Esercizi su dominio, zeri e segno di una funzione

In ognuno dei casi dati sotto, determinare dominio, zeri e segno di f. In altre parole:

- determinare il più ampio insieme $D \subseteq \mathbb{R}$ per cui $f : D \to \mathbb{R}$ risulta ben definita;
- studiare per quali valori di $x \in D$ risulta $f(x) = 0$, $f(x) > 0$ e $f(x) < 0$, rispettivamente.

Esempio. Data l'espressione

$$f(x) = \frac{\sqrt{\log_2(1+x)+3}}{4-x}$$

il dominio di f è $D = \left[-\frac{7}{8}, 4\right) \cup (4, +\infty)$ e si ha

$$\begin{aligned} f(x) = 0 \qquad &\text{se} \quad x = -\frac{7}{8} \\ f(x) > 0 \qquad &\text{se} \quad -\frac{7}{8} < x < 4 \\ f(x) < 0 \qquad &\text{se} \quad x > 4 \end{aligned}$$

1. $f(x) = x\log_3(2-x)$

2. $f(x) = \dfrac{3x - 5x^2}{\sqrt{2^x - 4}}$

3. $f(x) = x + \sqrt{4-x} + 2$

4. $f(x) = |x+2|(4 - 3^{x^2})$

5. $f(x) = \dfrac{\log_5(3 + \cos x)}{x^3 + 4x}$

6. $f(x) = \log_3\left(2 - \sqrt{\dfrac{3x+1}{x-1}}\right)$

7. $f(x) = x^2 - 3x|2-x| + 4$

8. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x+1}} + \left|\log_2\left(\dfrac{x^2+4x-1}{x+2}\right)\right|$

9. $f(x) = 1 + \dfrac{3 - \sqrt{x+1}}{2-x}$

10. $f(x) = (x - 2x^2 + 3)^3(4^x - 8)$

11. $f(x) = \dfrac{1}{3^{x-\sqrt{x}} - 9}$