Lezione 19

Fisica I – Ingegneria Automazione e Informatica

Università di Napoli "Federico II"

prof. Nicola R. Napolitano

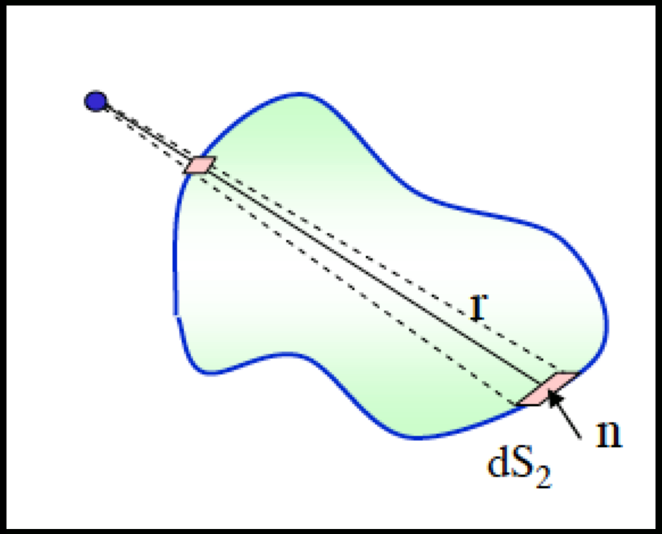
Riepilogo della lezione precedente

1) Teorema di Gauss per il campo gravitazionale
2) Fluidi
3) Legge di Stevino

In questa lezione

1) Vasi comunicanti
2) Principio di Archimede
3) Principio di Pascal
4) Teorema di Bernoulli

$$\Phi = GM \int_S \frac{dS \cos\theta}{r^2} = GM \int_S d\Omega$$ ovvero $$\boxed{\Phi = 4\pi GM}$$



Analogamente si dimostra che il flusso entrante del campo gravitazionale generato da una massa puntiforme esterna è nullo.

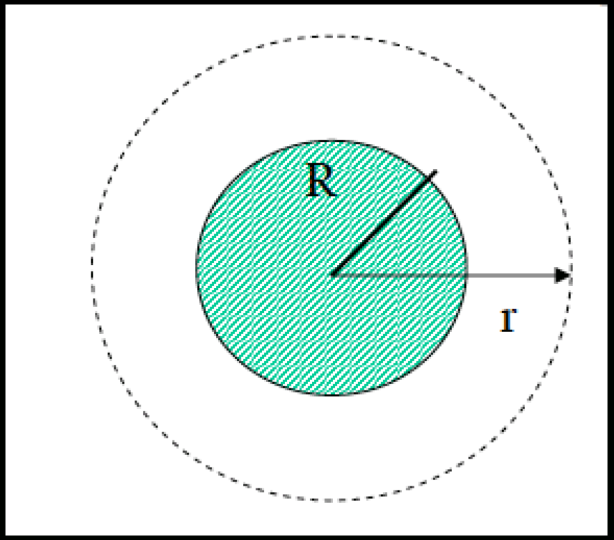
Applicando il teorema di sovrapposizione si ottiene

$$\boxed{\Phi = 4\pi GM_{INT}}$$

è il Teorema di Gauss

per il campo gravitazionale

è la massa totale all'interno della superficie chiusa.



campo gravitazionale generato da una distribuzione di massa sferica, ad una distanza r > R

Prendiamo una superficie sferica concentrica di raggio r.
Per simmetria, il campo g è costante in modulo e ovunque ortogonale alla superficie

$$\Phi = \int_S \vec{g} \cdot \vec{n} \, dS = g(r) S = 4\pi r^2 g(r)$$

Ma per il Teorema di Gauss: $\Phi = 4\pi G M_{INT} = 4\pi G M$

uguagliando si ottiene: $\boxed{g(r) = G \frac{M}{r^2}}$ il campo gravitazionale è uguale a quello generato da una massa M puntiforme, posta nel centro.

Meccanica dei Fluidi

stati della **materia**:

- solido [volume e forma definiti]
- liquido [volume definito, forma no]
- gassoso [né volume, né forma definiti]

N.B. sono definizioni **artificiose**:
lo stato di una sostanza può cambiare
con **temperatura** e **pressione**

tempo *necessario ad una sostanza a variare la sua* ***forma***
in risposta a ***forza esterna*** *determina*
lo ***stato*** *della sostanza [**solido, liquido, gassoso**]*

[es. la **pece** è un **fluido**: impiega molto tempo ad assumere la forma del contenitore, ma lo fa]

fluido: insieme di **molecole**

- sistemate casualmente
- legate da **deboli** forze di coesione e forze esercitate da pareti del contenitore

liquidi e **gas** sono **fluidi**

	FLUIDI	
Solidi	Liquidi	Gas
•Massa	•Massa	•Massa
•Forma propria	•Forma del contenitore	•Forma del contenitore
•Superficie propria	•Superficie propria	•Superficie del contenitore
•Volume	•Volume	•Volume del contenitore
•Proprietà elastiche di trazione-compressione	•Proprietà elastiche di trazione-compressione	•Proprietà elastiche di trazione-compressione
•Proprietà elastiche di deformazione di taglio	•Scorrono/fluiscono	•Scorrono/fluiscono
	•Non reagiscono a deformazioni di taglio	•Non reagiscono a deformazioni di taglio
	•Sono poco comprimibili	•Sono altamente comprimibili

Densità

[massa volumica]

massa per unità di volume

$$\rho \underset{def}{=} \frac{m}{V}$$

unità di misura:

$[\rho]=M/L^3 \Rightarrow kg/m^3$

in condizioni **standard** (0^0 C)

$$\rho_{gas} \approx \frac{1}{1000}\rho_{solido,liquido}$$

$\Rightarrow$ spazio molecolare di un gas **10 volte** spazio molecolare di un liquido o solido

Sostanza od oggetto	Massa volumica (kg/m^3)
Spazio interstellare	10^{-20}
Massimo «vuoto» raggiungibile in laboratorio	10^{-17}
Aria: a 20 °C e 1 bar *	1.21
a 20 °C e 50 bar	60.5
Polistirolo espanso	$3 \cdot 10^1$
Acqua: a 20 °C e 1 bar **	$0.998 \cdot 10^3$
a 20 °C e 50 bar	$1.000 \cdot 10^3$
Acqua del mare: a 20 °C e 1 bar	$1.024 \cdot 10^3$
Sangue	$1.060 \cdot 10^3$
Ghiaccio	$0.917 \cdot 10^3$
Ferro	$7.9 \cdot 10^3$
Mercurio	$13.6 \cdot 10^3$
Terra: valor medio	$5.5 \cdot 10^3$
nucleo	$9.5 \cdot 10^3$
crosta	$2.8 \cdot 10^3$
Sole: valor medio	$1.4 \cdot 10^3$
nucleo	$1.6 \cdot 10^5$
Stella nana bianca (nucleo centrale)	10^{10}
Nucleo dell'uranio	$3 \cdot 10^{17}$
Stella di neutroni (nucleo centrale)	10^{18}
Buco nero (1 massa solare)	10^{19}

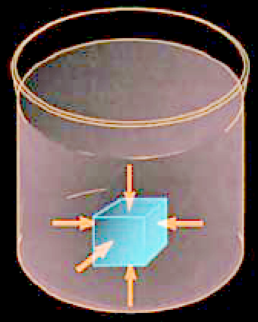
≈**40** ordini di grandezza

*bar = unita' di misura della pressione. Come mai aumentando la pressione aumenta la densità?

** come mai la pressione qui non cambia la densità?

Pressione

- i fluidi **non** reagiscono a **forze di taglio**
- forza esercitata da un fluido: sempre **perpendicolare** a superficie oggetto



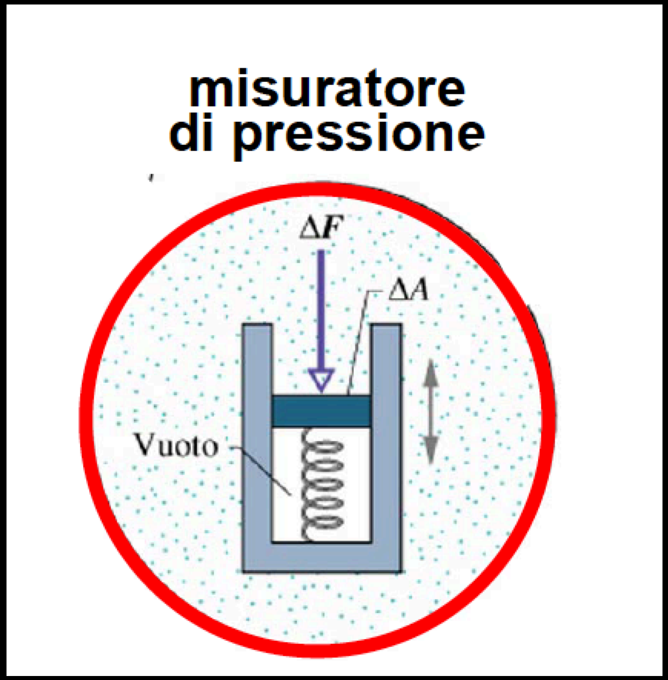
Questo ci permette di scomporre un fluido in volumetti elementari perche' ogni volumetto esercita una forza uguale e contraria sul volumetto con cui condivide la faccia

$$p \underset{def}{=} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

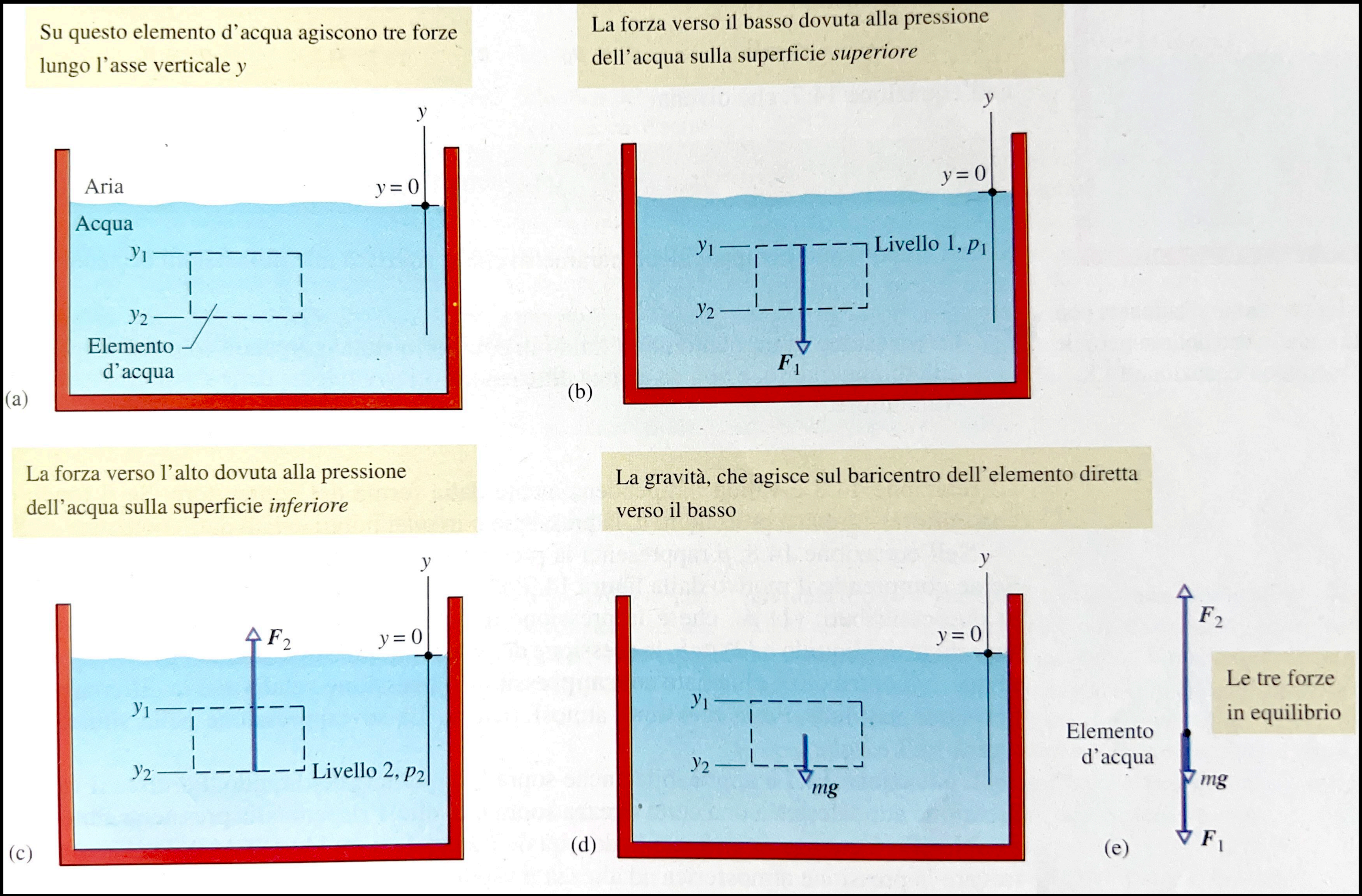
forza per unità di area

$$p = \frac{F}{A}$$

pressione su **area piana** dovuta a **forza uniforme**



La pressione che si misura in un contenitore in cui è immerso un fluido è la stessa indipendentemente dall'orientamento del sensore (le cui dimensioni sono trascurabili rispetto alle dimensioni del contenitore) →**La pressione è uno scalare**


Su questo elemento d'acqua agiscono tre forze lungo l'asse verticale y
y
Aria
y = 0
Acqua
y1
y2
Elemento d'acqua
(a)
La forza verso il basso dovuta alla pressione dell'acqua sulla superficie superiore
y
y = 0
y1
Livello 1, p1
y2
F1
(b)
La forza verso l'alto dovuta alla pressione dell'acqua sulla superficie inferiore
y
F2
y = 0
y1
y2
Livello 2, p2
(c)
La gravità, che agisce sul baricentro dell'elemento diretta verso il basso
y
y = 0
y1
y2
mg
(d)
F2
Le tre forze in equilibrio
Elemento d'acqua
mg
F1
(e)

pressione atmosferica

$1\ \text{atm} = 1.01 \times 10^5\ \text{N/m}^2 = 10^5\ \text{Pascal (Pa)}$

1 bar $= 1.01 \times 10^4\ (1\ \text{kg} \times 9.8\ \text{m/s}^2)/\ \text{m}^2$

$= 1\ \text{kg}_p/\text{cm}^2$

Pascal: 1 Pa= 1N/m^2

l'aria attorno a noi esercita una forza di **1 kg_p su ogni cm^2** del nostro corpo

NON ce ne accorgiamo:

- tale forza è **uguale** in tutte le direzioni
- è contrastata da **uguale pressione** all'**interno** del nostro **corpo**

se pompo aria fuori da recipiente sigillato pressione atmosferica produce forza non bilanciata verso l'interno:

➔ collasso del recipiente

Pressione e Profondità
[legge di Stevino]

pressione:

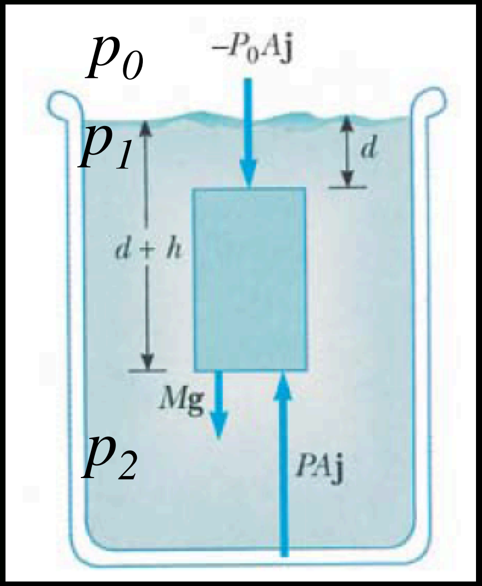
- **aumenta** con la **profondità** (come nel mare, lago, piscina)
- **diminuisce** con l'**altitudine** (come in montagna)

  [**esempio**: gli aerei devono essere pressurizzati]

$$M_{liquido} = \rho V_{liquido} = \rho\, Ah$$

equilibrio forze $\sum F_y = 0 \Rightarrow pA - p_0 A - Mg = 0$

$$\boxed{p = p_0 + \rho g h}$$

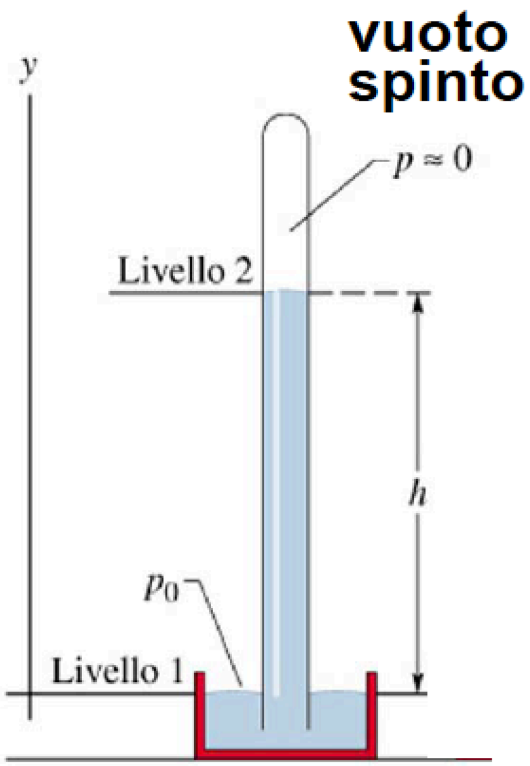


$$p_2 = p_1 + \rho g h$$
$$p_2 = (p_0 + \rho g d) + \rho g h$$
$$p_2 = p_0 + \rho g (d + h)$$

Misure di Pressione

barometro a mercurio

[Torricelli 1608-1647]



tubo pieno di mercurio
rovesciato in recipiente con mercurio

$$p_0 = \rho_{Hg} g h$$

$\Rightarrow$ trasformo **altezza h**
in valore di **pressione**

N.B. **1 atm** equivale a colonnina Hg di 0.76 m a 0^0 C

$$p_0 = \rho_{Hg} g h = (13.595 \times 10^3 kg/m^3)(9.8 m/s^2)(0.76 m)$$

$$= 1.0013 \times 10^5 \; N/m^2 \; (Pa)$$

Applicazione legge di Stevino

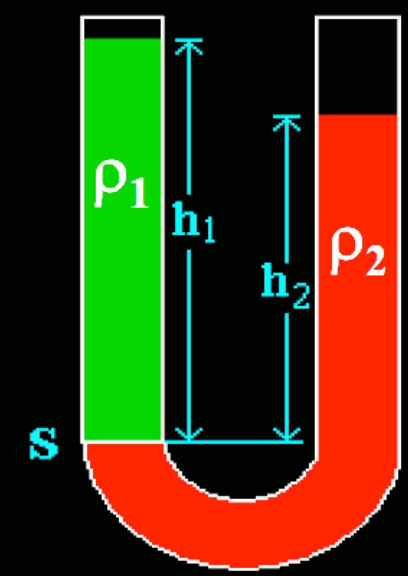
vasi comunicanti

in un sistema di vasi comunicanti il fluido contenuto raggiunge la ***stessa quota*** *indipendentemente dalla forma dei recipienti*

Ossia:

la pressiona *p* alla base uguale per tutti
la pressione atmosferica e' uguale per tutti
la densita' e' uguale per tutti
l'altezza deve essere uguale per tutti

liquidi non miscelabili



all'**equilibrio** pressioni in S si bilanciano:

$$p_1 = p_0 + \rho_1 g h_1$$

$$p_2 = p_0 + \rho_2 g h_2$$

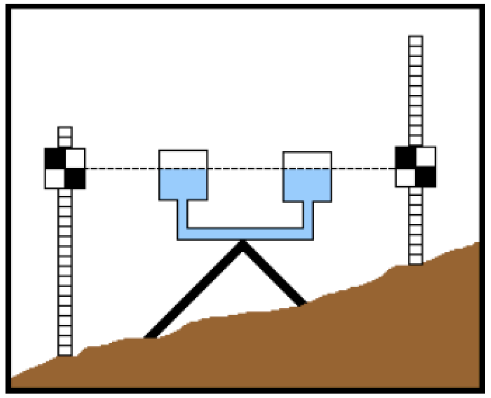
$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

[N.B. per $\rho_1 = \rho_2 \Rightarrow h_1 = h_2$ principio dei vasi comunicanti]

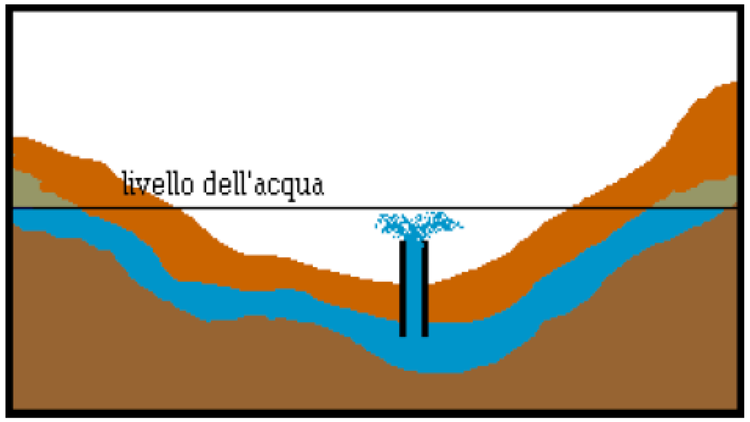
Misura di densita' relativa

livella ad acqua



i due vasi di **vetro**, contenenti acqua, collegati tramite un tubo, sfruttano la proprietà dei vasi comunicanti per evidenziare i dislivelli del terreno

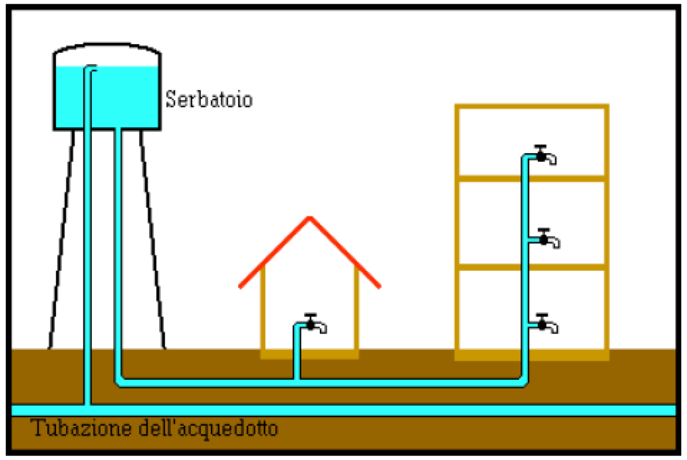
pozzo artesiano



per il principio dei **vasi comunicanti**

L'acqua tende a risalire nel pozzo fino al livello del terreno

acquedotto



sistema di distribuzione dell' **acqua potabile**:

il fluido è sollevato all'altezza necessaria nelle varie abitazioni perché esso tende a portarsi alla quota del serbatoio

Principio di Pascal

ogni **variazione** di **pressione** in liquido chiuso si trasmette

- a **tutti i punti** del liquido
- alle **pareti** del contenitore

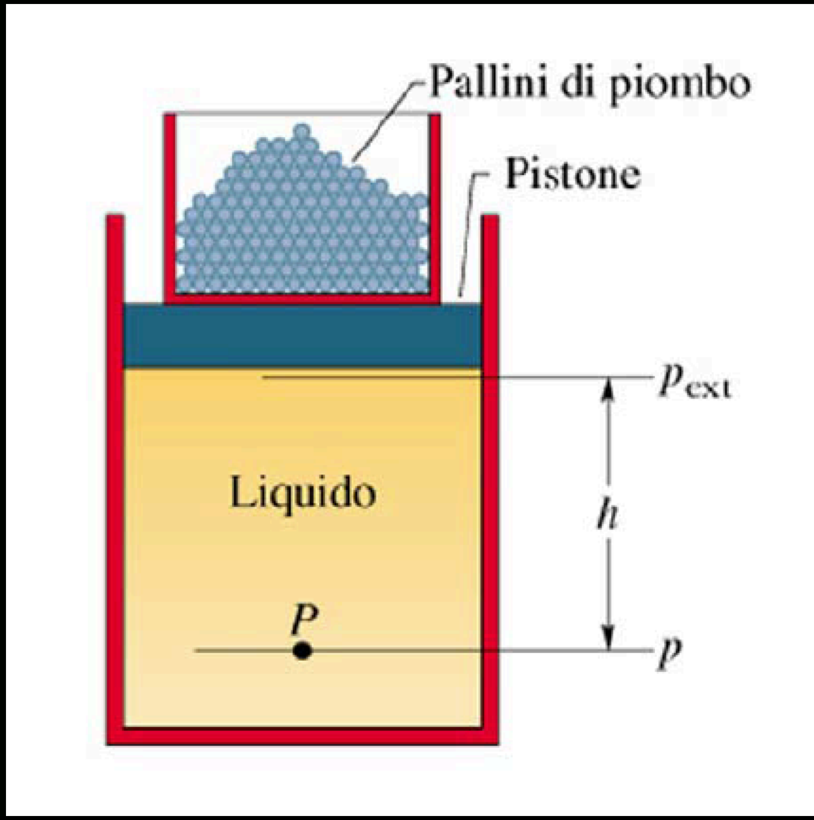
Attenzione: sono le variazioni di pressione a trasmettersi per cui se aumento la pressione esterna questa si trasferisce in un aumento di pressione tramite eq. (1) in cui ρ g e h sono rimasti invariati punto per punto. Ossia vale la (2) indipendentemente dall'altezza.

- liquido **incomprimibile**
  [**ρ = costante**]

$$p = p_{ext} + \rho g h \quad (1)$$

- aggiungo pallini di piombo
  [⇒ **aumento** pressione esterna]

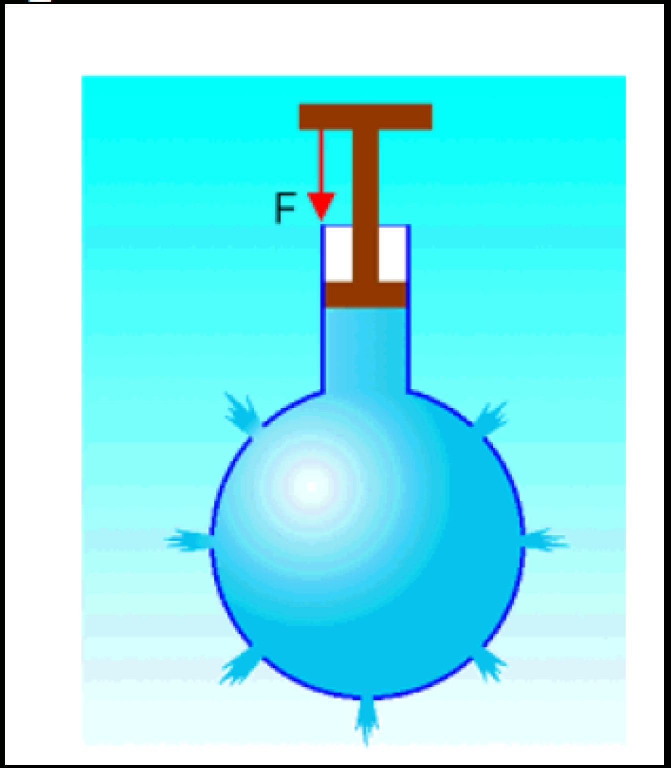
$$\Delta p = \Delta p_{ext} \quad (2)$$



N.B. Il pistone si abbasserebbe se il liquido fosse comprimibile. Il fatto che non si abbassa è dovuto alla impossibilità delle densità di variare. Ma la variazione pressione esterna si propaga nel liquido incomprimibile e si trasferisce alla superficie interiore. Possiamo immaginare uno stesso meccanismo anche per i corpi solidi, solo che data la struttura molecolare più resistente, l'effetto netto è la reazione vincolare.

Principio di Pascal

cambiamento di pressione **indipendente** da h
⇒ vale in **tutti i punti** del liquido

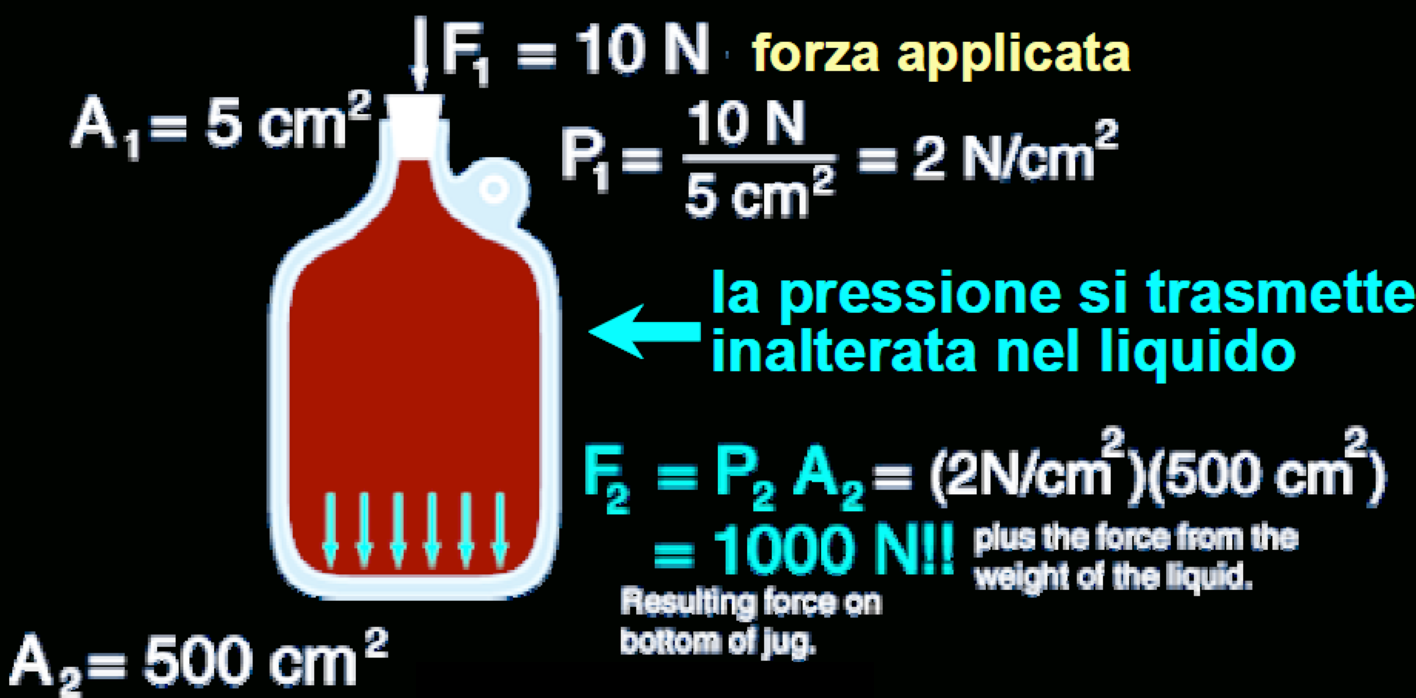


verifica:

forza applicata sul pistone
si trasmette in **ogni punto** del
fluido e in **tutte** le **direzioni**

conseguenze:

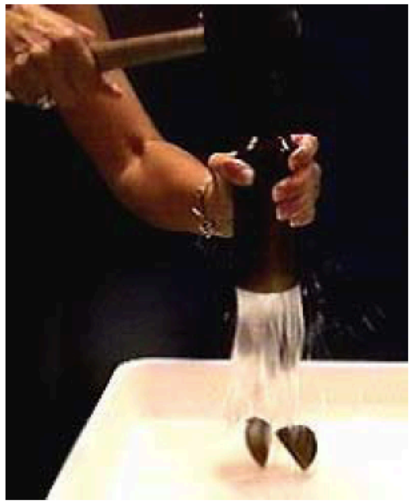
moltiplico intensità di F applicata



Leva idraulica: cambiando **area** nel fluido
moltiplico le **forze** !!!

esempio:

colpendo il **tappo**
bottiglia piena di liquido
rompo **fondo** della bottiglia



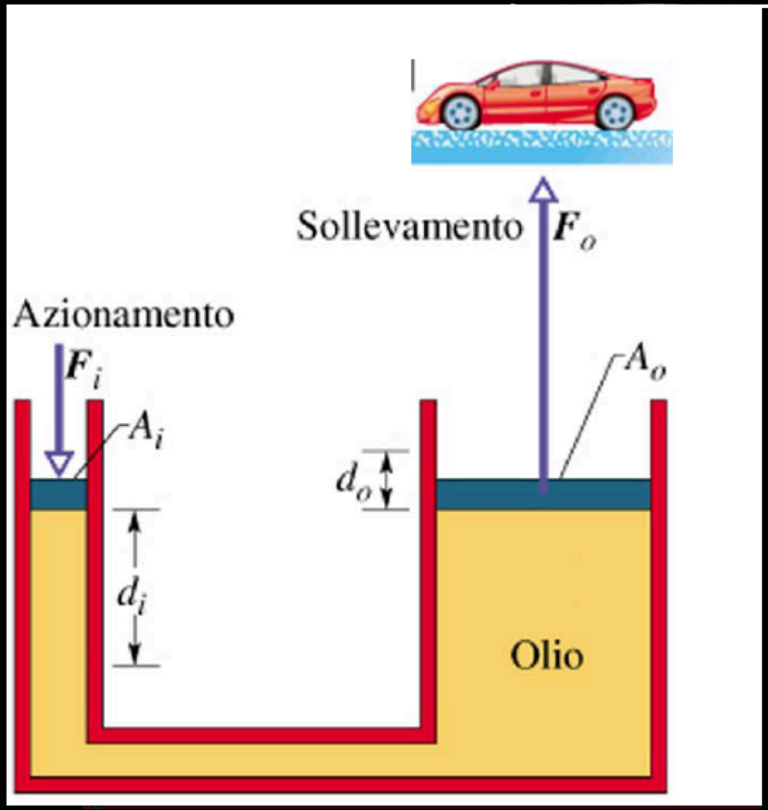
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hframe.html

Applicazione principio di Pascal
[leva idraulica]

liquido **incomprimibile**
[ρ = **costante**]

$$p = \frac{F_i}{A_i} = \frac{F_0}{A_0}$$

$$F_0 = F_i \frac{A_0}{A_i}$$



$$F_0 > F_i \quad per \quad A_0 > A_i$$

se **muovo** pistone sinistro di tratto d_i
⇒ pistone destro si muove di tratto d_0
[conservazione del volume spostato]

$$V = A_i d_i = A_0 d_0$$

$$d_0 = \frac{A_i}{A_0} d_i$$

$$d_0 < d_i \quad per \quad A_0 > A_i$$

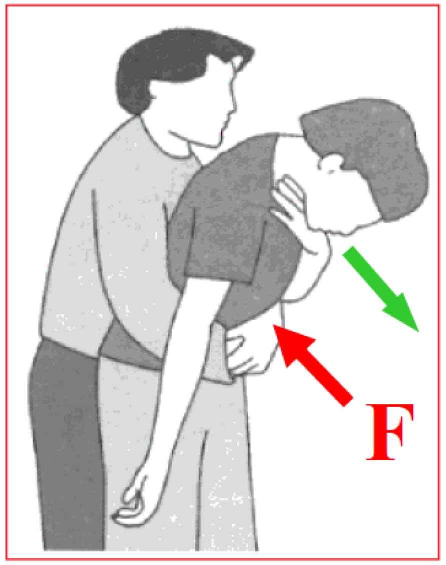
$$L = F_0 d_0 = \left(F_i \frac{A_0}{A_i}\right)\left(d_i \frac{A_0}{A_i}\right) = F_i d_i$$

una data forza su una certa distanza si trasforma in **forza maggiore** su **distanza minore**

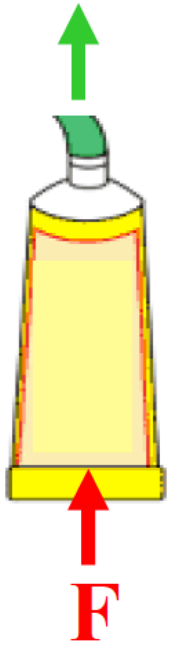
in **medicina**:

pressione sull'**addome**
si trasmette alla **gola**
permettendo fuoriuscita
di corpi estranei
dalla **trachea**

manovra di Heimlich

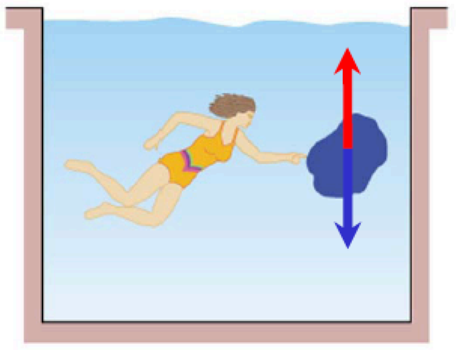


dentifricio esce dal **tappo**
schiacciando **fondo** del tubetto



Principio di Archimede

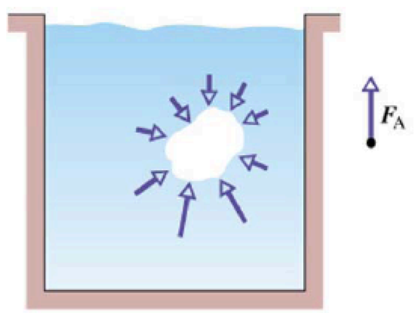
*un corpo **immerso** in un fluido*
[interamente o parzialmente]
*è soggetto ad una **spinta di galleggiamento***
verso l'alto, pari al peso di fluido spostato



sottile **palloncino** di plastica
pieno d'acqua
in **equilibrio statico** nella piscina

$F_g = m_f\, g = F_A$

spinta
di **galleggiamento**
[spinta di Archimede]

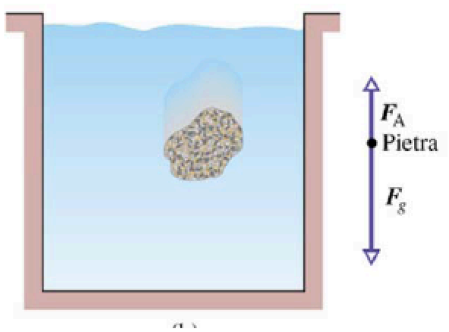


× la pressione aumenta con la profondità

pressione **fondo** > pressione **cima** palloncino

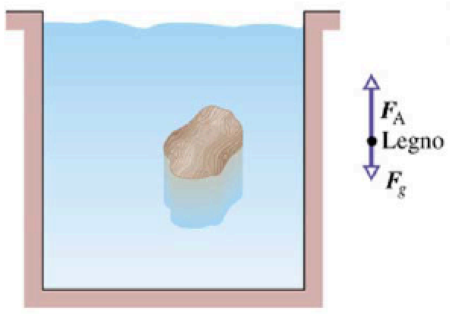
rimuovo
palloncino d'acqua

$\sum F = F_A$



× riempio spazio con **pietra:**
F_A è **uguale** [non ho cambiato forma spazio]
F_g è **maggiore**

pietra affonda



× riempio spazio con **legno:**
F_A è **uguale** [non ho cambiato forma spazio]
F_g è **minore**

legno risale in superficie

Principio di Archimede

un corpo ***immerso*** *in un fluido*
[interamente o parzialmente]
è soggetto ad una ***spinta di galleggiamento***
verso l'alto, pari al peso di fluido spostato

$$F_A = m_f g$$

oggetto completamente immerso

$$F_A = m_f g = \rho_f V_0 g$$

$$F_g = Mg = \rho_0 V_0 g$$

risultante forze

$$F_A - F_g = (\rho_f - \rho_0) V_0 g$$

$=0$	$\rho_f = \rho_0$	corpo in **equilibrio**
>0	$\rho_f > \rho_0$	corpo **accelera** verso alto [legno]
<0	$\rho_f < \rho_0$	corpo **affonda** [pietra]

vescica natatoria

organo a forma di **sacco** riempiendosi/svuotandosi d'**aria** consente al pesce di salire/scendere a minore o maggiore profondità

sommergibile
[**camere stagne** funzionano tipo vescica natatoria]

mongolfiera
[**aria calda** meno densa di aria fredda genera forza verso l'alto]

Principio di Archimede

un corpo ***immerso*** *in un fluido*
[interamente o parzialmente]
è soggetto ad una ***spinta di galleggiamento***
verso l'alto, pari al peso di fluido spostato

$$F_A = m_f g$$

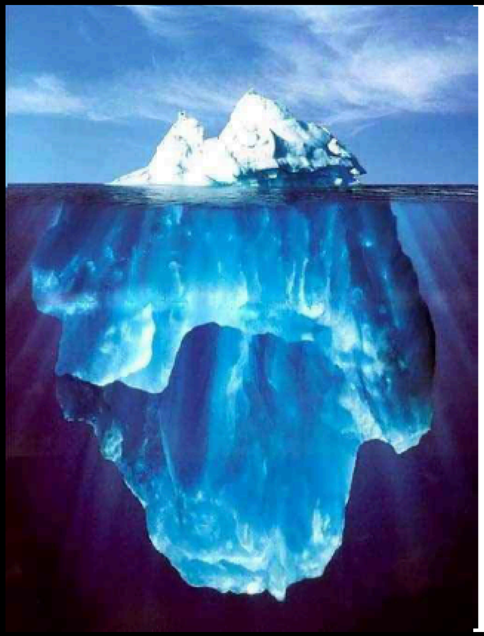
oggetto galleggiante [parzialmente immerso]

V_0= volume **corpo**, V=volume **liquido spostato**

$$F_A = m_f g = \rho_f V\, g = F_g = Mg = \rho_0 V_0\, g$$

$$\frac{\rho_0}{\rho_f} = \frac{V}{V_0}$$

per un corpo **galleggiante**
modulo forza gravitazionale =
peso fluido spostato



iceberg galleggia:

$$\rho_{ghiaccio} = \rho_0 = 900\; kg/m^3$$

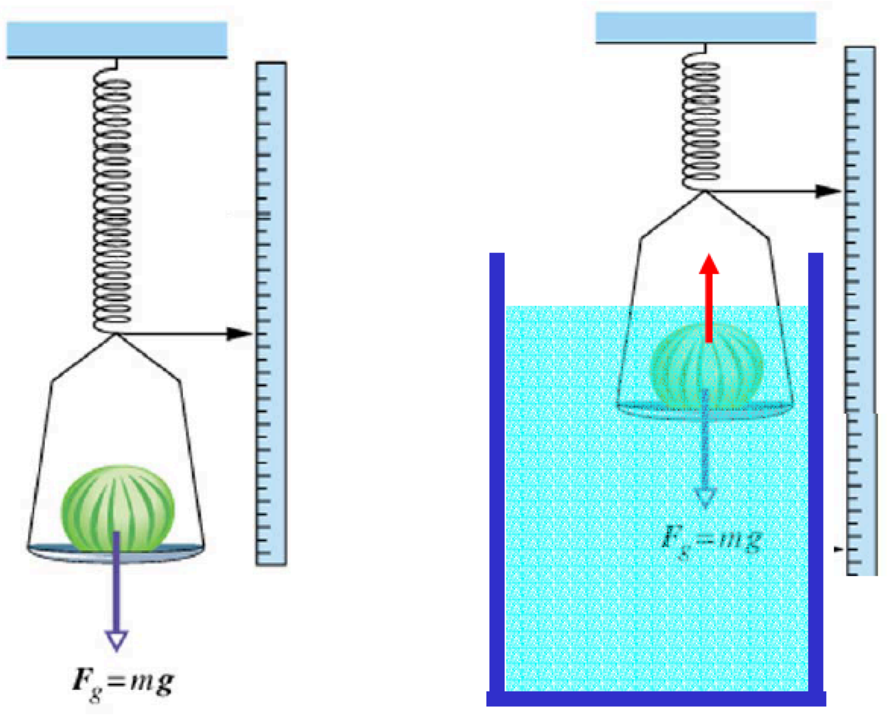
$$\rho_{acqua-mare} = \rho_f = 1025\, kg/m^3$$

$$\frac{\rho_0}{\rho_f} = \frac{V}{V_0} \approx 9/10$$

solo **1/10** emerge dall'acqua !!!

Peso apparente in un fluido

in aria **in acqua**



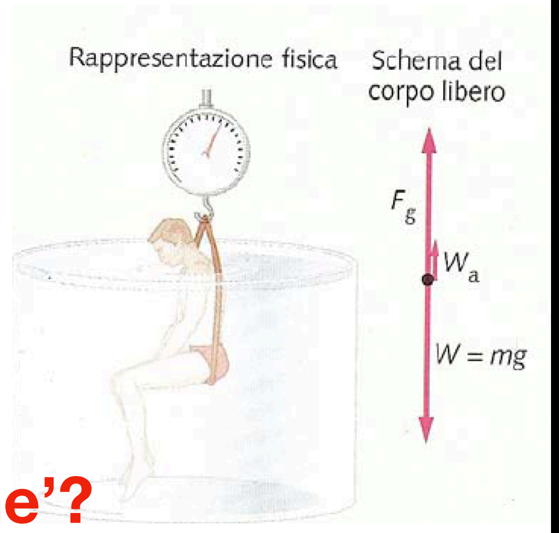
il peso in acqua è ***minore***
a causa della spinta di galleggiamento

$$P_{app} = P - F_A$$

peso apparente

in **fisilogia**:

pesata idrostatica
metodo per eccellenza
usato per determinare
percentuale nel corpo umano
di massa grassa (ρ_{grasso} = 0.901 kg/l)
e massa magra (ρ_{magra} = 1.1 kg/l)



perche'?

http://nutrition.uvm.edu/bodycomp/uww/uww-toc.html

Fluidi in Movimento

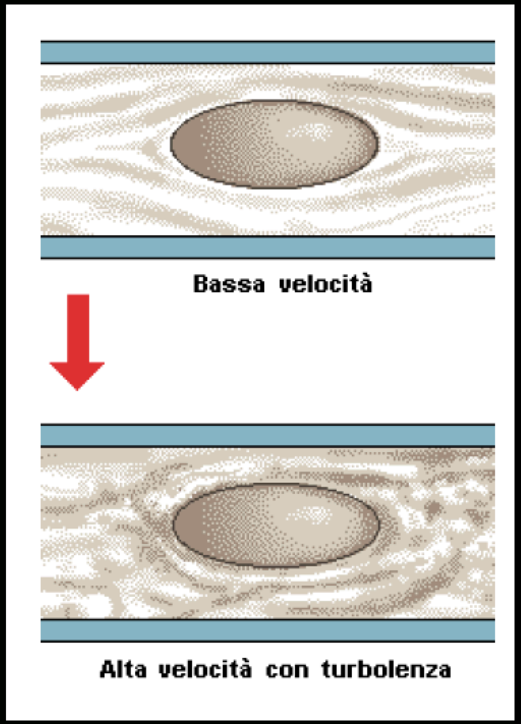
caratteristiche del flusso

× **flusso stazionario**:

cammini seguiti da ogni particella scorrevoli, non si intersecano
velocità di ogni punto del fluido **NON** varia nel tempo
[es. acqua in un ruscello tranquillo]

× **flusso turbolento**:

flusso irregolare
con regioni simili a **vortici**
[es. acqua in prossimità di rocce e strettoie, formazione di rapide]



× **viscosità**:

grado di **attrito interno** del fluido
resistenza fra strati adiacenti di liquido in moto relativo

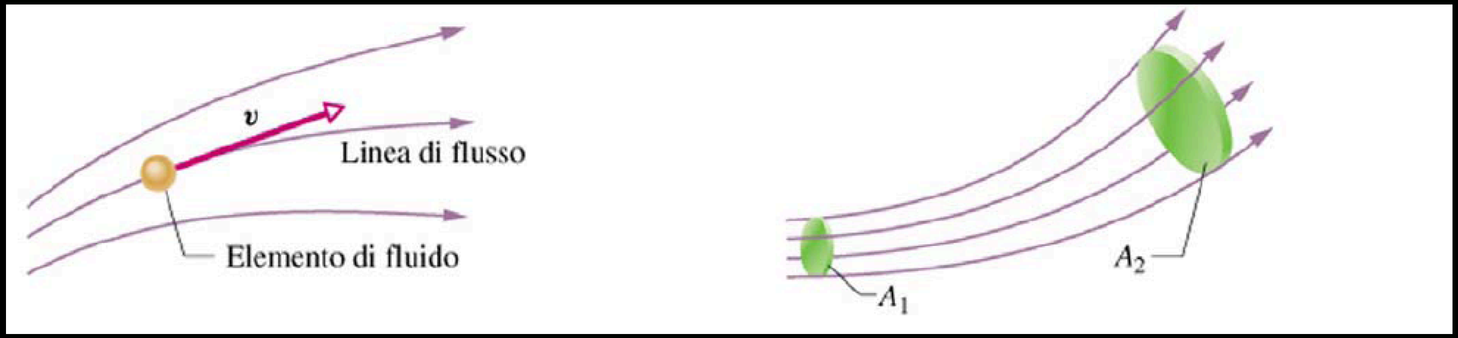
⇒ conversione **energia cinetica** in **energia termica**

evidenzio flusso di un fluido usando **tracciante**
[colorante o particelle di fumo]

flusso stazionario: N.B. la velocita’ puo’ cambiare da punto a punto ma in un certo punto e’ costante e non cambia nel tempo

flusso irrotazionale: senza vortici

Rappresentazione grafica



linee di corrente:

- tangenti alla velocità
- non si intersecano mai
  [il fluido non sarebbe stazionario]

tubo di flusso:

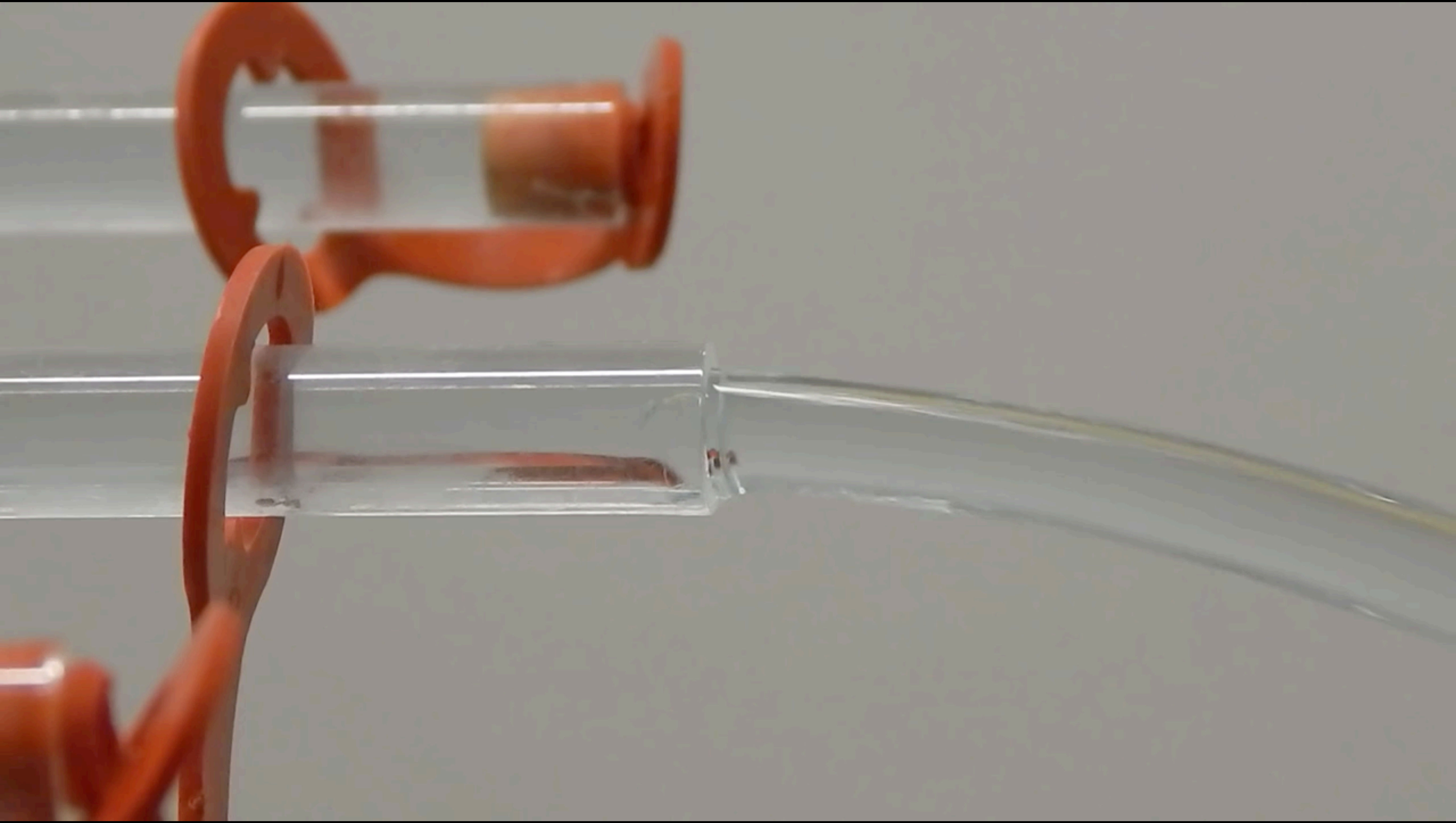
- insieme di linee di corrente
  [particelle confinate all'interno]

fluido **reale**: complicato e non del tutto conosciuto

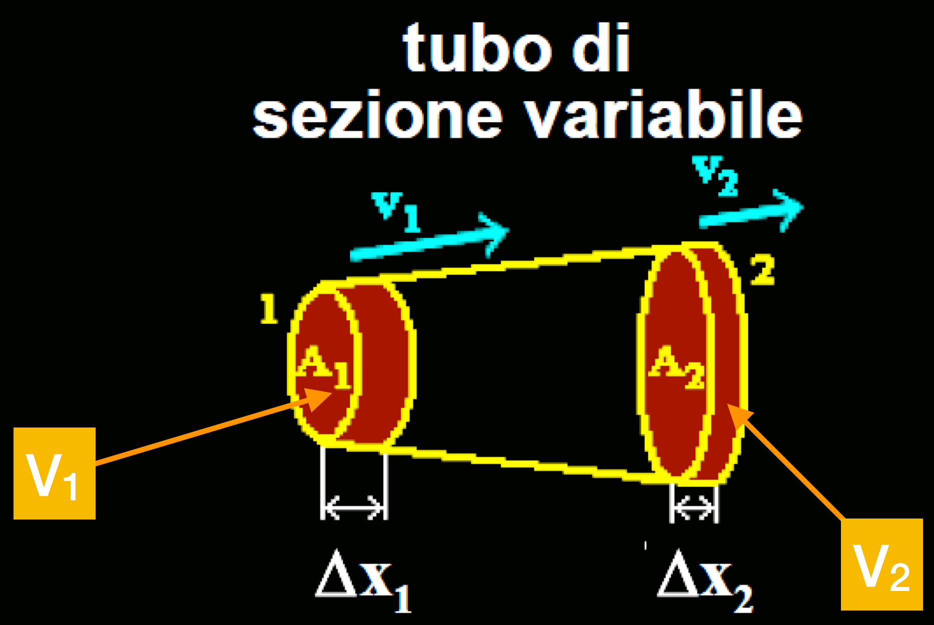
fluido **ideale**: descrivo le proprietà in ciascun punto
in funzione del tempo

proprietà fluido ideale

- **non viscoso** [trascuro attriti interni;
  oggetto in moto nel fluido non risente di attriti]
- **incompressibile** [densità costante nel tempo]
- **flusso stazionario** [velocità di ogni punto costante nel tempo]
- **flusso irrotazionale** [non ci sono vortici, turbolenze]



Equazione di Continuità



Consideriamo i due volumi in figura (V1 e V2) con $V_1 = A_1 \Delta x_1$ e $V_2 = A_2 \Delta x_2$

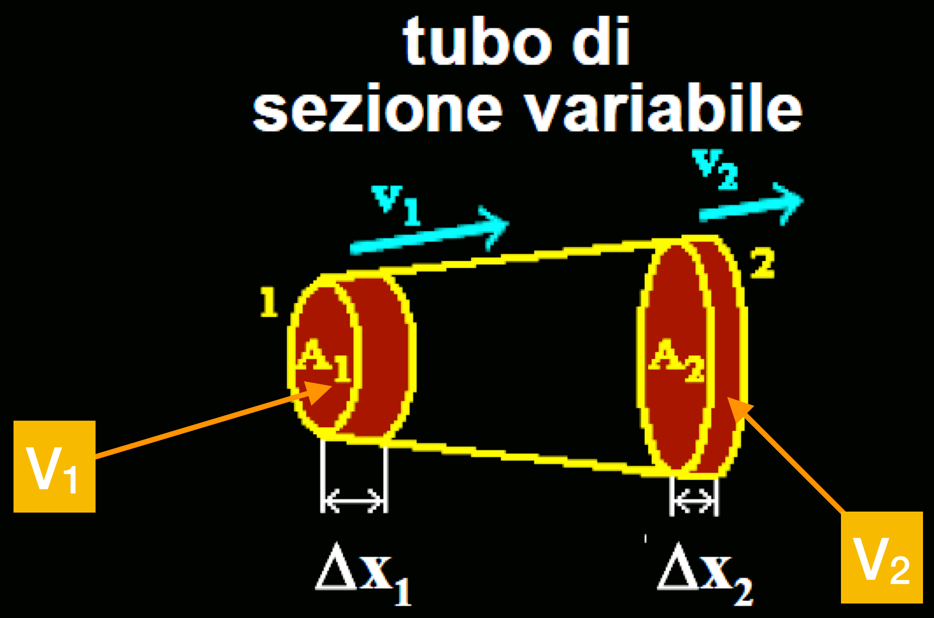
La quantità di fluido che nel tempo Δt entra nel "tubo di flusso" e che occupa il volume V_1 deve essere uguale a quella che esce (e che occupa il volume V_2), se non ci sono perdite.

nell' intervallo di **tempo Δt**

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t \qquad \Rightarrow \Delta m_1 = \rho_1 A_1 \Delta x_1 = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t$$

$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t \qquad \Rightarrow \Delta m_2 = \rho_2 A_2 \Delta x_2 = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$$

Equazione di Continuità



nell' intervallo di **tempo Δt**

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t \quad \Rightarrow \Delta m_1 = \rho_1 A_1 \Delta x_1 = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t$$

$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t \quad \Rightarrow \Delta m_2 = \rho_2 A_2 \Delta x_2 = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$$

la **massa** si **conserva** [fluido stazionario]

$$\Delta m_1 = \Delta m_2$$

$$\rho_1 A_1 v_1 \Delta t = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$$

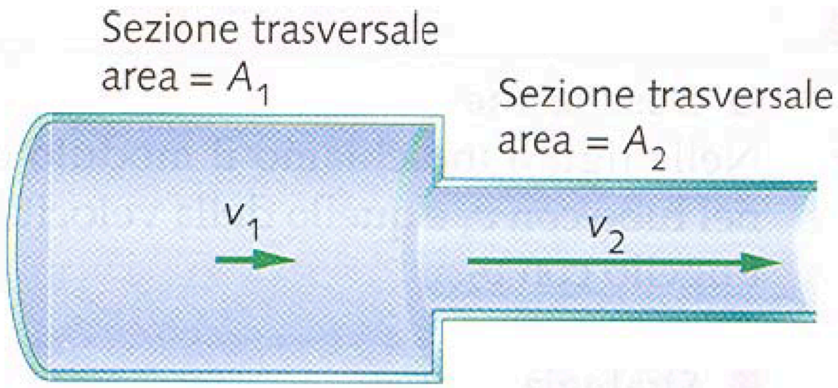
ρ è **costante** [fluido stazionario, incompressibile]

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = costante$$

equazione di continuità

N.B. A v = [Volume]/[tempo]=portata

applicazioni equazione di continuità



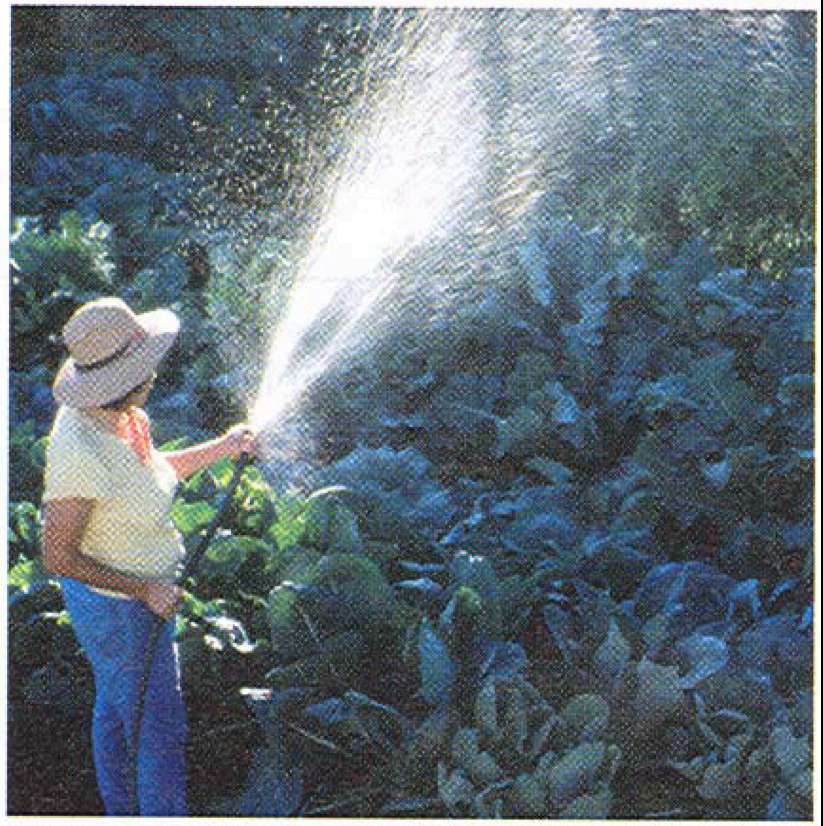
$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = costante \qquad \Rightarrow v_2 > v_1$$

se un fluido scorre da un condotto **largo** ad uno **stretto:**
il modulo della **velocità** nel tubo stretto è maggiore che nel tubo largo

esempio:

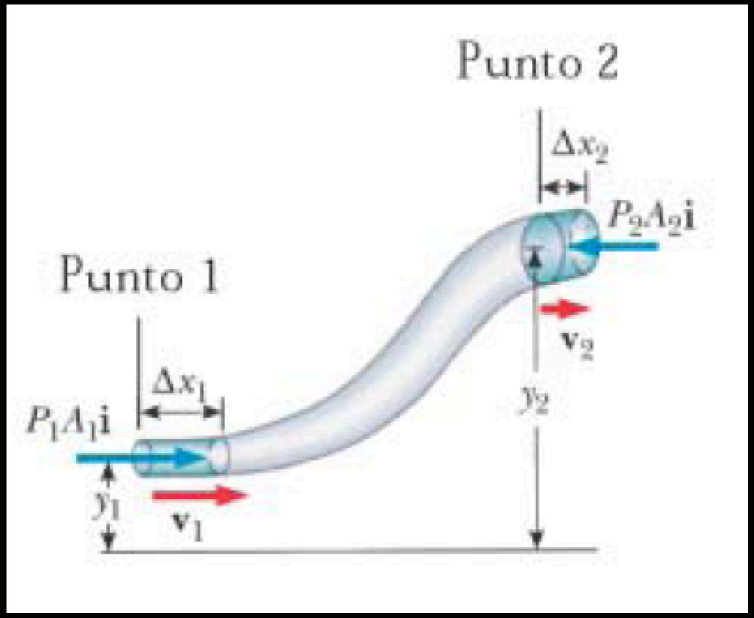
canna dell’acqua

stringendo l’apertura del tubo
con le dita
aumenta la velocità del flusso



Teorema di Bernoulli

pressione varia in
fluido in movimento
in tubo di sezione variabile



× lavoro forze di **pressione**

$$L_p = F_1\Delta x_1 - F_2\Delta x_2$$

spinge il fluido

si oppone al moto del fluido

$$= p_1A_1\Delta x_1 - p_2A_2\Delta x_2$$

$$= (p_1 - p_2)\Delta V$$

Infatti, come abbiamo visto per l'eq. di continuità

$$\Delta V = A_1\Delta x_1 = A_2\Delta x_2 = \frac{\Delta m}{\rho}$$

la massa si conserva
ρ è costante

× <u>lavoro forza **peso**</u>

$$L_g = -\Delta m g(y_2 - y_1) = -\rho \Delta V g(y_2 - y_1)$$

$$\boxed{L = L_p + L_g = \Delta K}$$

<u>teorema dell'energia</u>:
lavoro **netto** è pari a
variazione **energia cinetica**

$$(p_1 - p_2)\Delta V - \rho \Delta V g(y_2 - y_1) = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = costante}$$

conservazione energia meccanica
per un fluido ideale

teorema di Bernoulli

in una linea di corrente è costante la somma di
***pressione** (p)*
***energia cinetica** per unità di volume ($1/2\rho v^2$)*
***energia potenziale** gravitazionale per unità di voulme (ρgh)*

$$p+\frac{1}{2}\rho v^2+\rho gy=costante$$

N.B. equazione di Bernoulli **non** è un risultato nuovo:

× fluido a **riposo**

$$v_1=v_2=0$$

$$p_1=p_2+\rho g(y_1-y_2)$$

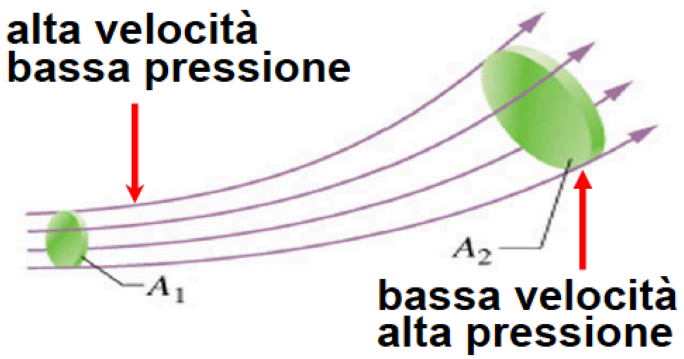
× fluido in **moto** ad **altezza costante**

$$y_1=y_2=0$$

$$p_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2$$

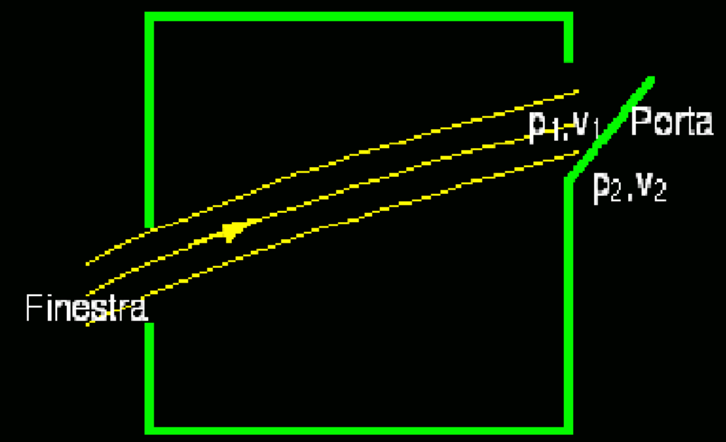
lungo una linea di flusso orizzontale se **aumenta** la **velocità** **diminuisce** la **pressione**

⇒ linee di flusso **vicine**:
alta velocità
bassa pressione



Applicazioni teorema di Bernoulli

porte che sbattono



per fluido che scorre a quota fissa

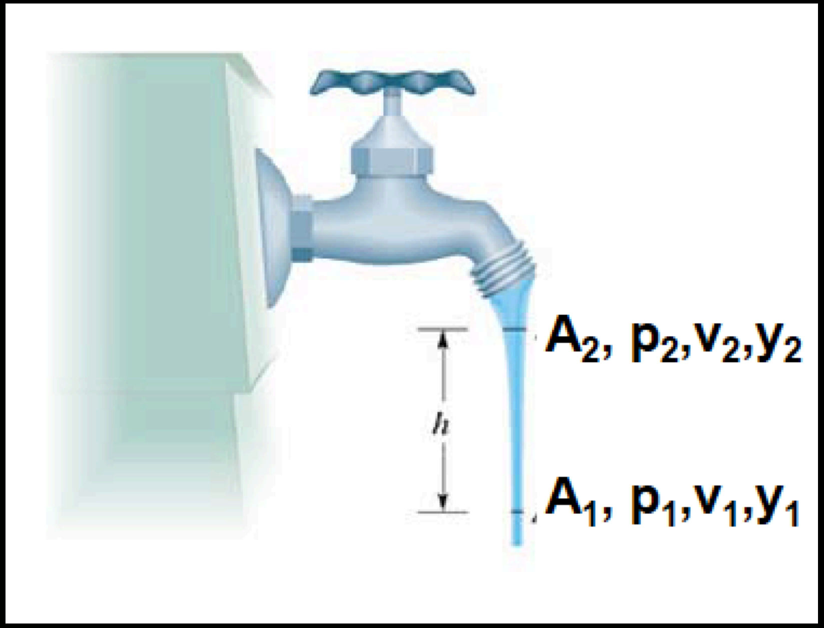
$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

p minore per v maggiore

$v_1 > v_2$ quindi $p_1 < p_2$ $\Rightarrow$ la porta sbatte

flusso da un rubinetto

flusso d'acqua si restringe mentre cade



$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

per $p_1 = p_2$ = pressione atmosferica

$$\rho g(y_2 - y_1) = \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2)$$

$$gh = \frac{1}{2}(v_1^2 - v_2^2) > 0$$

$\Rightarrow$ $v_1 > v_2$ e $A_2 > A_1$

[da eq. continuità ($A_2 v_2 = A_1 v_1$)]