Punti di discontinuità

venerdì 24 novembre 2023 12:55

Def.

Sia $f:(a,b)\to\mathbb{R}$ (con $-\infty\le a\le+\infty$) e sia $x_0\in(a,b)$. Se f non è continua in x_0 si dice che f ha in x_0 una discontinuità di:

- 1^a SPECIE (o salto) se esistono finiti e diversi $\lim_{x\to x_0^-} f(x)$ e $\lim_{x\to x_0^+} f(x)$
- 2^a SPECIE se almeno uno dei 2 non esiste o è infinito
- ELIMINABILE se esiste finito $\lim_{x\to x_0} f(x)\neq f(x_0)$

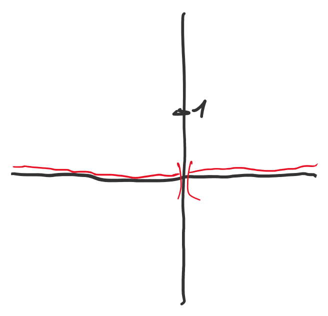
es

$f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}$

$f(x)=\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ non esistono $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ e $\lim_{x\to 0^-} f(x)$

es $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{se } x\neq 0 \\ 1 & \text{se } x=1 \end{cases}$



Def.

Sia $-\infty\le a<b\le+\infty$ e $x_0\in(a,b)$ e sia $f:(a,b)\setminus\{x_0\}\to\mathbb{R}$

- 1^a SPECIE (o salto) se esistono finiti e diversi $\lim_{x\to x_0^-} f(x)$ e $\lim_{x\to x_0^+} f(x)$
- 2^a SPECIE se almeno uno dei 2 non esiste o è infinito
- ELIMINABILE se esiste finito $\lim_{x\to x_0} f(x)\neq f(x_0)$

es

Determinare per quali valori dei parametri $a,b\in\mathbb{R}$ la funzione $f:[-2,1]\to\mathbb{R}$ seguente è continua

$$f(x)=\begin{cases} x^2-ax+2 & \text{se } -2\le x<-1 \\ b\cdot\frac{\sin x}{x} & \text{se } -1\le x<0 \\ 3x^2\cos\sqrt{x}+4 & \text{se } x\ge 0 \end{cases}$$

$$f \text{ continua} \iff \begin{cases} f(-1)=\lim_{x\to -1} f(x) \\ f(0)=\lim_{x\to 0} f(x) \end{cases} \iff \begin{cases} f(-1)=\lim_{x\to -1^-} f(x)=\lim_{x\to -1^+} f(x) \\ f(0)=\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^+} f(x) \end{cases}$$

Qualunque siano $a,b\in\mathbb{R}$ vale

$f(-1)=b\cdot\frac{\sin -1}{-1}=b\cdot\frac{-\sin 1}{-1}=b\cdot\sin 1$

$\lim_{x\to -1^-} f(x)=3+a$

$\lim_{x\to -1^+} f(x)=b\sin 1$

$3+a=b\sin 1$

$f(0)=4$

$\lim_{x\to 0^-} f(x)==b$

$\lim_{x\to 0^+} f(x)=4$

$$\begin{cases} b=4 \\ 3+a=4\sin 1 \end{cases}$$

$a=4\sin 1-3$