FISICA GENERALE I

Dott.ssa Annalisa Allocca

Università degli Studi di Napoli,
Compl. Univ. Monte S.Angelo – Dipartimento di Fisica
Via Cinthia, I-80126, Napoli

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare,
sez. Napoli
Studio: 1G16, Edificio 6
+39-081-676345
annalisa.allocca@unina.it

Organizzazione

- **Sito web:** www.docenti.unina.it/annalisa.allocca
  - La registrazione al sito si può effettuare inserendo numero di matricola e pin oppure tramite SPID per chi non fosse ancora in possesso di matricola
  - Il materiale didattico si trova sulla pagina web

- **Libri di testo adottati:**
  - Mazzoldi, Nigro, Voci «Elementi di Fisica – Meccanica e Termodinamica» Vol. 1 - Edises Napoli
  - Halliday, Resnick, Walker «Fondamenti di Fisica» - Ambrosiana Milano
  - Serway, Jewett «Principi di Fisica» - Edises Napoli

Argomenti di oggi:

- Dinamica del punto materiale
  - Energia, lavoro e leggi di conservazione – esercizi
  - Momento di una forza, momento angolare
- Dinamica dei sistemi di punti materiali
  - Sistemi di punti: forze interne e forze esterne
  - Centro di massa di un sistema e teorema del moto del centro di massa
  - Conservazione della quantità di moto

Mazzoldi, Nigro, Voci, cap 5

Esercizi

$$E_M = E_p + E_K$$

$$\begin{cases} W_{TOT} = \Delta E_K = E_{K,B} - E_{K,A} \\ W_C = -\Delta E_p = E_{p,A} - E_{p,B} \\ W_{NC} = \Delta E_M = E_{M,B} - E_{M,A} \end{cases}$$

$$W_{TOT} = \underbrace{W_C}_{-\Delta E_p} + W_{NC} = \Delta E_K \Rightarrow W_{NC} = \Delta E_K + \Delta E_p = \Delta E_M$$

Esempio: cassa che scivola lungo una rampa

Una cassa di 3 kg scivola giù lungo una rampa di carico. La rampa è lunga 1m e inclinata di un angolo di 30°. La cassa parte da ferma dalla sommità, subisce una forza di attrito costante di 5N e continua a muoversi per un breve tratto sul piano orizzontale dopo che ha lasciato la rampa.

(a) Con considerazioni energetiche, determinare la velocità della cassa alla base della rampa. ←

(b) Quanto è lungo il tratto su cui la cassa continua a scivolare sul piano orizzontale se continua ad essere soggetta ad una forza di attrito di intensità pari a 5N?

$$W_{NC} = \Delta E_{m(A,C)} = -mgh = -f_{AD}(d+\Delta x)$$

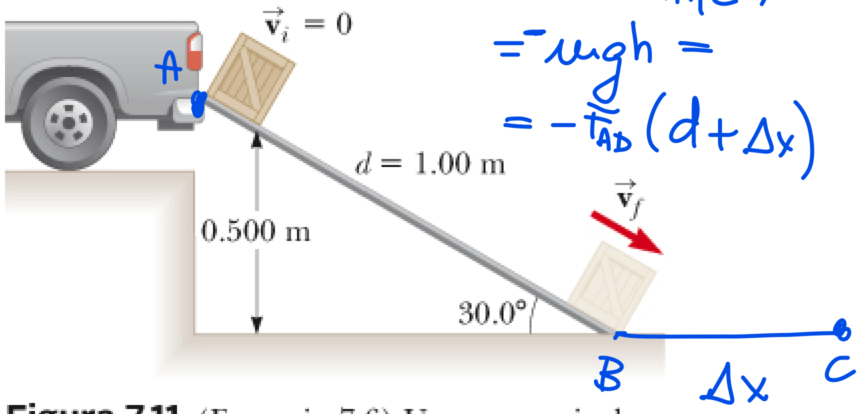


Figura 7.11 (Esempio 7.6) Una cassa scivola lungo una rampa a causa della gravità. L'energia potenziale del sistema diminuisce, mentre l'energia cinetica aumenta.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

$h = d \sin\alpha$

(A) $E_p + E_k = E_m$

mgh

(B) $E_m = \cancel{E_p} + E_k = \frac{1}{2} m v_B^2$

(C) $E_m = 0 \leftarrow$

(1) $W_{NC} = \Delta E_{m(A,B)}$

$= \bar{F}_{AD} \cdot \bar{d} = -F_{AD}\, d$

$= E_{m,B} - E_{m,A}$

$= \frac{1}{2} m v_B^2 - mgh$

$v_B = \sqrt{(-F_{AD}\, d + mgh)\frac{2}{m}}$

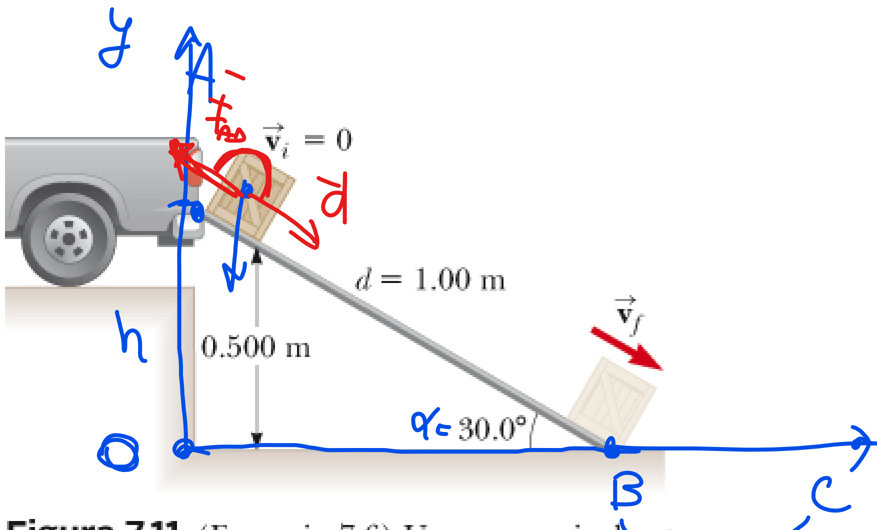


Figura 7.11 (Esempio 7.6) Una cassa scivola lungo una rampa a causa della gravità. L'energia potenziale del sistema diminuisce, mentre l'energia cinetica aumenta.

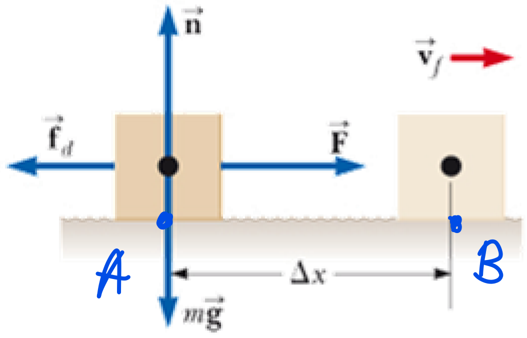
(2) $W_{NC} = \Delta E_{m(B,C)} = 0 + \frac{1}{2} m v_B^2 = \bar{F}_{AD} \cdot \bar{x} = + F_{AD}\, x$

$x = \frac{1}{2 F_{AD}} m v_B^2$

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio: blocco tirato su una superficie scabra

Sistema non isolato



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Un blocco di 6 kg, inizialmente fermo, è tirato verso destra su una superficie orizzontale da una forza costante orizzontale di modulo F=12N.

Trovare la velocità del blocco dopo che si è spostato di 3m se le superfici a contatto hanno un coefficiente d'attrito dinamico pari a 0.15.

$E_{M,A} = 0$

$E_{M,B} = \frac{1}{2} m v_B^2$

$W_{NC} = \frac{1}{2} m v_B^2 = -F_{AD}\,\Delta x + F\,\Delta x$

$\parallel$

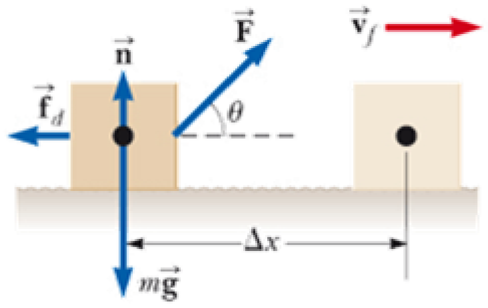
$F_{AD} = -\mu_D N \hat{u}_x$

Esempio: blocco tirato su una superficie scabra

Sistema non isolato

Un blocco di 6 kg, inizialmente fermo, è tirato verso destra su una superficie orizzontale da una forza costante orizzontale di modulo F=12N.

Supponiamo che la forza sia applicata con un angolo θ. A quale angolo la forza dovrebbe essere applicata perché si ottenga la velocità più alta possibile dopo che il blocco si è spostato di 3m verso destra?

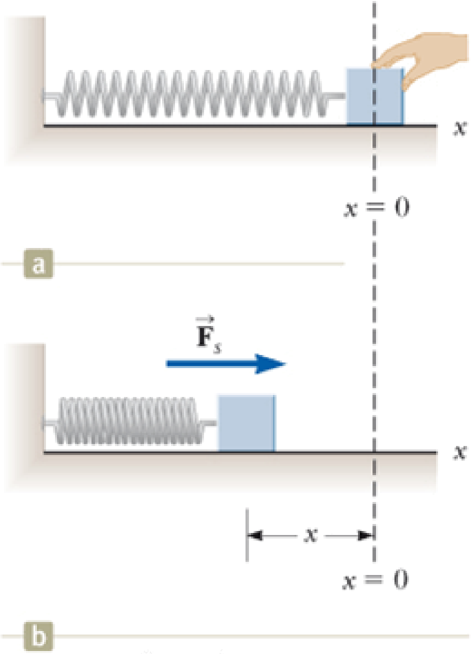


R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio: sistema blocco-molla

Un blocco di massa 1.6 kg è legato ad una molla orizzontale che ha una costante elastica di 1000 N/m. La molla è compressa di 2 cm ed è quindi lasciata andare da ferma.

Calcolare la velocità del blocco quando passa attraverso la posizione di equilibrio x=0 se la superficie è priva di attrito

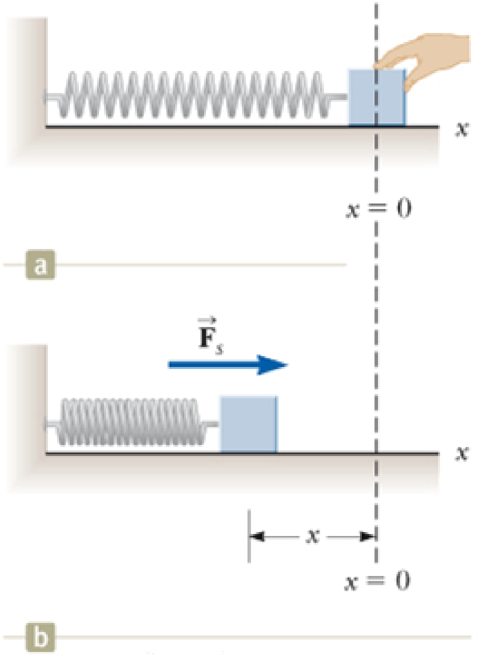


R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio: sistema blocco-molla

Un blocco di massa 1.6 kg è legato ad una molla orizzontale che ha una costante elastica di 1000 N/m. La molla è compressa di 2 cm ed è quindi lasciata andare da ferma.

Calcolare la velocità del blocco quando passa attraverso la posizione di equilibrio x=0 se una forza d'attrito costante di 4.0 N ritarda il moto del blocco dal momento in cui è rilasciato.

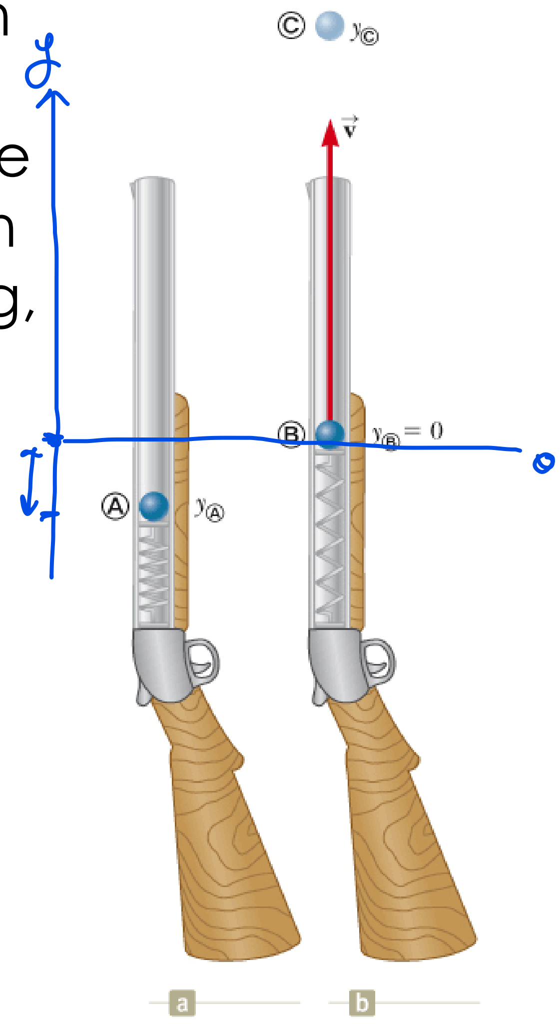


R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio: il fucile ad aria compressa caricato a molla

Il meccanismo di lancio di un fucile ad aria compressa consiste in una molla attivata dal grilletto. La molla è compressa alla posizione y_A e il grilletto viene rilasciato. Il proiettile di massa m sale alla posizione y_C oltre la posizione in cui lascia la molla, indicata in figura con y_B=0. Consideriamo lo sparo di un fucile per cui m=35g, y_A= -0.120 m e y_C=20.0 m.

Trascurando tutte le forze resistive, determinare la costante della molla.



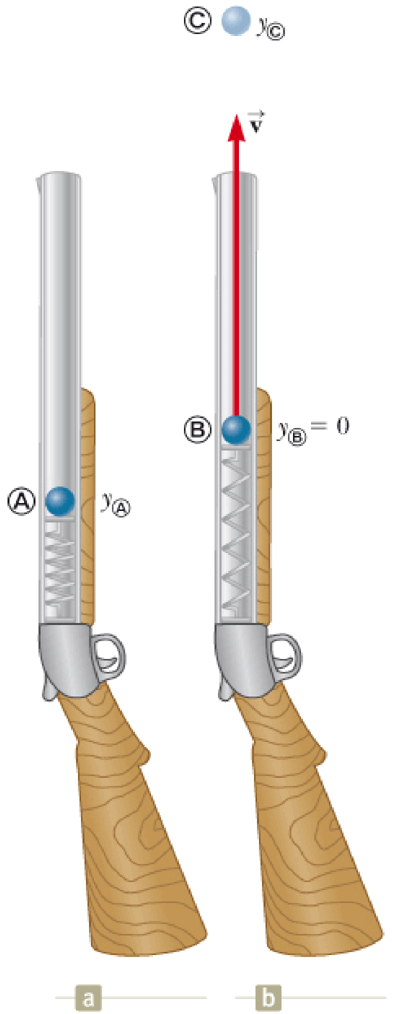
$$E_{M,A} = \frac{1}{2} k y_A^2 - m g y_A$$

$$E_{MB} = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$E_{MC} = m g y_C$$

$$\Delta E_M = 0$$

$$E_{MC} = E_{MA}$$

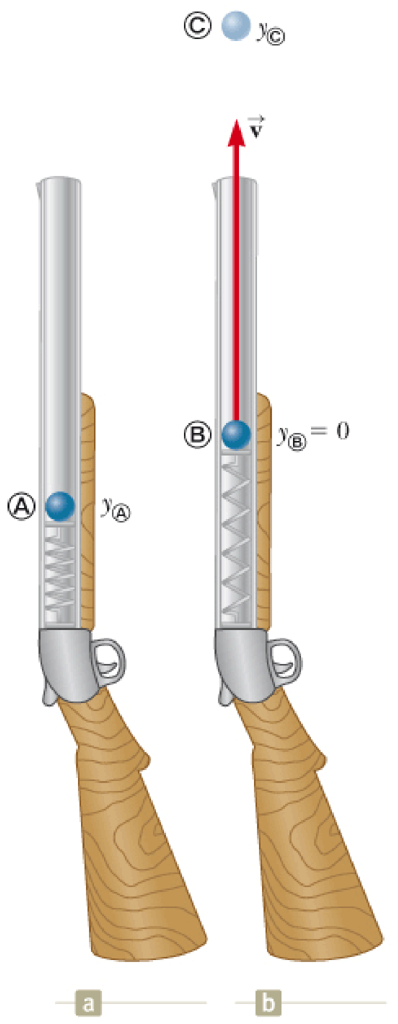


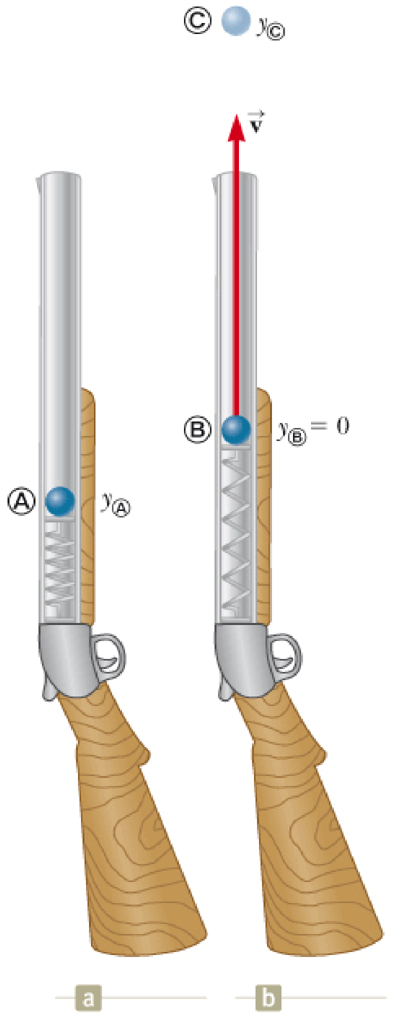
C
y_C
$\vec{v}$
B
$y_B = 0$
A
y_A
a
b

Esempio: il fucile ad aria compressa caricato a molla

Il meccanismo di lancio di un fucile ad aria compressa consiste in una molla attivata dal grilletto. La molla è compressa alla posizione y_A e il grilletto viene rilasciato. Il proiettile di massa m sale alla posizione y_C oltre la posizione in cui lascia la molla, indicata in figura con $y_B=0$. Consideriamo lo sparo di un fucile per cui m=35g, $y_A= -0.120$ m e $y_C=20.0$ m.

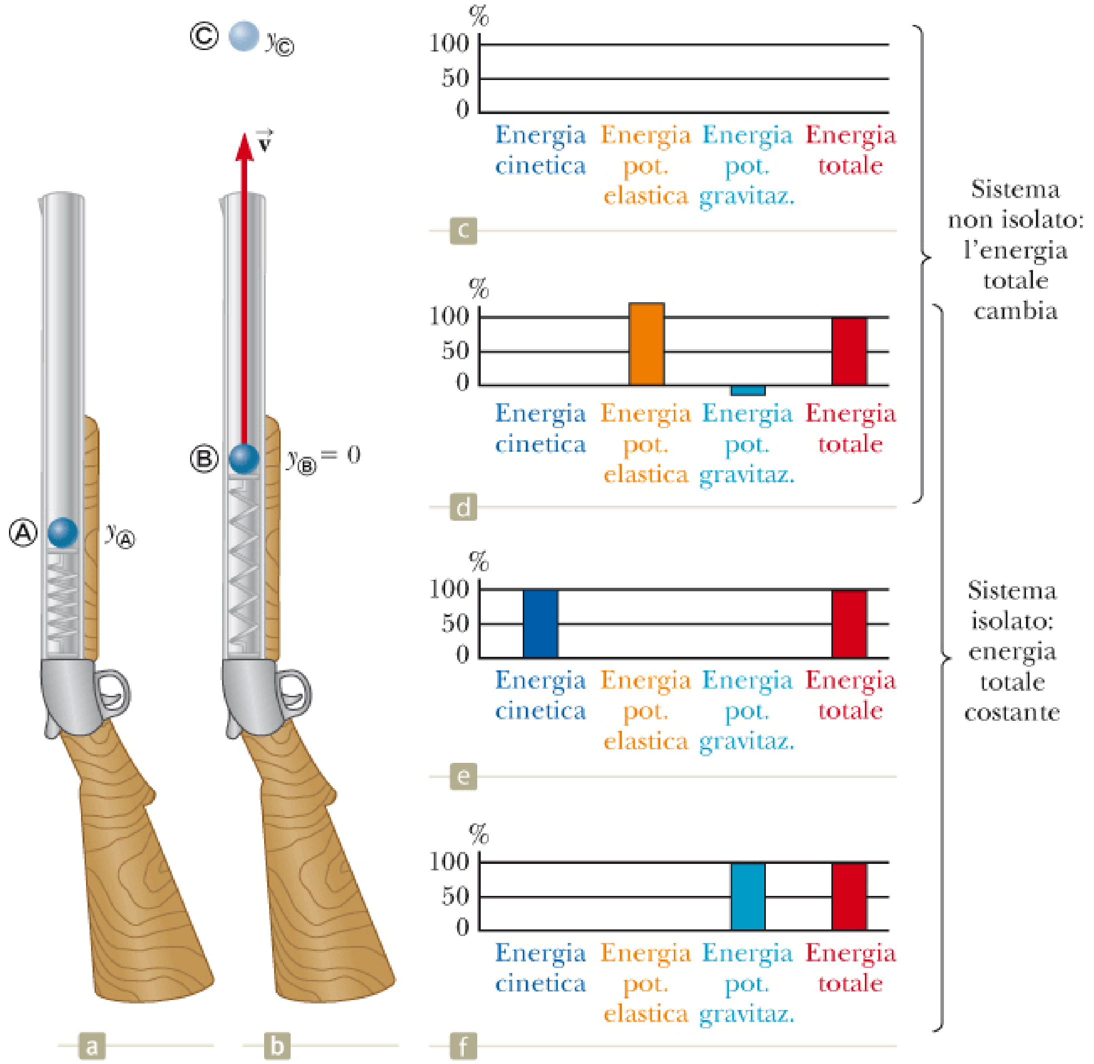
Trovare la velocità del proiettile mentre passa dalla posizione di equilibrio B della molla.




C
y_C
$\vec{v}$
B
$y_B = 0$
A
y_A
a
b

Esempio: il fucile ad aria compressa caricato a molla

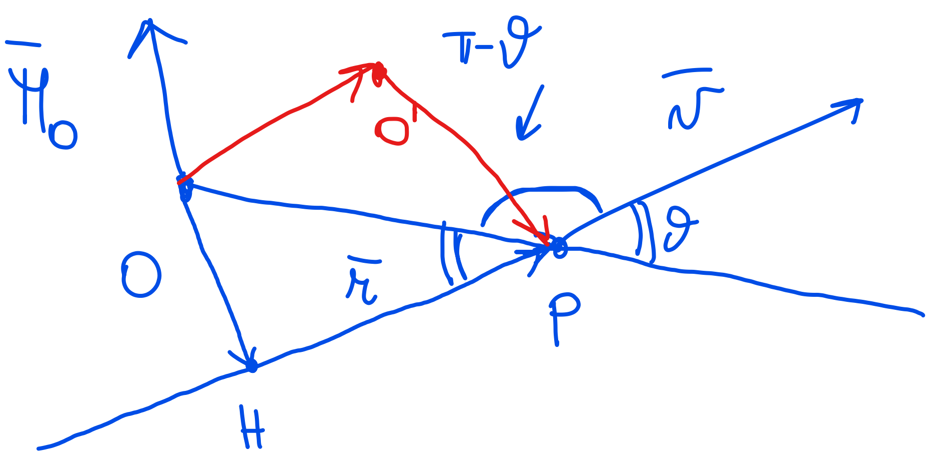
Figura 7.6 (Esempio 7.3) Un fucile a aria compressa caricato a molla (a) prima di sparare e (b) quando la molla si estende alla sua lunghezza di riposo. (c) L'istogramma dell'energia per il sistema proiettile-molla-Terra prima che il fucile sia caricato. (d) Il fucile è caricato per mezzo di un agente esterno che fa lavoro sul sistema comprimendo verso il basso la molla. Quindi, il sistema è non isolato durante questo processo. Dopo che il fucile è stato caricato, nella molla viene immagazzinata energia potenziale elastica, e l'energia potenziale gravitazionale del sistema è minore perché il proiettile si trova al di sotto del punto Ⓑ. (e) Come il proiettile transita per il punto Ⓑ, tutta l'energia del sistema isolato è cinetica. (f) Quando il proiettile raggiunge il punto Ⓒ, tutta l'energia del sistema isolato è potenziale gravitazionale.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Momento di un vettore rispetto ad un polo

$$\sin(\pi-\vartheta)=\sin\vartheta$$



$$\overline{M}_O=\overline{r}\times\overline{v}$$

$$M_O=|\overline{r}||\overline{v}|\sin\vartheta$$

$$\overline{OP}=\overline{OH}+\overline{HP}$$

$$\Rightarrow \overline{M}_O=\overline{OP}\times\overline{v}=(\overline{OH}+\overline{HP})\times\overline{v}=\overline{OH}\times\overline{v}+\cancel{\overline{HP}\times\overline{v}}$$

$$\cancel{\overline{HP}\times\overline{v}}=0$$

$$\overline{M}_{O'}=\overline{O'P}\times\overline{v}$$

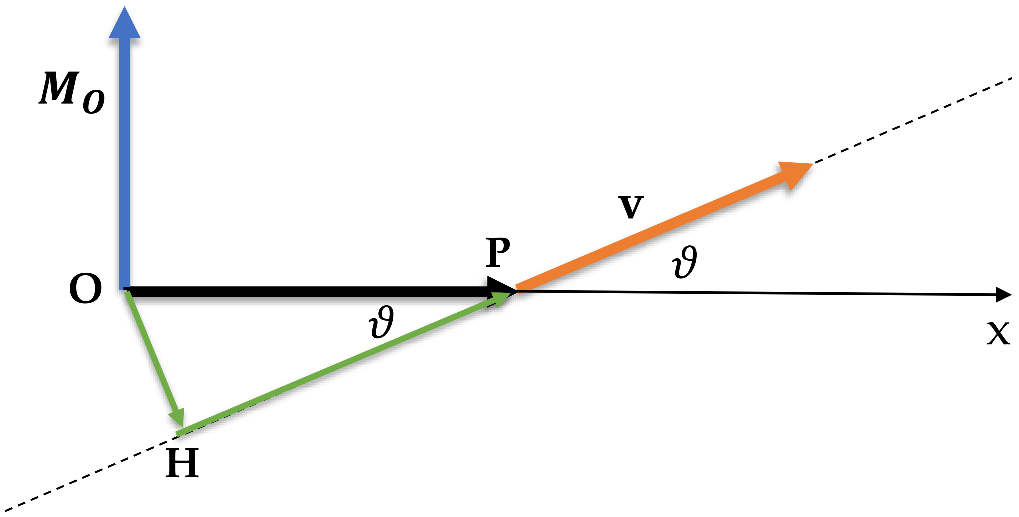
$$\overline{OP}=\overline{OO'}+\overline{O'P}$$

$$\overline{M}_O=(\overline{OO'}+\overline{O'P})\times\overline{v}=\overline{OO'}\times\overline{v}+\underbrace{\overline{O'P}\times\overline{v}}_{\overline{M}_{O'}}$$

$$\overline{M}_O=\overline{M}_{O'}+\overline{OO'}\times\overline{v}$$

Momento di un vettore rispetto ad un polo

Momento di un vettore rispetto al polo O



$$\vec{M}_O = \vec{OP} \times \vec{v}$$

$\vec{OH}$ = proiezione di $\vec{OP}$ lungo la direzione ortogonale a $\vec{v}$

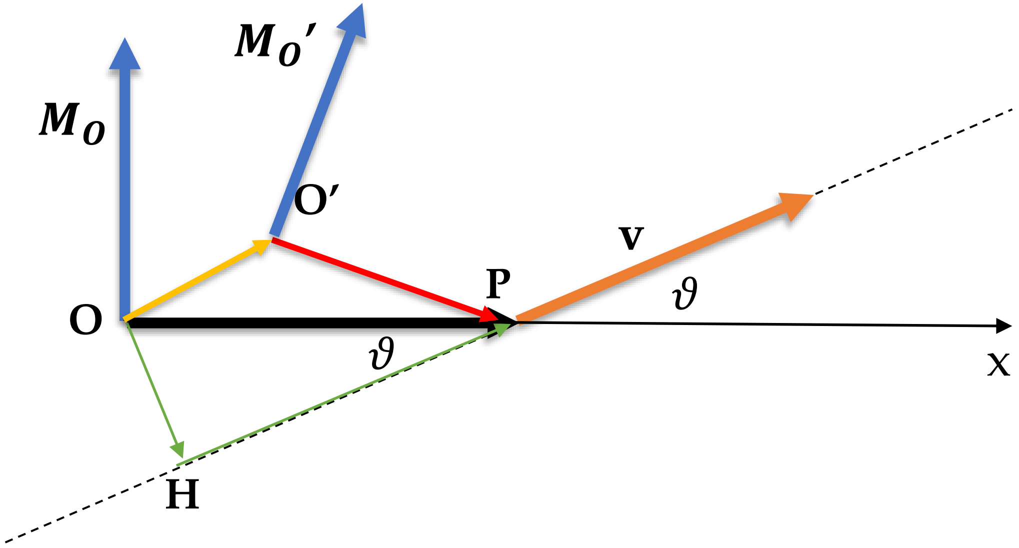
$$\vec{OP} = \vec{OH} + \vec{HP}$$

$$\vec{M}_O = \vec{OP} \times \vec{v} = \vec{OH} \times \vec{v} + \vec{HP} \times \vec{v} = \vec{OH} \times \vec{v}$$

$$\left|\vec{M}_O\right| = |OP| v \sin\vartheta$$

Momento di un vettore rispetto ad un polo

Momento di un vettore rispetto al polo O'



$$\overrightarrow{M}_{O'} = \overrightarrow{O'P} \times \vec{v}$$

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'P}$$

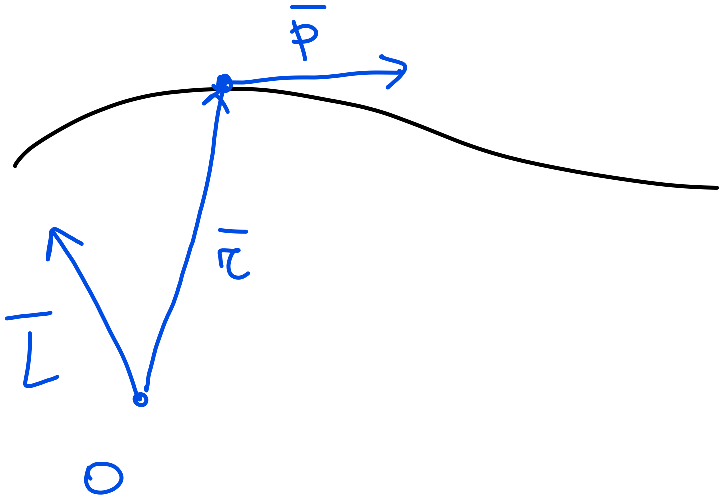
$$\overrightarrow{M}_O = \overrightarrow{OP} \times \vec{v} = \overrightarrow{OO'} \times \vec{v} + \overrightarrow{O'P} \times \vec{v} = \overrightarrow{OO'} \times \vec{v} + \overrightarrow{M}_{O'}$$

Il momento di un vettore dipende dal polo che si sceglie

Momento angolare

Momento del vettore *quantità di moto*

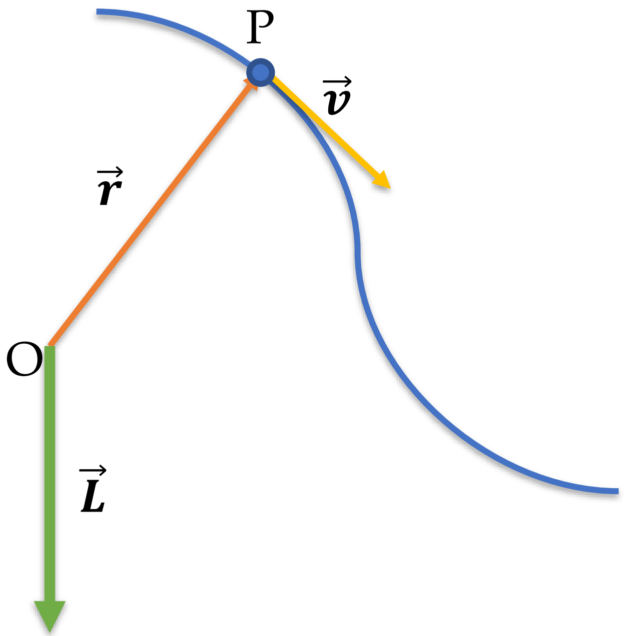
$$\bar{p} = m\bar{v}$$



$$\bar{L} = \bar{r} \times m\bar{v}$$

Momento angolare

Momento del vettore *quantità di moto*



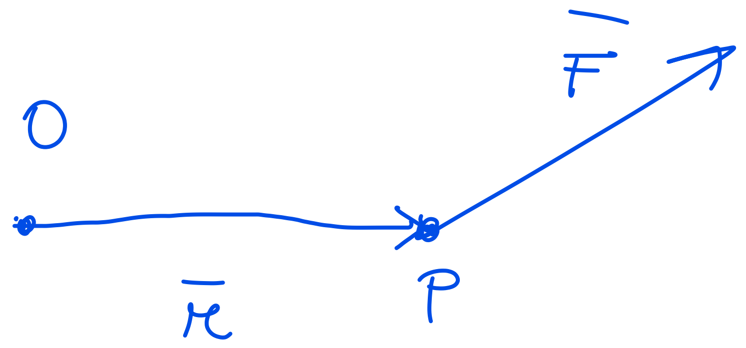
$$\vec{\boldsymbol{L}} = \vec{\boldsymbol{r}} \times \vec{\boldsymbol{p}} = \vec{\boldsymbol{r}} \times m\vec{\boldsymbol{v}}$$

Unità di misura:
[L] = $\boldsymbol{m^2 \cdot kg \cdot s^{-1} = N \cdot \mathrm{m} \cdot s}$

Momento di una forza

Data la forza $\vec{\boldsymbol{F}}$, il momento rispetto al polo O è dato da:

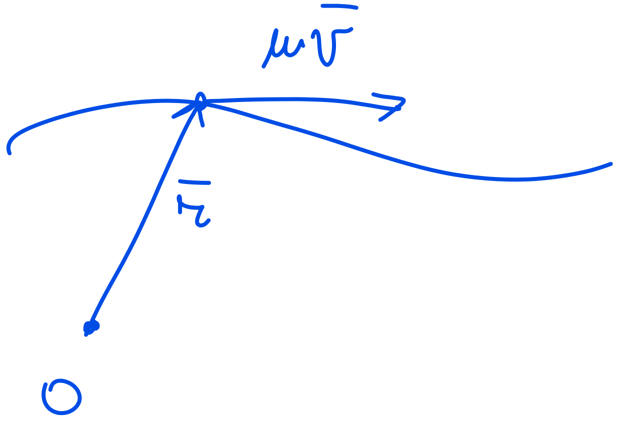
$$\overrightarrow{\boldsymbol{M}} = \vec{\boldsymbol{r}} \times \vec{\boldsymbol{F}}$$



Teorema del momento angolare

Calcoliamo la variazione del momento angolare nel tempo:

$$\bar{L}_o = \bar{r} \times m\bar{v}$$



$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \frac{d\bar{r}}{dt} \times m\bar{v} + \bar{r} \times \frac{d(m\bar{v})}{dt}$$

$$\cancelto{0}{\bar{v} \times m\bar{v}} + \bar{r} \times m \frac{d\bar{v}}{dt} \quad \frac{d\bar{v}}{dt} \rightarrow \bar{a}$$

$$= \bar{r} \times m\bar{a} = \bar{r} \times \bar{F}$$

$$\frac{d\bar{L}_o}{dt} = \bar{r} \times \bar{F} = \bar{M}_o$$

Teorema del momento angolare

Calcoliamo la variazione del momento angolare nel tempo:

$$\frac{d\vec{\boldsymbol{L}}}{dt} = \frac{d\vec{\boldsymbol{r}}}{dt} \times m\vec{\boldsymbol{v}} + \vec{\boldsymbol{r}} \times m\frac{d\vec{\boldsymbol{v}}}{dt}$$

Teorema del momento angolare

Calcoliamo la variazione del momento angolare nel tempo:

$$\frac{d\vec{\boldsymbol{L}}}{dt} = \cancel{\frac{d\vec{\boldsymbol{r}}}{dt} \times m\vec{\boldsymbol{v}}} + \vec{\boldsymbol{r}} \times m\frac{d\vec{\boldsymbol{v}}}{dt} = \vec{\boldsymbol{r}} \times m\vec{\boldsymbol{a}}$$

$$\frac{d\vec{\boldsymbol{L}}}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{\boldsymbol{L}} = costante$$

Se il momento delle forze esterne è nullo, il momento angolare del sistema **si conserva**

https://www.youtube.com/watch?v=AQLtcEAG9v0

Teorema del momento dell'impulso

$$\bar{M} = \frac{d\bar{L}}{dt} \Rightarrow \bar{M}\,dt = d\bar{L}$$

$$\int_{t_i}^{t_f} \bar{M}\,dt = \int_{\bar{L}_i}^{\bar{L}_f} d\bar{L} = \bar{L}_f - \bar{L}_i = \Delta\bar{L}$$

$$\int_{t_i}^{t_f} (\bar{r} \times \bar{F})\,dt = \bar{r} \times \int_{t_i}^{t_f} \bar{F}\,dt = \bar{r} \times \bar{J}$$

$$\bar{r} \times \bar{J} = \Delta\bar{L}$$

Teorema del momento dell’impulso

Partendo dalla relazione differenziale $\vec{\boldsymbol{M}} = \frac{d\vec{\boldsymbol{L}}}{dt} \rightarrow \vec{\boldsymbol{M}}\, dt = d\vec{\boldsymbol{L}}$

Integrando:

$$\int_{t_0}^{t} \vec{\boldsymbol{M}}\, dt = \vec{\boldsymbol{r}} \times \int_{t_0}^{t} \vec{\boldsymbol{F}}\, dt = \vec{\boldsymbol{r}} \times \vec{\boldsymbol{J}} = \Delta\vec{\boldsymbol{L}}$$

La variazione del momento angolare è pari al momento dell’impulso della forza esterna applicata al punto

Sistemi di punti materiali

Sistemi di punti: forze interne e forze esterne

Sistemi di punti: forze interne e forze esterne

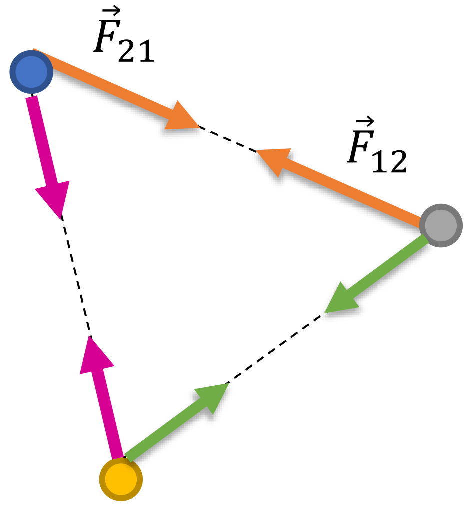
Sistemi di punti: forze interne e forze esterne

- Forza agente sul singolo punto: somma di forze interne ed esterne

$$\vec{\boldsymbol{F}}_i = \vec{\boldsymbol{F}}_i^{Ext} + \vec{\boldsymbol{F}}_i^{Int}$$

- La somma di tutte le forze interne al sistema è nulla
- Per ciascun punto del sistema si può definire:

  - Posizione rispetto ad un punto O $\vec{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{i}}$
  - Velocità $\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{i}}$
  - Accelerazione $\vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{i}} = \frac{\vec{\boldsymbol{F}}_i}{m_i}$
  - Quantità di moto $\vec{\boldsymbol{p}}_{\boldsymbol{i}} = m_i \vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{i}}$
  - Momento angolare $\vec{\boldsymbol{L}}_{\boldsymbol{i}} = \vec{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{i}} \times m_i \vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{i}}$
  - Energia cinetica $E_k = \frac{1}{2} m_i v_i^2$

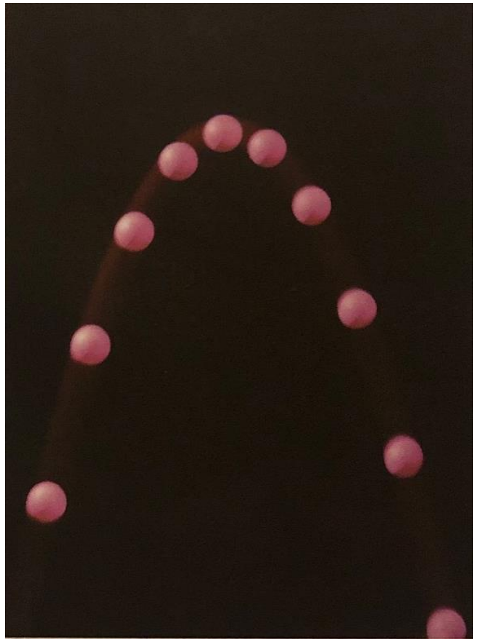


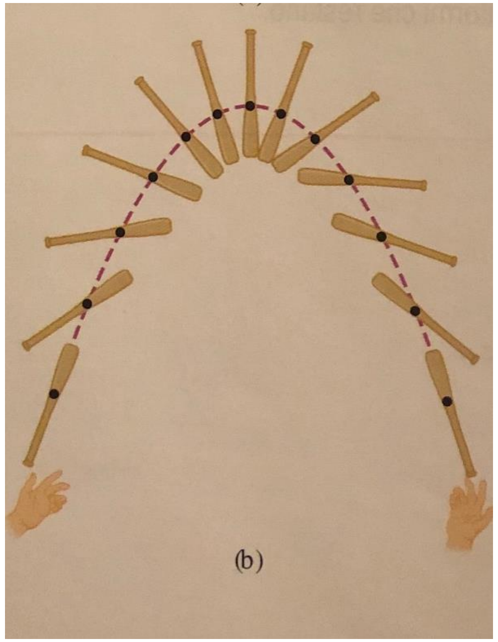
Sistemi di punti: forze interne e forze esterne

- Per il sistema <u>complessivo</u>:
  - Quantità di moto **totale**: $\vec{\boldsymbol{P}} = \sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_{\boldsymbol{i}} = \sum_{\boldsymbol{i}} m_i \vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{i}}$
  - Momento angolare **totale**: $\vec{\boldsymbol{L}} = \sum_{\boldsymbol{i}} \vec{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{i}} \times m_i \vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{i}}$
    (rispetto ad un polo coincidente con l'origine)
  - Energia cinetica **totale**: $E_k = \sum_i E_{k,i} = \frac{1}{2} \sum_i m_i \, v_i^2$

Centro di massa di un sistema di punti

Moto di una pallina e di una mazza da baseball



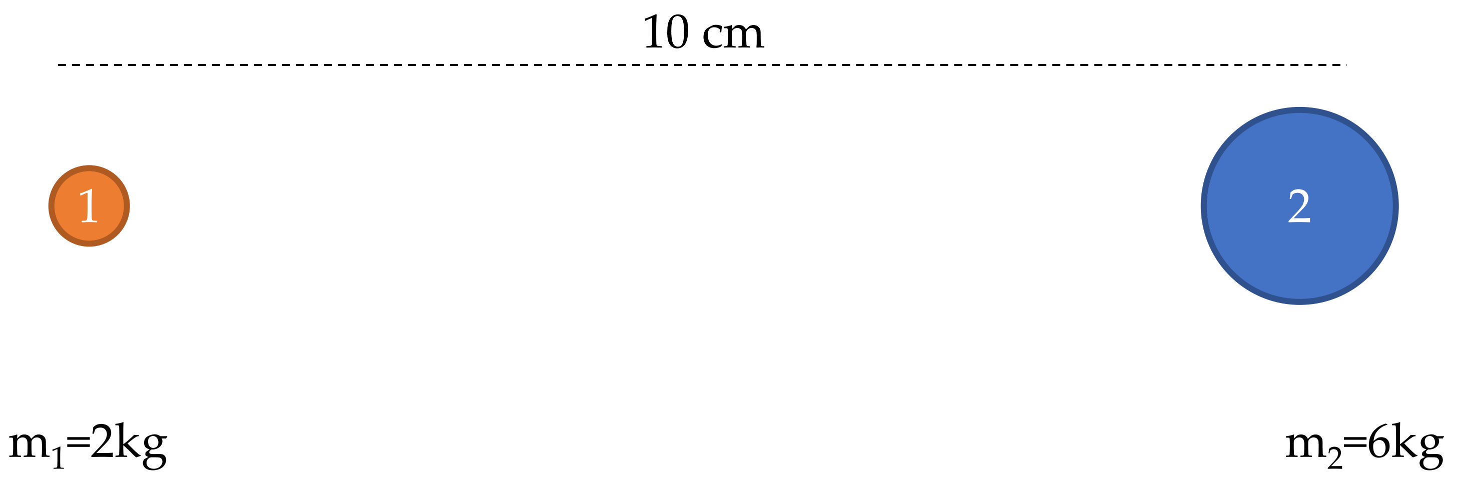


Centro di massa di un sistema di punti

Centro di massa di un sistema di punti

Centro di massa di un sistema di punti

Centro di massa di un sistema di punti



Centro di massa di un sistema di punti

Definiamo centro di massa di un sistema di punti materiali il punto geometrico la cui posizione è individuata dal raggio vettore:

$$\vec{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{CM}} = \frac{\sum_i m_i \vec{\boldsymbol{r}}_i}{\sum_i m_i} = \frac{m_1 \vec{\boldsymbol{r}}_1 + m_2 \vec{\boldsymbol{r}}_2 + \ \ldots + \ m_n \vec{\boldsymbol{r}}_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$$

In coordinate cartesiane avremo:

$$x_{CM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} \qquad y_{CM} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i} \qquad z_{CM} = \frac{\sum_i m_i z_i}{\sum_i m_i}$$

La posizione «fisica» del centro di massa non dipende dal sistema di riferimento, mentre le coordinate variano a seconda del sistema prescelto

Centro di massa di un sistema di punti

Posizione del centro di massa rispetto ad un riferimento O’

Velocità e accelerazione del centro di massa

Teorema del moto del centro di massa

Il centro di massa si muove come un punto materiale in cui sia concentrata tutta la massa del sistema e a cui sia applicata la risultante delle forze esterne

Teorema del moto del centro di massa

Il centro di massa si muove come un punto materiale in cui sia concentrata tutta la massa del sistema e a cui sia applicata la risultante delle forze esterne:

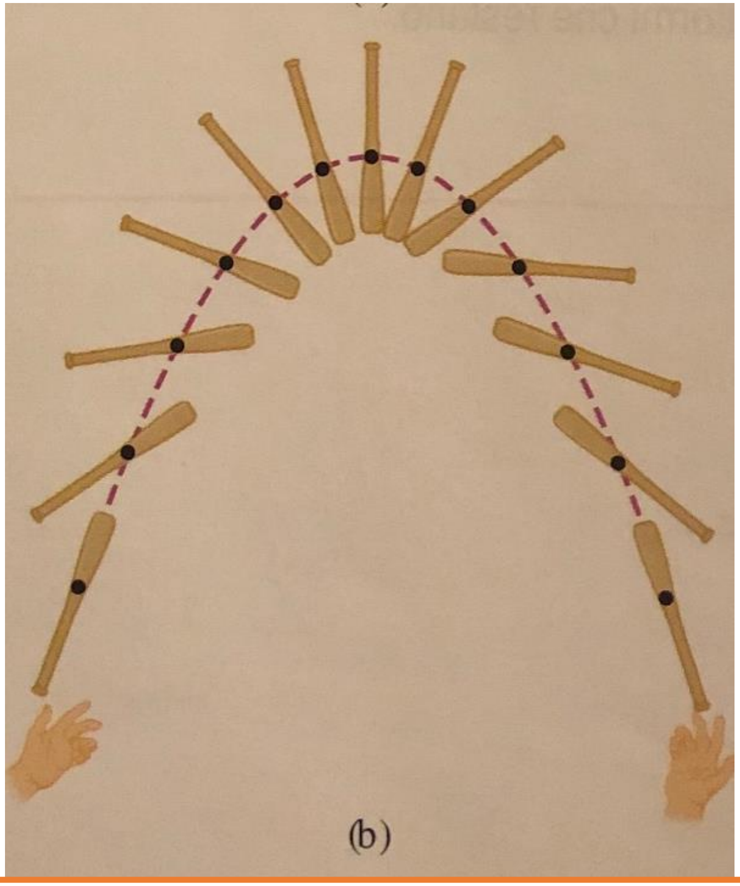
$$m\vec{\boldsymbol{a}}_{CM} = \vec{\boldsymbol{F}}^{EXT}$$

Prima equazione cardinale della dinamica dei sistemi

$$\vec{\boldsymbol{F}}^{EXT} = m\vec{\boldsymbol{a}}_{CM} = m\frac{d\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{CM}}}{dt} = \frac{d\vec{\boldsymbol{P}}}{dt}$$

La risultante delle forze esterne è uguale alla derivata rispetto al tempo della quantità di moto totale del sistema

Proprietà del centro di massa



Nel suo complesso, il sistema si muove *in media* con velocità $\vec{v}_{CM}$ e accelerazione $\vec{a}_{CM}$ ($\vec{r}_{CM}$, $\vec{v}_{CM}$ e $\vec{a}_{CM}$ sono *medie pesate*)

- L'azione delle forze interne non può modificare lo stato di moto del centro di massa
- Su ciascun punto singolo del sistema agiscono sia le forze interne che quelle esterne
- La definizione di centro di massa è *matematica:* non esiste il «punto materiale centro di massa»
- La quantità di moto del centro di massa $m\vec{v}_{CM}$ è uguale alla quantità di moto totale del sistema $\vec{P}$
- L'accelerazione del centro di massa dipende dalla somma delle forze esterne agenti sul sistema $m\vec{a}_{CM} = \vec{F}^{EXT}$

Esempio: moto di un sistema di punti materiali sottoposti alla forza peso

Si determini il moto del centro di massa di un sistema composto da due blocchi connessi da un'asta rigida sottoposti alla forza peso

Conservazione della quantità di moto

- Se la somma delle forze esterne è nulla, la quantità di moto totale del sistema si conserva → il centro di massa resta in quiete o continua a muoversi di moto rettilineo uniforme

Conservazione della quantità di moto

- Se la somma delle forze esterne è nulla, la quantità di moto totale del sistema si conserva → il centro di massa resta in quiete o continua a muoversi di moto rettilineo uniforme

- Può esserci conservazione della quantità di moto anche solo lungo una direzione: ad es, $F_x = 0$ implica la conservazione del momento solo lungo la direzione x

Esempio: un razzo esplode in aria

Un razzo di massa m, quando raggiunge una certa altezza con velocità $\vec{\boldsymbol{v}} = v_0\overrightarrow{\boldsymbol{u_z}}$ con v_0=400m/s, esplode in tre frammenti di eguale massa. Al momento dell'esplosione, un frammento ha velocità $\vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{1}} = -300\vec{\boldsymbol{u}}_x\, m/s$, un altro $\vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{2}} = 450\vec{\boldsymbol{u}}_y\, m/s$ e il terzo $\vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{3}}$. Calcolare il modulo della velocità del terzo frammento e la sua direzione θ rispetto alla direzione di moto del razzo. Calcolare inoltre la massima quota raggiunta dal centro di massa rispetto al punto di esplosione e il tempo impiegato per raggiungerla.