Conducibilità termica

Sommario

Abbiamo a disposizione due barre cilindriche (riscaldate da una resistenza elettrica da una parte e raffreddate da un sistema di acqua corrente dall'altra) e possiamo misurare la temperatura all'interno delle barre stesse in funzione della distanza da un estremo. Lo scopo dell'esperienza è quello di ricavare dalla misure effettuate la conducibilità termica del materiale.

Materiale a disposizione

- Due barre cilindriche.
- Due termistori per la misura di temperatura.
- Calcolatore con programma di acquisizione.
- Un alimentatore chiuso su due resistenze in paralello.
- Un circuito di acqua corrente.

Misure ed analisi

La quantità di calore che si trasmette per conduzione nell'unità di tempo

$$W = \frac{dQ}{dt} \tag{1}$$

è detta *flusso di calore* e nel sistema MKS si misura in Watt. All'equilibrio termico il flusso di calore attraverso la barra risulta costante (se non ci sono perdite tutta l'energia erogata dalla resistenza non può che essere assorbita dall'acqua all'altra estremità). Se S è la sezione della barra, T la temperatura ed x la posizione lungo la barra, la teoria prevede che

$$W = -\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x}, \tag{2}$$

dove la costante di proporzionalità λ è detta conducibilità termica del materiale (dato che il calore si propaga verso zone a temperatura più bassa, orientato l'asse x nel verso in cui si propaga il calore, $\Delta T/\Delta x$ risulta negativo ed è necessario il segno meno).

Misure di temperatura

Si misurino le temperature T_i di una serie di punti interni della barra, rispettivamente a distanza x_i dall'estremo riscaldato. Applicando la (2) e ponendo $\Delta x = x_i - x_0$ (e anzi $\Delta x = x_i$, se si fissa l'origine delle ascisse in x_0) e $\Delta T = T_i - T_0$ si avrà

$$W = -\lambda S \frac{(T_i - T_0)}{x_i}, \tag{3}$$

ovvero

$$T_i = T_0 - \frac{W}{\lambda S} x_i \tag{4}$$

(cioè ci aspettiamo che la temperatura decresca linearmente dall'estremità più calda a quella più fredda).

Stima della conducibilità

Sulla base delle misure effettuate si costruisca il grafico della temperatura in funzione della posizione lungo ciascuna delle due barre. Il coefficiente angolare della retta di *best fit* rappresenta la nostra stima della grandezza $-W/\lambda S$.

Per stimare λ è necessario utilizzare il fatto che, in assenza di perdite verso l'ambiente esterno, W è il calore ceduto per effetto Joule dalla resistenza. In termini della tensione V e della corrente I che si leggono (rispettivamente in Volt e Ampere) sul display dell'alimentatore si ha

$$W = \frac{VI}{2} \tag{5}$$

(visto che si alimentano due resistenze in parallelo).

Note sul programma di acquisizione

Una volta acceso il calcolatore, selezionare dal menù principale (in alto a sinistra) *Application* → *Education* → *plasduino*. Questo dovrebbe mostrare la finestra principale del programma di acquisizione. Per questa esperienza, tra la lista dei moduli, lanciate *Temperature Monitor* (doppio click sulla linea corrispondente, oppure selezionate la linea stessa e premete *Open*).

Di norma al termine di ogni sessione di presa dati il programma vi chiede se volete salvare una copia del *file* dei dati in una cartella a vostra scelta (il che può essere comodo per l'analisi successiva). Se questa funzionalità dovesse essere disabilitata potete ri-abilitarla attraverso il menù di plasduino *Configuration* → *Change settings*: nella finestra che si apre selezionate il tab *daq* e abilitate l'opzione *prompt-save-dialog*.

1 Appendice: valori tabulati

Si riportano di seguito i valori indicativi di conducibilità termica a temperatura ambiente per alcuni materiali rilevanti per l'esperienza. Nel sistema MKS la conducibilità termica si misura in W m^{-}1 °C^{-1}, ma spesso vengono utilizzate anche le unità ibride W cm^{-}1 °C^{-1}.

Materiale	λ apice [W m^{-}1 °C^{-1}]
Alluminio	~ 200
Rame	~ 400
Ottone	~ 110

```python
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

# Misure dirette delle distanze e delle temperature (mettete i vostri numeri).
# Qui potete anche leggere i dati da file, usando il metodo np.loadtxt(),
# se lo trovate comodo.
x = np.array([5.0, 10.0, 15.0, 20.0, 25.0, 30.0, 35.0])
sigma_x = np.full(x.shape, 0.1)
T = np.array([28.6, 27.8, 26.9, 25.9, 25.0, 24.0, 23.1])
sigma_T = np.full(T.shape, 0.2)

def line(x, m, q):
    """Modello di fit lineare.
    """
    return m * x + q

plt.figure('Grafico posizione-temperatura')
# Grafico dei punti sperimentali.
plt.errorbar(x, T, sigma_T, sigma_x, fmt='o')
# Fit con una retta.
popt, pcov = curve_fit(line, x, T, sigma=sigma_T)
m_hat, q_hat = popt
sigma_m, sigma_q = np.sqrt(pcov.diagonal())
print(m_hat, sigma_m, q_hat, sigma_q)
# Grafico del modello di best fit.
x = np.linspace(0., 40., 100)
plt.plot(x, line(x, m_hat, q_hat))
# Formattazione del grafico.
plt.xlabel('Posizione [cm]')
plt.ylabel('Temperatura [$^\\circ$C]')
plt.grid(which='both', ls='dashed', color='gray')
plt.savefig('posizione_temperatura.pdf')

# A questo punto potete usare i risultati del fit per stimare la
# conducibilita` vera e propria...

plt.show()
```