

Università di Napoli Federico II – Scuola Politecnica e delle Scienze di Base
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica



Corso di Calcolatori Elettronici I

Macchine sequenziali



Automa a Stati Finiti (ASF)



- E' una prima astrazione di macchina "dotata di memoria" che esegue algoritmi
- Introduce il concetto fondamentale di "STATO" che informalmente può essere definito come una particolare condizione della macchina, in conseguenza del quale la macchina reagisce con una determinata "uscita" ad un determinato "ingresso"
- Poiché l'uscita dipende anche dallo stato, l'ASF è un automa intrinsecamente dotato di una memoria interna che può quindi influenzare le risposte date dall'automa anche a parità di dati d'ingresso
- Esempio: riconoscitore di sequenza

- Un ASF è una quintupla $\langle Q, I, U, t, w \rangle$ dove:
 - Q : insieme finito di stati interni $q \in Q$
 - I : insieme finito di ingressi $i \in I$
 - U : insieme finito di uscite $u \in U$
 - t : funzione di transizione
 - $t: Q \times I \rightarrow Q$
 - w : funzione di uscita
 - $w: Q \times I \rightarrow U$ MODELLO ASF DI MEALY
 - $w: Q \rightarrow U$ MODELLO ASF DI MOORE

Significato delle funzioni t e w



- Funzione stato prossimo t
 - Ad ogni stato presente e per ogni simbolo di ingresso la funzione t associa uno stato futuro:
$$t: Q \times I \rightarrow Q$$
 - Ad ogni coppia {stato, simbolo di ingresso} è associato, se specificato, uno stato futuro
- Funzione d'uscita w
 - Genera il simbolo d'uscita
 - Macchine di Mealy. L'uscita dipende sia dallo stato sia dall'ingresso:
$$w : Q \times I \rightarrow U$$
 - Macchine di Moore. L'uscita dipende solamente dallo stato:
$$w: Q \rightarrow U$$

Tabella degli stati

- Un automa a stati finiti può essere descritta mediante la Tabella degli stati
- *Indici di colonna sono i simboli di ingresso $i \in I$*
- *Indici di riga sono i simboli di stato $q \in Q$ che indicano lo stato presente*
- Elementi sono:
 - Macchine di Mealy: La coppia $\{q', u\}$:
 - $q' = t(i, q)$ è il simbolo stato prossimo
 - $u = w(i, q)$ è il simbolo di uscita
 - Macchine di Moore: Il simbolo stato prossimo q' :
 - $q' = t(i, q)$ è il simbolo stato prossimo
- Nelle macchine di Moore i simboli d'uscita sono associati allo stato presente

Tabella degli stati

- Macchine di Mealy

	i_1	i_2	..
s_1	s_j^{t+1} / u_j	s_k^{t+1} / u_k
s_2	s_m^{t+1} / u_m	s_l^{t+1} / u_l
....

- Macchine di Moore

	i_1	i_2	..	
s_1	s_j^{t+1}	s_k^{t+1}	u_1
s_2	s_m^{t+1}	s_l^{t+1}	u_2
....

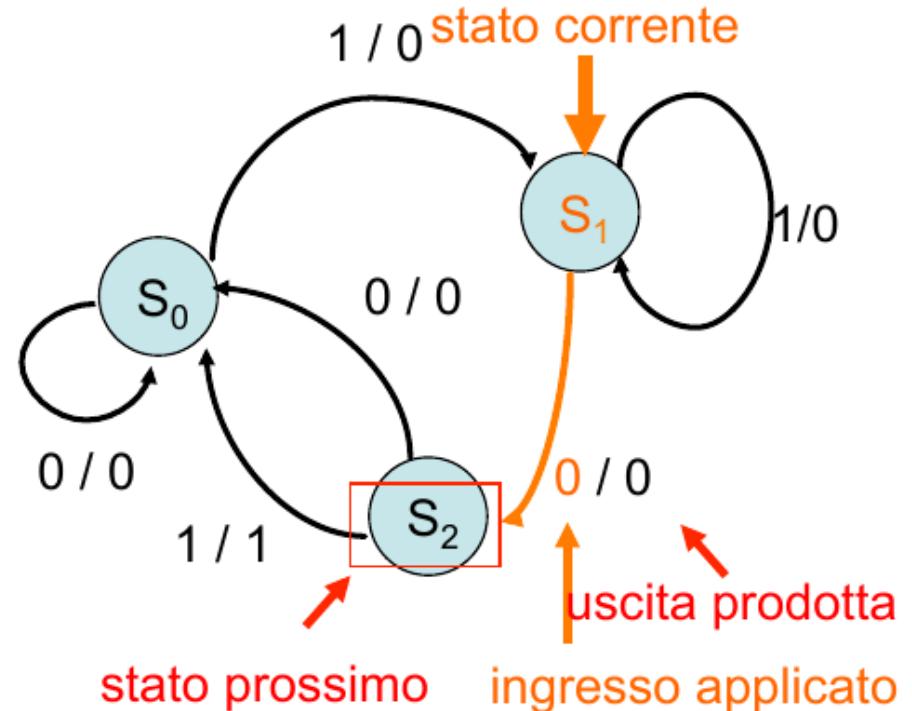
Rappresentazione grafica di un ASF

- E' possibile rappresentare graficamente un ASF *mediante un grafo detto diagramma degli stati*
- Stato: rappresentato da un nodo (cerchio)
- Transizione: rappresentata da un arco orientato (freccia)
- Ciascun arco viene etichettato con l'ingresso che causa la transizione e la conseguente uscita, separati da un simbolo (/)
- Se l'uscita non è specificata, può essere indicata con il simbolo “-”

Grafo degli stati



- Grafo degli stati
 - ogni nodo corrisponde ad uno stato
 - ogni transizione (arco) indica il prossimo stato in corrispondenza di un determinato ingresso
 - Mealy: uscita associata all'arco
 - Moore: uscita associata al nodo (stato)



ad esempio, trovandosi nello stato S_1 , nel caso sia applicato il valore di ingresso **0**, la macchina si posta nel nuovo stato S_2 producendo come uscita il valore **0**

Diagramma degli stati

- Spesso, la stesura della Tabella degli stati è preceduta da una rappresentazione grafica ad essa equivalente, denominata Diagramma degli stati
- Il Diagramma degli stati è un grafo orientato $G(V,E,L)$
 - V - Insieme dei nodi
 - Ogni nodo rappresenta uno stato
 - Ad ogni nodo è associato un simbolo d'uscita (macchine di Moore)
 - E - Insieme degli archi
 - Ogni arco rappresenta le transizioni di stato
 - L - Insieme degli:
 - Ingressi e Uscite (macchine di Mealy)
 - Ingressi (macchine di Moore)

Tabelle e grafi degli stati

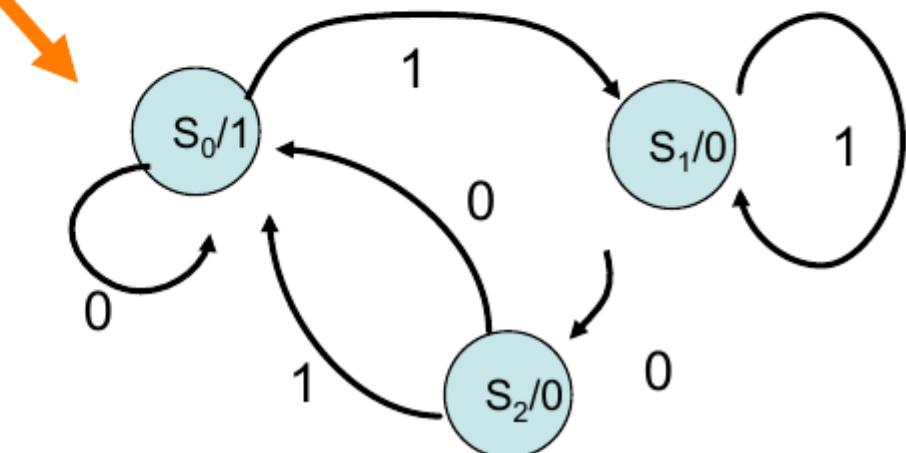
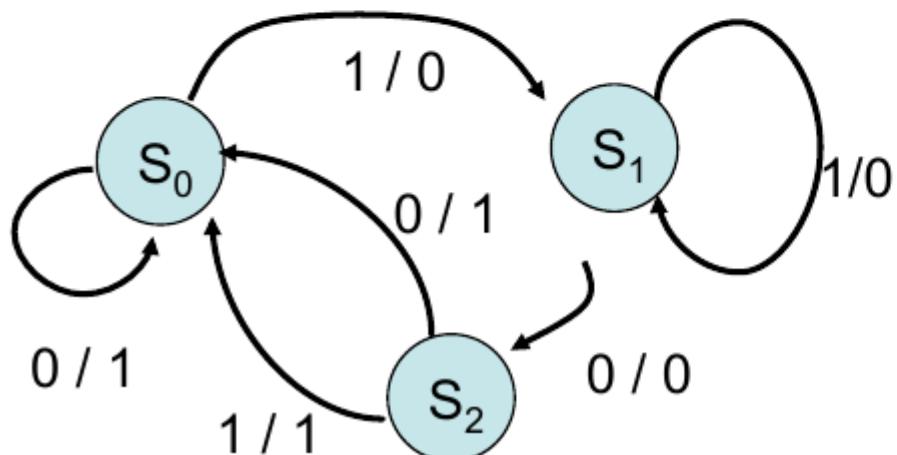


	0	1
S_0	$S_0/1$	$S_1/0$
S_1	$S_2/0$	$S_1/0$
S_2	$S_0/1$	$S_0/1$

Mealy

	0	1	U
S_0	S_0	S_1	1
S_1	S_2	S_1	0
S_2	S_0	S_0	0

Moore



Esempio – Macchina di Mealy

- Questo esempio mostra l'equivalenza delle due rappresentazioni nel caso di una macchina di Mealy

Diagramma degli stati

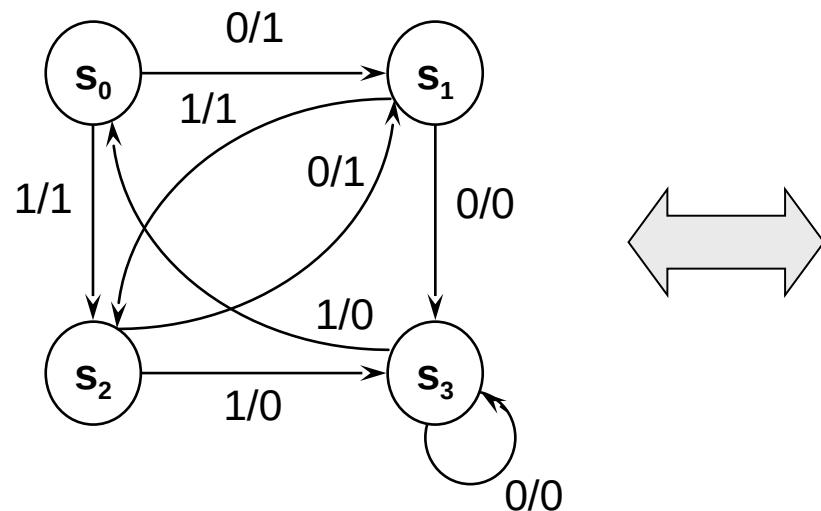


Tabella degli stati

	0	1
S ₀	S ₁ /1	S ₂ /1
S ₁	S ₃ /0	S ₂ /1
S ₂	S ₁ /1	S ₃ /0
S ₃	S ₃ /0	S ₀ /0

Esempio – Macchina di Moore

- Questo esempio mostra l'equivalenza delle due rappresentazioni nel caso di una macchina di Moore

Diagramma degli stati

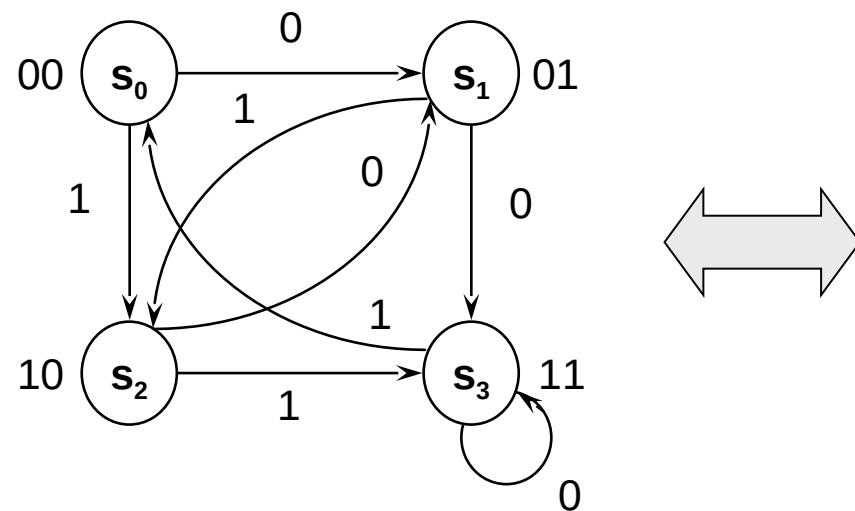
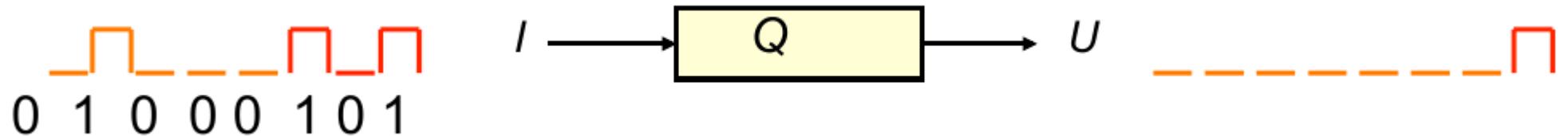


Tabella degli stati

	0	1	U
S ₀	S ₁	S ₂	00
S ₁	S ₃	S ₂	01
S ₂	S ₁	S ₃	10
S ₃	S ₃	S ₀	11

Esempio

- Vogliamo realizzare una macchina in grado di riconoscere la sequenza 101
 - la macchina avrà un ingresso I su cui arriva una sequenza di 1 o 0
 - una uscita U che si alza solo quando in ingresso è appena arrivata una sequenza 101



Esempio

- Potremmo usare una macchina a stati finiti con tre stati S_0 , S_1 , S_2 con i seguenti significati
 - S_0 è lo stato in cui non è stato riconosciuto ancora niente in ingresso
 - S_1 è lo stato in cui ci si trova se è stata riconosciuta una sequenza di un bit uguale a “1”
 - S_2 è lo stato in cui ci si trova se è stata riconosciuta la sequenza “10”. A questo punto, se arriva un ‘1’ si sarà riconosciuta la sequenza “101”, se arriva ‘0’ non si è riconosciuto niente. In ogni caso, si ritorna in S_0 , ma con uscite diverse a seconda che si sia riconosciuta o meno la sequenza

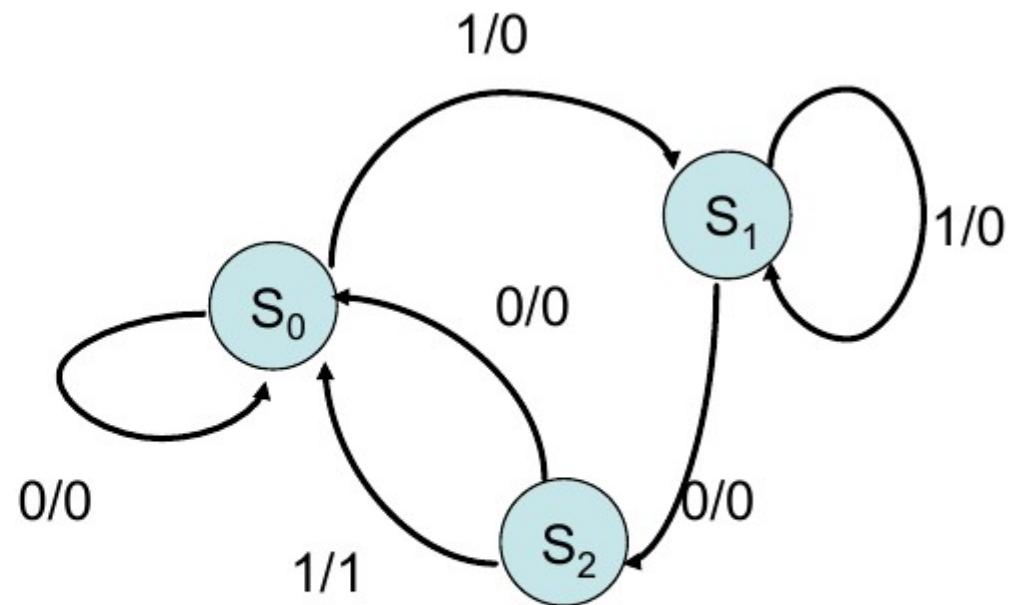
Esempio



- Automa in grado di riconoscere la sequenza in ingresso 101

	0	1
S_0	$S_0/0$	$S_1/0$
S_1	$S_2/0$	$S_1/0$
S_2	$S_0/0$	$S_0/1$

descrizione tramite tabella



descrizione tramite grafo

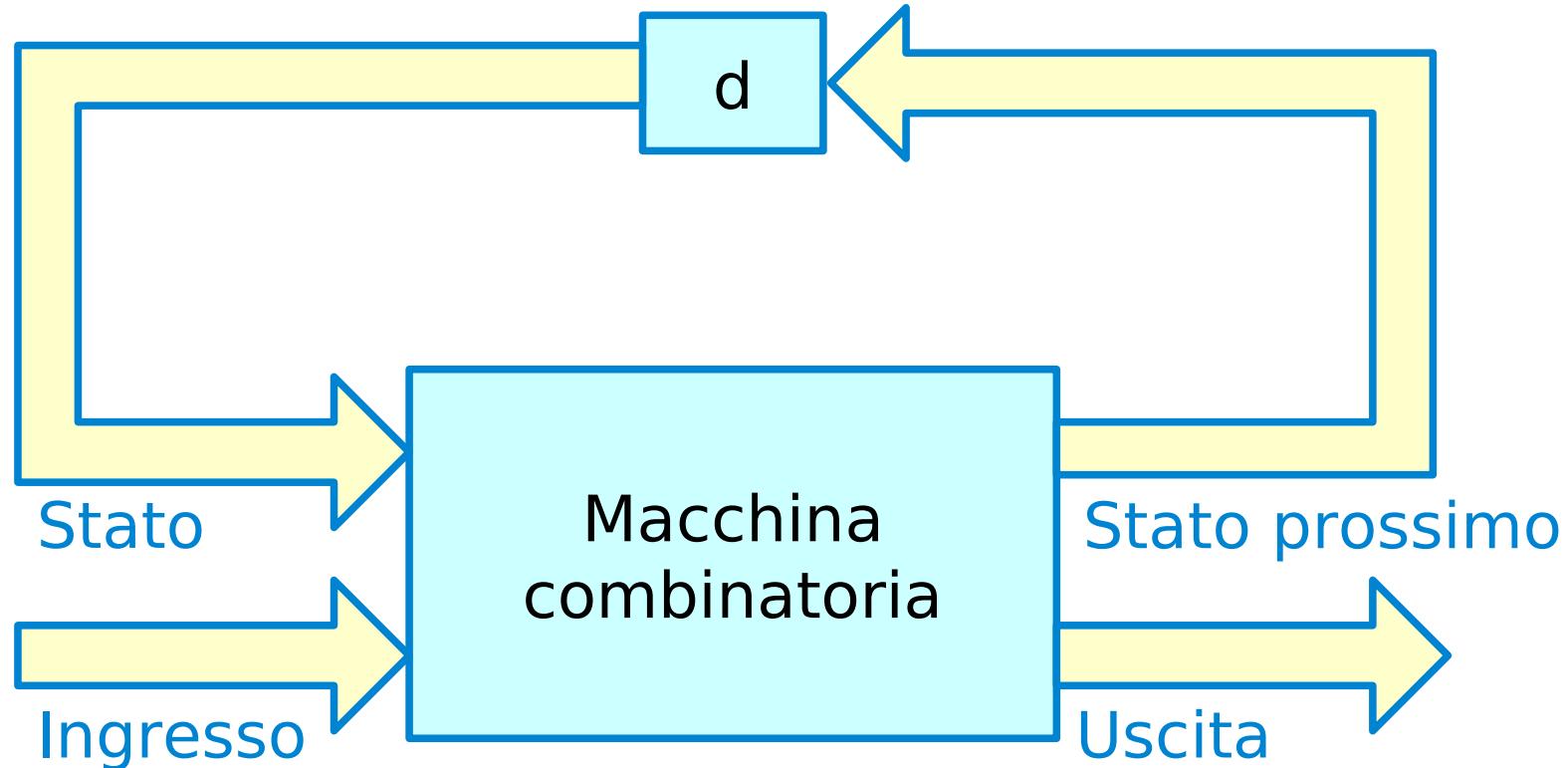
Macchine sequenziali

- Le macchine sequenziali sono realizzazioni di automi a stati finiti in cui i valori di I, U e Q sono codificati in binario
- Problema della tempificazione: in corrispondenza di quali eventi avvengono le transizioni di stato ?
- Esistono diversi modelli realizzativi di macchine sequenziali che differiscono per il modo con cui viene risolto il problema della tempificazione

Modello fondamentale



- Una Macchina Sequenziale può essere realizzata con:
 - Una macchina combinatoria
 - Un ritardo



Le Parti della Macchina

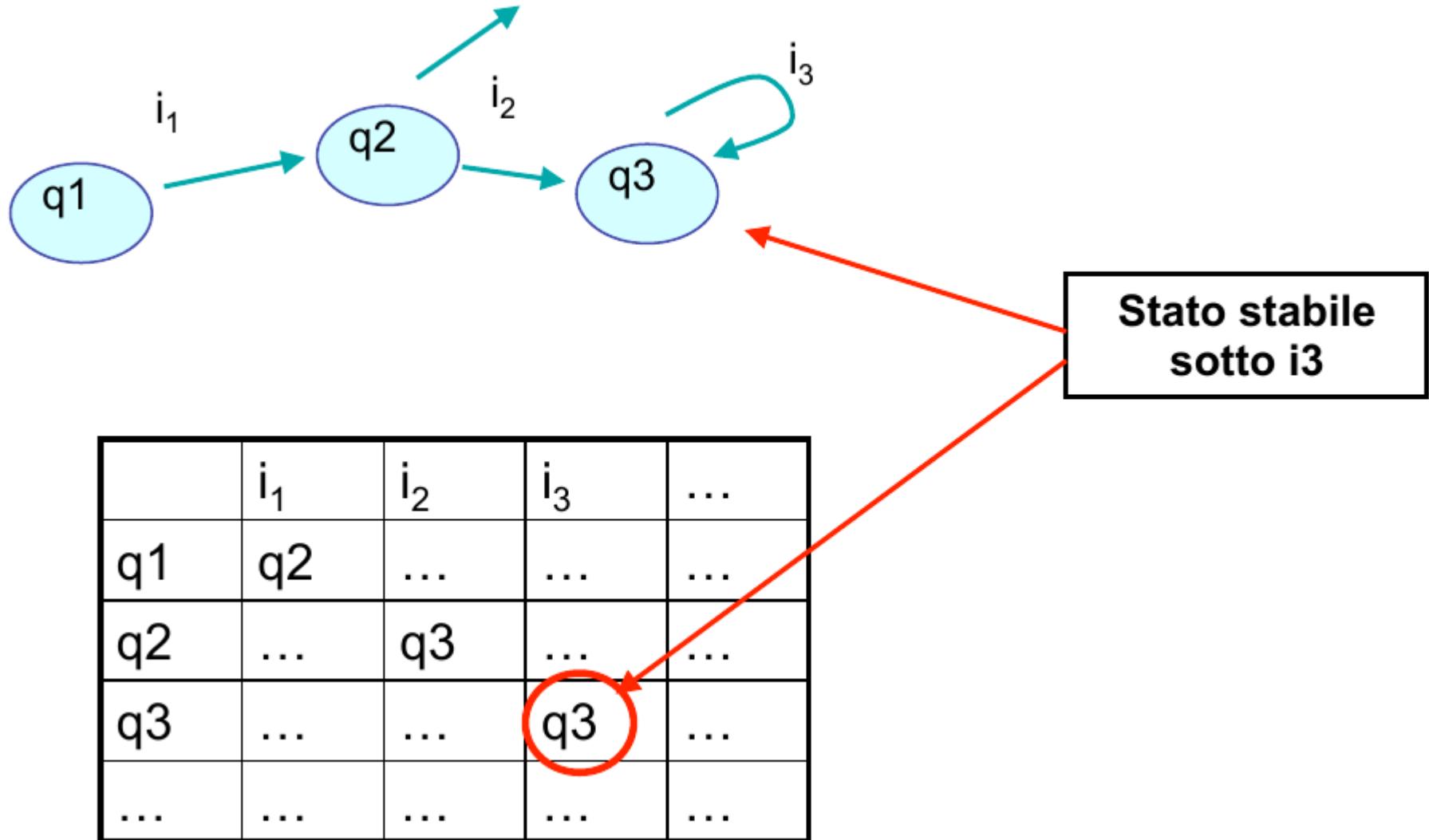


- L'ingresso della macchina combinatoria è l'ingresso della macchina sequenziale più l'uscita del ritardo (lo stato precedente)
- L'uscita della macchina combinatoria è l'uscita della macchina sequenziale più il prossimo stato della macchina.

Stati stabili sotto un ingresso

- Una macchina sequenziale ha uno **stato stabile** q sotto un ingresso i se
$$\tau(q,i) = q \quad (\tau \text{ funzione prossimo stato})$$
- In altre parole, applicando in maniera continua l'ingresso i la macchina permane nello stato q
- Se partendo da qualsiasi stato ed applicando qualsiasi ingresso è sempre possibile arrivare in uno stato stabile, la macchina si dice **asincrona**

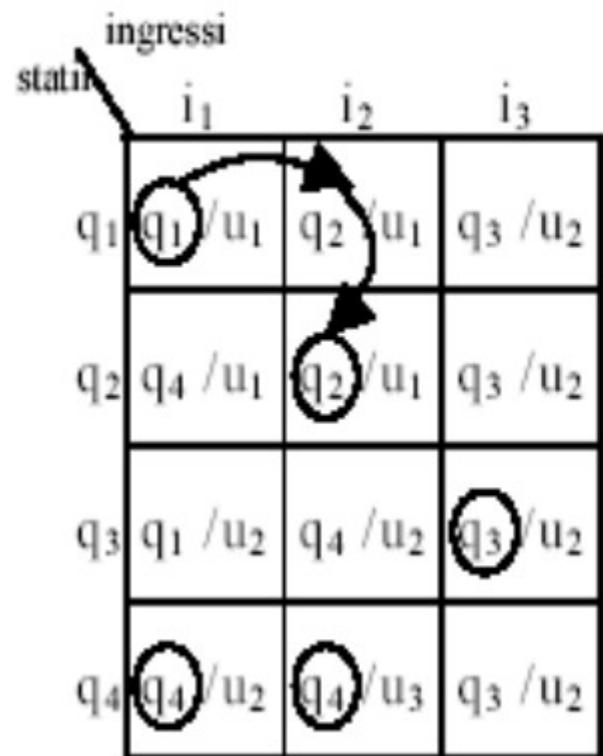
Stati stabili



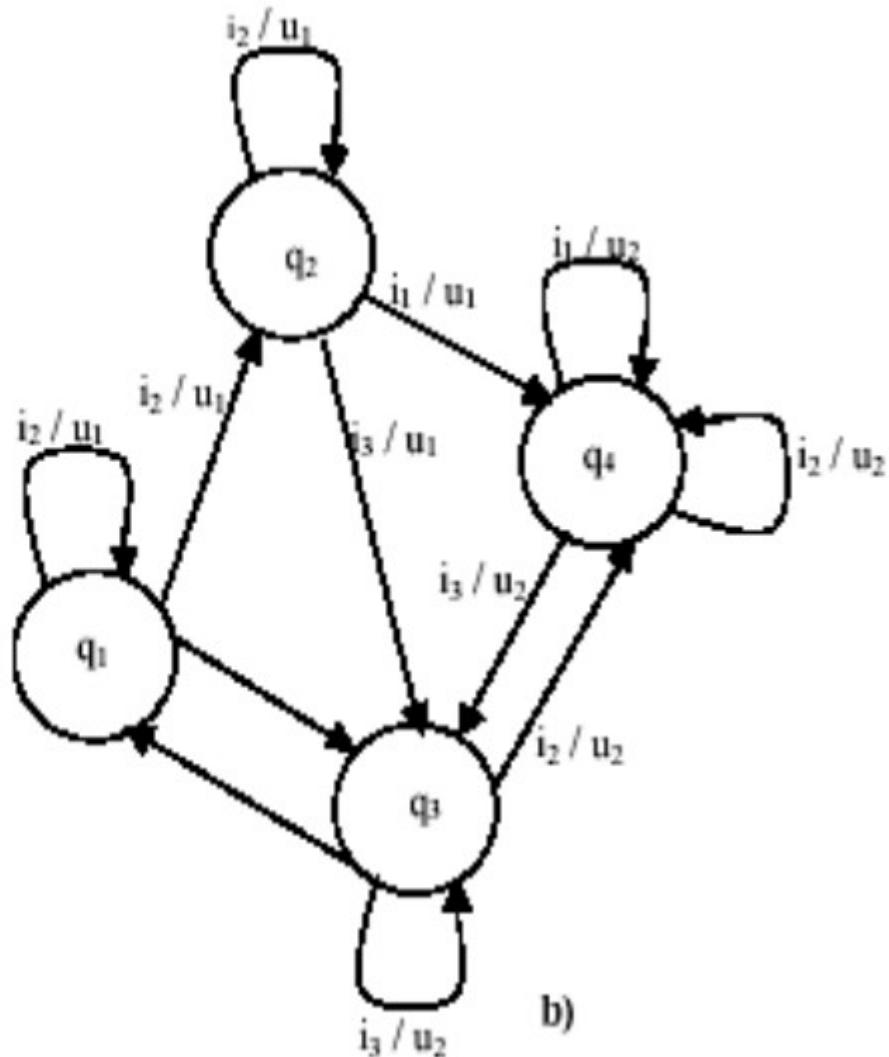
Macchina asincrona



DIE
TI.
UNI
NA



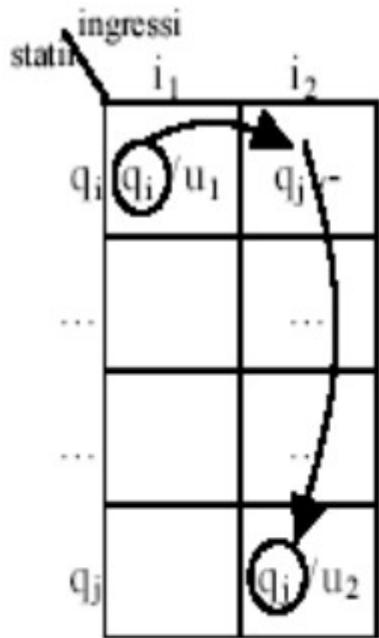
a)



b)

Macchina asincrona

- Una macchina con sequenze di ingressi a livelli funziona solo se è asincrona



a)



b)

Schema di transizioni in macchine asincrone:
a) transizione diretta; b) transizione con cicli

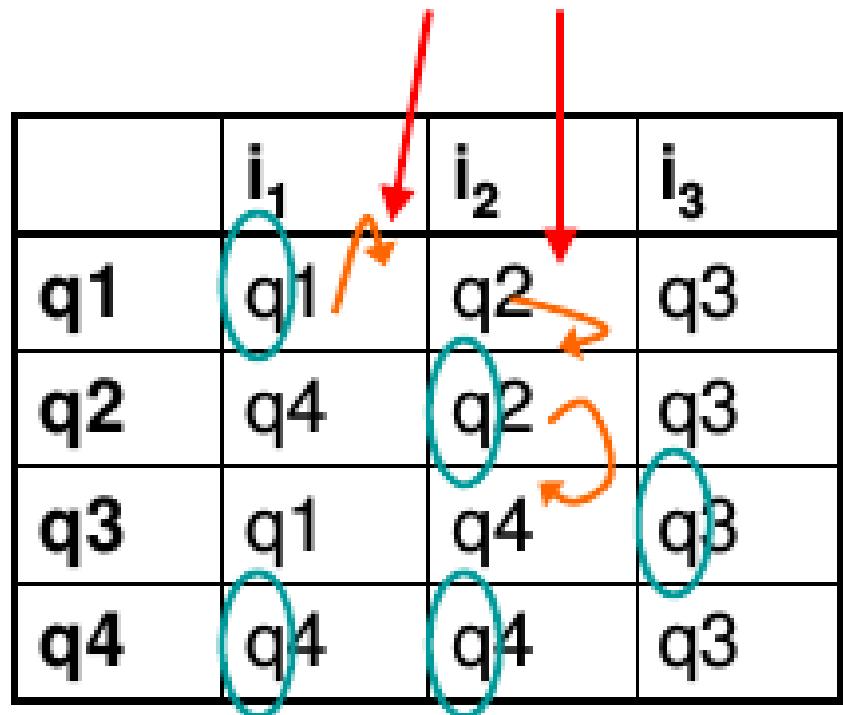
Macchine asincrone

- La macchina è asincrona: partendo da qualsiasi stato ed applicando una qualsiasi sequenza fissa in ingresso si perviene ad uno stato stabile.
- Es.: Partendo da q_1 ed applicando i_2 si arriva e rimane in q_2 (purché i_2 sia applicato per un tempo sufficiente a far arrivare la macchina nello stato q_2)

	i_1	i_2	i_3
q_1	q_1	q_2	q_3
q_2	q_4	q_2	q_3
q_3	q_1	q_4	q_3
q_4	q_4	q_4	q_3

Macchine asincrone

- Applicando una sequenza di due ingressi in una macchina asincrona, la transizione tra uno stato stabile e l'altro avviene mediante una transizione orizzontale e poi k transizioni verticali verso lo stato stabile (ciclo lungo k)
- L'unica condizione necessaria a garantire il passaggio da uno stato stabile ad un nuovo stato stabile noto è che il nuovo ingresso sia applicato per un tempo sufficiente a permettere la transizione attraverso gli stati intermedi
- Le uscite possono essere assegnate ai soli stati stabili

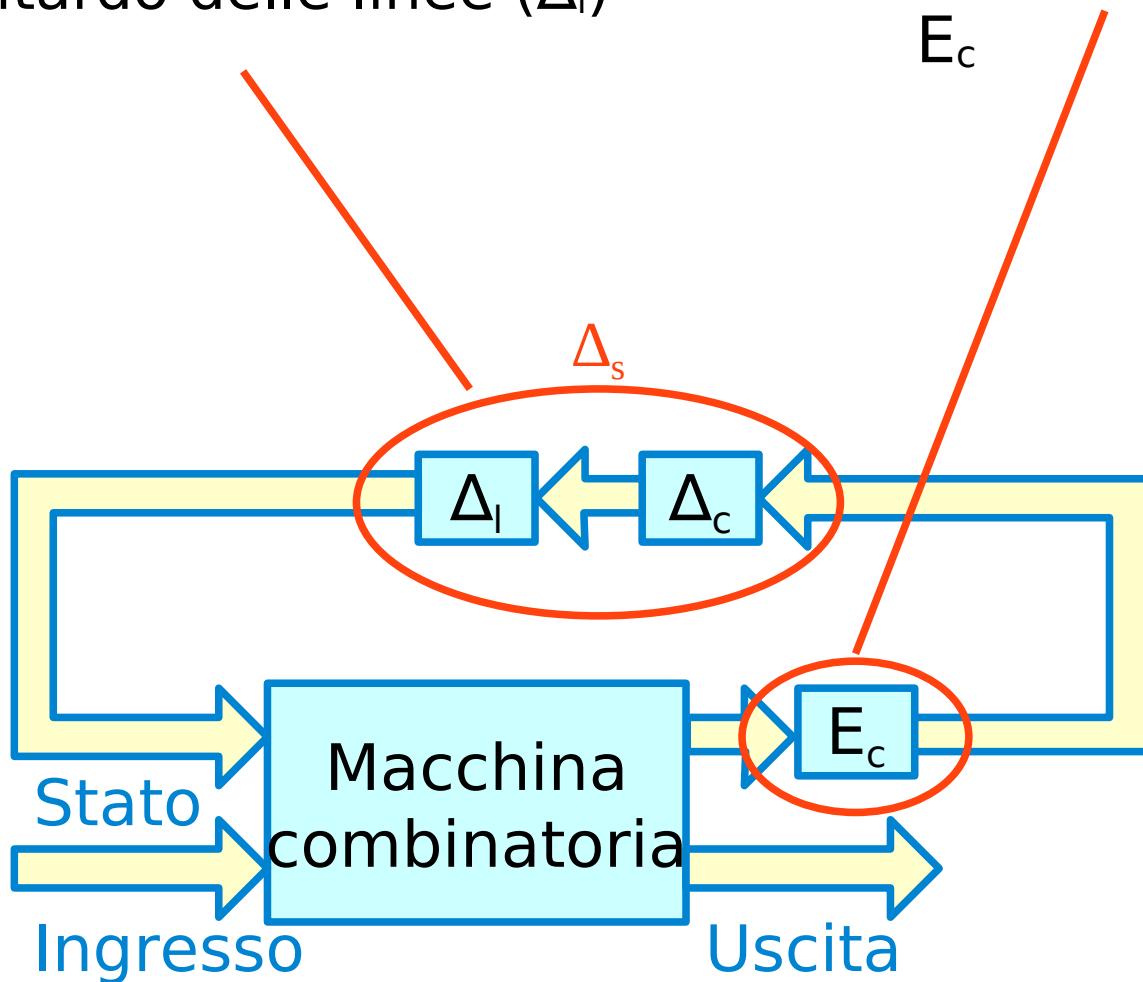


Macchine asincrone



DIE
TI.
UNI
NA

ritardo puro della macchina
combinatoria (Δ_c) più
ritardo delle linee (Δ_l)



ritardo inerziale della
macchina combinatoria
 E_c

La transizione tra due
stati stabili avviene
soltanto se la durata
 d dell'ingresso che
genera la transizione
attraverso k stati
consecutivi è tale che
 $d > k(E_c + \Delta_s)$