Lezione 4

Fisica I – Ingegneria Automazione e Informatica

Università di Napoli "Federico II"

prof. Nicola R. Napolitano

Riepilogo equazione del moto

Equazioni del moto ad accelerazione costante[a]

Equazione	Grandezza mancante
$v = v_0 + at$	$x - x_0$
$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	v
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	t
$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	a
$x - x_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$	v_0

[a] Prima di utilizzare le equazioni di questa tabella occorre assicurarsi che l'accelerazione sia effettivamente costante.

Nel S.I. le unità di misura della velocità e dell'accelerazione sono misurate in **m/s** e **m/s^2** rispettivamente.

Si noti che 1 m/s equivale a 3.6 km/h.

Ovvero 1 km/h = 1000m/3600s = (1/3.6) m/s

Esempio: lanciatore palla

Un lanciatore lancia una palla verso l'alto (moto unidimensionale) con velocità iniziale 12 m/s. Quanto tempo impiega la palla per raggiungere la massima altezza?

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 12\ \text{m/s}}{-9.8\ \text{m/s}^2} = 1.2\ \text{s}.$$

Qual e' l'altezza massima al di sopra del punto di rilascio?

$$y = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (12\ \text{m/s})^2}{2(-9.8\ \text{m/s}^2)} = 7.3\ \text{m}$$

Quanto tempo occorre alla palla per raggiungere un'altezza di 5.0 m al di sopra del punto di rilascio?

$$y = v_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2,$$

$$\text{or} \qquad 5.0\ \text{m} = (12\ \text{m/s})t - (\tfrac{1}{2})(9.8\ \text{m/s}^2)t^2.$$

Omettendo le unita' di misura che abbiamo verificato essere corrette:

$$4.9t^2 - 12t + 5.0 = 0.$$

Risolvendo l'equazione di secondo grado

$$t = 0.53\ \text{s} \quad \text{and} \quad t = 1.9\ \text{s}.$$

KEY IDEAS (1) Once the ball leaves the pitcher and before it returns to his hand, its acceleration is the free-fall acceleration $a = -g$. Because this is constant, Table 2-1 applies to the motion. (2) The velocity v at the maximum height must be 0.

Calculation: Knowing v, a, and the initial velocity $v_0 = 12$ m/s, and seeking t, we solve Eq. 2-11, which con-

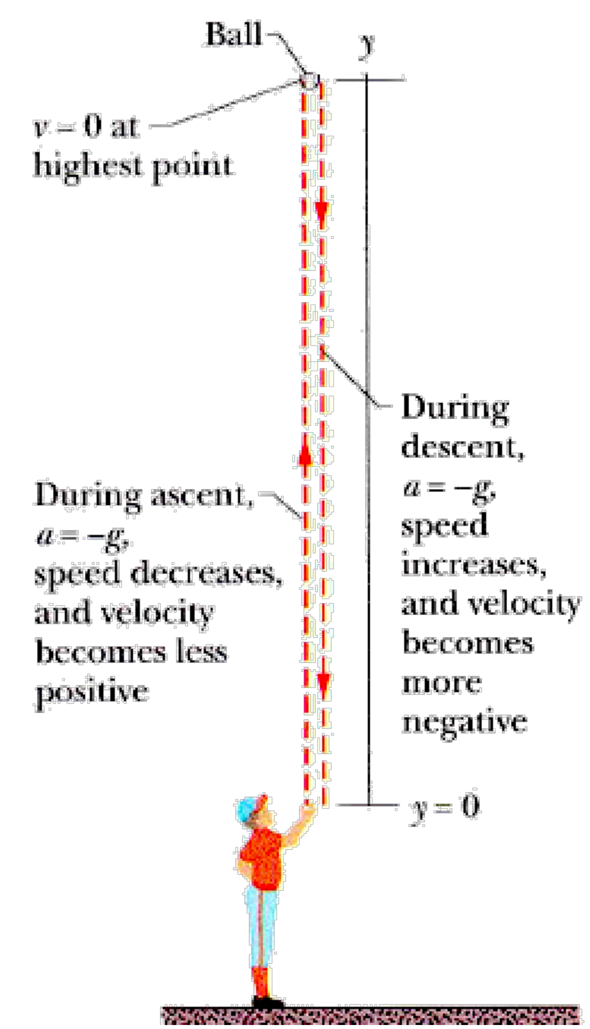
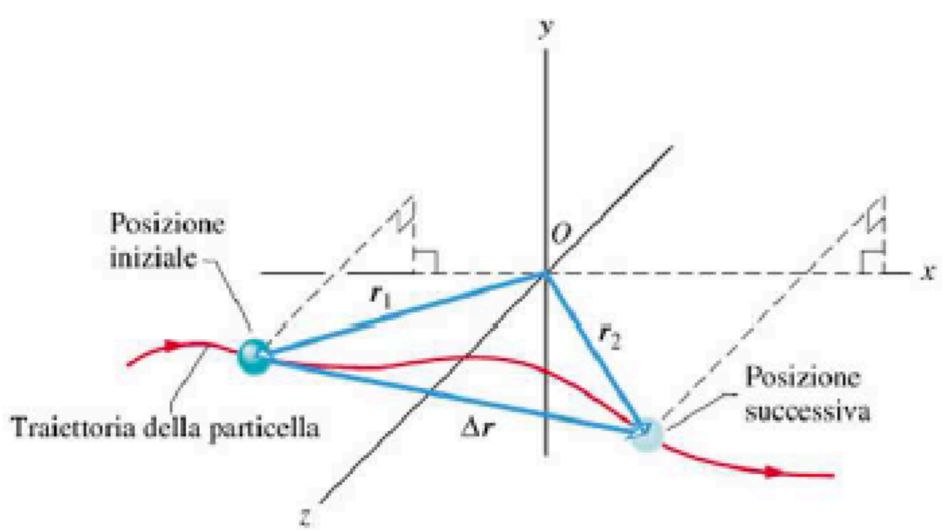


FIG. 2-12 A pitcher tosses a baseball straight up into the air. The equations of free fall apply for rising as well as for falling objects, provided any effects from the air can be neglected

Il moto in due dimensioni

Se il vettore che individua la posizione di un corpo è $\mathbf{r_1}$ al tempo t_1 e $\mathbf{r_2}$ al tempo t_2, il suo vettore spostamento $\mathbf{\Delta r}$ durante l'intervallo di tempo è:

$$\mathbf{\Delta r} = \mathbf{r_2} - \mathbf{r_1}$$



Il vettore posizione si può esprimere come somma delle sue componenti

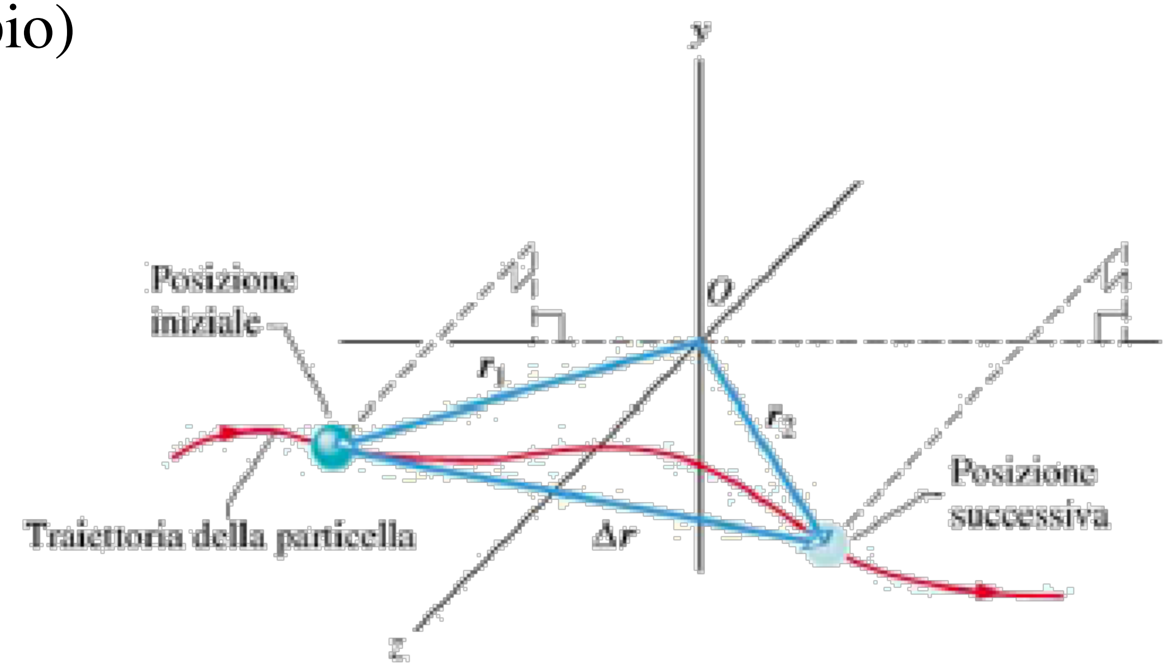
$$\vec{r} = x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}},$$

ognuna delle quali è funzione del tempo. Per esempio in 2D:

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{\mathrm{i}} + y(t)\hat{\mathrm{j}}.$$

Il vettore spostamento è dato dalla differenza tra il vettore posizione iniziale e quallo finale (verificare con la regola del parallelogramma per esempio)

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$



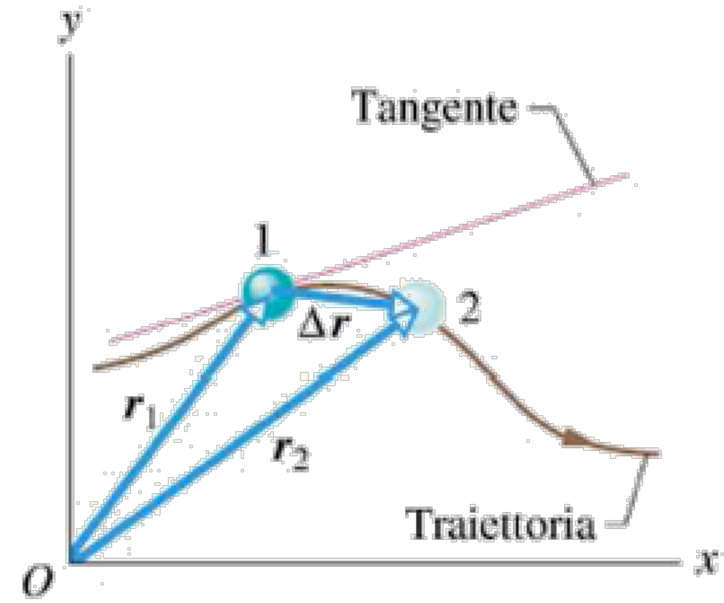
Che può essere riscritto nelle sue componenti come:

$$\Delta\vec{r} = (x_2\hat{\mathrm{i}} + y_2\hat{\mathrm{j}} + z_2\hat{\mathrm{k}}) - (x_1\hat{\mathrm{i}} + y_1\hat{\mathrm{j}} + z_1\hat{\mathrm{k}})$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{\mathrm{i}} + (y_2 - y_1)\hat{\mathrm{j}} + (z_2 - z_1)\hat{\mathrm{k}},$$

O anche

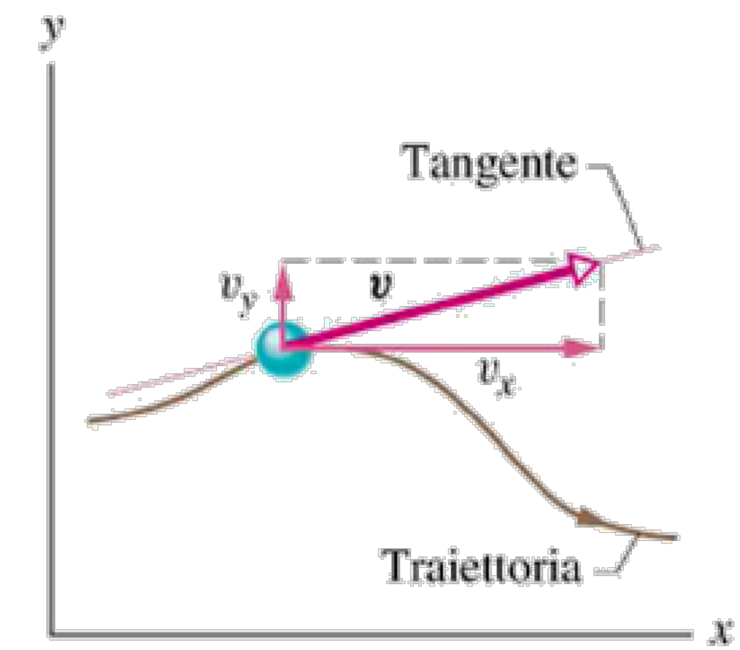
$$\Delta\vec{r} = \Delta x\hat{\imath} + \Delta y\hat{\jmath} + \Delta z\hat{k}.$$



A questo punto risulta immediato definire la velocità media, espressa anche tramite le sue componenti, come rapporto della variazione della positione in un intervallo di tempo

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t},$$

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta x\hat{\imath} + \Delta y\hat{\jmath} + \Delta z\hat{k}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\,\hat{\imath} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\,\hat{\jmath} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\,\hat{k}.$$

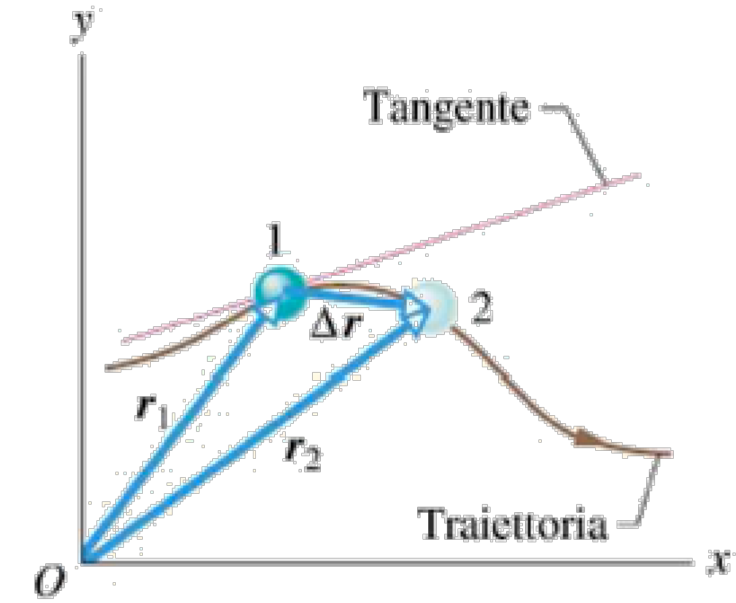


E la velocità istantanea come limite per Δt -> 0 del rapporto incrementale del vettore posizione rispetto al tempo, ossia la, derivata della traiettoria del punto materiale

$$\boxed{\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}}$$

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}.}$$

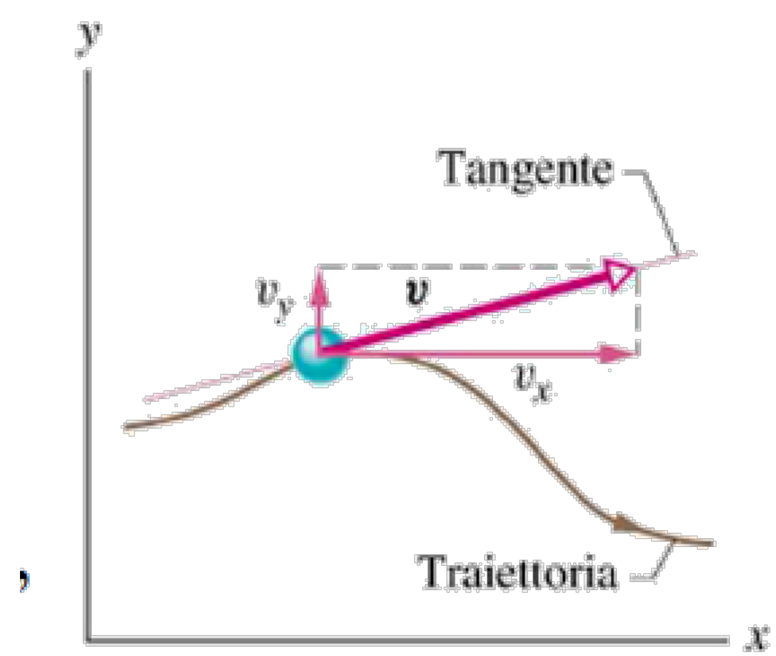
La velocità istantanea può essere scritta in funzione delle sue coordinate lungo gli assi cartsiani



$$\vec{v} = \frac{d}{dt}(x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}}) = \frac{dx}{dt}\hat{\mathrm{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathrm{j}} + \frac{dz}{dt}\hat{\mathrm{k}}$$

Ovvero

$$\vec{v} = v_x\hat{\mathrm{i}} + v_y\hat{\mathrm{j}} + v_z\hat{\mathrm{k}}.$$



dove

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad \text{and} \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

Accelerazione media e accelerazione istantanea

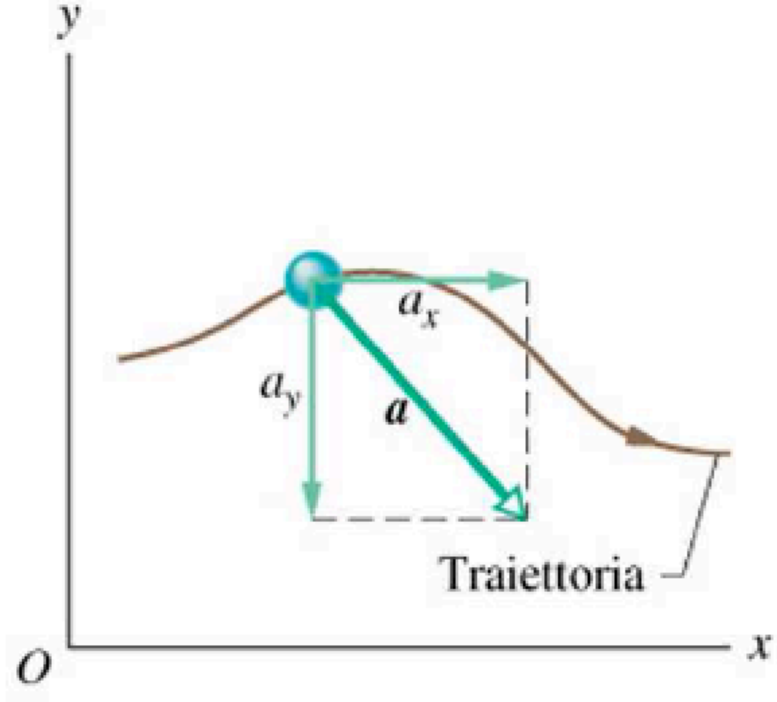
Accelerazione media

$$\boxed{\vec{a}_M = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}}$$

Accelerazione istantanea

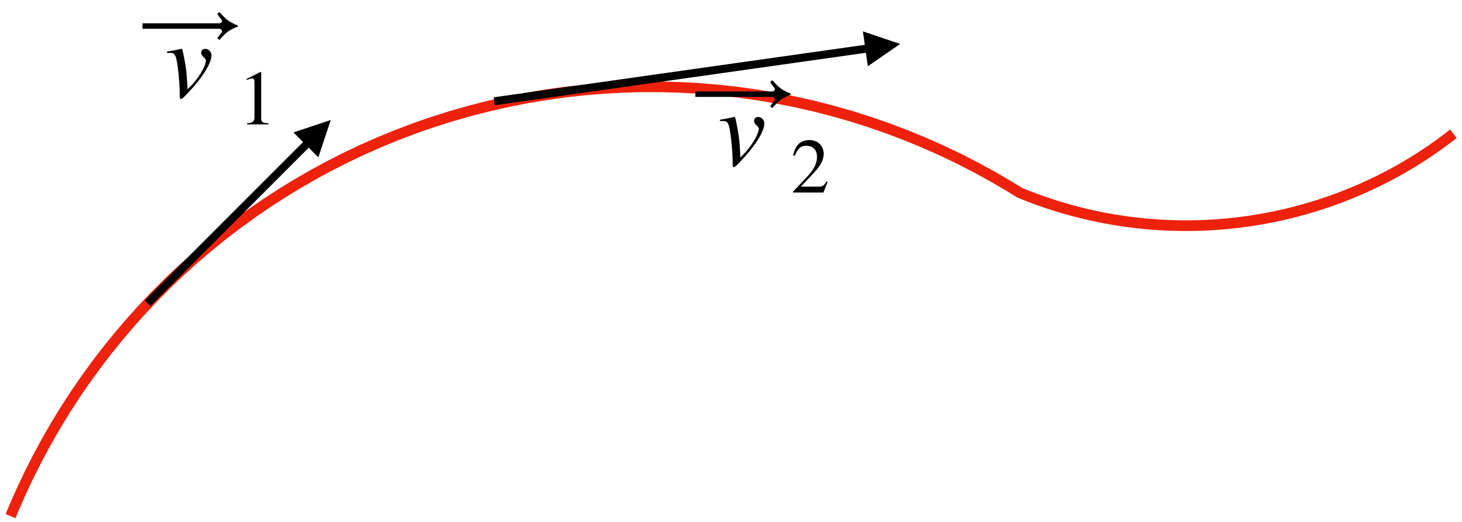
$$\boxed{\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}}$$

$\mathbf{a}_M$ è parallelo a $\Delta\mathbf{v}$



Accelerazione lungo una Traiettoria 2D

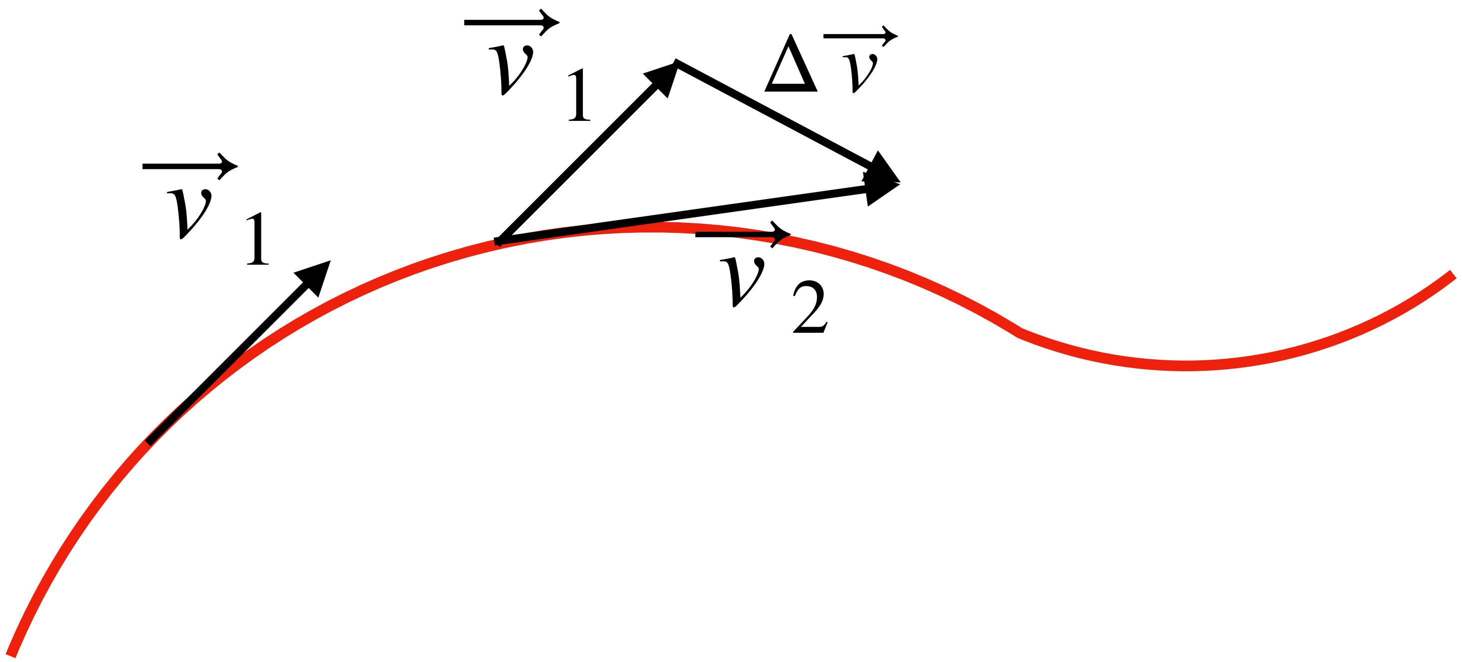
$$\vec{v}_1 \neq \vec{v}_2$$



Accelerazione lungo una Traiettoria 2D

$\overrightarrow{v}_1 \neq \overrightarrow{v}_2$

$\Delta\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v}_2 - \overrightarrow{v}_1$

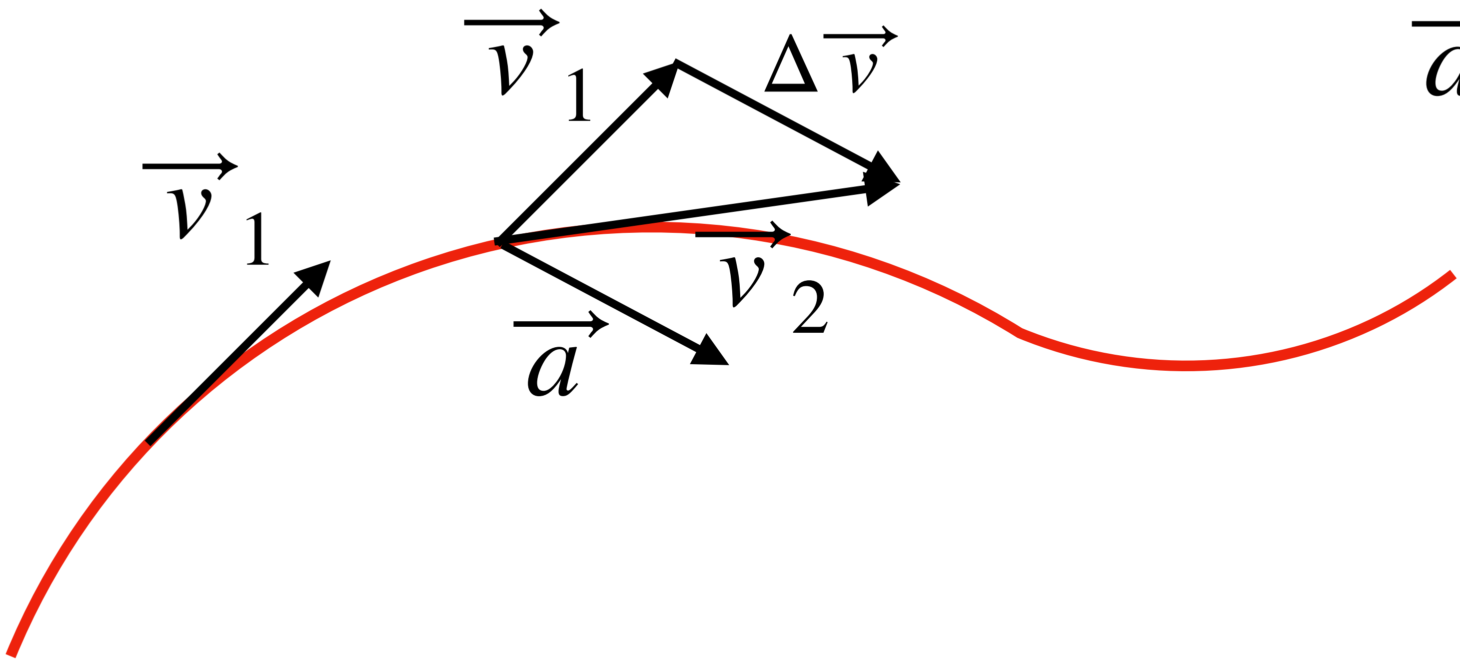


Accelerazione lungo una Traiettoria 2D

$\vec{v}_1 \neq \vec{v}_2$

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

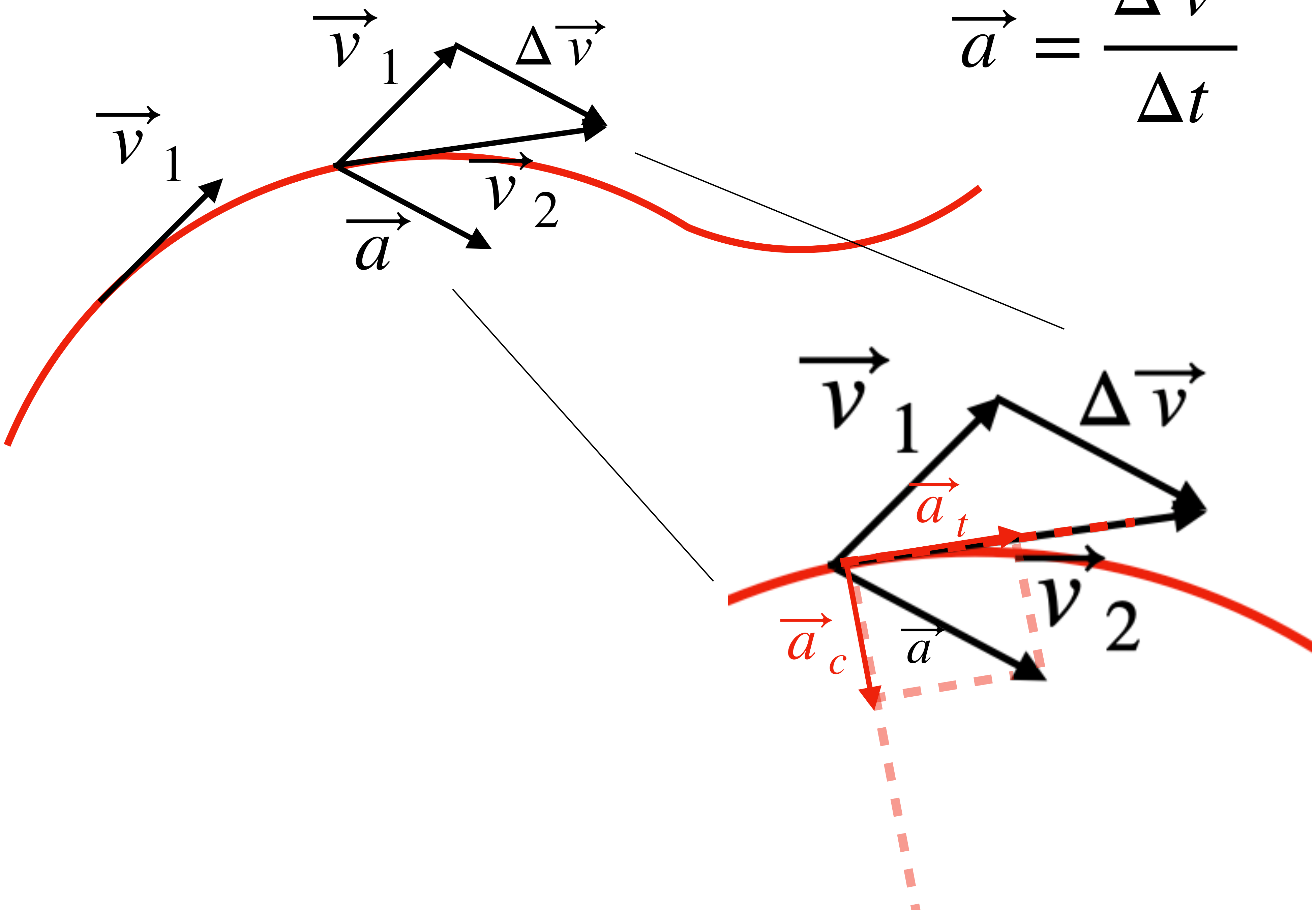


Accelerazione lungo una Traiettoria 2D

$$\vec{v}_1 \neq \vec{v}_2$$

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

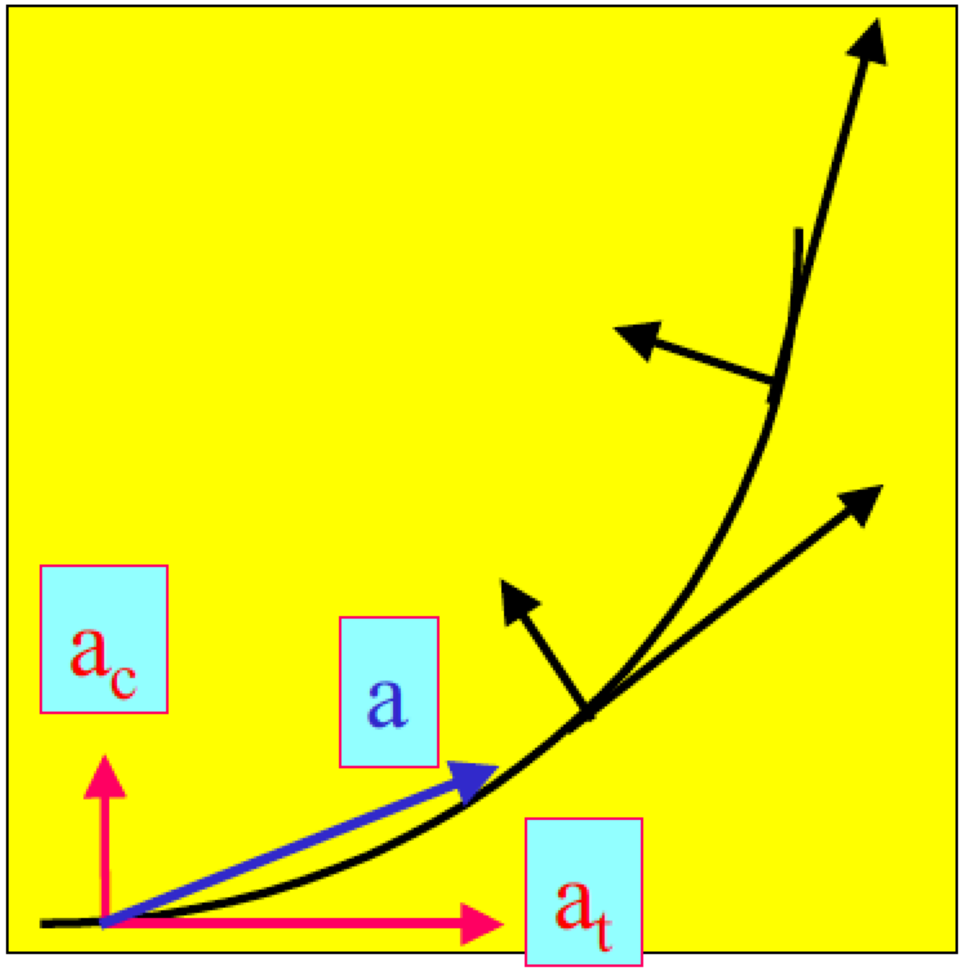


…quindi

La velocità istantanea **v** cambia in modulo, direzione e verso per effetto di una accelerazione vettoriale istantanea

$$\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_c,$$

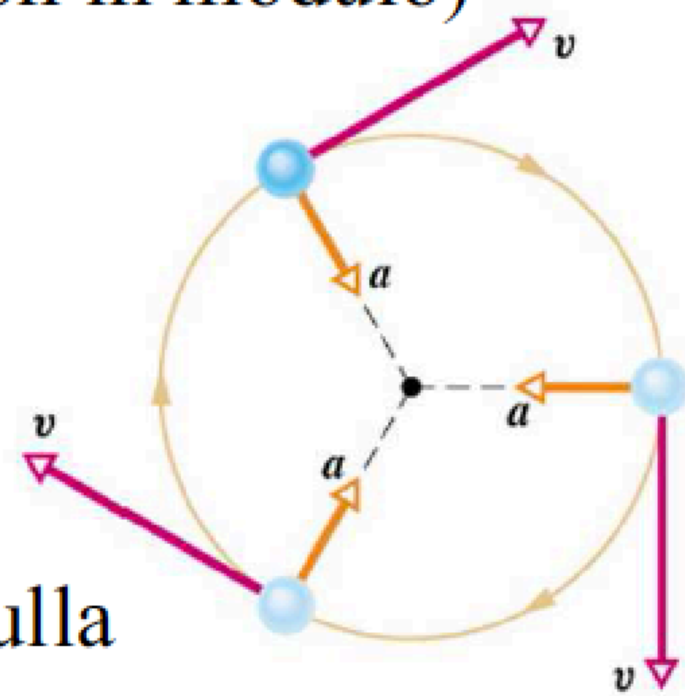
- dove $\mathbf{a}_t$ è la componente tangenziale, diretta verso la direzione del moto,
- e $\mathbf{a}_c$ è la componente centripeta, diretta verso il centro di curvatura del moto.



Moto circolare uniforme

Senza dimostrazione

É un'altra importante applicazione del moto a due dimensioni. Un moto curvilineo lungo una circonferenza si dice circolare; se la velocità **v varia solo in direzione e verso** (ma non in modulo) il moto viene detto circolare uniforme.



In questo caso l'accelerazione deve essere solo radiale o **centripeta**, ossia

$$\boxed{a = a_c = \frac{v^2}{r}}$$

mentre l'accelerazione tangenziale deve essere nulla

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 0$$

Si noti che la definizione di accelerazione centripeta è vera anche per curve non circolari (per le quali r è variabile).

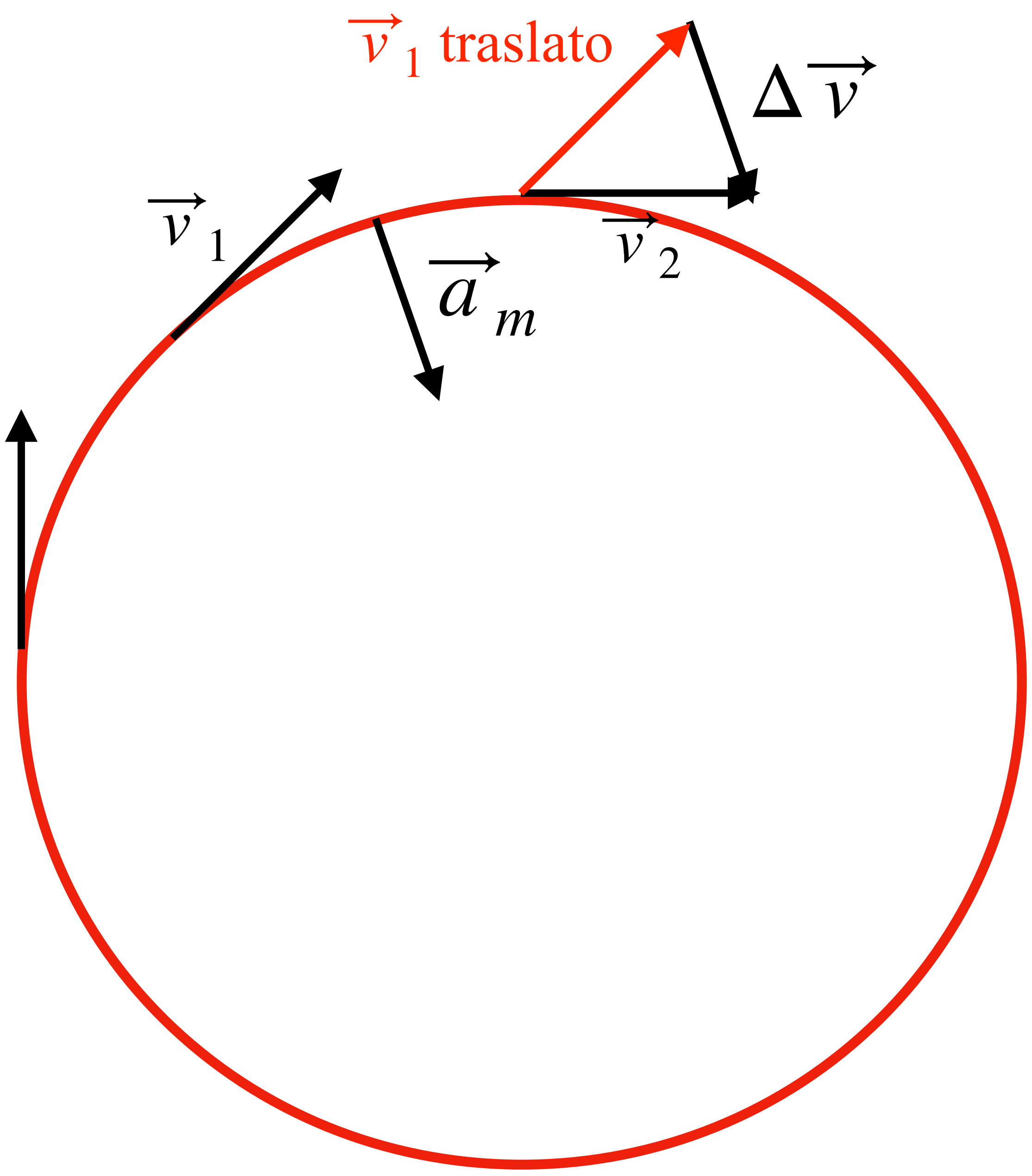
Cosa succede nel moto circolare uniforme?

Modulo costante: $v_1 = v_2$

Direzione e verso variabili: $\overrightarrow{v}_1 \neq \overrightarrow{v}_2$

La variazione di velocita' $\Delta \overrightarrow{v} = \overrightarrow{v}_2 - \overrightarrow{v}_1$ in un intervallo Δt definisce l'accelerazione media

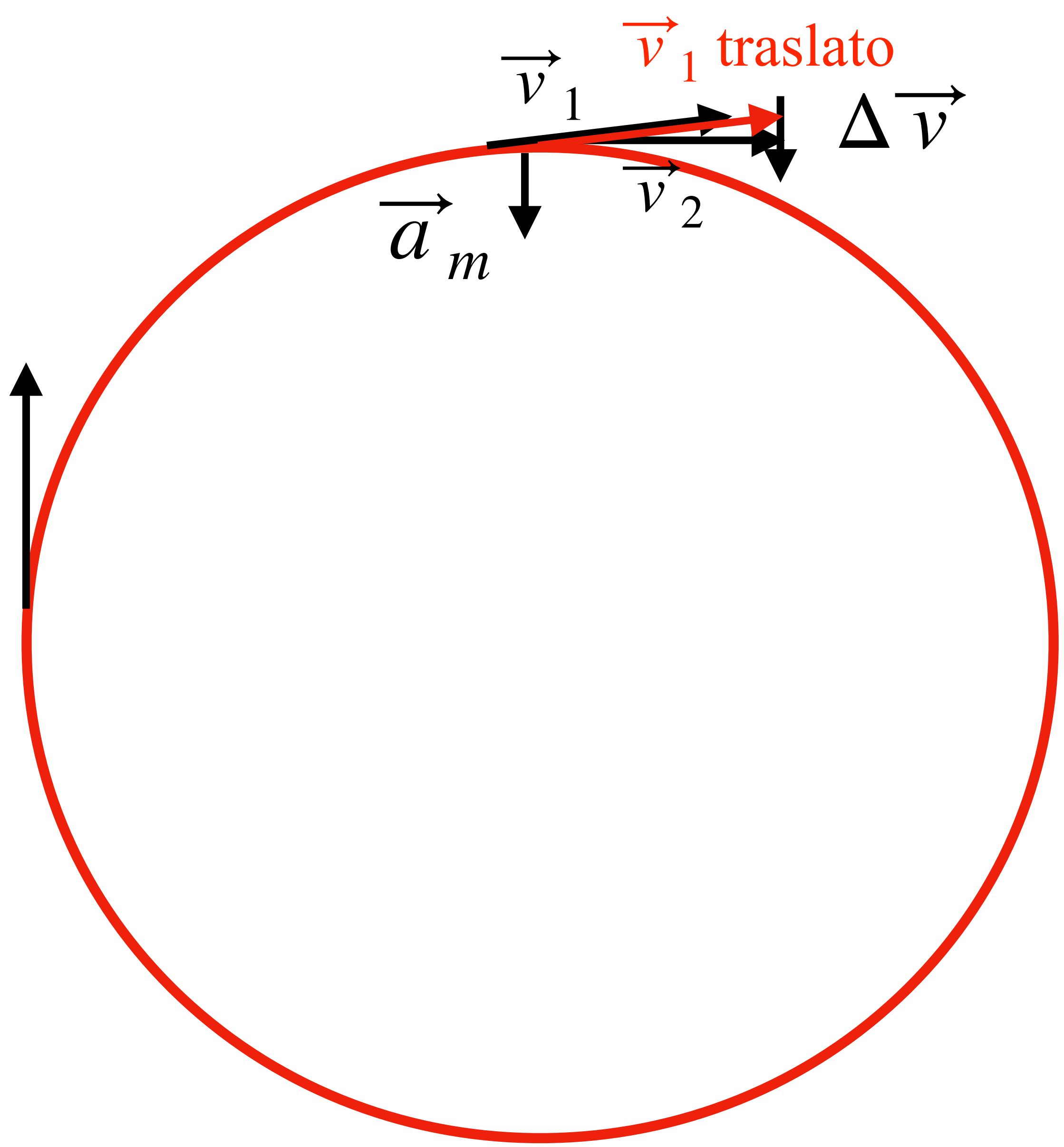
$$\overrightarrow{a}_m = \frac{\Delta \overrightarrow{v}}{\Delta t}$$



Cosa succede nel moto circolare uniforme?

Modulo costante: $v_1 = v_2$

Direzione e verso variabili: $\vec{v}_1 \neq \vec{v}_2$



La variazione di velocita' $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ in un intervallo Δt definisce l'accelerazione media

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

il cui limite per $\Delta t \to 0$ ci restituisce l'accelerazione e istantanea

$$\lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$$

la cui direzione, come si vede dalla figura, tende a orientarsi verso il centro.

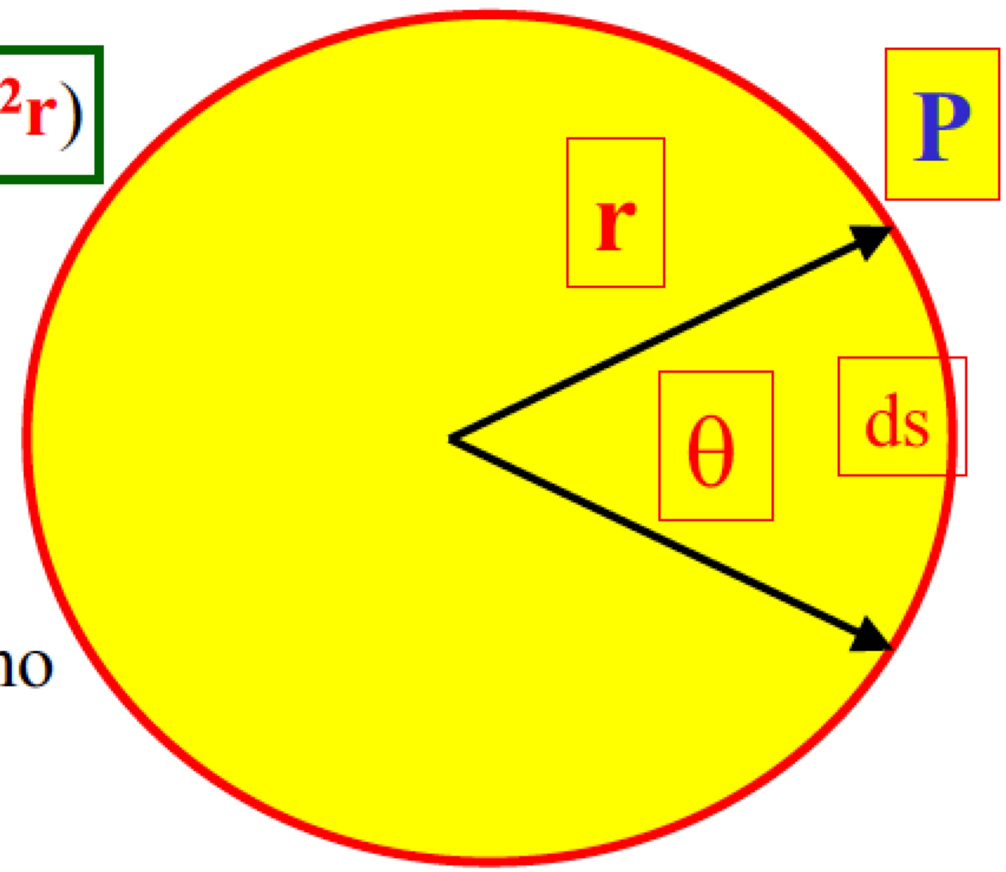
Per questo motivo l'accelerazione **tangenziale** (nella direzione della velocita' costante) e' nulla, mentre e non nulla l'accelerazione **centripeta**, ossia quella diretta verso il centro della circonferenza, causata dalla variazione della direzione e verso della velocita'.

Velocità angolare

Senza dimostrazione

Si definisce **velocità angolare** la quantità $\omega = d\theta/dt$ [misurata in rad/s].
Poichè $ds = rd\theta$, e la velocità sull'arco di circonferenza è data da $v = ds/dt$, il legame tra velocità angolare e velocità tangenziale è:

$$\boxed{v = rd\theta/dt = \omega r \qquad (\text{da cui } a_c = \omega^2 r)}$$



Poichè r è costante in una circonferenza, il moto circolare è **uniforme se**
ω è costante.

Nel moto circolare uniforme si definiscono il periodo T (misurato in secondi)

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

definito come il tempo necessario a una particella per percorrere un cammino chiuso esattamente una volta, e la frequenza $\upsilon = 1/T$ (misurata in s^{-1} = Hz).

Moto circolare uniforme: dimostrazione

Ricorda: il vettore posizione si può esprimere come somma delle sue componenti

$$\vec{r} = x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}},$$

Per esempio in 2D: $$\vec{r}(t) = x(t)\hat{\mathrm{i}} + y(t)\hat{\mathrm{j}}.$$

Analogamente per la velocità

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}(x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}}) = \frac{dx}{dt}\hat{\mathrm{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathrm{j}} + \frac{dz}{dt}\hat{\mathrm{k}}$$

Ovvero

$$\vec{v} = v_x\hat{\mathrm{i}} + v_y\hat{\mathrm{j}} + v_z\hat{\mathrm{k}}. \qquad v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad \text{and} \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

E l'accelerazione

$$\vec{a} = a_x\hat{\mathrm{i}} + a_y\hat{\mathrm{j}} + a_z\hat{\mathrm{k}}, \qquad a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad \text{and} \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}.$$

Qualche richiamo di Matematica

Consideriamo due funzioni reali di variabile reale $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e chiamiamole $y = f(x),\ \ z = g(y)$. Sia poi $z = h(x) = g(f(x))$ la loro composizione.

Vale allora

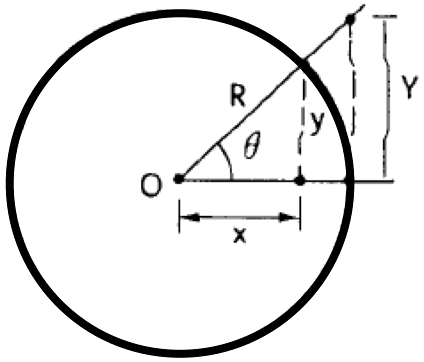
$$\frac{d}{dx}h(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

In parole povere, la derivata della funzione composta h(x)=g(f(x)) è data dalla derivata della funzione più esterna, *con argomento invariato*, moltiplicata per la derivata della funzione più interna. Con funzione più esterna si intende l'ultima funzione che si applica nella composizione (per noi la g) mentre la più interna è la prima che si applica (f).

Moto circolare uniforme: dimostrazione

Qual'e' il vettore posizione? $\vec{r} = x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}}$

Ricordiamo lezione 1



2. **Funzioni trigonometriche**

$y = R \operatorname{sen}\theta$

$x = R\cos\theta$

$Y = R\operatorname{tg}\theta$

$y = x\operatorname{tg}\theta$

dove quindi

$x(t) = R\cos\theta(t)$

$y(t) = R\sin\theta(t)$

$\vec{r}(t) = x(t)\hat{\mathrm{i}} + y(t)\hat{\mathrm{j}}.$

nota chi dipende da *t*

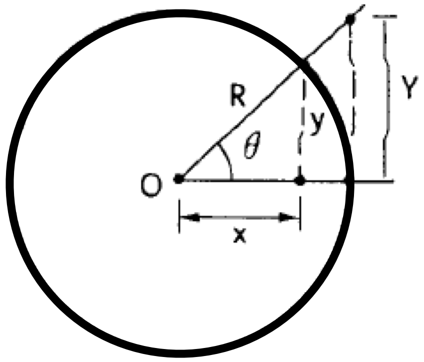
ovvero $\vec{r} = (R\cos\theta(t))\ \hat{\mathrm{i}} + (R\sin\theta(t))\ \hat{\mathrm{j}}$

Moto circolare uniforme: dimostrazione

Qual'e' il vettore posizione? $\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$

Ricordiamo lezione 2

dove quindi



2. **Funzioni trigonometriche**

$y = R \operatorname{sen} \theta$

$x = R \cos \theta$

$Y = R \operatorname{tg} \theta$

$y = x \operatorname{tg} \theta$

$x(t) = R\cos\theta(t)$

$y(t) = R\sin\theta(t)$

$\vec{r}(t) = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath}.$

nota chi dipende da *t*

ovvero $\vec{r} = (R\cos\theta(t))\ \hat{\imath} + (R\sin\theta(t))\ \hat{\jmath}$

Calcoliamo la velocità $\vec{v} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$ tramite le sue componenti $v_x = \dfrac{dx}{dt}, \quad v_y = \dfrac{dy}{dt}.$

$v_x(t) = dx/dt = -R\sin\theta(t)\cdot d\theta/dt = -R\omega\sin\theta(t)$

$v_y(t) = dy/dt = R\cos\theta(t)\cdot d\theta/dt = R\omega\cos\theta(t)$

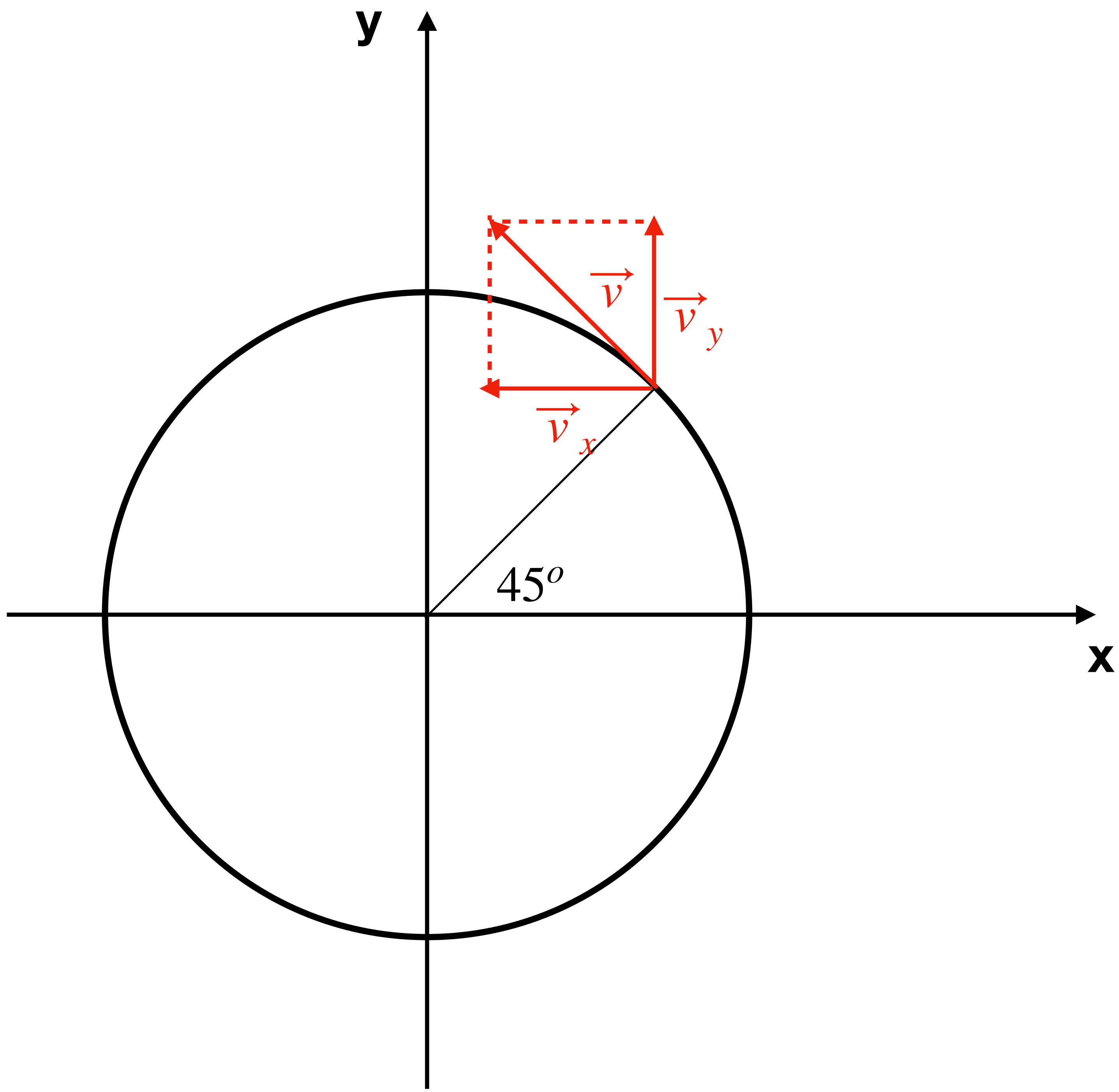
dove $\omega = d\theta/dt$ e' costante per *def*

Il modulo della velocita' e' chiaramente $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = R\omega$

Com'e' orientata? Consideriamo il caso semplice del punto che ad un certo tempo si trova a $\theta = 45^o$

$v_x = -\sqrt{2}/2\ R\omega$ e $v_y = \sqrt{2}/2\ R\omega$ ossia si trova nel primo quadrante con direzione tangenziale alla circonferenza (vedi esercizio di comprensione fatto in precedenza)

Moto circolare uniforme: dimostrazione



Moto circolare uniforme: dimostrazione

A questo punto possiamo calcolare l'accelerazione tramite le sue componenti

come deve essere orientata?

Moto circolare uniforme: dimostrazione

A questo punto possiamo calcolare l'accelerazione tramite le sue componenti

$$a_x(t) = dv_x/dt = d(-R\omega \sin\theta(t))/dt = -R\omega^2 \cos\theta$$

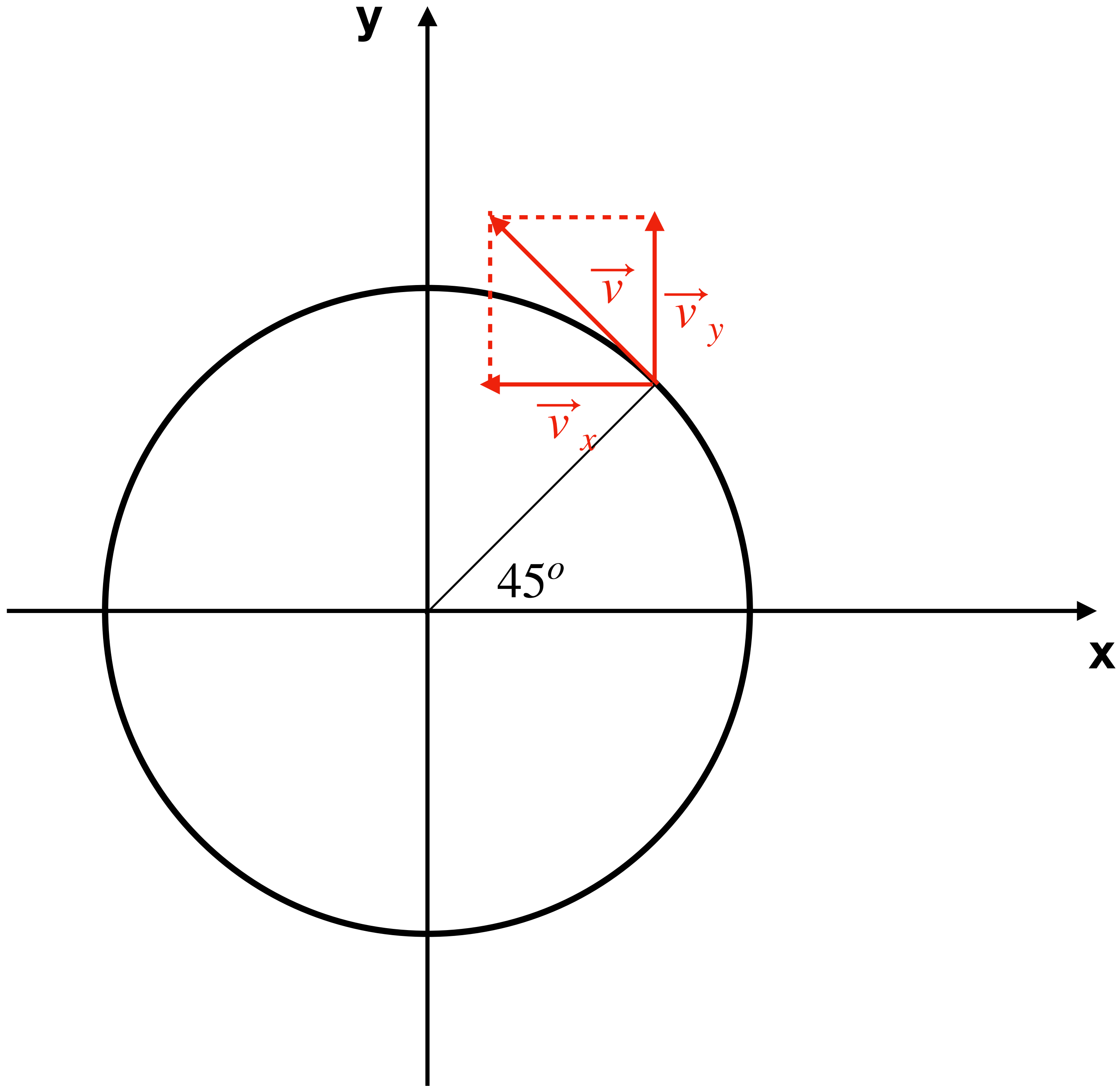
$$a_y(t) = dv_y/dt = d(R\omega \cos\theta(t))/dt = -R\omega^2 \sin\theta$$

il cui modulo e' $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = R\omega^2$

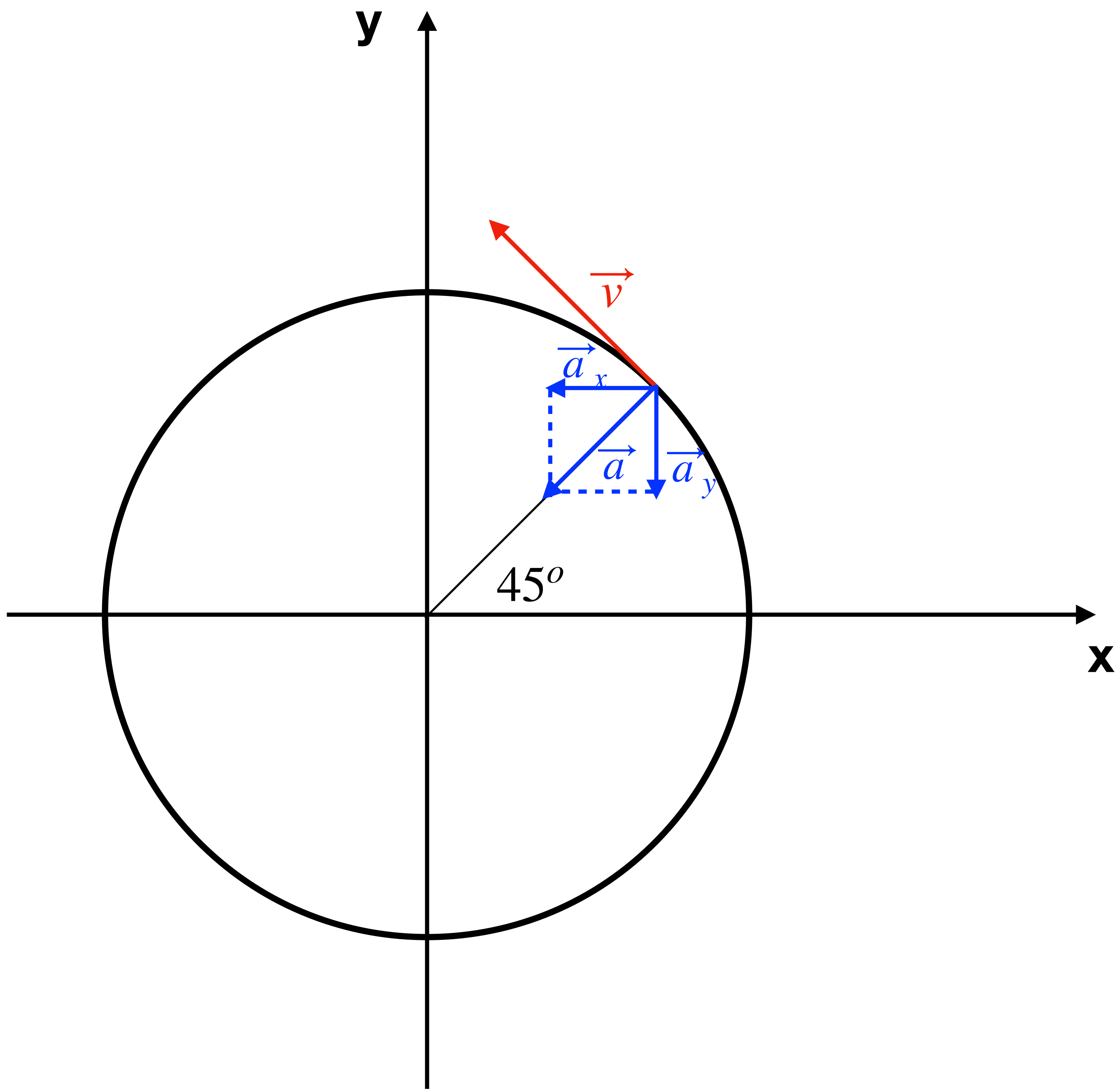
e il cui verso e' sempre orientato verso il centro con direzione passante per il centro.

Vediamo di nuovo il caso di $\theta = 45^o$

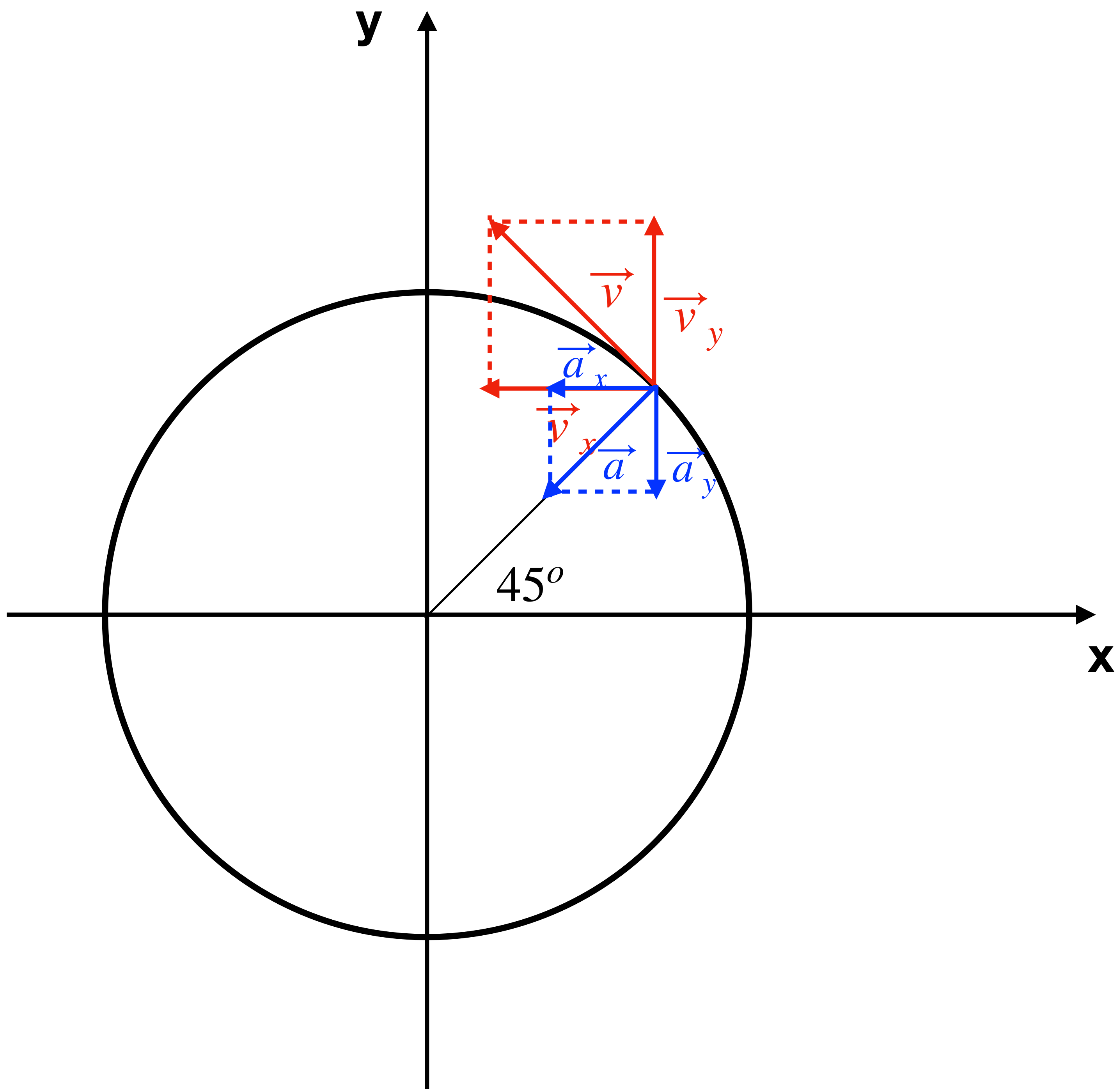
Moto circolare uniforme: dimostrazione



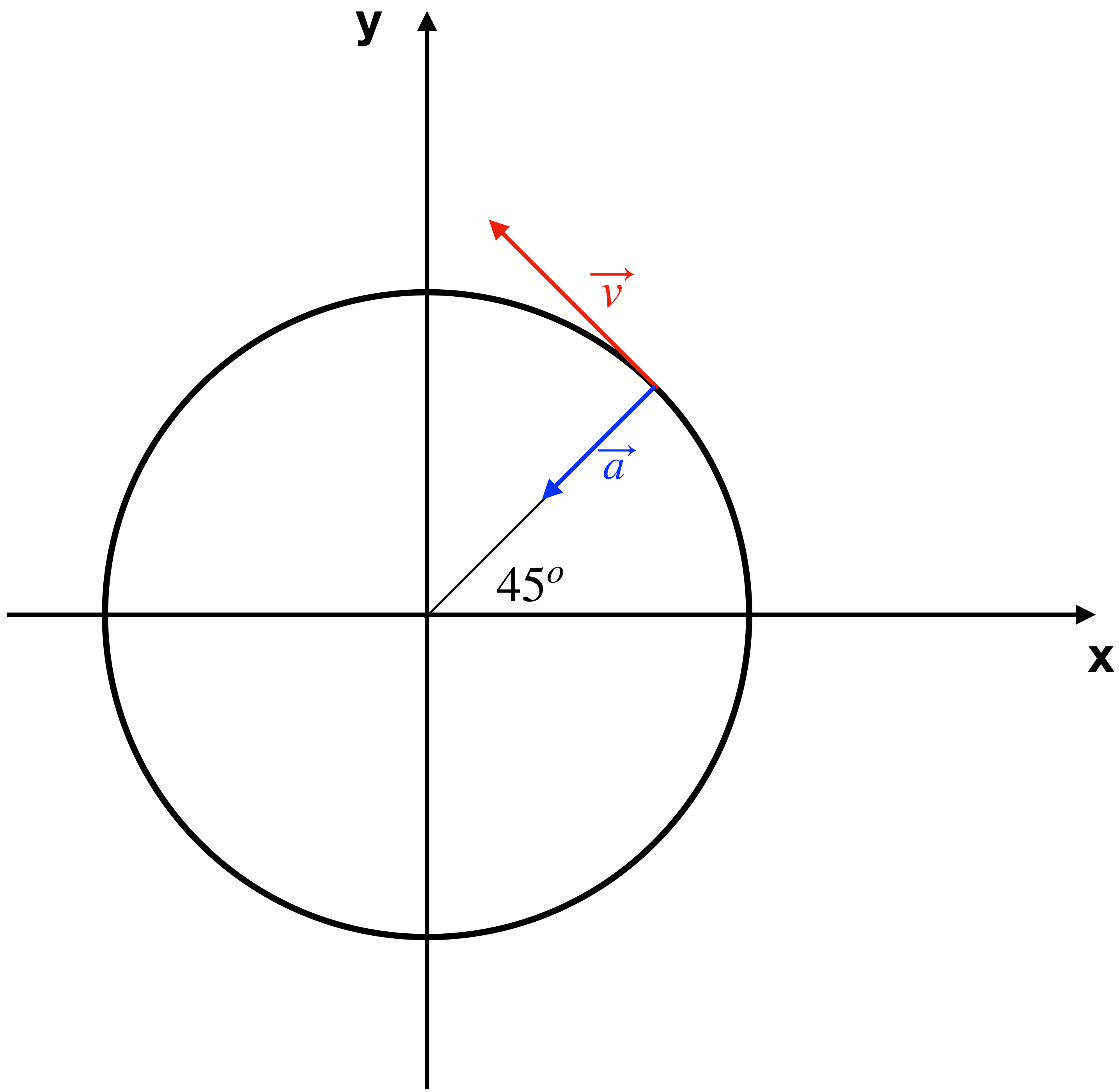
Moto circolare uniforme: dimostrazione



Moto circolare uniforme: dimostrazione



Moto circolare uniforme: dimostrazione

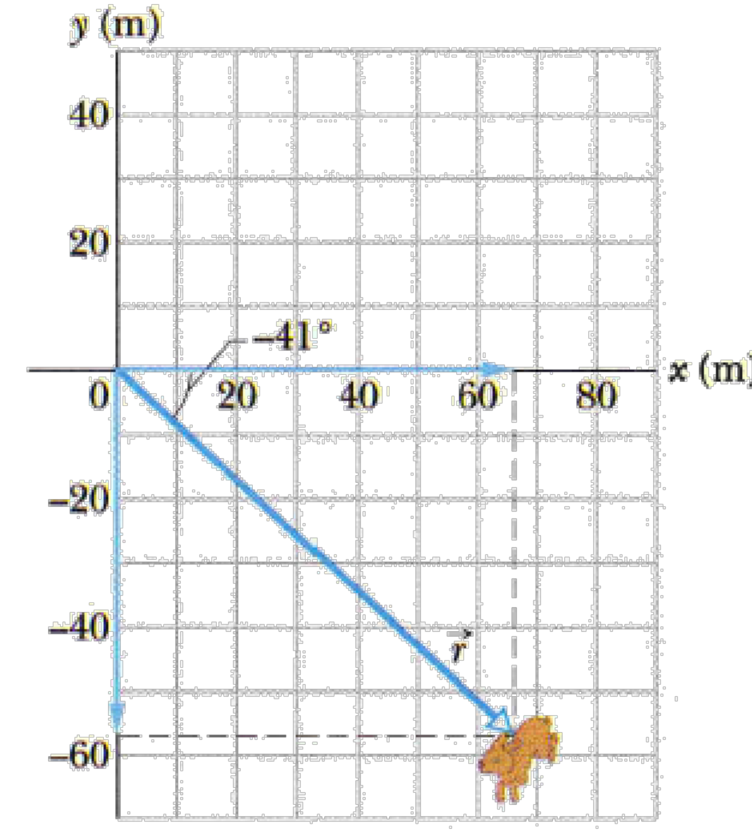


Qualche esempio di traiettoria

L'equazione del moto di un coniglio che corre in un prato è data da

$$x = -0.31t^2 + 7.2t + 28$$
$$y = 0.22t^2 - 9.1t + 30.$$

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{\mathrm{i}} + y(t)\hat{\mathrm{j}}.$$



(a)

Come si calcola la traiettoria?
Il moto è in 2 dimensioni, quindi si deriva per ogni tempo t la posizione attraverso le due componenti nel piano.

Qual'è per esempio il vettore posizione a t=15s?

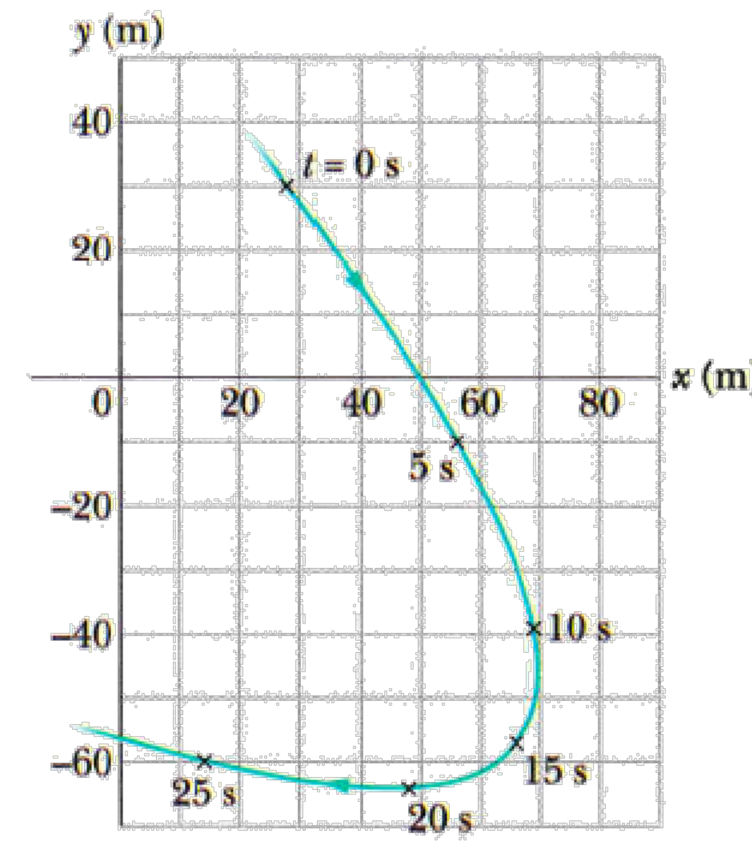
$$x = (-0.31)(15)^2 + (7.2)(15) + 28 = 66 \text{ m}$$
$$y = (0.22)(15)^2 - (9.1)(15) + 30 = -57 \text{ m},$$

$$\vec{r} = (66 \text{ m})\hat{\mathrm{i}} - (57 \text{ m})\hat{\mathrm{j}},$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66 \text{ m})^2 + (-57 \text{ m})^2}$$
$$= 87 \text{ m},$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} = \tan^{-1}\left(\frac{-57 \text{ m}}{66 \text{ m}}\right) = -41°$$

Nota: $\tan^{-1} A = \arctan A$



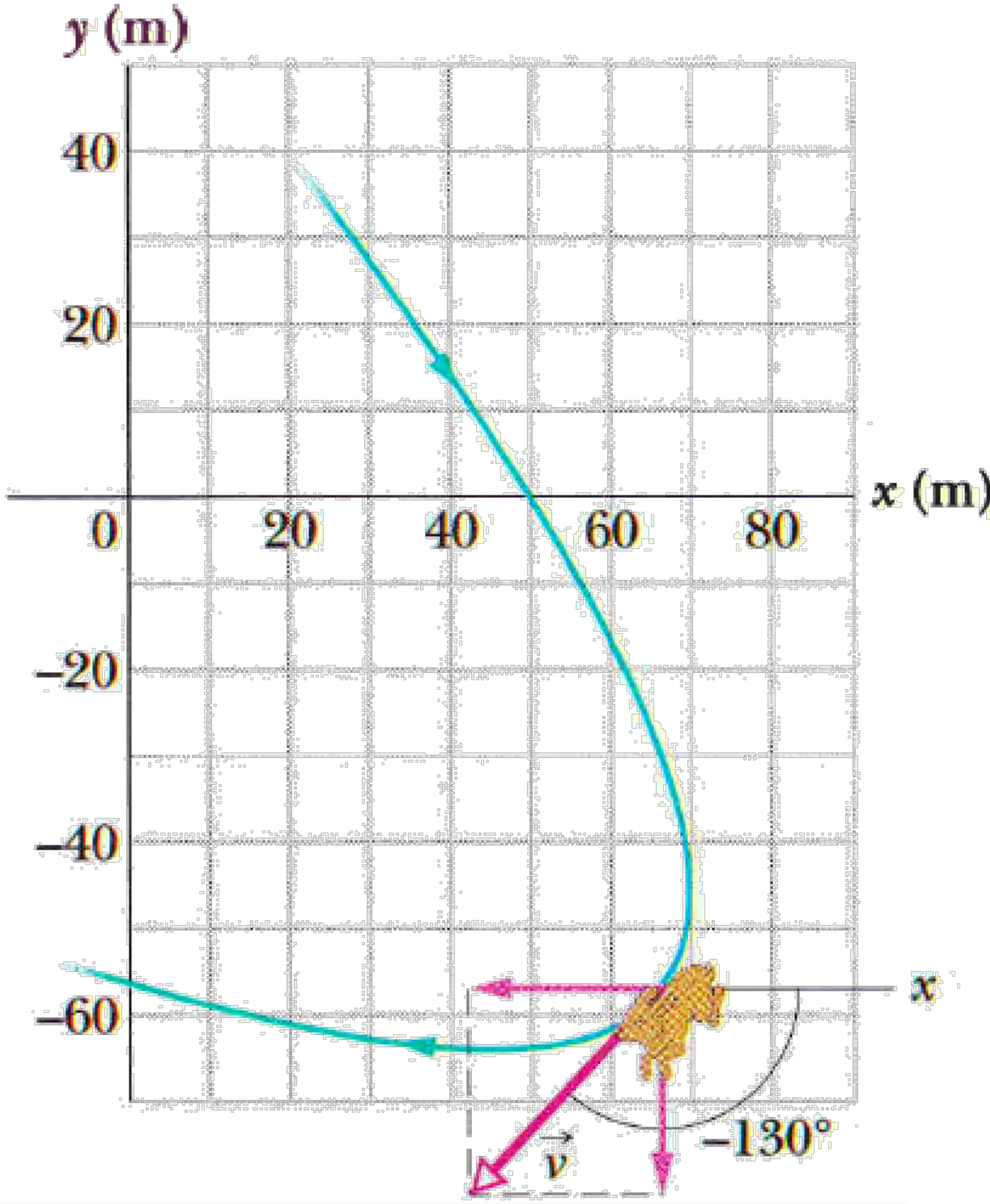
(b)

Qualche esempio di traiettoria

Derivare la velocità del coniglio

$$\vec{v} = v_x\hat{\mathrm{i}} + v_y\hat{\mathrm{j}}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt},$$



$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0.31t^2 + 7.2t + 28)$$
$$= -0.62t + 7.2.$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(0.22t^2 - 9.1t + 30)$$
$$= 0.44t - 9.1.$$

Qual'è la velocità a t=15s?

$$\vec{v} = (-2.1\ \mathrm{m/s})\hat{\mathrm{i}} + (-2.5\ \mathrm{m/s})\hat{\mathrm{j}}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2.1\ \mathrm{m/s})^2 + (-2.5\ \mathrm{m/s})^2}$$
$$= 3.3\ \mathrm{m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{v_y}{v_x} = \tan^{-1}\left(\frac{-2.5\ \mathrm{m/s}}{-2.1\ \mathrm{m/s}}\right)$$
$$= \tan^{-1}1.19 = -130°.$$

Com'e' diretta la velocita' in funzione del tempo?

Qualche esempio di traiettoria

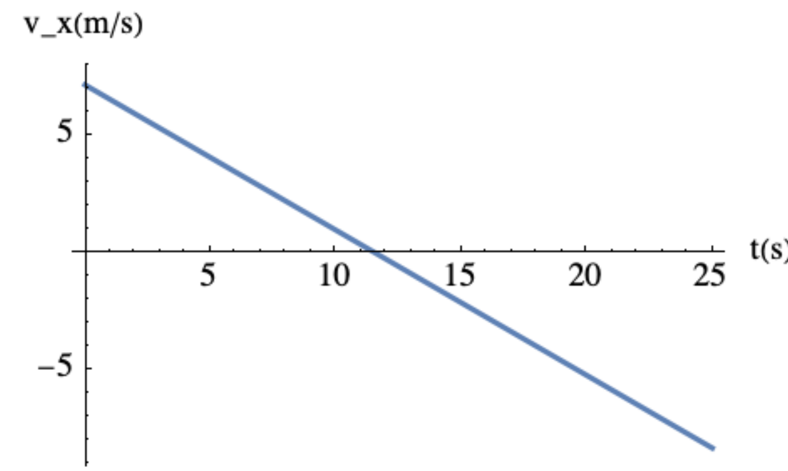
Derivare la velocità del coniglio

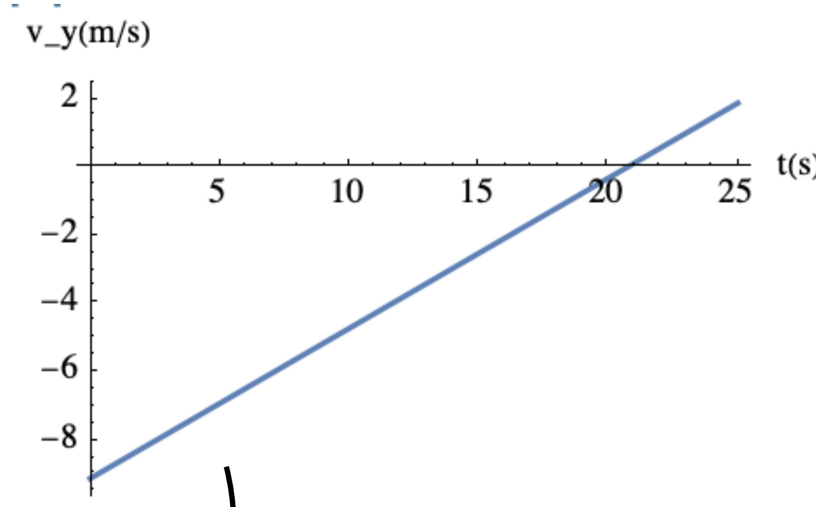
$$\vec{v} = v_x\hat{\mathrm{i}} + v_y\hat{\mathrm{j}}$$

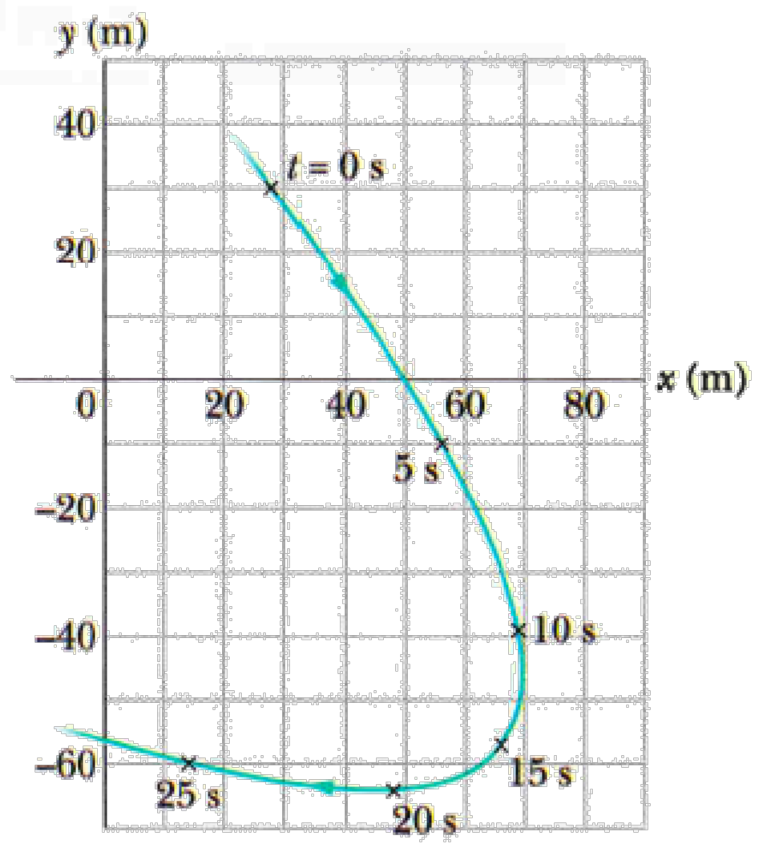
$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt},$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0.31t^2 + 7.2t + 28)$$
$$= -0.62t + 7.2.$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(0.22t^2 - 9.1t + 30)$$
$$= 0.44t - 9.1.$$







(b)

Come si interpreta la traiettoria?

Qualche esempio di traiettoria

Infine l'accelerazione

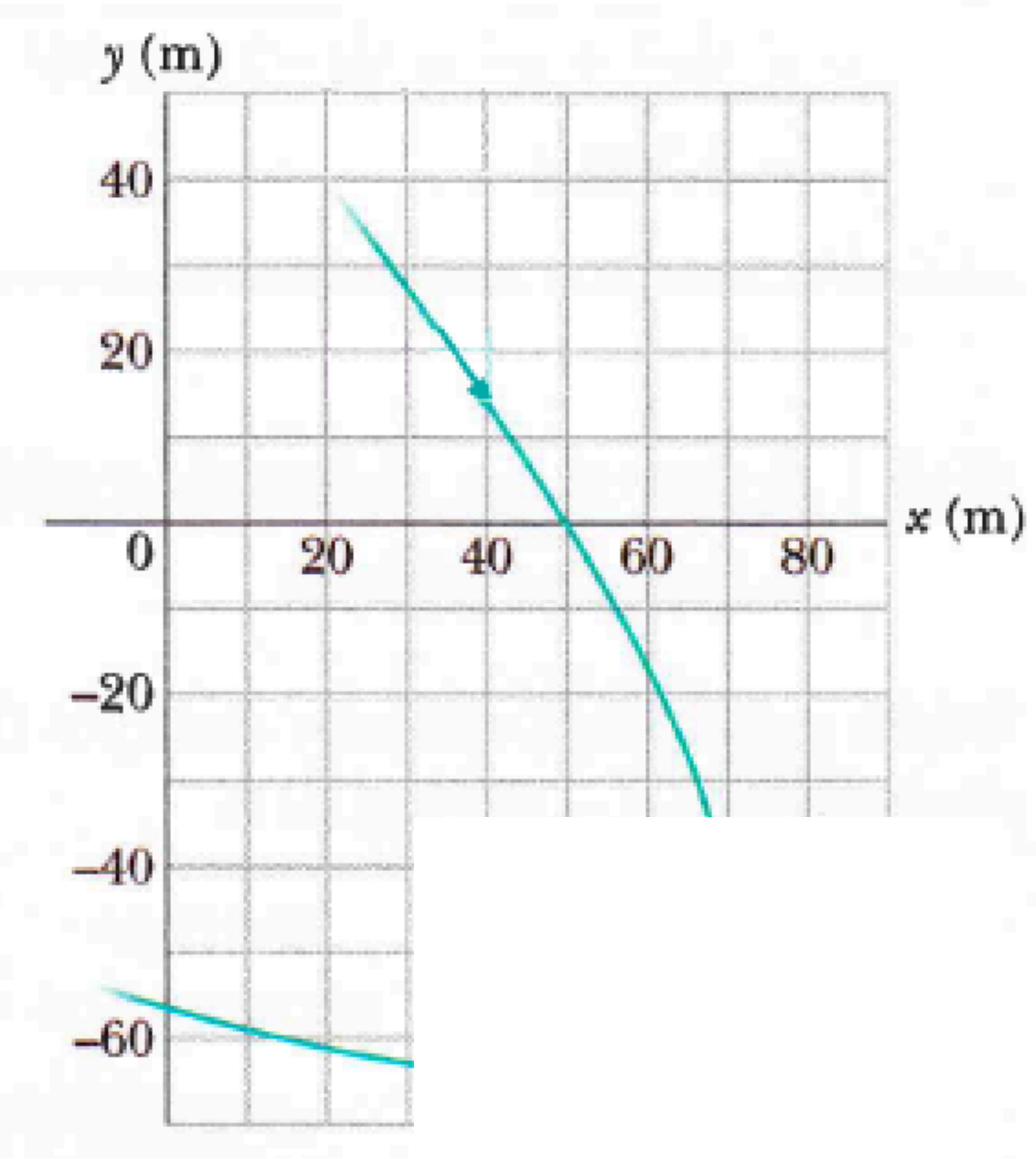
$$\vec{a} = a_x\hat{\mathrm{i}} + a_y\hat{\mathrm{j}}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt},$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(-0.62t + 7.2) = -0.62 \text{ m/s}^2.$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt}(0.44t - 9.1) = 0.44 \text{ m/s}^2.$$

$$\vec{a} = (-0.62 \text{ m/s}^2)\hat{\mathrm{i}} + (0.44 \text{ m/s}^2)\hat{\mathrm{j}}$$



Qual'è l'accelerazione a t=15s? e a t=30s? e a t=60s?

Qualche esempio di traiettoria

Infine l'accelerazione

$$\vec{a} = a_x\hat{\mathrm{i}} + a_y\hat{\mathrm{j}}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt},$$

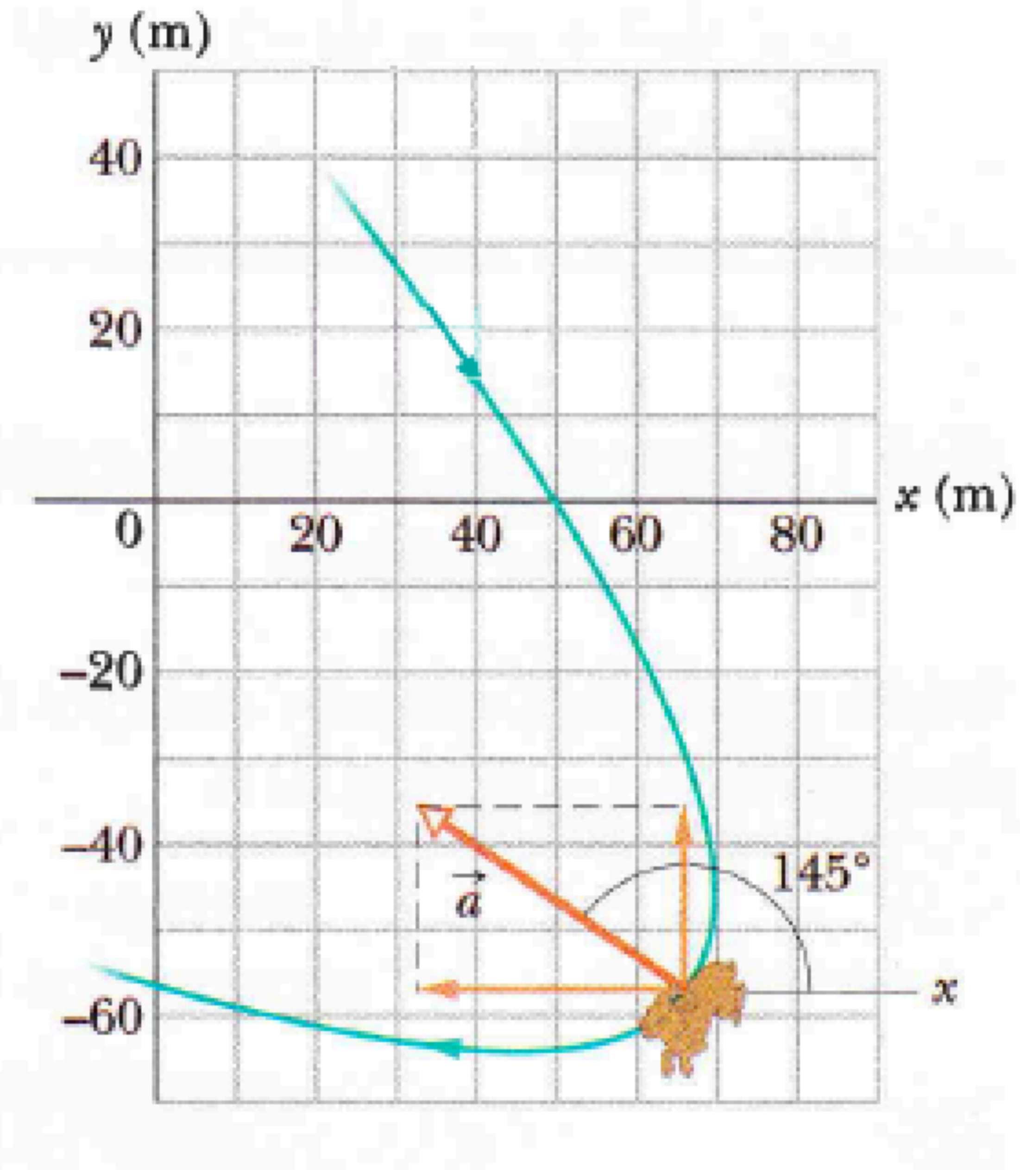
$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(-0.62t + 7.2) = -0.62 \text{ m/s}^2.$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt}(0.44t - 9.1) = 0.44 \text{ m/s}^2.$$

$$\vec{a} = (-0.62 \text{ m/s}^2)\hat{\mathrm{i}} + (0.44 \text{ m/s}^2)\hat{\mathrm{j}}$$

Qual'è l'accelerazione a t=15s? e a t=30s? e a t=60s?

L'accelerazione è costante in modulo e direzione...



$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0.62 \text{ m/s}^2)^2 + (0.44 \text{ m/s}^2)^2} = 0.76 \text{ m/s}^2.$$

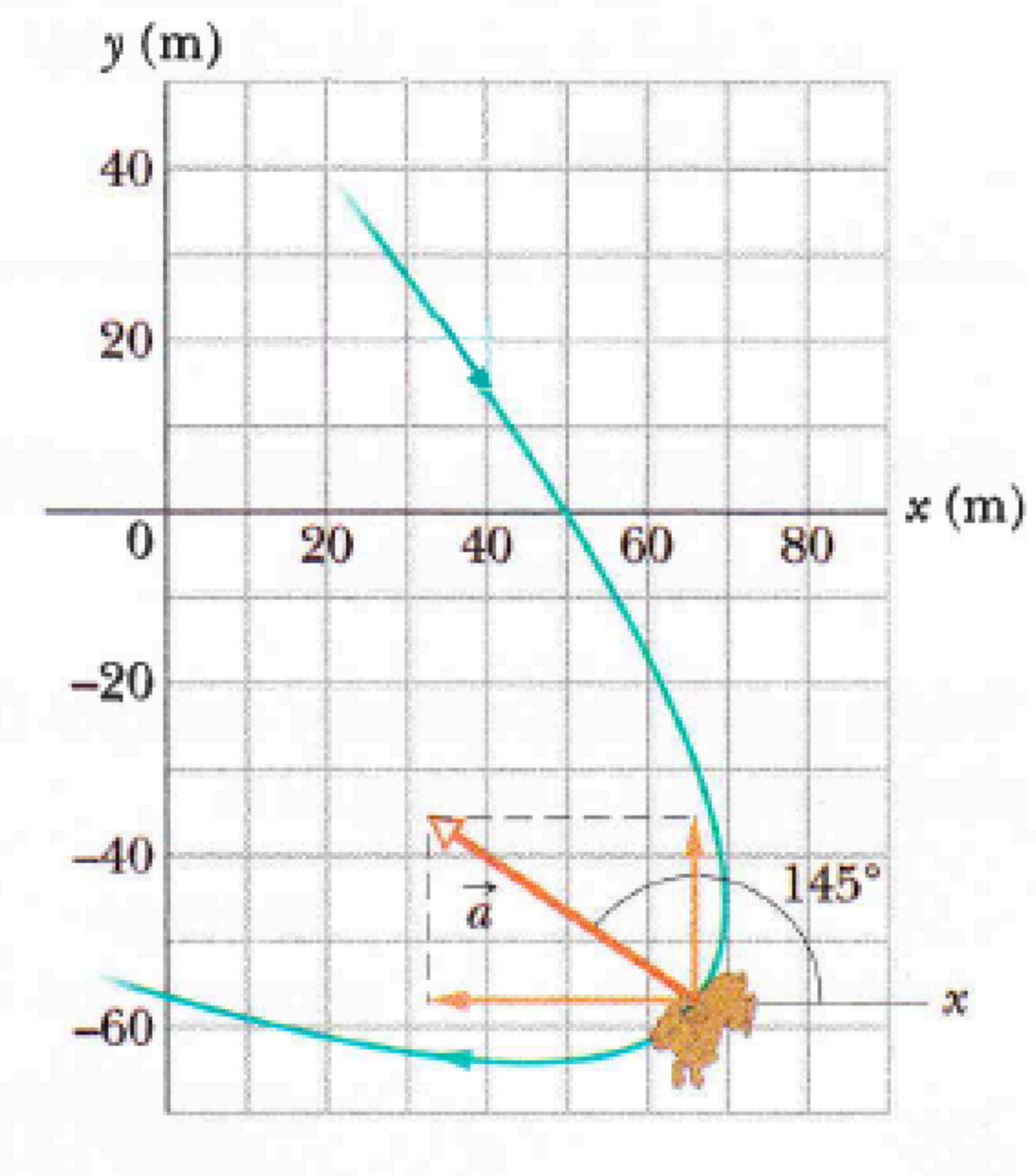
$$\theta = \tan^{-1}\frac{a_y}{a_x} = \tan^{-1}\left(\frac{0.44 \text{ m/s}^2}{-0.62 \text{ m/s}^2}\right) = -35°$$

Qualche esempio di traiettoria

Infine l'accelerazione

$$\vec{a} = a_x\hat{\mathrm{i}} + a_y\hat{\mathrm{j}}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt},$$



$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(-0.62t + 7.2) = -0.62 \text{ m/s}^2.$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt}(0.44t - 9.1) = 0.44 \text{ m/s}^2.$$

$$\vec{a} = (-0.62 \text{ m/s}^2)\hat{\mathrm{i}} + (0.44 \text{ m/s}^2)\hat{\mathrm{j}}$$

Qual'è l'accelerazione a t=15s? e a t=30s? e a t=60s?

L'accelerazione è costante in modulo e direzione...

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0.62 \text{ m/s}^2)^2 + (0.44 \text{ m/s}^2)^2} = 0.76 \text{ m/s}^2.$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{a_y}{a_x} = \tan^{-1}\left(\frac{0.44 \text{ m/s}^2}{-0.62 \text{ m/s}^2}\right) = -35°$$

oppure $\quad -35° + 180° = 145° \quad$??

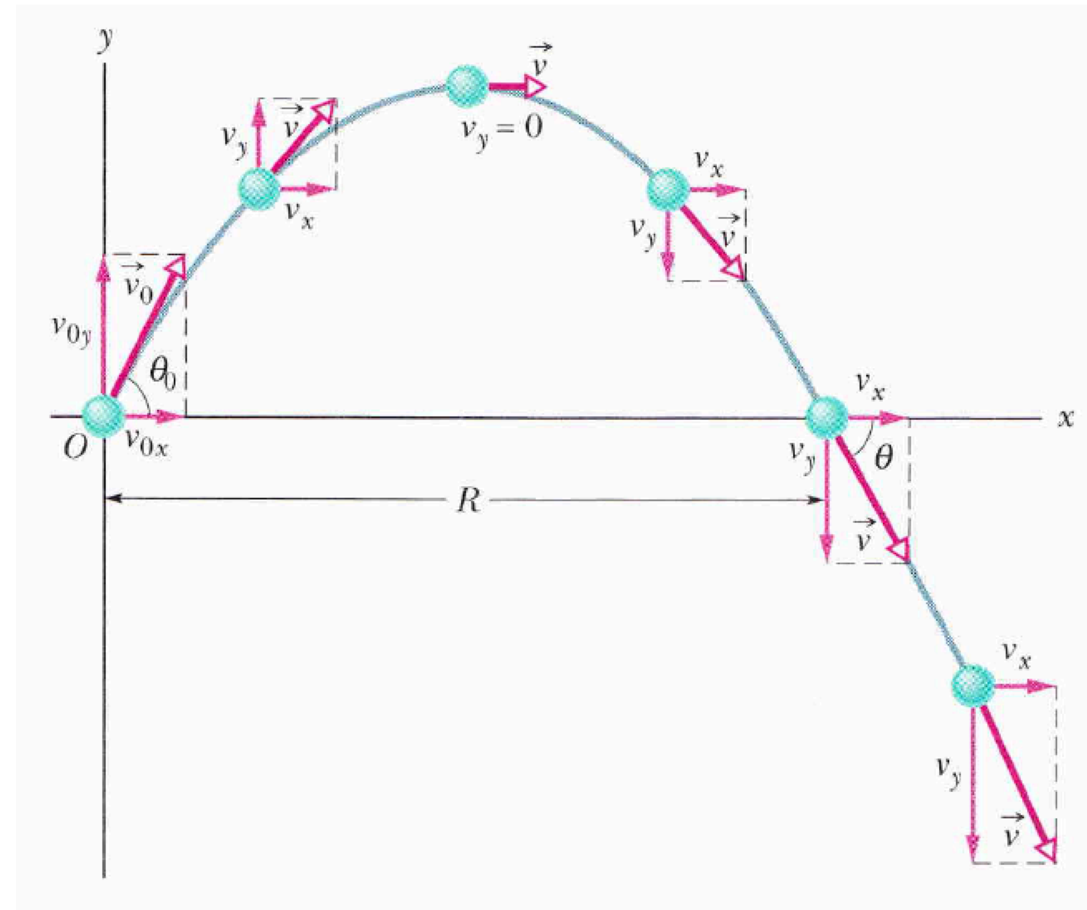
Moto parabolico

E' il moto del proiettile sparato con velocità iniziale

$$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{\mathrm{i}} + v_{0y}\hat{\mathrm{j}}$$

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 \quad \text{and} \quad v_{0y} = v_0 \sin\theta_0.$$

e soggetto alla sola accelerazione gravitazionale.



Il moto può essere scomposto lungo le due direzioni ortogonali x e y, dove risulta essere

- **moto rettilineo e uniforme** lungo l'asse x
- **moto uniformemente accelerato** lungo l'asse y.

Le equazioni del moto lungo i due assi sono (fissiamo $t_0 = 0$)

$$x - x_0 = (v_0 \cos\theta_0)t.$$

$$y - y_0 = v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2 = (v_0 \sin\theta_0)t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

Eq. 1

Ricordando

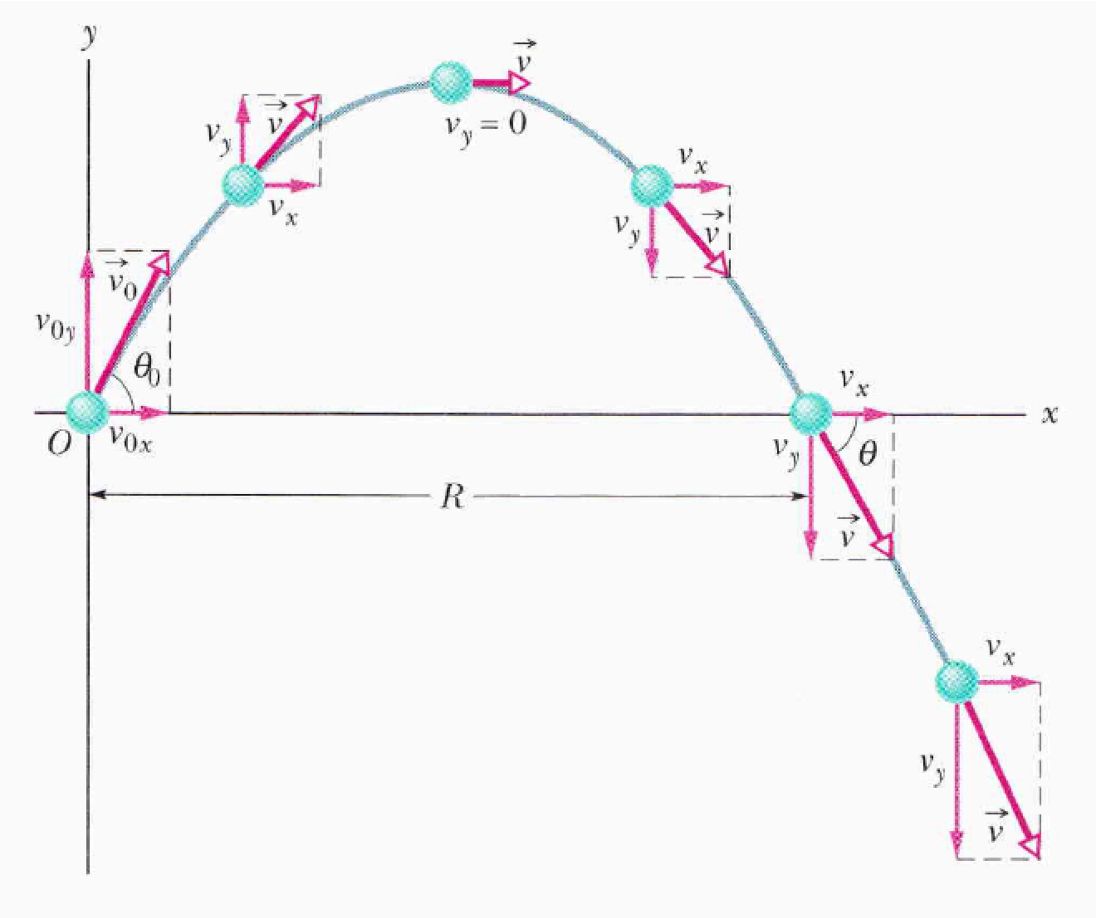
Equazioni del moto ad accelerazione costante[a]

Equazione	Grandezza mancante
$v = v_0 + at$	$x - x_0$
$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	v
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	t
$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	a
$x - x_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$	v_0

[a] Prima di utilizzare le equazioni di questa tabella occorre assicurarsi che l'accelerazione sia effettivamente costante.

Moto parabolico

Lungo l'asse y valgono anche le relazioni del moto **uniformemente accelerato** per la componente della velocità lungo questo asse



$$v = v_0 + at$$

$$v_y = v_0 \sin \theta_0 - gt$$

$$v_y^2 = (v_0 \sin \theta_0)^2 - 2g(y - y_0)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

Gittata

Dall'eq. 1 ponendo $x - x_0 = R$ e $y - y_0 = 0$ si ottiene

$$R = (v_0 \cos \theta_0)t$$

$$0 = (v_0 \sin \theta_0)t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

da cui

$$R = \frac{2v_0^2}{g} \sin \theta_0 \cos \theta_0$$

e ricordando che $2\theta_0 = 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0$ la **gittata** diventa

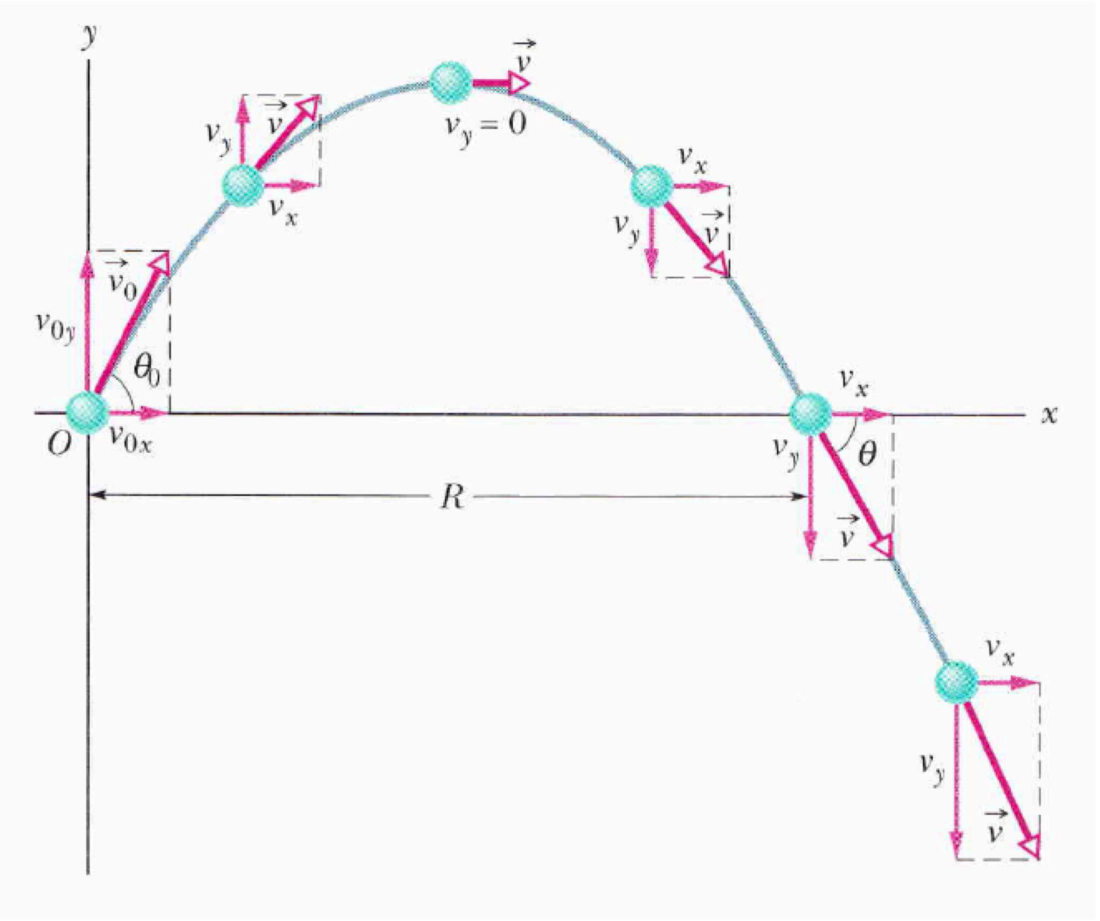
$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0.$$

Quando si ottiene la gittata massima?

Moto parabolico

Eliminando il tempo nelle eq. 1 (ossia ricavando il tempo nella prima e sostituendo nella seconda) si ottiene l'equazione della traiettoria

$$y = (\tan \theta_0)x - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos \theta_0)^2}$$



1) quando si ottiene l'altezza massima? e quanto vale?

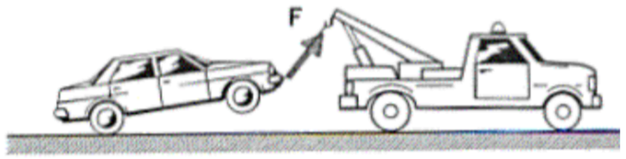
2) quanto tempo impiega per colpire un bersaglio a terra?

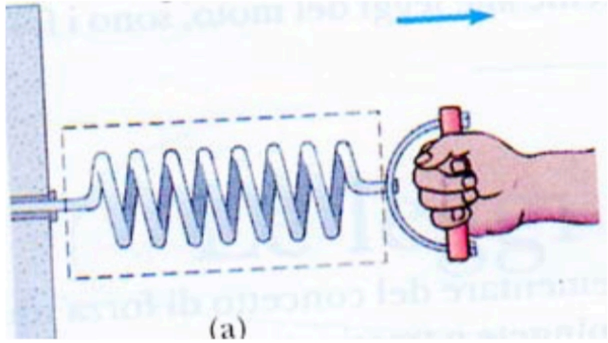
3) quanto tempo per un bersaglio all'altezza massima?

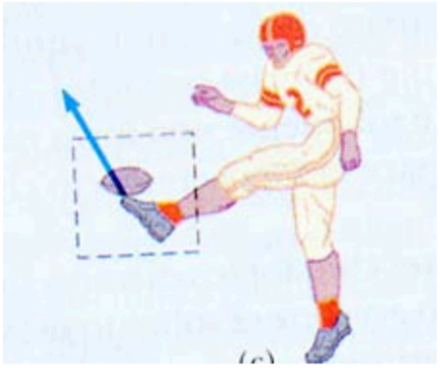
Dinamica

[studio delle cause del moto: forze]

Il termine **forza** nel senso comune indica una **trazione** o una **spinta**





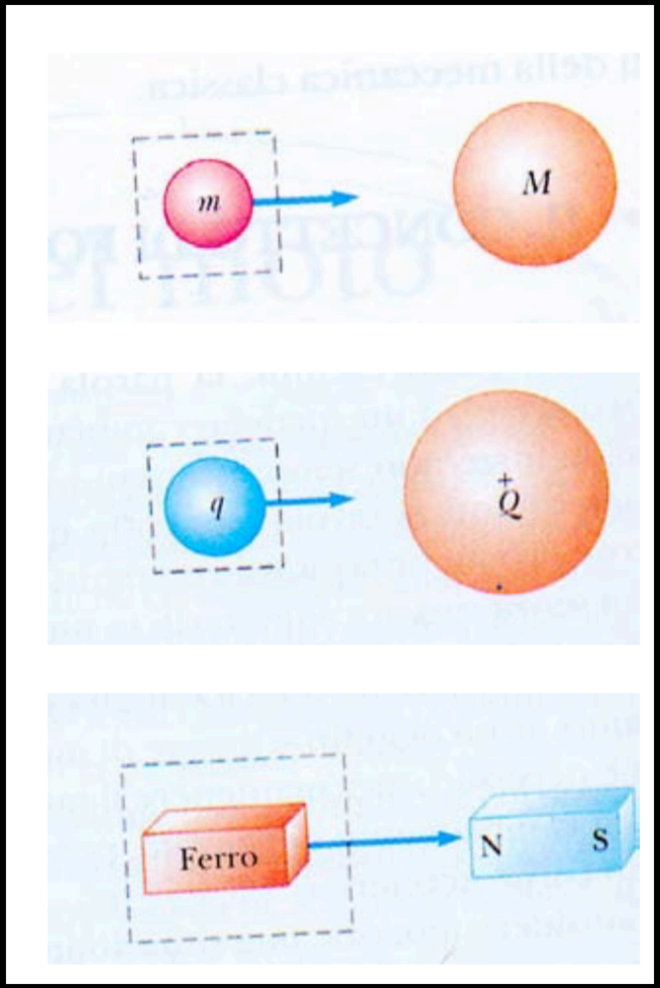


La forza è una grandezza **vettoriale**:
una trazione o spinta ha sempre

forze di **contatto**: esprimono risultato di **contatto fisico** tra corpi

forze a **distanza**: agiscono attraverso lo **spazio vuoto**

[campi di forze]



forza **gravitazionale**

forza **elettrica**

forza **magnetica**

Forze in natura

In natura esistono **4 forze fondamentali** con cui è possibile descrivere tutti i fenomeni naturali noti:

- **gravitazionale** … è responsabile di tutti i fenomeni astronomici
  è la forza che percepiamo nel modo più immediato

$$\vec{F} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r}$$

[… legge di **gravitazione universale** di Newton]

- **elettromagnetica** … lega gli elettroni al nucleo
  è responsabile dei fenomeni elettrici e magnetici

[… **equazioni di Maxwell**]

- **nucleare forte** … lega i mattoni elementari della materia
  mantiene unite le particelle
  impedisce ai nuclei di disintegrarsi per repulsione fra protoni

[… la forma esplicita completa è tuttora ignota]

- **nucleare debole** … assicura produzione di luce e calore per fusione nucleare
  è responsabile dei decadimenti radioattivi.

[… La forma esplicita non è completamente nota]

Qualsiasi altra forza deriva da queste quattro

Forza peso $\vec{F} = -mg\ \hat{j}$ $g = 9.8\ m/s^2$

Forza di attrito $\vec{F} = k\vec{N}$

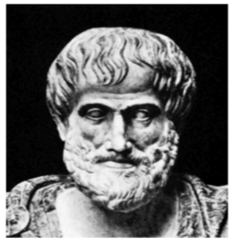
Forza viscosa $\vec{F} = -k_0\vec{v}$

Forza elettrostatica $\vec{F} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\ \hat{r}$

Forza di Lorentz $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$

se la forza è una **quantità reale** deve essere **misurabile**

⟹ deve indurre **effetti** che possono essere **quantificati**



ARISTOTELE

(384 a.C.-322 a.C.) filosofo e scienziato greco. È considerato uno dei filosofi più influenti di tutti i tempi. Anche la sua attività in ambito scientifico fu di importanza fondamentale: in particolare egli studiò le basi del ragionamento logico.

2. IL PRIMO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

La forza dipende dalla velocità?

A prima vista sembrerebbe di sì. La bicicletta si muove perché pedaliamo; se poi pedaliamo con maggiore intensità, andiamo più forte. L'intuizione sembra suggerire che ci sia un legame tra velocità e forza: maggiore è la forza, maggiore è la velocità.

Ne era convinto anche il filosofo greco Aristotele, che nella *Meccanica* affermava:

«*ciò che è mosso cessa di muoversi nel momento stesso in cui il motore che agisce su di esso smette di muoverlo*» (che significa, in linguaggio più moderno: «un corpo in moto si ferma, quando la forza che lo spinge smette di agire»).

Tuttavia, come capita nei romanzi gialli, si tratta di un *falso indizio*, che ha portato fuori strada l'umanità per diversi secoli.

se la forza è una **quantità reale** deve essere **misurabile**

⇒ deve indurre **effetti** che possono essere **quantificati**

1600 Newton: esperimenti concettuali

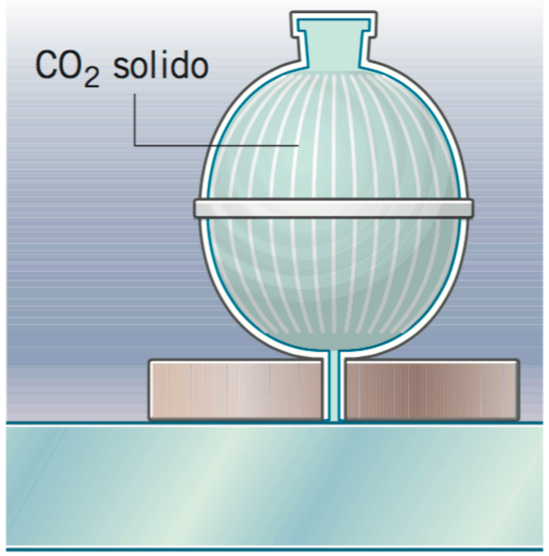
(oggetto in moto su superficie senza attrito)

⇓

non è nella natura di un oggetto fermarsi una volta che sia posto in moto

Prima legge di Newton **[legge di inerzia]**

*Un corpo rimane nel suo stato di **quiete** o nel suo stato di **moto** rettilineo a **velocità costante** se una forza risultante non nulla non lo costringe a variare il suo stato di moto*

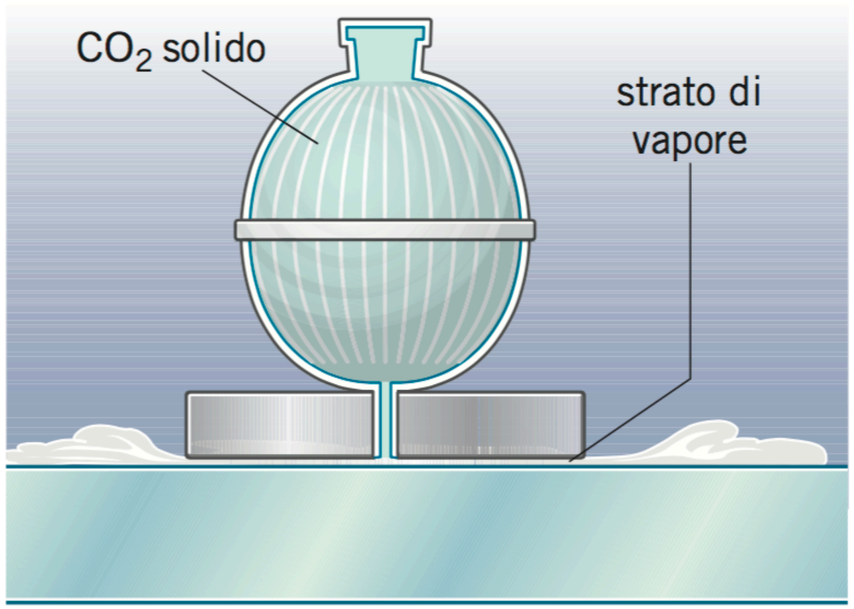


Il disco a ghiaccio secco

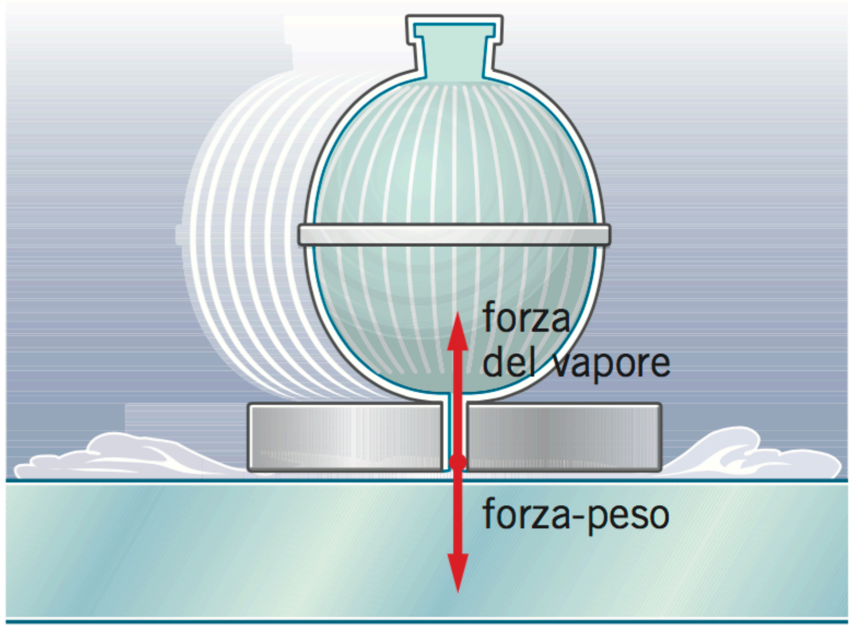
Possiamo vedere in azione il primo principio della dinamica utilizzando un opportuno apparato sperimentale.

Sopra un tavolo di vetro si muove un *disco a ghiaccio secco*. Il disco è formato da una base metallica molto liscia su cui è montato un contenitore che contiene biossido di carbonio allo stato solido (figura).

A A poco a poco il biossido di carbonio si trasforma in vapore che esce da un piccolo foro posto sotto la base del disco. Così, tra disco e vetro si viene a creare un sottile strato di vapore che elimina quasi completamente gli attriti.

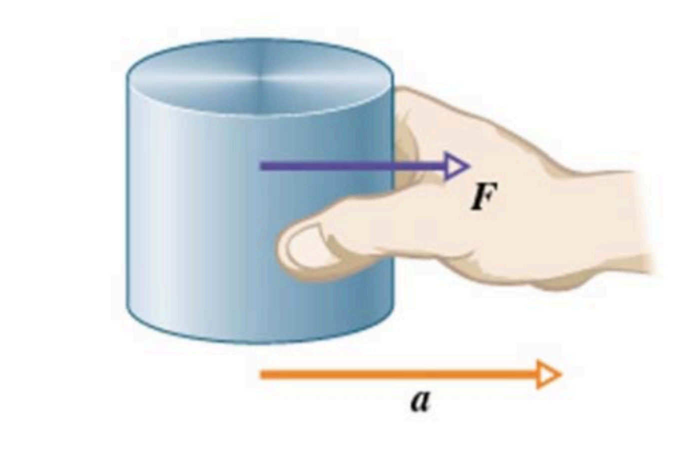


B Quando è fermo, sul disco agiscono soltanto due forze (il suo peso e la spinta verso l'alto del vapore) che si annullano. Se diamo al disco una piccola spinta, esso si muove e sembra non fermarsi mai.



- **assenza di forze** implica assenza di variazione di moto, cioè assenza di accelerazione

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \vec{a} = 0$$



una forza F applicata ad un corpo gli imprime una accelerazione

- un corpo senza accelerazione si dice in **equilibrio**

Sistemi di riferimento inerziali

La prima legge di Newton
non vale in tutti i sistemi di riferimento

*un sistema di riferimento è **inerziale** se in esso vale la prima legge di Newton*

qualunque *sistema di riferimento in* ***moto*** *con* ***velocità costante*** *rispetto ad un riferimento inerziale e anch'esso* ***inerziale***

Sistemi di riferimento **accelerati** **NON** sono inerziali

esempio:

Uno scuola-bus fa una brusca frenata e gli zaini appoggiati sul pavimento scivolano in avanti. Come mai?

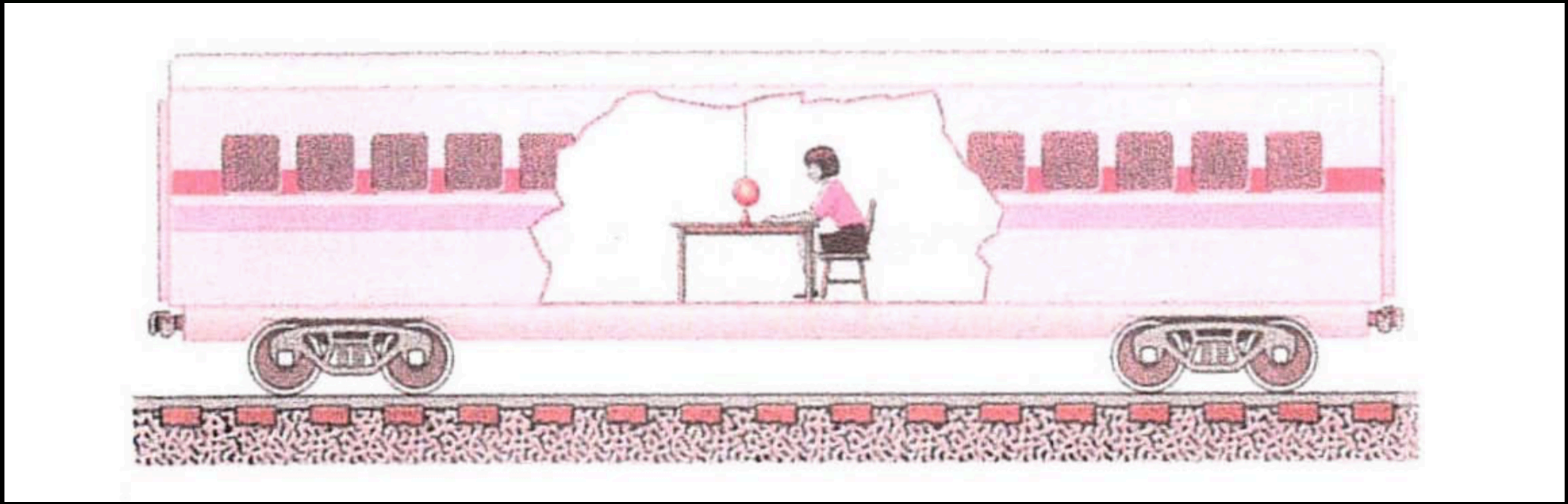
Gli zaini **continuano** il loro stato di moto:

mantengono velocità che avevano prima della frenata, anche quando l’autobus frena.

Il loro moto **NON** è causato da forze $\Rightarrow$ non vale legge di inerzia

esempio:

prove su un vagone per verificare se è un sistema inerziale



la **Terra** **NON** è un sistema inerziale

la **Terra** **NON** è un sistema inerziale

$a_c = 4.4\ 10^{-3}\ m/s^2$ accelerazione **centripeta** verso il Sole [moto attorno al sole]

$a_c = 3.37\ 10^{-2}\ m/s^2$ accelerazione **centripeta** verso il centro della terra [moto attorno all'asse terrestre]

sono **accelerazioni piccole** rispetto a **$g = 9.8\ m/s^2$**

$\Rightarrow$ si suppone che un sistema di riferimento **vicino** alla superficie terrestre sia un riferimento inerziale

principio di relatività galileiana

perché quando si viaggia in aereo sembra di muoversi lentamente?

aereo di linea:

velocità di crociera 800 km/h
atterraggio 200 km/h

è conseguenza del **principio di relatività galileiana**:

non esistono differenze fisiche avvertibili
tra un ***corpo in quiete*** *(perfettamente fermo)*
e un ***corpo che si muove****, anche a elevate velocità, con moto rettilineo uniforme (cioè a velocità e direzione costanti)*

In altre parole:

se durante un volo aereo venissero **chiusi** tutti i finestrini e si riuscisse a **isolare** la cabina dal rumore dei motori e dalle vibrazioni, non si avrebbe alcuna possibilità di capire se si è fermi o in movimento.