

Densità: misurazioni su solidi in acciaio, ottone e alluminio

Alessia Di Nino, Alessandra Natì (corso B, gruppo B 1-2-2)

24 Novembre 2022

1 Introduzione

1.1 Scopo dell'esperienza

L'obiettivo dell'esperienza è quello di distinguere i materiali dei solidi a disposizione in laboratorio (acciaio, ottone e alluminio) misurandone le diverse densità.

1.2 Cenni teorici

Attraverso la misura del volume e della massa degli oggetti (di diverse forme) è possibile stimarne la densità.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

con $[\rho] = Kg/m^3$.

Infatti, dato che

$$m = \rho V \quad (2)$$

disponendo su un grafico cartesiano i valori dei volumi e delle masse degli oggetti di uno stesso materiale si dovrebbe ottenere una retta, passante per l'origine, che ha come coefficiente angolare proprio la densità del materiale considerato.

Dati gli oggetti a disposizione (cfr. par. 2.1) è importante tenere a mente le formule per la misura dei volumi dei seguenti solidi:

Solido	Volume	Dimensioni
Sfera	$\frac{4}{3}\pi r^3$	r = raggio della sfera
Parallelepipedo	abc	a = altezza, b = lunghezza, c = profondità
Cilindro	$\pi r^2 h$	r = raggio di base, h = altezza
Prisma a base esagonale	$3b^2 h \tan(\pi/3)$	b = doppio dell'apotema, h = altezza

Nel particolare caso delle sfere, si può costruire anche un grafico in scala bilogarithmica del raggio r in funzione della massa m, poichè la legge che lega queste due grandezze è del tipo legge di potenza:

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho = k r^3 \quad (3)$$

dunque

$$k = \frac{4}{3}\pi \rho \quad (4)$$

2 Metodi

2.1 Apparato sperimentale

1. Strumenti utilizzati:

- calibro ventesimale di risoluzione $0.05mm$;
- calibro cinquantiesimale di risoluzione $0.02mm$;
- calibro palmer di risoluzione $0.01mm$;
- bilancia di risoluzione $0.001g$.

2. Materiale a disposizione:

- solidi di acciaio (nello specifico, cinque sfere di diverso raggio);
- solidi di ottone (nello specifico, un prisma a base esagonale, un parallelepipedo e due diversi cilindri);
- solidi di alluminio (nello specifico, un parallelepipedo e due diversi cilindri).

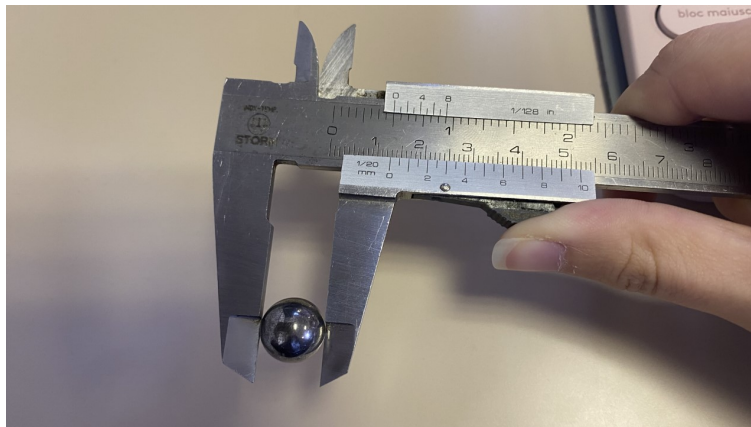


Figure 1: Calibro ventesimale



Figure 2: Calibro cinquantiesimale



Figure 3: Calibro palmer



Figure 4: Solidi a disposizione

2.2 Descrizione delle misure

Abbiamo utilizzato il calibro ventesimale per misurare il diametro ($d = 2r$) delle sfere, il calibro cinquantiesimale per misurare le dimensioni dei solidi in ottone e infine il palmer per misurare le dimensioni dei solidi in alluminio. Abbiamo evitato di misurare i diametri delle sfere con il palmer in quanto al posizionamento della sfera non eravamo sicure di misurare una corda piuttosto che il diametro (cosa che invece ci risultava più visibile tramite la misurazione effettuata con calibro). A quel punto, abbiamo scelto di utilizzare il palmer per i solidi in alluminio che erano tutti più piccoli di quelli in acciaio (e quindi consentivano di far fare meno giri al nonio del palmer, che impiega più tempo a compierli in quanto decimetrico, dunque più preciso). La scelta del calibro ventesimale (e quindi dello strumento meno preciso fra tutti) per le sfere è stata dettata dalla necessità di leggere velocemente il diametro degli oggetti, poichè scivolavano facilmente dallo strumento. Gli errori associati alle misure delle lunghezze e delle masse sono le risoluzioni degli strumenti utilizzati. Di seguito, la tabella con i dati raccolti divisi per materiale:

	Solido	Dimensioni (± 0.05)[mm]	Massa (± 0.001)[g]
ACCIAIO	Sfera 1	$d = 12.8$	8.360
	Sfera 2	$d = 14.7$	11.893
	Sfera 3	$d = 16.70$	18.904
	Sfera 4	$d = 18.30$	24.861
	Sfera 5	$d = 22.25$	44.885

	Solido	Dimensioni (± 0.01)[mm]	Massa
ALLUMINIO	Cilindro 1	$d = 11.96, h = 19.14$	5.819
	Cilindro 2	$d = 5.95, h = 19.42$	1.457
	Parallelepipedo	$a = 17.65, b = 10.06, c = 10.00$	4.773

	Solido	Dimensioni (± 0.02)[mm]	Massa (± 0.001)[g]
OTTONE	Cilindro 1	$d = 10.12, h = 37.58$	24.613
	Cilindro 2	$d = 10.08, h = 16.08$	10.505
	Prisma a base esagonale	$b = 9.74, h = 22.20$	16.422
	Parallelepipedo	$a = 41.48, b = 9.90, c = 9.90$	32.738

2.3 Analisi dei dati - metodo di fit e grafico dei residui condotto utilizzando la funzione `curve_fit()` di Python

I dati raccolti sono stati analizzati tramite la funzione `curve_fit()` di Python, realizzando, per l'appunto, il grafico di best fit e il grafico dei residui. Abbiamo raccolto le misure per materiale, realizzando un programma diverso per i solidi in acciaio, quelli in alluminio e, infine, quelli in ottone. Nello specifico caso delle sfere, abbiamo anche utilizzato la legge di potenza che lega la massa del solido al raggio dello stesso, ottenendo quindi due fit diversi (uno Massa-Volume, l'altro Raggio-Massa). Nella realizzazione del fit, abbiamo scelto di porre sull'asse x le misure di massa e sull'asse y quelle di volume per rispettare la condizione necessaria di fit ($\sigma_y \gg \left| \frac{df}{dx} \right| \sigma_x$). Di seguito, i valori di fit e i grafici ottenuti:

Parametro di fit	Acciaio	Alluminio	Ottone
$\hat{m}[m^3/Kg]$	$1.279 \cdot 10^{-4} \pm 1.000 \cdot 10^{-7}$	$3.718 \cdot 10^{-4} \pm 8.000 \cdot 10^{-7}$	$1.248 \cdot 10^{-4} \pm 9 \cdot 10^{-7}$
$\hat{q}[m^3]$	$2.6 \cdot 10^{-8} \pm 3.0 \cdot 10^{-9}$	$-1.0 \cdot 10^{-9} \pm 4 \cdot 10^{-9}$	$-3.2 \cdot 10^{-8} \pm 2 \cdot 10^{-9}$
$\hat{n}[m^3/Kg]$	36704.62 ± 1085.67		
\hat{i}	3.026 ± 0.006		

dove \hat{n} e \hat{i} sono i valori centrali di norm ed index della legge di potenza per le sfere.

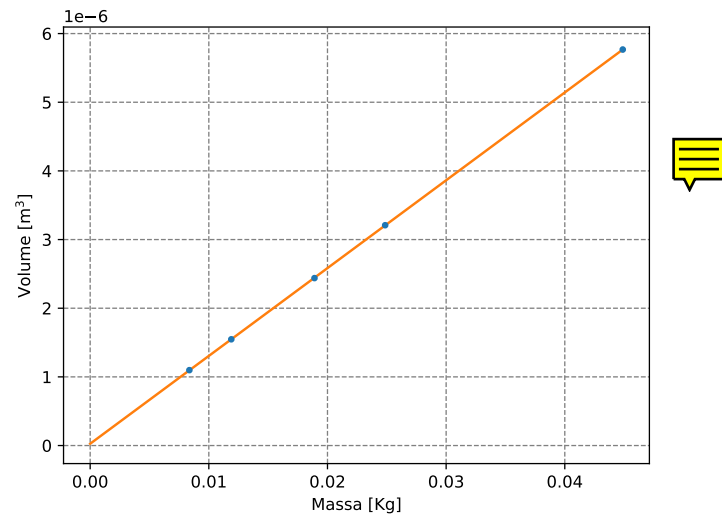


Figure 5: Fit Massa-Volume delle misure effettuate sulle sfere in acciaio

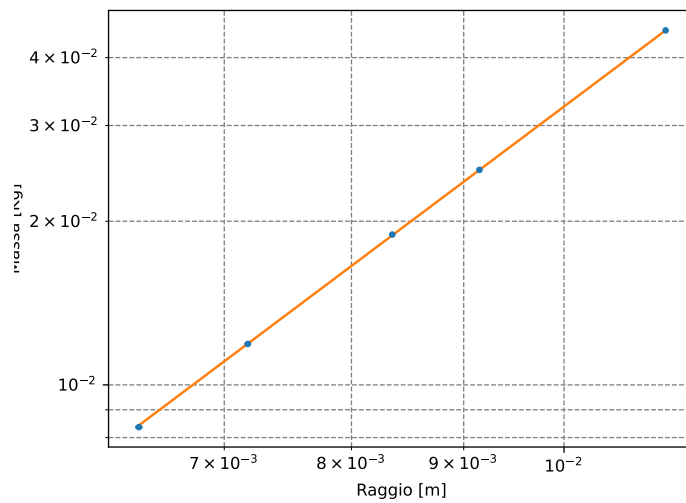


Figure 6: Fit Raggio-Massa delle misure effettuate sulle sfere in acciaio

Dal fit effettuato sulle misure dei solidi in alluminio e ottone si ottengono i seguenti grafici:

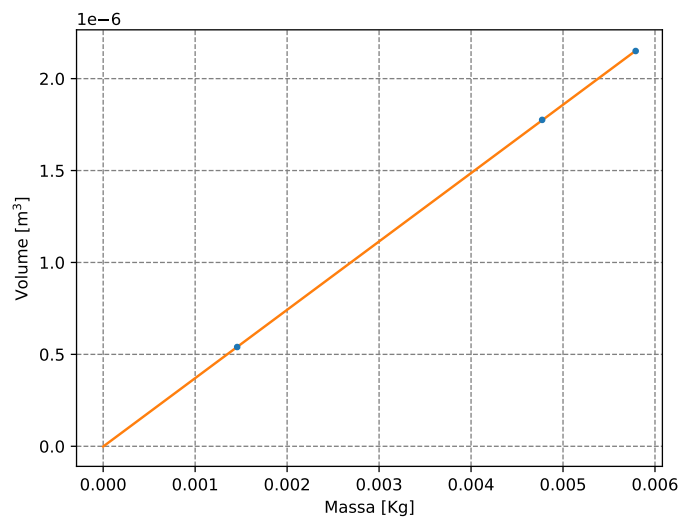


Figure 7: Fit Massa-Volume delle misure effettuate sui solidi in alluminio

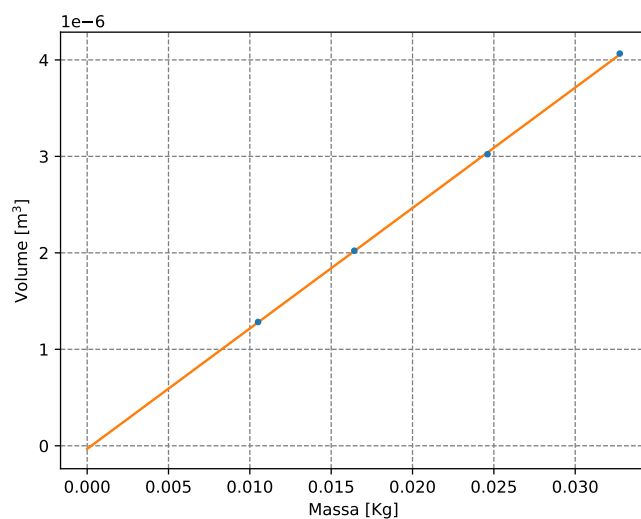


Figure 8: Fit Massa-Volume delle misure effettuate sui solidi in ottone

3 Conclusioni

Possiamo infine affermare che i modelli di fit sono corretti grazie ad una serie di commenti. Come osservazione preliminare, notiamo che i grafici dei residui mostrano che i valori oscillano attorno allo zero con fluttuazioni paragonabili alle barre d'errore considerate. Di seguito, i grafici dei residui per ciascun materiale:

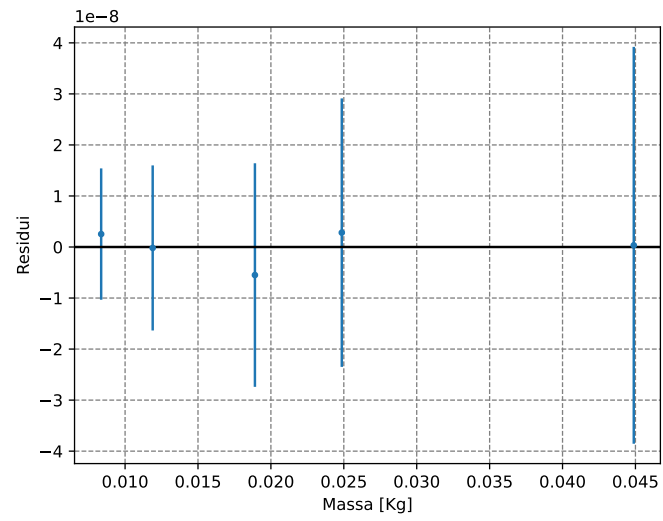


Figure 9: Grafico dei residui per i solidi in acciaio

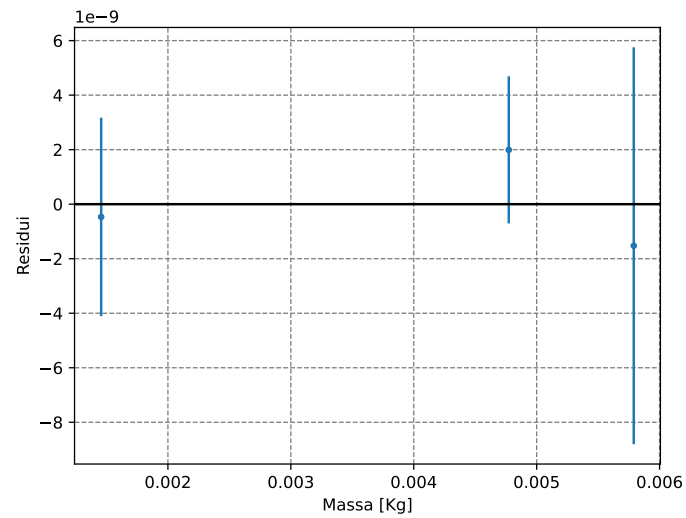


Figure 10: Grafico dei residui per i solidi in alluminio

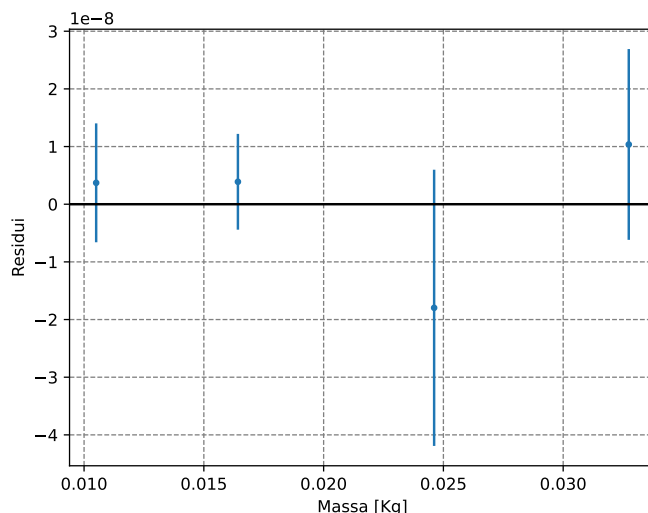


Figure 11: Grafico dei residui per i solidi in ottone

In secondo luogo, possiamo osservare dai grafici e dai valori di \hat{q} che le rette di fit hanno un'intercetta compatibile con l'origine. Per farlo, bisogna trovare $\frac{1}{\hat{q}}$, poichè i valori di \hat{q} sono stati misurati avendo m sull'asse x e V sull'asse y (mentre l'espressione della densità è ρV , cioè m e V sono disposti al contrario per le ragioni esposte al par. 2.3).

Inoltre, possiamo confrontare i valori di densità trovati con alcuni valori tabulati. Per le medesime ragioni sopra esposte, si calcola $\frac{1}{\hat{m}}$.

Anche questa osservazione porta a notare che i valori ottenuti sono molto vicini a quelli tabulati, e che dunque l'esperimento effettuato rispetta il modello. Infatti,

Materiale	$1/\hat{m} [Kg/m^3]$	Valori tabulati $[Kg/m^3]$	$(1/\hat{q} \pm \sigma_q) 10^{-9} [m^3]$
Acciaio	7818	7480 - 8000	0.038 ± 0.29
Alluminio	2689	2710	0.72 ± 0.28
Ottone	8010	8400 - 8700	0.031 ± 0.049

In ultima analisi, è possibile ragionare in termini delle formule (3) e (4) per continuare a valutare la bontà del fit realizzato per le sfere: come visto al par. 2.3,

$\hat{i} = 3.026 \pm 0.006$, valore che risulta molto vicino a quello atteso, cioè 3 (dove 3 è, per l'appunto, l'indice nella legge di potenza, ossia l'esponente della variabile indipendente che in questo caso è il raggio);

$\hat{n} = 36704.62 \pm 1085.67$, valore che risulta vicino a quello dell'intercetta della retta $r = 1$ ($y_i = 36702.7$, che dov'è proprio coincidere con la norma della legge di potenza), come si vede dalla seguente immagine:

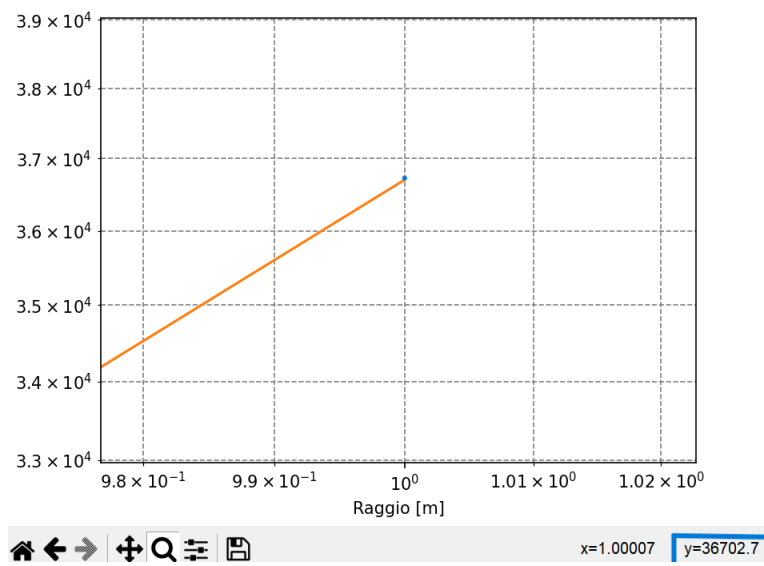


Figure 12: Intercetta