

## Esercizi successioni e serie di funzioni

Studiare convergenza puntuale e una forma delle seguenti successioni di funzioni:

$$(1) f_m(x) = \left( \frac{1}{m} + \sin^2 x \right)^m \quad x \in \left[ -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right]$$

$$(2) f_m(x) = \log \left( e^{\sin x} + \sqrt{\frac{4-x^2}{m}} \right) \quad x \in [-2, 2]$$

$$(3) f_m(x) = \sqrt{(m+1)x} - \sqrt{mx} \quad x \in [0, 2]$$

$$(4) f_m(x) = x^m \log(x^m) \quad x \in (0, 1]$$

$$(5) f_m(x) = \log x - (\log x)^{2m+1} \quad x \in \left[ \frac{1}{\sqrt{e}}, \sqrt{e} \right]$$

$$(6) f_m(x) = 1 - e^{-\frac{m x^2}{m x + 1}} \quad x \in \left[ \frac{1}{2}, 3 \right]$$

$$(7) f_m(x) = \frac{x^m + x^{2m}}{1 + x^m} \quad x \in (0, \infty)$$

Studiare convergenza puntuale, uniforme e totale delle seguenti serie di funzioni

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} (5n+1)^{-\log x} \quad x \in [4, \infty)$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n} e^{-nx}$$

$$(3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg(x^2 + n^2)}{1 + n^2 x^2}$$

$$(4) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$$

$$(5) \sum_{n=1}^{\infty} \arctg\left(\frac{x}{n^{1+x}}\right)$$

Inoltre se  $F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$

(5.1)  $F$  è continua nel suo dominio?

(5.2) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x)$ .