

Lezione 7

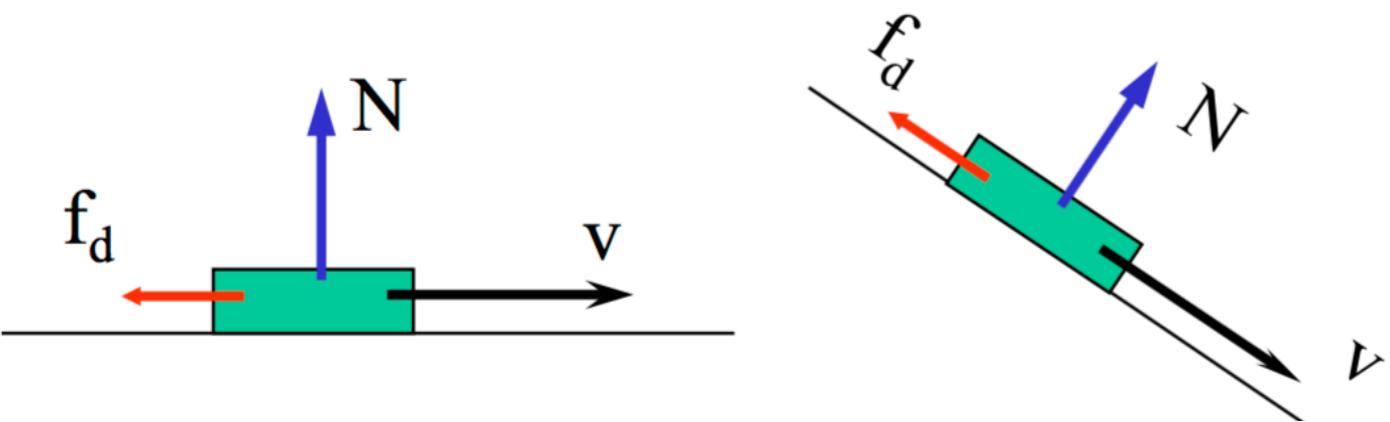
Fisica I – Ingegneria Automazione e Informatica
Università di Napoli "Federico II"
prof. Nicola R. Napolitano

Riepilogo della lezione precedente

- 1) forza peso e sua misura
- 2) forza normale
- 3) tensione
- 4) forza d'attrito

Forza di Attrito Dinamico

forza che si oppone a qualsiasi moto di un corpo che **striscia** su un materiale



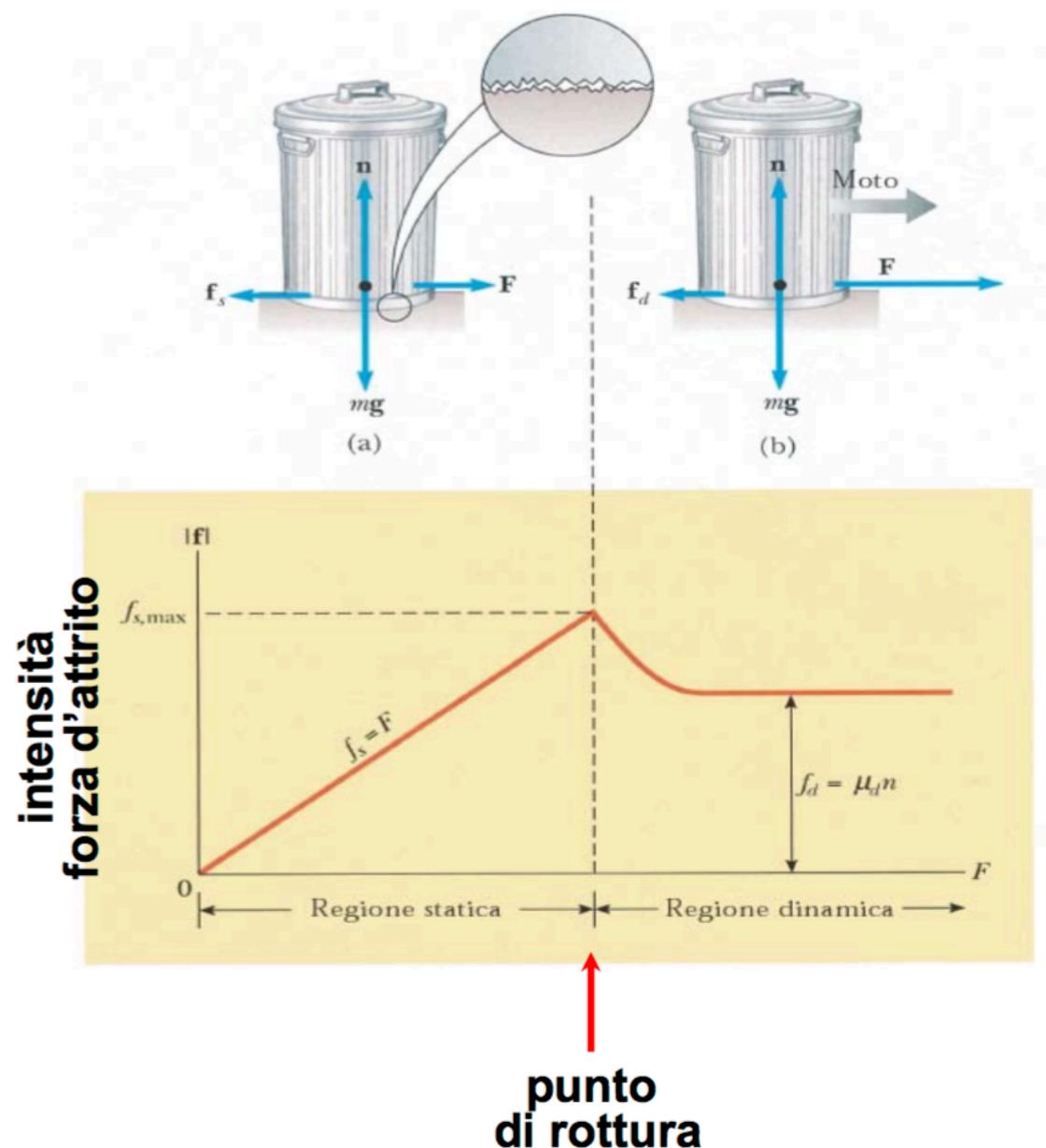
proprietà attrito

$$f_s \leq \mu_s N$$

$$f_d = \mu_d N$$

μ_s **coefficiente** attrito statico

μ_d **coefficiente** attrito dinamico



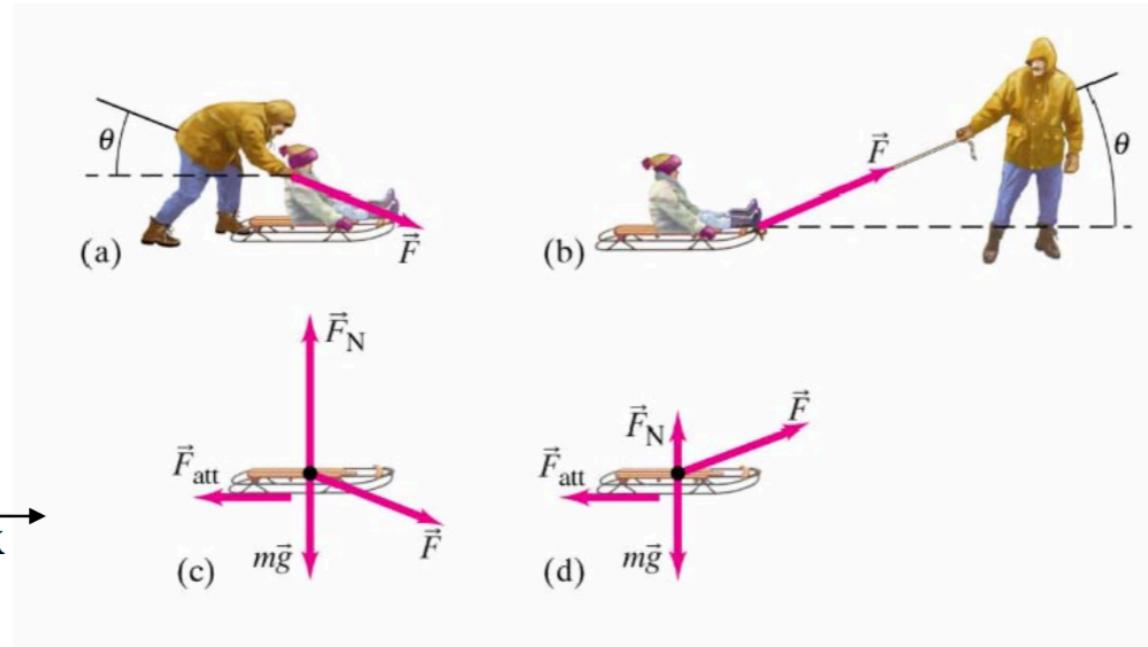
- μ_s , μ_d dipendono dai **materiali** a contatto $[0.05 < \mu < 1.5]$
- $\mu_d < \mu_s$
- μ_s , μ_d non dipendono dall'**area** di contatto
- \vec{f}_s , \vec{f}_d **parallele** alla superficie e **opposte** al moto

coefficienti di attrito

Materiale	Statico	Dinamico o Radente
Acciaio su acciaio	0.74	0.57
Acciaio su acciaio lubrificato	0.11	0.05
Alluminio su acciaio	0.61	0.47
Rame su acciaio	0.53	0.36
Ottone su acciaio	0.51	0.44
Vetro su vetro	0.94	0.40
Rame su vetro	0.68	0.53
Teflon su teflon	0.04	0.04
Teflon su acciaio	0.04	0.04
Acciaio su aria	0.001	0.001
Acciaio su ghiaccio	0.027	0.014
Legno su pietra	0.7	0.3
Gomma su cemento asciutto	0.65	0.5
Gomma su cemento bagnato	0.4	0.35
Gomma su ghiaccio asciutto	0.2	0.15
Gomma su ghiaccio bagnato	0.1	0.08
Grafite su grafite	0.1	
Gomma su asfalto		0.97

Utile?

esempio 2: serve più forza per spingere o tirare ?



$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} = \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_g + \vec{F}_{att}$$

se **spingo**:

$$\text{asse } y: -F \sin \theta + N - mg = 0$$

$$N = mg + F \sin \theta > mg$$

se **tiro**:

$$\text{asse } y: +F \sin \theta + N - mg = 0$$

$$N = mg - F \sin \theta < mg$$

⇒ $F_{att} = \mu_D N$ è minore quando si tira !!!

Forza centripeta [moto circolare uniforme]

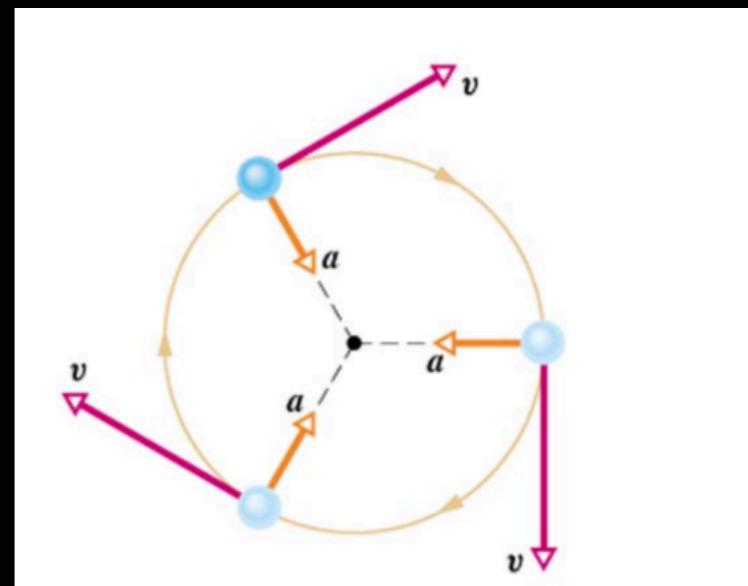
corpo con:

- ✗ velocità **v** costante in modulo
- ✗ lungo **traiettoria circolare**

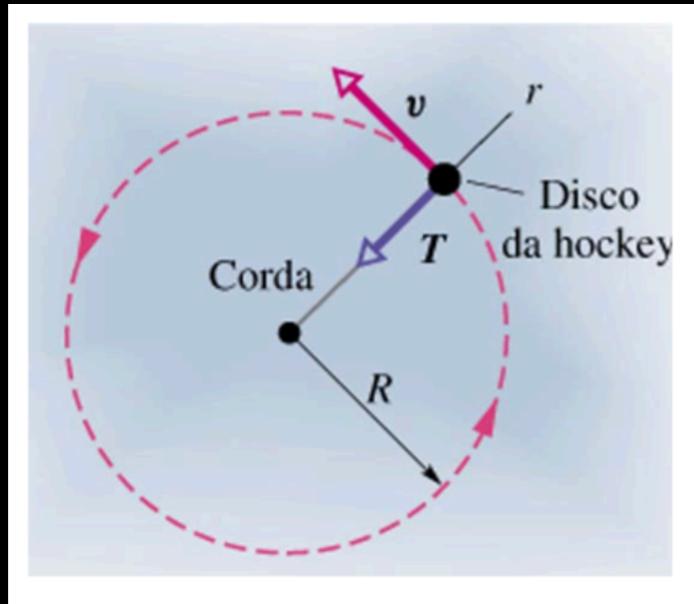
subisce accelerazione centripeta:

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

- ✗ diretta verso il **centro** circonferenza
- ✗ sempre **perpendicolare** a **v**



esempio: disco su traiettoria **circolare**



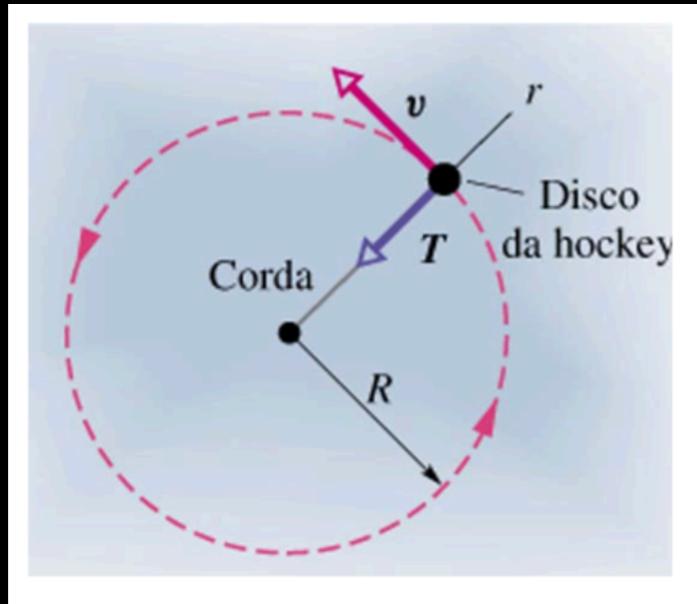
inerzia del disco: moto su linea retta
tensione del filo: mantiene
traiettoria circolare

$$T = F_r = ma_r = m \frac{v^2}{r}$$

Quindi e' la tensione del filo che esercita la forza necessaria a fare stare il disco sulla traiettoria circolare

Se rompo il filo?

esempio: disco su traiettoria **circolare**

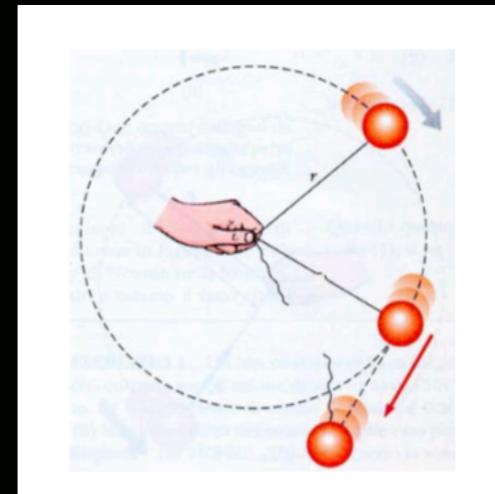


inerzia del disco: moto su linea retta
tensione del filo: mantiene
traiettoria circolare

$$T = F_r = ma_r = m \frac{v^2}{r}$$

Quindi e' la tensione del filo che esercita la forza necessaria a fare stare il disco sulla traiettoria circolare

se **rompo** il filo il disco si muove lungo **linea retta** tangente alla circonferenza
[**V** è infatti **costante**]



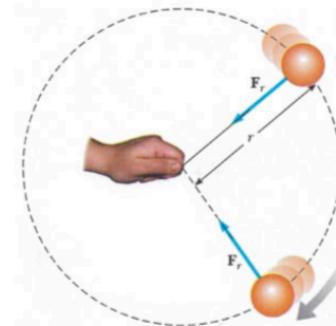
Attenzione:

- la **forza centripeta** **NON** è un **nuovo tipo** di forza
- è una **qualsiasi forza** che causa una **accelerazione centripeta**

esempi:

palla trattenuta da un filo

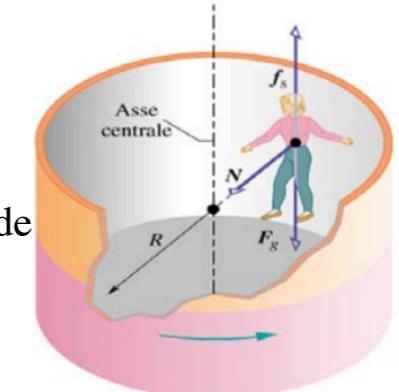
$$\rightarrow \vec{F}_r = \vec{T}$$



rotore del parco dei divertimenti

$$\rightarrow \vec{F}_r = \vec{N}$$

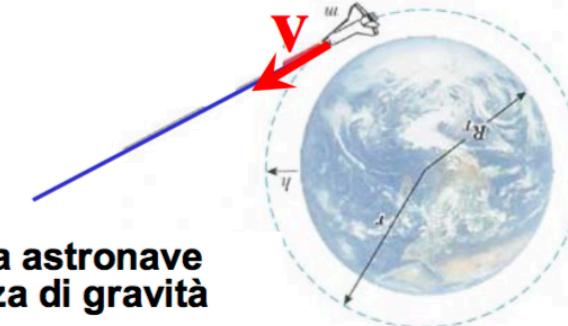
il funzionamento della giostra dipende dalla massa della persona?



satellite attorno alla terra: la forza gravitazionale vincola il satellite ad una orbita circolare

$$\rightarrow \vec{F}_r = m\vec{g} \\ = m \frac{GM_T}{(R_T + h)^2} \hat{r}$$

traiettoria astronave in assenza di gravità



Massa della Via Lattea?

Il sole ruota a circa 220 km/s ad una distanza dal centro della galassia di circa 8kpc (kiloparsec).

Sapendo che $1\text{pc}=3\times10^{16}\text{m}$ di che ordine di grandezza è la massa contenuta entro il raggio tracciato dal sole, assumendo un'orbita circolare e che tutta la massa della galassia sia contenuta nel suo centro? [$G=6.67\times10^{-11} \text{ m}^3\text{s}^{-2}\text{kg}^{-1}$]

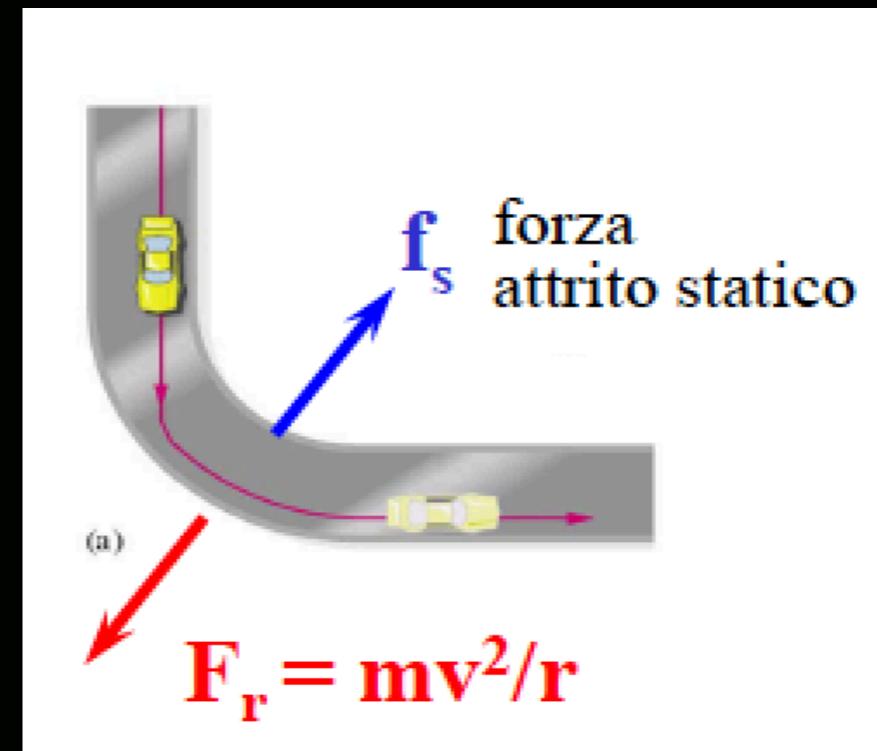
Esprimere il risultato in masse solari sapendo che $M_{\text{sun}} \sim 2\times10^{30}\text{kg}$

Forza centrifuga [forza apparente]

esempio 1:

autista dell'automobile sente una forza che lo porta verso l'**esterno**

questa forza è detta
forza centrifuga



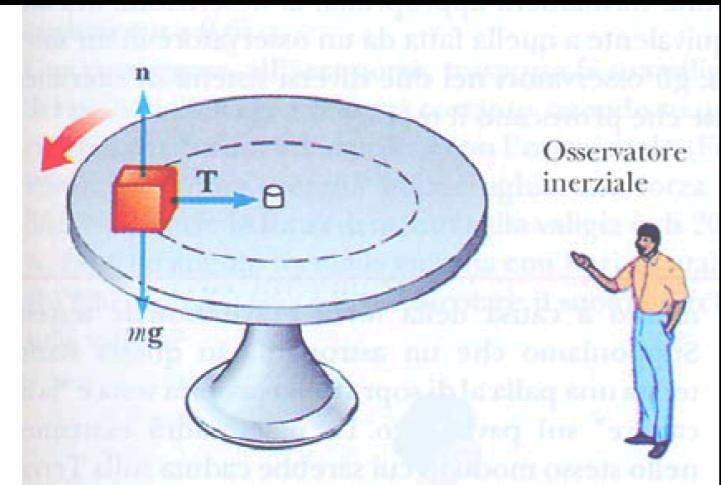
forza centrifuga: forza apparente,
viene sentita solo se l'osservatore
non è fermo o in moto rettilineo uniforme
[ossia in sistemi non inerziali]

N.B. per un osservatore in moto con l'auto
(sistema **non inerziale**):

- ▶ auto **non** è soggetta ad accelerazione
- ▶ introduce forza centrifuga **fittizia**
per equilibrare forza centripeta

$$F_r = m \frac{v^2}{r}$$

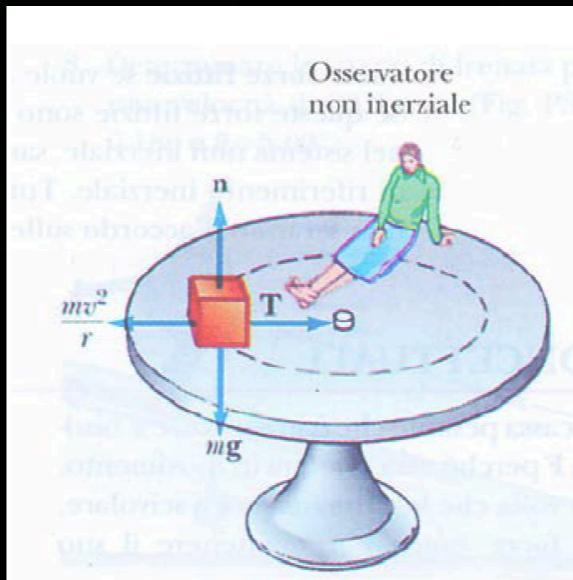
blocco di massa **m** fissato ad una fune su piattaforma rotante



osservatore **inertiale**:

vede il corpo che si muove lungo
traiettoria circolare

$$T = F_r = m \frac{v^2}{r}$$



osservatore **NON** inerziale:

vede il blocco in quiete
⇒ introduce una forza
[detta centrifuga]
che equilibra la tensione del filo

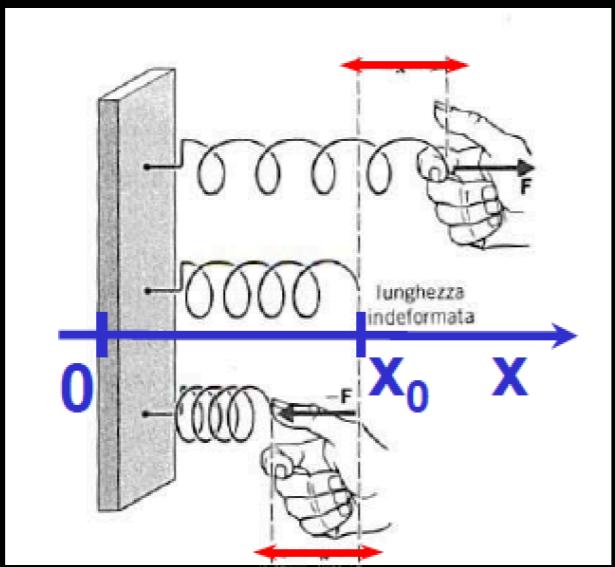
$$T - m \frac{v^2}{r} = 0$$

- ✗ le forze fintizie sono usate solo in sistemi accelerati
- ✗ non rappresentano forze reali

Forza elastica

*materiale **elastico**: materiale che ha capacità di riacquistare la forma iniziale dopo essere stato compresso o deformato*

esempio: molla



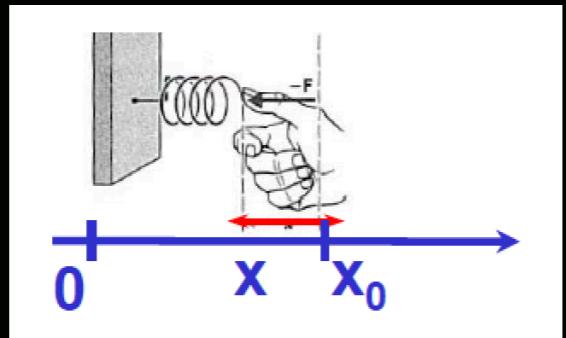
$$F = k(x - x_0)$$

forza necessaria per allungare o accorciare una molla:

- ✗ linearmente **proporzionale** all'allungamento
- ✗ k = costante **elastica**
- ✗ x_0 = **estensione** molla **NON** soggetta a forze
- ✗ x = attuale posizione della molla

Qual'e' la dimensione della costante elastica?

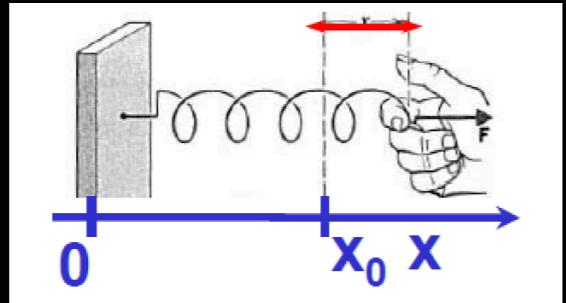
✗ se **comprimo** la molla la forza che esercito è **negativa**



$$x < x_0$$

$$F = k(x - x_0) < 0$$

✗ se **estendo** la molla la forza che esercito è **positiva**



$$x > x_0$$

$$F = k(x - x_0) > 0$$

Principio di azione e reazione:

la forza esercitata **dalla molla** ha
modulo e direzione uguali
verso opposto

[N.B. nella maggior parte dei casi si considera $x_0 = 0$]

legge di Hooke

$$F = -k(x - x_0)$$

equazione di moto forza elastica

1) il moto è unidimensionale

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$F_x = m a_x$$

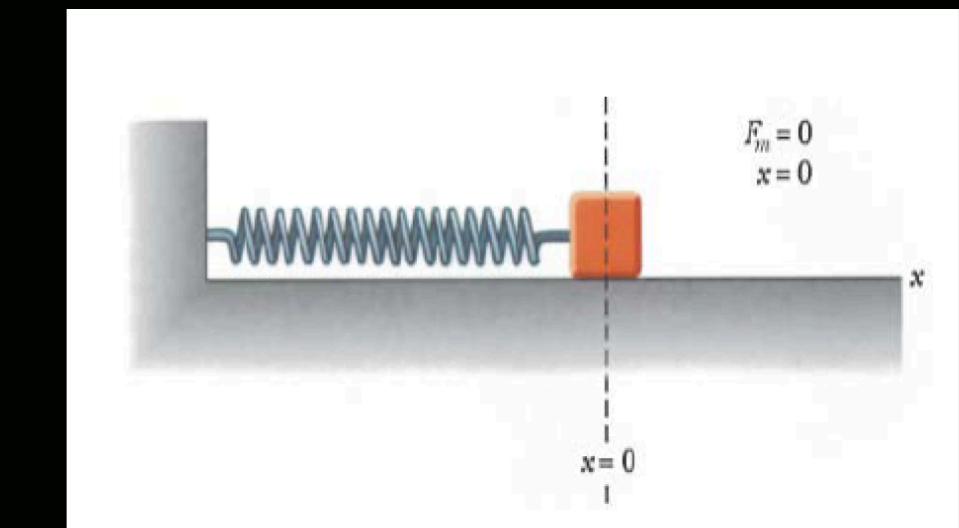
2) il II principio della dinamica si scrive (avendo posto $x_0=0$):

$$-kx = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

3) equazione differenziale di II grado omogenea a coefficienti costanti

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$



con $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ **pulsazione**

con $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ **periodo**

dimensioni: $[\omega] = [F/L]^{1/2} [M]^{-1/2} = [M L/T^2 1/L]^{1/2} [M]^{-1/2} = [1/T]$

unità di misura: s^{-1}

soluzione generale equazione differenziale: Oscillatore armonico

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

con A e φ_0 **costanti** arbitrarie
[dipendono dalle condizioni iniziali
del problema]

moto armonico: posizione del corpo varia sinusoidalmente

A = ampiezza di oscillazione, T = periodo

N.B. verifico la soluzione sostituendola nell'equazione differenziale

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d[A \sin(\omega t + \varphi_0)]}{dt} = A \omega \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Cosa fanno velocità e accelerazione nel tempo? Cosa succede alla velocità nel punto di estensione massima?

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d[A \omega \cos(\omega t + \varphi_0)]}{dt} = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x(t)$$

Perché l'accelerazione è nulla quando l'oscillatore passa per il punto neutro?

Forza viscosa e velocità limite

Consideriamo un fluido che scorre lentamente e in condizioni di regime in un tubo : il moto avviene in modo ordinato e per strati (*moto laminare*), ossia *un arbitrario piccolo volume di liquido si muove parallelamente all'asse del tubo.*

Un corpo immerso in tale fluido sperimenta una forza che si oppone al suo moto causata dall'attrito tra la sua superficie ed il fluido circostante e che è *proporzionale alla sua velocità e al suo coefficiente di viscosità.*

Forza ritardante in un fluido

la **forza ritardante** (frenante) che agisce su un corpo che cade in un fluido dipende dalla **velocità** e dalla **viscosità**

$$\vec{R} = -b\vec{v} = -\gamma\eta\vec{v}$$

η = coefficiente viscosità
 γ = coefficiente forma corpo

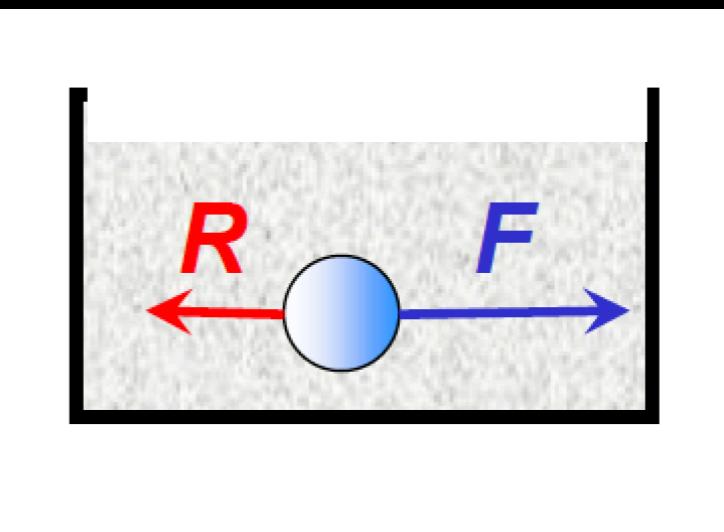
per corpi **sferici** di raggio r , si ha $\gamma = 6\pi r$

$$\vec{R} = -b\vec{v} = -6\pi r\eta\vec{v}$$
 legge di Stokes

equazione di moto in un fluido sotto azione di forza F

$$\vec{F}_{net} = \vec{F} + \vec{R} = m\vec{a} = m\vec{d}\vec{v} / dt$$

$$F - bv = m\vec{d}\vec{v} / dt$$



per $a=0$ si ottiene la velocità limite:

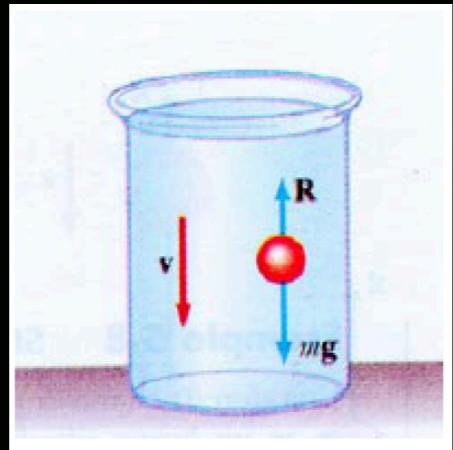
$$v = v_L = \frac{F}{b} \quad \Rightarrow F_{net} = 0 \text{ moto } \underline{\text{rett. uniforme}}$$

$$v < v_L \quad \Rightarrow F_{net} > 0 \text{ moto } \underline{\text{accelerato}}$$

$$v > v_L \quad \Rightarrow F_{net} < 0 \text{ moto } \underline{\text{ritardato}}$$

Caso 1. Forza ritardante proporzionale a v

[esempio: oggetti che cadono in fluidi con bassa velocità;
oggetti piccoli in aria (polvere)]



$$\vec{R} = -b \vec{v}$$

b = coeff. dipendente da
proprietà oggetto [forma, dimensioni]

$$\Sigma F_y = mg - b v = ma = m \frac{dv}{dt} \quad \text{seconda legge di Newton}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m} v \quad \text{equazione differenziale}$$

Forze ritardanti [dipendenti dalla velocità]

studio **interazione** tra corpo e mezzo nel quale si muove:

*il mezzo (liquido o gas) esercita una **forza ritardante** R sul corpo che si muove attraverso di esso*

- ✗ **modulo** di R : funzione complessa di velocità \mathbf{v}
- ✗ **direzione e verso**: opposti al moto

Caso 1. $R \propto v$

Caso 2. $R \propto v^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m} v$$

equazione
differenziale

Equazioni differenziali lineari del primo ordine

$$y' = a(x) \cdot y + b(x)$$

Soluzione

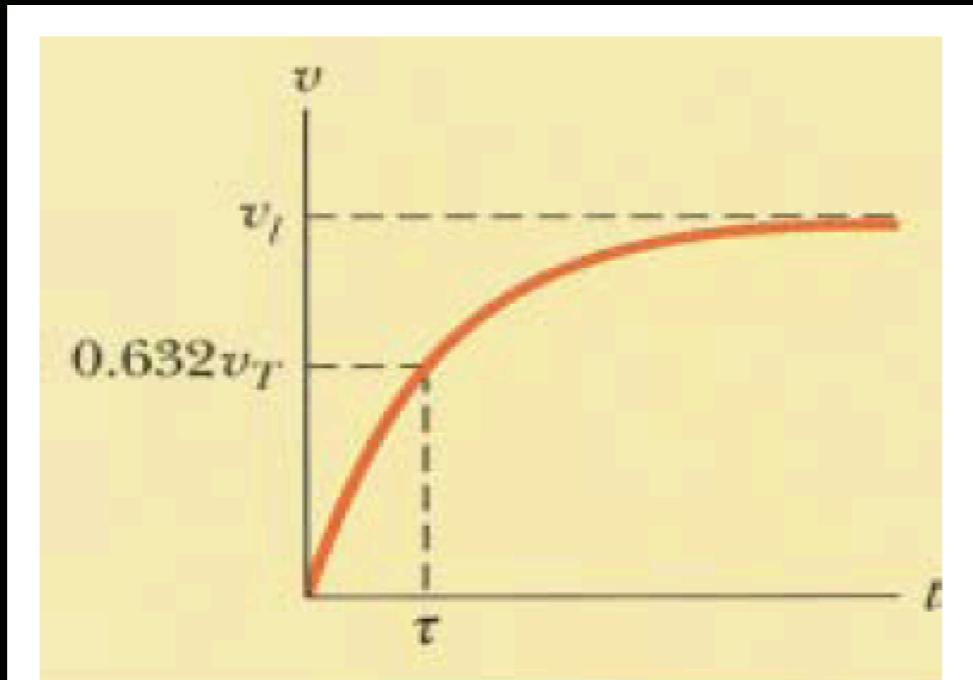
$$y = e^{A(x)} \int e^{-A(x)} b(x) dx$$

dove $A(x) = \int a(x) dx$ è la primitiva di $a(x)$

$$\rightarrow v(t=0) = 0$$

$$\rightarrow v(t \rightarrow \infty) = v_{\text{limite}} = \frac{mg}{b} \quad \text{per } R = mg \quad (a = \frac{dv}{dt} = 0)$$

$$v = \frac{mg}{b} \left(1 - e^{-bt/m} \right) = v_{\text{limite}} \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$$



$$\text{per } t = \tau = m/b$$

$$v = 63\% v_{\text{limite}}$$

$$[e \approx 2.72, 1/e \approx 0.37]$$

Caso 2. Forza ritardante proporzionale a v^2

[esempio: oggetti di grandi dimensioni che cadono in aria
velocità elevate (aerei, paracadutisti ...)]

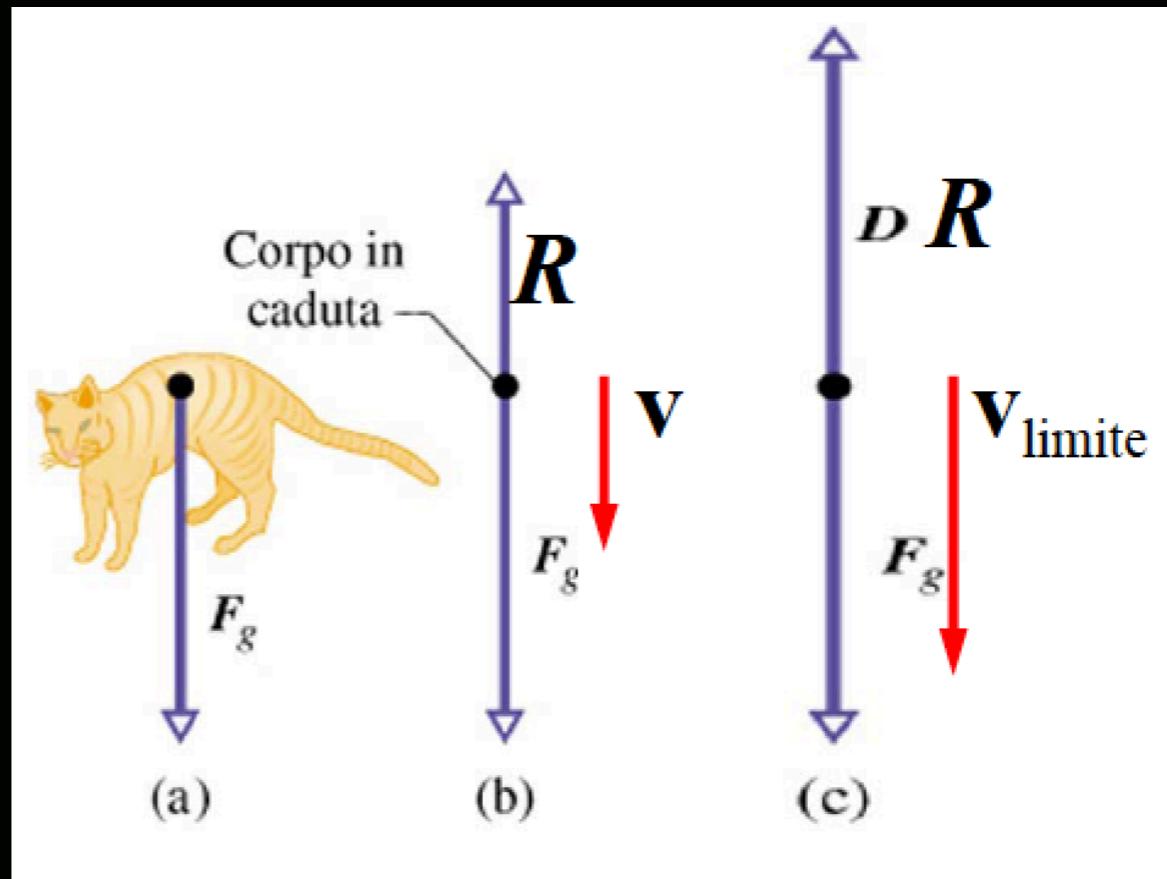
$$R = \frac{1}{2} D \rho A v^2$$

ρ = densità **aria**

A = area sezione **oggetto**

D = coeff. di **resistenza**
(coeff. aerodinamico)

[≈ 0.5 sfera, ...
 ≈ 2 oggetto irregolare]



$$\Sigma F_y = mg - \frac{1}{2} D\rho A v^2 = ma = m \frac{dv}{dt}$$

Risultante delle Forze

$$a = \frac{dv}{dt} = g - \frac{D\rho A}{2m} v^2$$

velocità limite:

$$per \ R = mg \quad a = \frac{dv}{dt} = 0$$

$$g - \frac{D\rho A}{2m} v_{\text{limite}}^2 = 0 \Rightarrow$$

$$v_{\text{limite}} = \sqrt{\frac{2mg}{D\rho A}}$$

Alcuni valori di velocità in aria			
Oggetto	Velocità limite (m/s)	Distanza di regime* (m)	
Proiettile (dallo sparo)	145	2500	
Paracadutista in caduta libera (tipico)	60	430	
Palla da baseball	42	210	
Palla da tennis	31	115	
Palla da pallacanestro	20	47	
Pallina da ping pong	9	10	
Goccia di pioggia (raggio = 1.5 mm)	7	6	
Paracadutista con paracadute (tipico)	5	3	

* Distanza attraverso la quale il corpo deve cadere da fermo per raggiungere il 95% della velocità limite.

N.B. dipende da dimensioni oggetto

