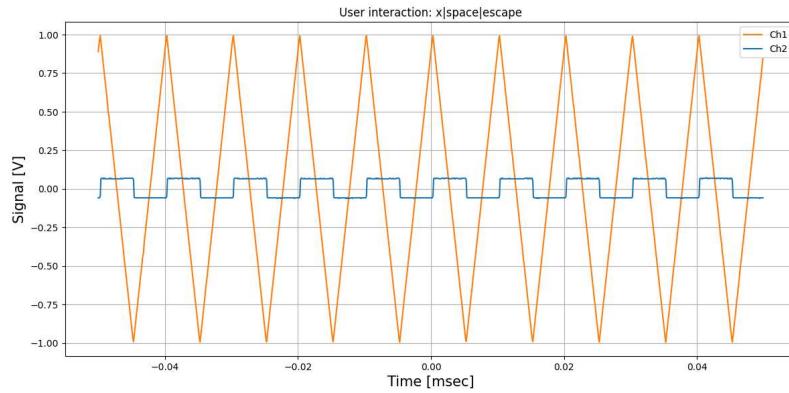


Figura 21: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 100 Hz

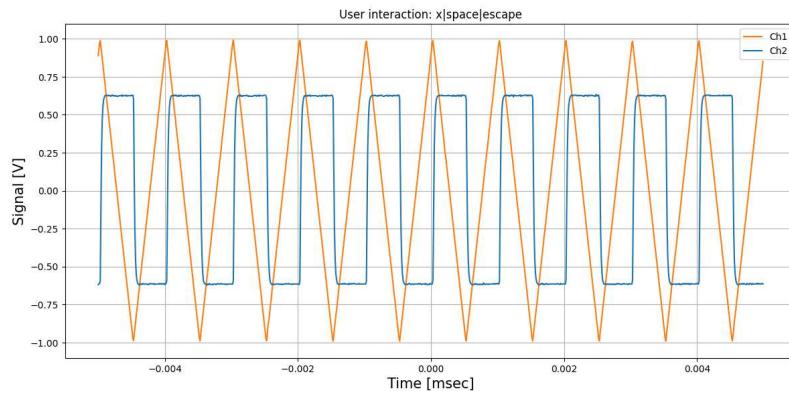


Figura 22: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 1 kHz

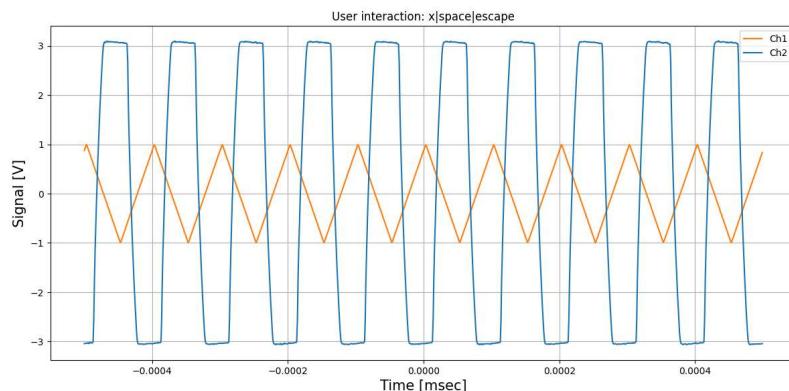


Figura 23: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 10 kHz

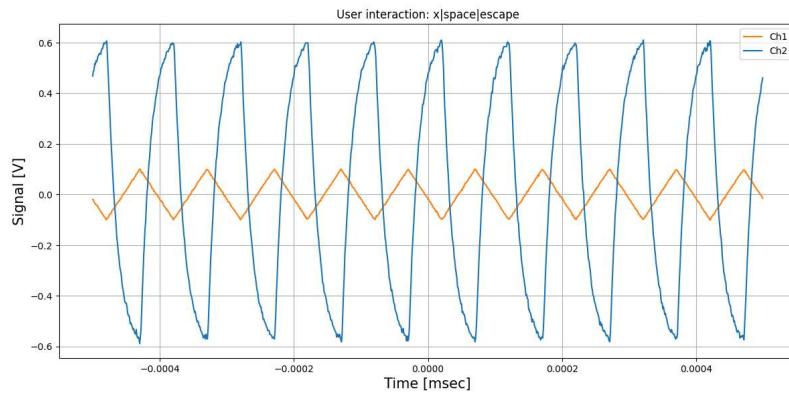


Figura 24: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 10 kHz - ampiezza 0.1V

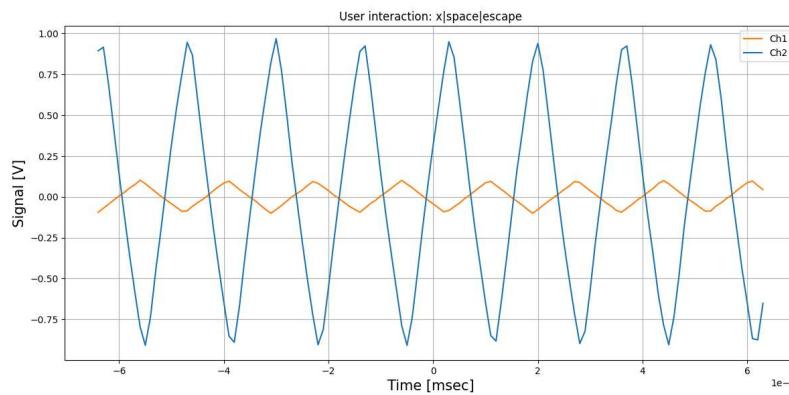


Figura 25: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 60 kHz - ampiezza 0.1V

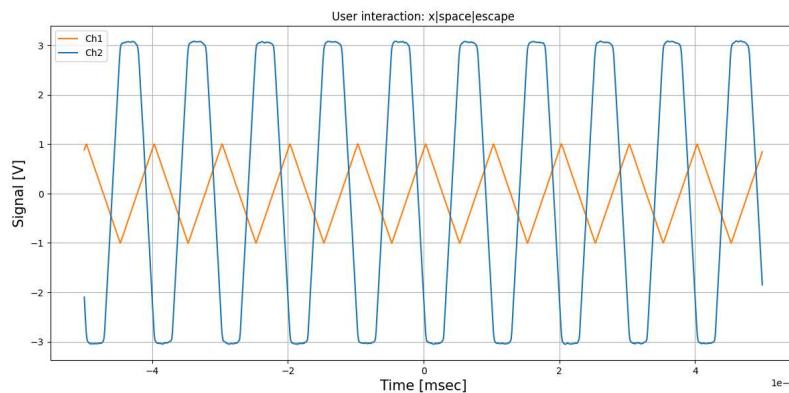


Figura 26: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 100 kHz

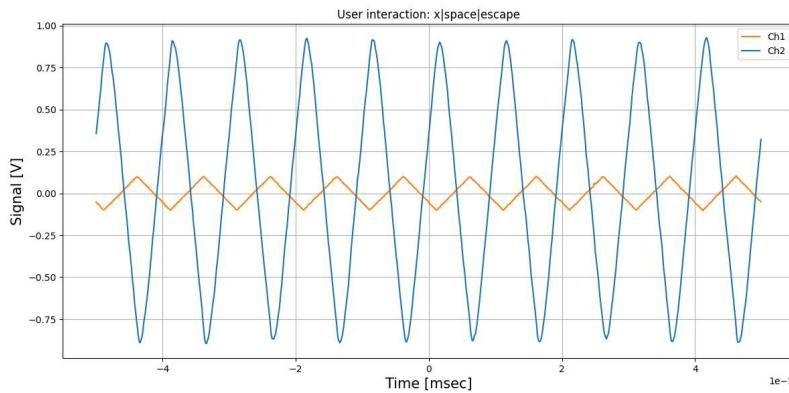


Figura 27: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 100 kHz - ampiezza 0.1V

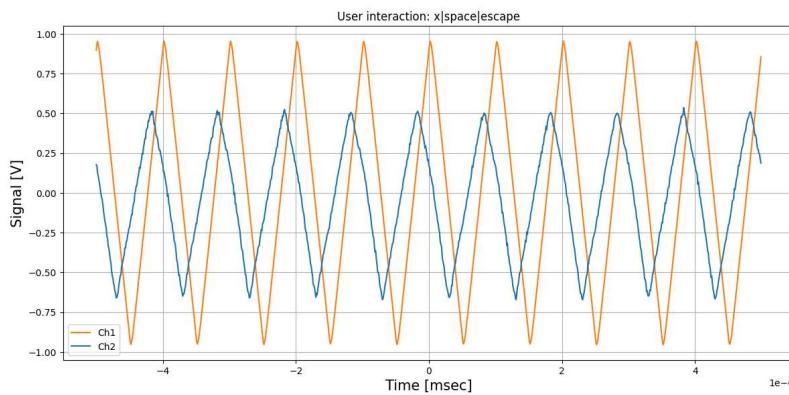


Figura 28: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 1 MHz

Di seguito, il campionamento della risonanza nel derivatore (senza resistenza di regolarizzazione):

- 40 kHz;
- 55 kHz;
- 70 kHz.

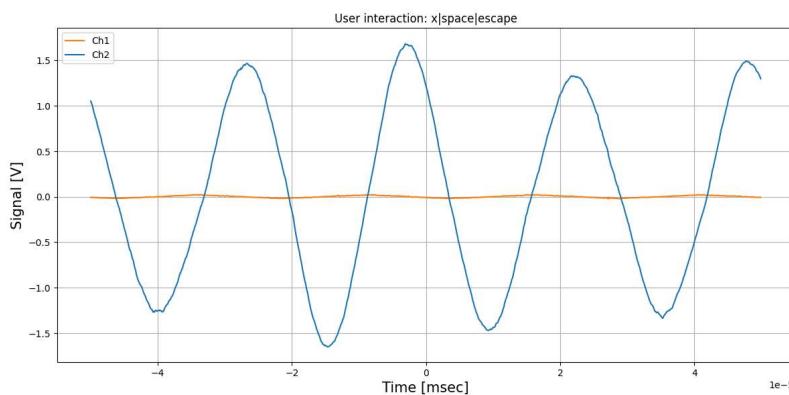


Figura 29: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 40 kHz - risonanza

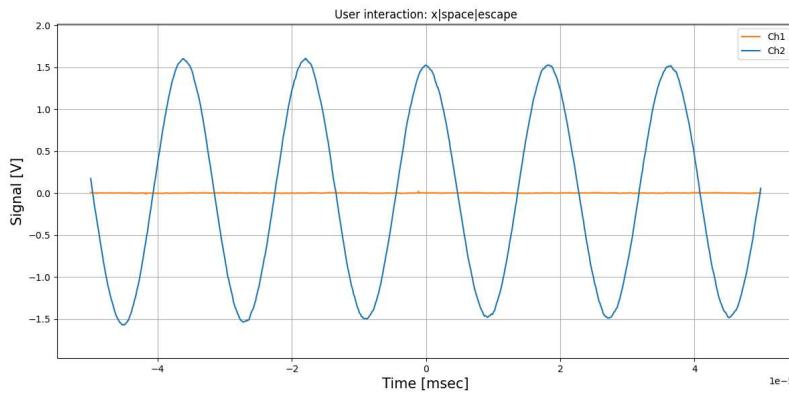


Figura 30: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 55 kHz - risonanza

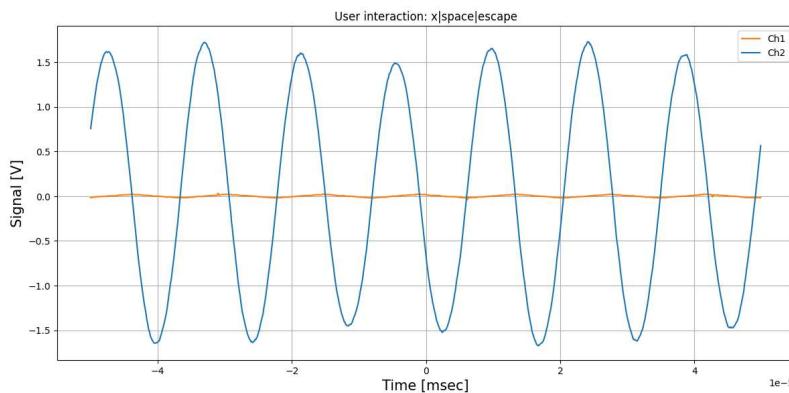
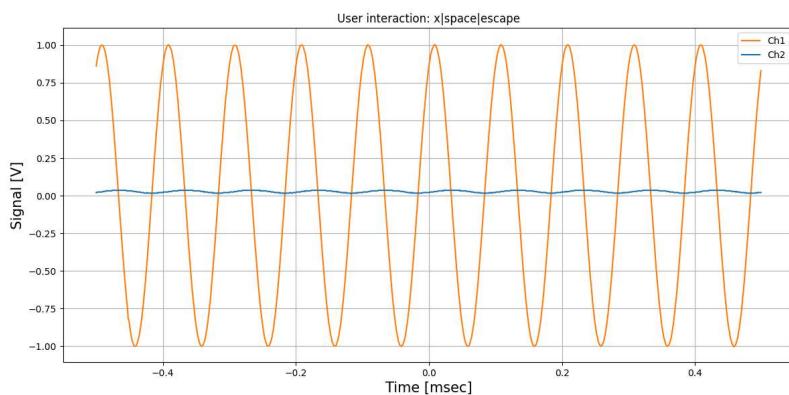


Figura 31: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 70 kHz - risonanza

Di seguito uno studio sinusoidale. Si osserva che le simulazioni con TINA sono equivalenti al caso triangolare.

- 10 Hz;
- 1 kHz;
- 100 kHz.



<Figura 32: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda sinusoidale a 10 Hz

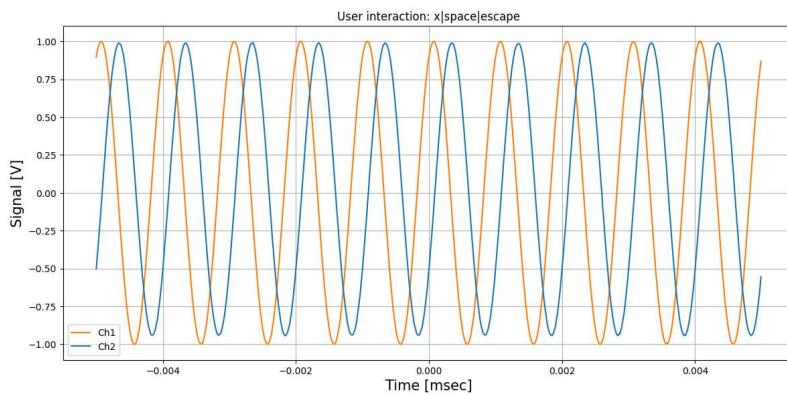


Figura 33: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda sinusoidale a 1 kHz

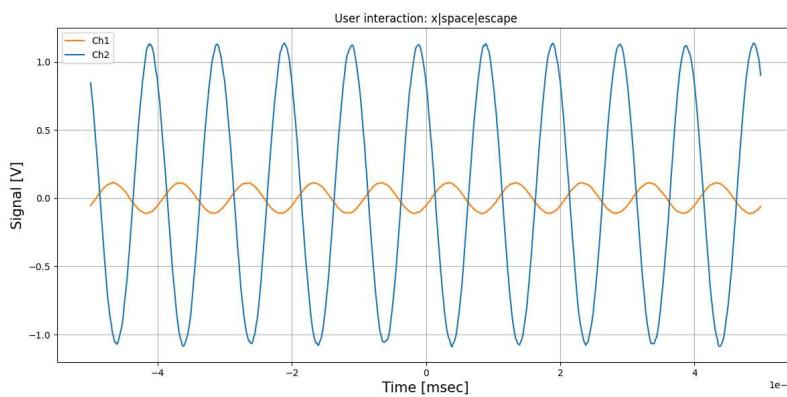


Figura 34: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda sinusoidale a 100 kHz

Task 4

Obiettivi:

- Misurare la risposta in frequenza di entrambi i circuiti e tracciare i loro diagrammi di Bode;
- Osservare se ci sono delle deviazioni da quello che ci aspettiamo in base alle predizioni derivate dalle regole d'oro dell'OpAmp.

Effettuiamo tutte le misurazioni senza resistenza di regolarizzazione, per studiare le deviazioni del circuito dal comportamento ideale.

Integratore

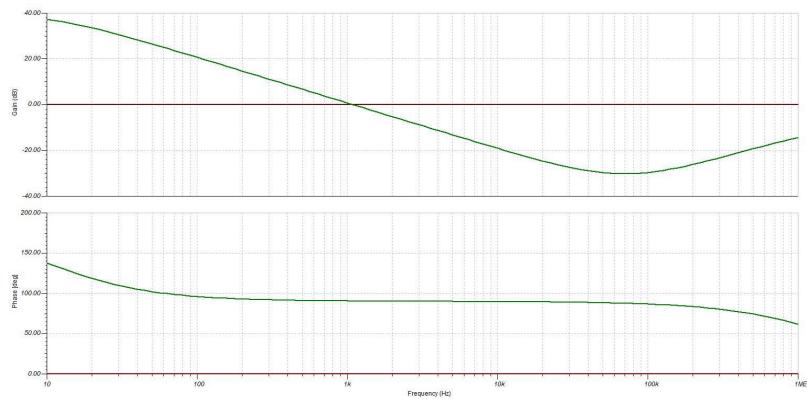


Figura 35: Simulazione di Tina per l'integratore

Nella situazione presente siamo obbligati a fermarci a 1kHz nella spazzata in frequenza perchè superata questa frequenza il segnale in uscita diventa troppo rumoroso (considerando la sua ampiezza) e quindi non si riescono a fare misure accurate.

Per migliorare la situazione bisogna sopprimere il rumore del segnale in ingresso; per farlo si ha intenzione di utilizzare un OpAmp nella configurazione di buffer in modo da lavorare con un "generatore equivalente" che abbia una resistenza in interna migliore ed in qualche modo questa sua proprietà dovrebbe aiutare a sopprimere il noise all'ingresso.

Inoltre si osserva come il guadagno nella configurazione da integratore tenda sempre a diminuire quindi l'ampiezza del segnale in ingresso verrà scelta sulla base del comportamento del circuito alla frequenza iniziale alla quale si inizia la spazzata.

Senza buffer in serie con il generatore, si è scelta un'ampiezza di 0.01 V.

Derivatore

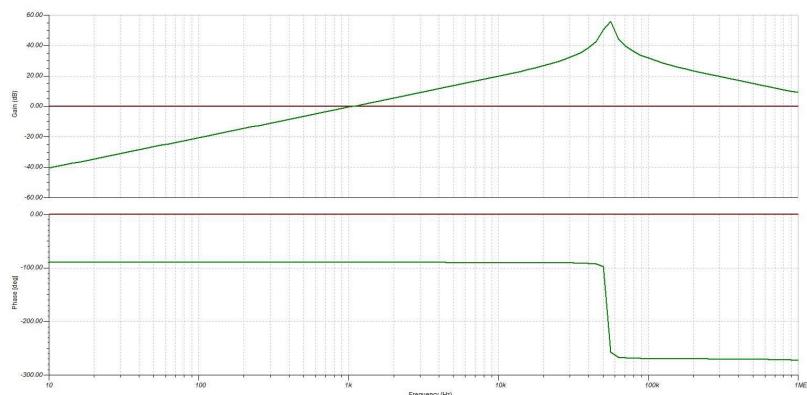


Figura 35: Simulazione di Tina per il derivatore

Con i parametri del circuito scelti risulta difficile trovare un'ampiezza del segnale in ingresso tale che l'ampiezza dell'uscita non sia piccola e ricoperta dal rumore a basse frequenze e troppo grande in risonanza portando l'OpAmp a saturare.

Quindi si è scelto di modificare i parametri diminuendo sia il valore della resistenza a $R_1 \simeq 100\Omega$ che il valore della capacità $C_1 \simeq 1 \text{ nF}$. Diminuire i loro valori porta anche ad una diminuzione del picco del guadagno, da 60 dB a 20 dB circa (come mostrato dalla simulazione con TINA, riportata sotto); questo è dato dal fatto che la funzione di risposta

del circuito ha al denominatore il tempo caratteristico del derivatore dato dal prodotto tra capacità e resistenza, quindi aumentandoli il suo valore (modulo) diminuisce.

Task 5