

# OSCILLAZIONI ACCOPPIATE

## SOMMARIO

Lo scopo di questa esperienza è lo studio del moto di due pendoli accoppiati e, in particolare, del fenomeno dei *battimenti*.

## MATERIALE A DISPOSIZIONE

- Due pendoli accoppiati attraverso una molla;
- due smorzatori (galleggianti da pesca);
- sistema di acquisizione per registrare la posizione di ciascun pendolo in funzione del tempo.

## MISURE ED ANALISI

Si considerino due pendoli uguali realizzati con due aste rigide collegate tra loro da una molla. Sebbene, in generale, il moto del sistema possa essere molto complicato, vi sono due configurazioni iniziali (corrispondenti ai cosiddetti *modi normali* di oscillazione) per cui il moto di entrambi i pendoli è armonico: quella in cui essi si muovono in fase e quella in cui essi si muovono in controfase.

### OSCILLAZIONI DI UN PENDOLO SINGOLO

Si metta in oscillazione un pendolo da solo, senza lo smorzatore, se ne misuri la pulsazione angolare  $\omega_0$  e si confronti il valore con quello previsto dalla teoria

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{I}}. \quad (1)$$

Si aggiunga adesso lo smorzatore e si ripeta la misura, stimando il tempo di decadimento  $\tau$  dell'ampiezza di oscillazione

$$\theta_0(t) = \theta_0(0)e^{-t/\tau}. \quad (2)$$

Il periodo è cambiato significativamente?

### OSCILLAZIONI IN FASE E CONTROFASE

Si può eccitare il sistema in modo che oscilli secondo l'uno o l'altro dei due modi normali: per avere il primo basta spostare i pendoli nello stesso verso, di uguali ampiezze e lasciarli andare contemporaneamente. In queste condizioni la molla, non sollecitata, non influenzerà il movimento dei due pendoli, che oscilleranno (sincroni) alla frequenza alla quale oscillerebbe un pendolo non accoppiato. Se invece i pendoli vengono spostati di ampiezze uguali ma in verso opposto si hanno oscillazioni in controfase.

Si misurino le pulsazioni angolari  $\omega_f$  ed  $\omega_c$  delle oscillazioni in fase e controfase. Si verifichi che  $\omega_f \sim \omega_0$  e che  $\omega_c > \omega_f$  (se la costante elastica  $k$  della molla è piccola, la differenza non sarà grande).

## BATTIMENTI

Se si sposta uno dei due pendoli tenendo l'altro fermo nella sua posizione di equilibrio e si lascia oscillare il sistema con questa configurazione iniziale, il moto risultante è dato dalla somma (con uguali ampiezze) dei due modi normali

$$x(t) = A_0 [\cos(\omega_f t + \phi_1) + \cos(\omega_c t + \phi_2)] \quad (3)$$

o, per le formule di prostaferesi

$$x(t) = 2A_0 \left\{ \cos \left[ \frac{(\omega_c + \omega_f)t}{2} + \frac{(\phi_2 + \phi_1)}{2} \right] \cdot \cos \left[ \frac{(\omega_c - \omega_f)t}{2} + \frac{(\phi_2 - \phi_1)}{2} \right] \right\}. \quad (4)$$

Fisicamente l'oscillazione risultante, di pulsazione angolare portante

$$\omega_p = \frac{(\omega_c + \omega_f)}{2} \approx \omega_c, \omega_f \quad (5)$$

è *modulata* da un'onda sinusoidale di pulsazione angolare  $\omega_b$  molto più piccola

$$\omega_b = \frac{(\omega_c - \omega_f)}{2} \ll \omega_c, \omega_f \quad (6)$$

(e, di conseguenza, di periodo molto più grande).

Si misurino le pulsazioni angolari portante e modulante (o dei battimenti) e si confrontino i valori ottenuti con la teoria, sulla base dei valori di  $\omega_f$  e  $\omega_c$  misurati prima.

## CONSIDERAZIONI PRATICHE

Una volta terminata l'acquisizione è possibile *zoomare* con il puntatore del *mouse* (tenendo premuto il tasto sinistro) su un rettangolo generico del grafico. (Si torna alla visualizzazione intera premendo il tasto destro del *mouse* con il puntatore posizionato su un punto qualsiasi del grafico.) Accanto al puntatore vengono visualizzate le coordinate della posizione corrente, per cui differenze di tempo e posizione possono essere misurate direttamente sul grafico—e questo, in linea di principio, è sufficiente per l'esperienza.

### IL FORMATO DEI DATI

In aggiunta, il programma di acquisizione fornisce un *file* di uscita contenente quattro colonne che rappresentano, rispettivamente:

1. il tempo  $t_1$ , dall'inizio dell'acquisizione, a cui è stata campionata la posizione del primo pendolo;
2. la posizione del primo pendolo all'istante  $t_1$ ;

3. il tempo  $t_2$ , dall'inizio dell'acquisizione, a cui è stata campionata la posizione del secondo pendolo;
4. la posizione del secondo pendolo all'istante  $t_2$ ;

(notate che, per come è implementato il sistema di acquisizione, le posizioni dei due pendoli non sono misurate allo stesso istante).

Il *file* in uscita può essere utilizzato per un'analisi più dettagliata del moto del sistema.

## NOTE SUL PROGRAMMA DI ACQUISIZIONE

Una volta acceso il calcolatore, selezionare dal menù principale (in alto a sinistra) *Application*  $\rightarrow$  *Education*  $\rightarrow$  *plasduino*. Questo dovrebbe mostrare la finestra principale del programma di acquisizione. Per questa esperienza, tra la lista dei moduli, lanciate *Pendulum View* (doppio click sulla linea corrispondente, oppure selezionate la linea stessa e premete *Open*).

Di norma al termine di ogni sessione di presa dati il programma vi chiede se volete salvare una copia del *file* dei dati in una cartella a vostra scelta (il che può essere comodo per l'analisi successiva). Se questa funzionalità dovesse essere disabilitata potete ri-abilitarla attraverso il menù di *plasduino* *Configuration*  $\rightarrow$  *Change settings*: nella finestra che si apre selezionate il tab *daq* e abilitate l'opzione *prompt-save-dialog*.