

1) Studiare la convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{\log x - x^{n+2}}{x^n} \quad x \in [1, +\infty)$$

2) $f_n(x) = \begin{cases} x^n \log(x^n) & 0 < x \leq 1 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

2.1) Determinare l'insieme di convergenza puntuale e uniforme di f_n .

2.2) Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{1}{2}} f_n(x) dx$

3) $f_n(x) = \frac{1}{n^2} \sqrt{1 - x^{2n}} \quad x \in [-1, 1]$

Studiare convergenza puntuale ed uniforme.

4) $f_n(x) = \frac{x}{x^2 + \frac{1}{n}} \quad x \in [0, +\infty)$

Dimostrare che non si ha convergenza uniforme su $(0, +\infty)$, mentre si ha convergenza uniforme su $[a, +\infty)$ $\forall a > 0$.

5) $f_n(x) = \frac{x+n}{x^2+n} \quad x \in \mathbb{R}$

Studiare convergenza puntuale e uniforme.