

Esercizi successioni e serie di funzioni

Studiare convergenza uniforme e le forme
delle sequenze successioni di funzioni:

① $f_m(x) = \left(\frac{1}{m} + \sin^2 x \right)^m \quad x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right]$

② $f_m(x) = \log \left(e^{\sin x} + \sqrt{\frac{1-x^2}{m}} \right) \quad x \in [-2, 2]$

③ $f_m(x) = \sqrt{(m+1)x} - \sqrt{mx} \quad x \in [0, 2]$

④ $f_m(x) = x^m \log(x^m) \quad x \in (0, 1]$

⑤ $f_m(x) = \log x - (\log x)^{2m+1} \quad x \in \left[\frac{1}{\sqrt{e}}, \infty \right]$

⑥ $f_m(x) = 1 - e^{-\frac{m x^2}{m x + 1}} \quad x \in \left[\frac{1}{2}, 3 \right]$

⑦ $f_m(x) = \frac{x^m + x^{2m}}{1+x^m} \quad x \in (0, +\infty)$

Studiare convergenza puntuale, uniforme e totale delle seguenti serie di funzioni

① $\sum_{m=1}^{\infty} (5m+1)^{-\log x} \quad x \in [4, \infty)$

② $\sum_{m=1}^{\infty} \frac{x}{m} e^{-mx}$

③ $\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\arctg(x^2+m^2)}{1+m^2x^2}$

④ $\sum_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{m^2} x^m$

⑤ $\sum_{m=1}^{\infty} \text{arctg} \left(\frac{x}{m+x}\right)$

Inoltre se $F(x) = \sum_{m=1}^{\infty} f_m(x)$

5.1 F è continua nel suo dominio?

5.2 Calcolare $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x)$.