

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 2

Corso di laurea in Ingegneria Informatica/ Ingegneria dell'automazione

14 Luglio 2025

1. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni in \mathbb{R} :

$$f_n(x) = nxe^{-nx^2}$$

2. Studiare la natura dei punti stazionari della seguente funzione

$$f(x, y) = (y + y^3) \log(1 + x^2).$$

3. Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{x}{1 + x^2 + y^4} dx + \frac{2y^3}{1 + x^2 + y^4} dy$$

- stabilire se ω è chiusa;
- ω è esatta;
- calcolare

$$\int_{\gamma} \omega$$

dove γ è l'arco di parabola $x = y^2$ contenuta nel I quadrante e orientata nel verso delle x crescenti di estremi $(0, 0)$ e $(1, 1)$.

4. Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_D (x^2 + 4y^2 + 6x) dx dy$$

dove

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1 \right\}.$$

5. Scrivere l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y' - \frac{y}{x} = -xy^2.$$

Risolvere poi il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - \frac{y}{x} = -xy^2 \\ y(1) = 1 \end{cases}$$