misura indiretta: è pur sempre una misura

CALIBRO

Misure di densità

Sommario

Sappiamo che una quantità fissata di qualunque sostanza o materiale occupa un volume che varia soltanto se variano le condizioni in cui tale sostanza o materiale si trova (ad esempio se dovesse passare dallo stato solido allo stato liquido, o se cambiano la temperatura o la pressione).

La massa per unità di volume è nota come densità:

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad [\rho] = \mathrm{kg/m^3}. \tag{1}$$

Si può distinguere, ad esempio, un metallo da un altro misurandone la densità.

Materiale a disposizione

- Calibro ventesimale (risoluzione 0.05 mm).
- Calibro Palmer (risoluzione 0.01 mm).
- Bilancia di precisione (risoluzione 1 mg).
- Una serie di solidi in alluminio, acciaio e ottone.

Misure ed analisi

Misure preliminari

Si misurino le dimensioni (raggi, altezze, spessori, etc.) dei vari corpi solidi e se ne calcoli il volume e la corrispondente incertezza di misura—attraverso le regole usuali della propagazione dell'errore statistico per grandezze indipendenti (i.e., utilizzando la somma in quadratura).

Si misuri anche la massa dei vari corpi e si costruisca una tabella contenente i valore dei volumi e delle masse.

Stima delle densità

Su un grafico cartesiano si riportino i valori dei volumi in ascisse e quelli delle masse in ordinate. Poiché

$$m = \rho V, \tag{2}$$

i gruppi di punti corrispondenti allo stesso materiale dovrebbero disporsi su linee rette passanti per l'origine, il cui coefficiente angolare coincide proprio con la densità del materiale in questione.

Si esegua un *fit* al calcolatore a ciascuno dei gruppi di punti che si dispongono su queste rette e si stimi la densità per i vari materiali.

Legge di scala per le sfere

Si considerino le sole sfere e si costruisca un grafico, in scala bilogaritmica, della massa m in funzione del raggio r. Poiché la relazione tra massa e raggio è di tipo legge di potenza:

indice

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho = k r^3, \tag{3}$$

i punti in scala bilogaritmica dovrebbero disporsi su una retta. Si confronti il coefficiente angolare della retta con il valore atteso 3 e l'intercetta (con l'asse $r = 1$) con il valore

3,165

$$k = \frac{4}{3}\pi\rho, \tag{4}$$

data la densità misurata precedentemente.

1 Appendice: densità tabulate

Si riportano di seguito i valori tabulati per i materiali rilevanti per l'esperienza.

Materiale	ρ kg/m^3
Alluminio	2710
Acciaio inossidabile	7480–8000
Ottone (lega Cu-Zn)	8400–8700

```python
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

# Misure dirette dei diametri e delle masse per le sfere (mettete i vostri numeri).
# Potete anche leggere i dati da file, usando np.loadtxt(), se lo trovate comodo.
m = np.array([24.769, 11.887, 8.374, 3.528])
sigma_m = np.full(m.shape, 0.001)
d = np.array([18.25, 14.28, 12.69, 9.52])
sigma_d = np.full(d.shape, 0.01)
# Calcolo del volume (notate la propagazione dell'errore su V!)
r = d / 2.0
sigma_r = sigma_d / 2.0
V = 4.0 / 3.0 * np.pi * r**3.0
sigma_V = V * 3.0 * sigma_d / d

def line(x, m, q):
    """Modello lineare di fit.
    """
    return m * x + q

def power_law(x, norm, index):
    """Modello di tipo legge di potenza.
    """
    return norm * (x**index)

plt.figure('Grafico massa-volume')
plt.errorbar(V, m, sigma_m, sigma_V, fmt='o')
popt, pcov = curve_fit(line, V, m)
m_hat, q_hat = popt
sigma_m, sigma_q = np.sqrt(pcov.diagonal())
print(m_hat, sigma_m, q_hat, sigma_q)
# Grafico del modello di best fit.
x = np.linspace(0., 4000., 100)
plt.plot(x, line(x, m_hat, q_hat))
plt.xlabel('Volume [mm$^3$]')
plt.ylabel('Massa [g]')
plt.grid(which='both', ls='dashed', color='gray')
plt.savefig('massa_volume.pdf')

plt.figure('Grafico massa-raggio')
plt.errorbar(r, m, sigma_m, sigma_r, fmt='o')
popt, pcov = curve_fit(power_law, r, m)
norm_hat, index_hat = popt
sigma_norm, sigma_index = np.sqrt(pcov.diagonal())
print(norm_hat, sigma_norm, index_hat, sigma_index)
x = np.linspace(4., 10., 100)
plt.plot(x, power_law(x, norm_hat, index_hat))
plt.xscale('log')
plt.yscale('log')
plt.xlabel('Raggio [mm]')
plt.ylabel('Massa [g]')
plt.grid(which='both', ls='dashed', color='gray')
plt.savefig('massa_raggio.pdf')

plt.show()
```

g $\longrightarrow$ kg $\times 10^{-3}$

mm^3 $\longrightarrow$ m^3 $\times 10^{-9}$

cm^3 $(\times 10^{-3})$

dm^3 $(\times 10^{-6})$

m^3 $(\times 10^{-9})$

$10^{-3} \times 10^{9} = 10^{6}$