

# Indice di rifrazione del plexiglass e focale di una lente divergente

Alessia Di Nino, Alessandra Natì (corso B, gruppo B 1-2)

16 Marzo 2023

## 1 Indice di rifrazione del plexiglass

### 1.1 Introduzione

#### 1.1.1 Cenni teorici

Se un raggio di luce passa da un mezzo con indice di rifrazione  $n_1$  ad uno con indice di rifrazione  $n_2$ , gli angoli di incidenza  $\theta_i$  e di rifrazione  $\theta_r$  sono legati tra di loro dalla legge di Snell:

$$n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_r) \quad (1)$$

In questo esperimento, in particolare, si considera  $n_1 \sim 1$  indice di rifrazione dell'aria e  $n_2$  indice di rifrazione del plexiglass. Inoltre,  $\theta_i$  è l'angolo formato tra il raggio incidente e la normale alla superficie di separazione tra i due mezzi.

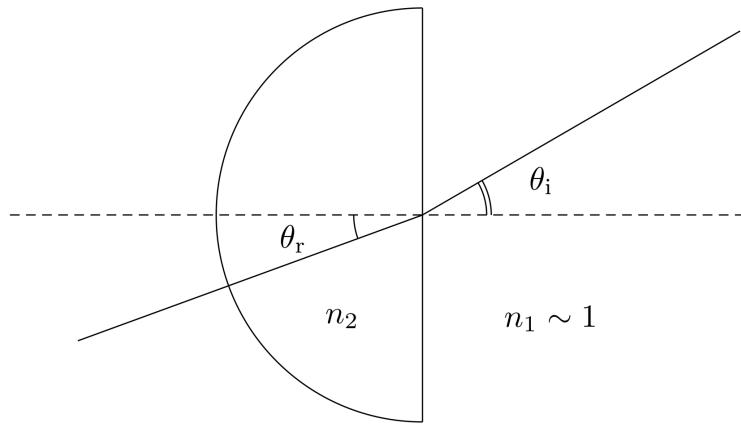


Figure 1: Schematizzazione delle grandezze in gioco nell'esperimento

Oltre la legge di Snell, la seguente espressione permette di misurare l'indice di rifrazione di un mezzo grazie all'angolo limite: si dice angolo limite l'angolo oltre il quale avviene riflessione totale, visibile dall'avvicinarsi, fino a scomparsa, del raggio rifratto all'asse ottico:

$$n = \frac{1}{\sin \theta_i} \quad (2)$$

dove  $\theta_i$  è l'angolo di incidenza (che è uguale a quello di riflessione).

### 1.1.2 Scopo dell'esperienza

Obiettivo centrale di questa esperienza è proprio quello di misurare l'indice di rifrazione del plexiglass.

## 1.2 Metodi

### 1.2.1 Apparato sperimentale

1. Strumenti utilizzati:

- griglia quadrettata di risoluzione 1 quadretto ( $2mm$ );
- pennarelli (per segnare le coppie di angolo di incidenza e rifrazione).

2. Materiale a disposizione:

- banco ottico con sorgente luminosa;
- fenditura;
- lente convergente (di potere diottrico +12);
- semicilindro di plexiglass;
- supporto per il semicilindro di plexiglass.

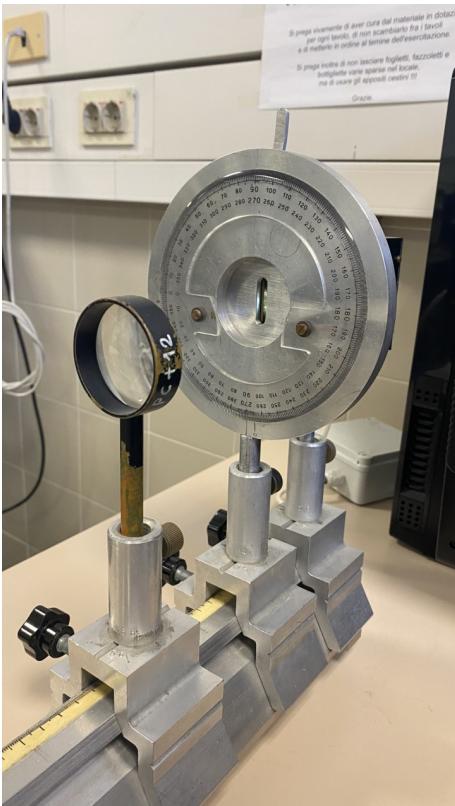


Figure 2: Banco ottico e lente convergente



Figure 3: Sorgente luminosa e fenditura

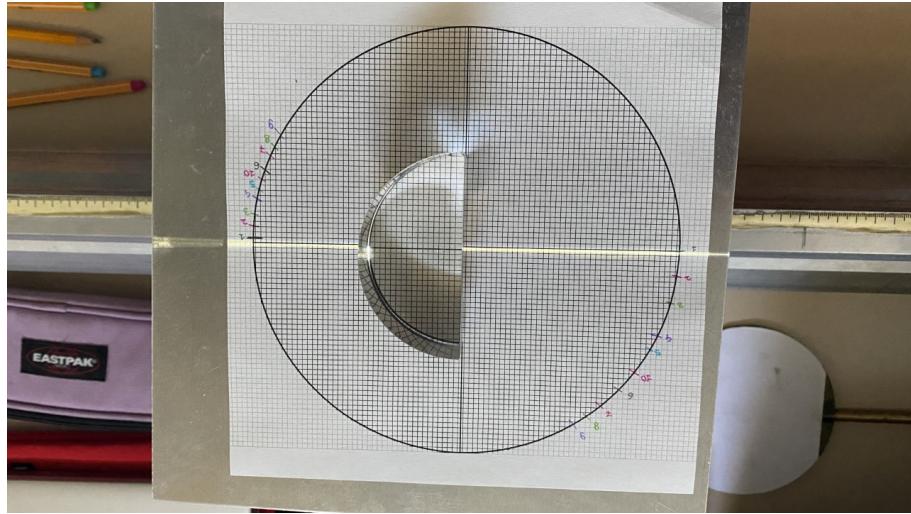


Figure 4: Semicilindro di plexiglass e griglia

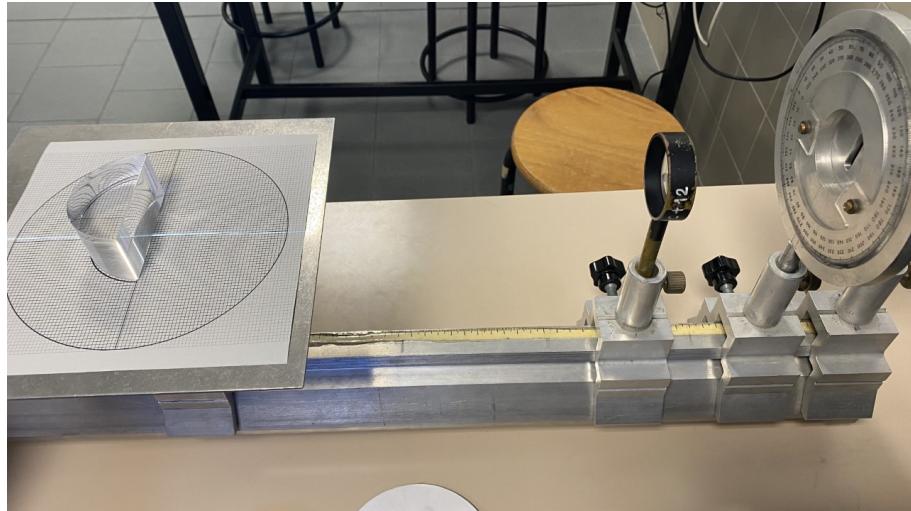


Figure 5: Apparato strumentale intero

### 1.2.2 Descrizione delle misure

Per condurre le misure, abbiamo posto il piattino (base del cilindro di plexiglass) ad una distanza dalla sorgente di luce tale che il raggio incidente (e rifratto) fosse sottile al punto da poter segnare correttamente il punto di incidenza e di rifrazione sulla griglia. La griglia infatti è stato uno strumento fondamentale per la buona riuscita dell'esperimento: sul cerchio disegnato su di essa abbiamo segnato a coppie -con colori diversi così da distinguerle- il punto in cui la luce colpiva il semicilindro in plexiglass e quello corrispondente in cui invece la luce veniva rifratta. Il procedimento è stato ripetuto circa 10 volte facendo ruotare il foglio curandoci sempre del fatto che la luce colpisce il centro del semicilindro. Di seguito, abbiamo misurato la distanza (in quadretti) di ogni punto dalla normale alla superficie di incidenza (distanza che, per trigonometria, è espressa dalla legge  $r \sin \theta$ , dove  $r$  è il raggio del cerchio della griglia e  $\theta$  è alternativamente l'angolo di incidenza o di rifrazione), ottenendo i seguenti dati:

$rsin\theta_i \pm 1$ [quadretti]	$rsin\theta_r \pm 1$ [quadretti]
1	1
5	3
10	7
16	11
19	14
23	16
27	19
30	22
33	23
34	25



Inoltre, abbiamo misurato l'indice di rifrazione anche sfruttando l'angolo limite: abbiamo fatto incidere il raggio, questa volta, sulla superficie curva del semicilindro e abbiamo fatto girare il supporto fino al raggiungimento dell'angolo limite.

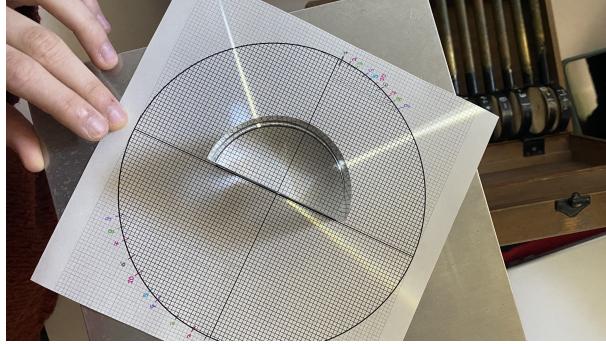


Figure 6: Angolo limite

Abbiamo misurato la distanza dalla normale alla superficie del punto d'intersezione tra raggio incidente e cerchio della griglia ( $29 \pm 1$  [quadretti]); abbiamo poi misurato anche il raggio del cerchio interno alla griglia ( $41 \pm 1$  [quadretti]). Dalla formula (2), si ottiene:

$$n_{plexiglass} = 1.41 \pm 0.04$$

### 1.2.3 Analisi dei dati

I dati raccolti sono stati analizzati tramite la funzione `curve_fit()` di Python realizzando, per l'appunto, il grafico di best fit e il grafico dei residui.

Abbiamo fatto un fit lineare dei dati da cui ci aspettavamo che il coefficiente angolare fosse proprio l'indice di rifrazione cercato e che l'intercetta fosse 0 (poiché, appunto, la legge di Snell descrive un modello in cui  $rsin\theta_i = rsin\theta_r$  a meno di un fattore). Dall'analisi risultano i seguenti parametri di best-fit:

$\hat{n}_2$	$1.38 \pm 0.03$
$\hat{q}$	$0.4 \pm 0.5$
$\chi^2$	4.0
dof	7



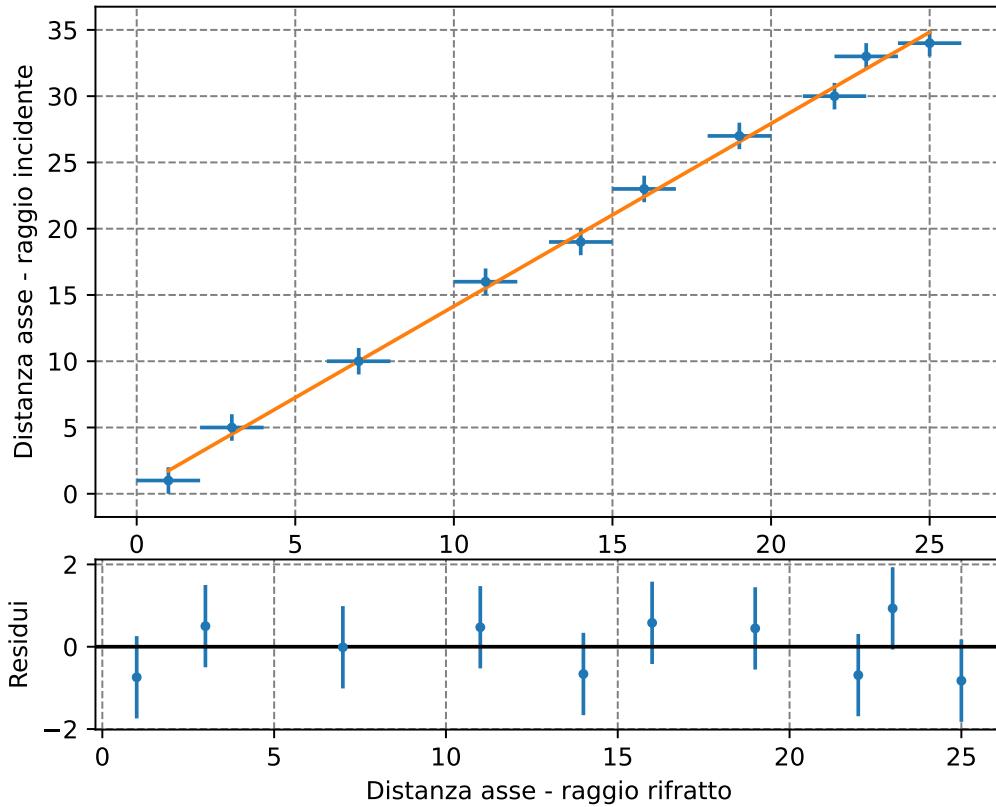


Figure 7: Grafico di best fit e grafico dei residui

### 1.3 Conclusioni

In conclusione, è possibile affermare che il fit sia buono per una serie di commenti:

- l'intercetta del grafico di best - fit è compatibile con zero;
- nel grafico dei residui, i dati oscillano attorno allo zero per meno di una barra d'errore; 
- nonostante il valore di best fit per l'indice di rifrazione del plexiglass da noi ottenuto ( $1.38 \pm 0.03$ ) non sia compatibile con il valore tabulato di 1.52, lo è tuttavia con il valore dell'indice di rifrazione misurato mediante il metodo dell'angolo limite ( $(1.41 \pm 0.04)$ ): questo potrebbe indicare, per esempio, aver utilizzato per l'esperimento un materiale diverso rispetto a quello con cui si è misurato il valore tabulato;
- il  $\chi^2$  deve valere in media  $\nu$ , cioè il numero di gradi di libertà (dato dalla differenza tra il numero di dati -nel nostro caso 10- e il numero di parametri liberi, ovvero 2 -l'indice di rifrazione e l'intercetta), con una deviazione standard di  $\sigma = \sqrt{2\nu}$ , che è uguale a 4. Il  $\chi^2$  da noi misurato rientra in tale intervallo ed è dunque indice della buona riuscita del fit. 

## 2 Focale di una lente divergente

### 2.1 Introduzione

#### 2.1.1 Cenni teorici

Una lente divergente è una lente che produce solo immagini virtuali, che per definizione costituiscono il punto, detto fuoco, in cui si incontrano i prolungamenti dei raggi riflessi dalla lente stessa. Dunque, è possibile raccogliere l'immagine creata da una lente divergente sfruttando come sorgente virtuale l'immagine creata da una lente convergente, come riportato in figura 8.

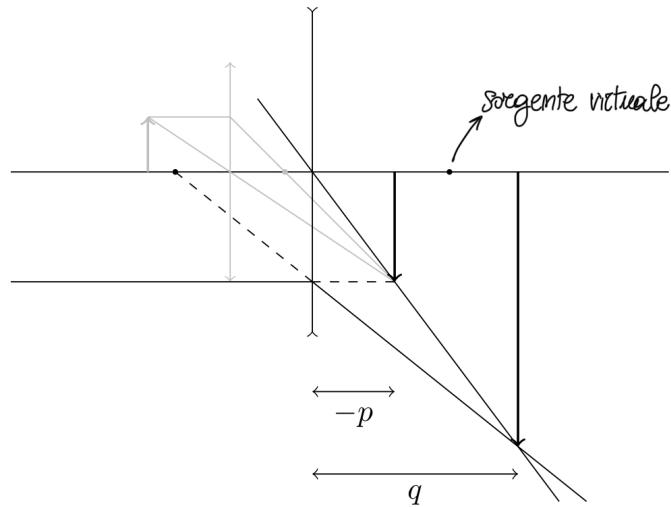


Figure 8: Schema delle grandezze in gioco nell'esperimento

Infatti, la focale di una lente è proprio la distanza tra il fuoco e la lente stessa. La legge delle lenti sottili esprime il legame tra la focale di una lente e i parametri  $p$  e  $q$  che sono, rispettivamente, la distanza della sorgente dalla lente e la distanza della lente dallo schermo che raccoglie le immagini:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad (3)$$

#### 2.1.2 Scopo dell'esperienza

L'obiettivo dell'esperienza consiste nella misura della lunghezza focale di una lente divergente.

### 2.2 Metodi

#### 2.2.1 Apparato sperimentale

Gli strumenti utilizzati sono:

- banco ottico con sorgente luminosa;
- lamina sottile con inciso un piccolo triangolo (la cui proiezione sullo schermo permetteva di calibrare la distanza fra le due lenti);
- lente convergente (di potere diottrico +12);

- schermo in cartone (al fine di raccogliere l'immagine creata dalla lente convergente);
- lente divergente (di potere diottrico -5);
- supporto metallico per lo scorrimento degli strumenti utilizzati.



Figure 9: Prospettiva che permette di osservare il sistema nelle sue parti principali: lente convergente, lente divergente, dispositivo in cartone.

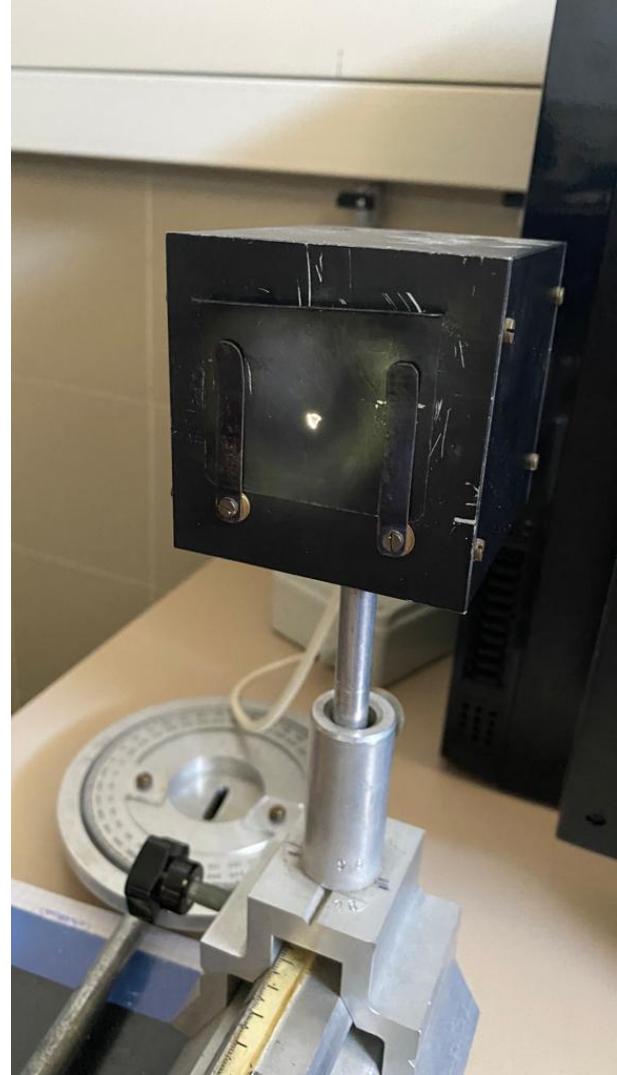


Figure 10: Banco ottico il cui fascio di luce attraversa il triangolo inciso sulla lamina

### 2.2.2 Descrizione delle misure

Dato che la lente divergente non forma immagini reali, per questa misura occorre una lente convergente di potere diottrico maggiore in modulo rispetto a quello della lente divergente; possiamo poi considerare l'immagine prodotta dalla lente convergente come una sorgente virtuale per la lente divergente. Per condurre le misure, quindi, abbiamo utilizzato la fenditura a forma di triangolo mettendola sulla sorgente luminosa in modo che si creasse un'immagine distinguibile da mettere bene a fuoco su uno schermo. Abbiamo dunque posto la lente convergente sul banco ottico, messo a fuoco l'immagine sullo schermo e segnatone il punto (che da qui in poi chiameremo c). Abbiamo poi posizionato lo schermo all'estremità del supporto e posto la lente divergente tra la convergente e lo schermo stesso, spostandola fino al punto in cui l'immagine risultasse nuovamente a fuoco per misurare la distanza p (presa con segno negativo, corrispondente alla distanza tra la lente divergente e c) e q (presa con segno positivo, corrispondente

alla distanza tra la lente divergente e lo schermo stesso). Per misurare tali distanze, considerando che il supporto mobile di ogni strumento aveva una base di circa 5 cm, abbiamo segnato sulla base tale distanza e preso la metà come valore centrale, associando a  $p$  un'incertezza pari a 0.5cm (determinata dal fatto che la lente divergente non è perfettamente sottile e dunque il centro della lente è leggermente spostato rispetto al punto che ci aspetteremmo) e a  $q$  un'incertezza di 2cm (determinata dal fatto che la messa a fuoco dell'immagine era distinguibile, appunto, in un dato intervallo di spostamento e non solo in uno specifico punto). Abbiamo reiterato il processo avvicinando sempre di più lo schermo a  $c$ , prendendo così 10 misure:

$-p (\pm 0.5)$ [cm]	$q (\pm 2)$ [cm]
15.5	60
15.0	58
14.5	52
14.0	44
13.7	40
12.8	34
11.5	26
10.0	18
8.5	16
6.8	10

### 2.2.3 Analisi dei dati

Una volta raccolti i dati, abbiamo utilizzato la funzione `curve_fit()` di Python per poter realizzare un grafico di best-fit. Per la precisione, abbiamo realizzato un fit lineare da cui ci aspettavamo che il coefficiente angolare fosse compatibile con 1 e che l'intercetta fosse proprio l'espressione della nostra focale (poichè, dalla legge delle lenti sottili, risulta che  $\frac{1}{p}$  e  $\frac{1}{q}$  sono uguali a meno di una costante).

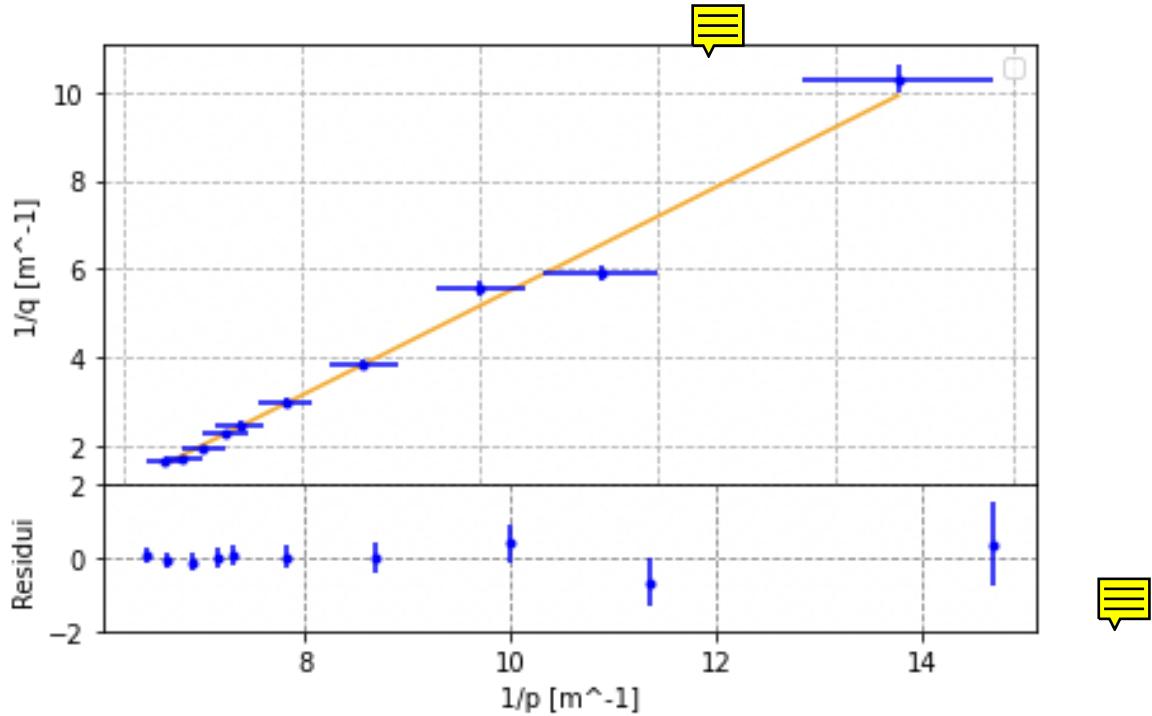


Figure 11: Grafico di best fit e relativo grafico dei residui

Dall'analisi risultano i seguenti parametri di best - fit:

$\hat{m}$	$ $	$1.01 \pm 0.04$
$\hat{p}$	$ $	$4.9 \pm 0.3$

### 2.3 Conclusioni

In generale, è possibile concludere che il fit realizzato è un buon fit, in quanto:

- nel grafico dei residui, i dati oscillano attorno allo zero con fluttuazioni paragonabili a una barra d'errore;
- il coefficiente angolare  $m$  della retta di fit è compatibile con 1;
- la focale della lente è compatibile con il potere diottrico della lente divergente utilizzata (-5)

Quanto al  $\chi^2$ , non è stato eseguito il test poichè le variabili che andrebbero sommate per farlo non sono gaussiane.

