

Corso di Calcolatori Elettronici

Informazione e sua rappresentazione: codifica

Roberto Canonico

Università degli Studi di Napoli Federico II

A.A. 2022-2023





Il concetto di informazione

- Fornire un'informazione significa effettuare la scelta di un elemento in un insieme assegnato
- Un'informazione è definita tramite tre caratteristiche fondamentali
 - ① Valore
 - indica il particolare elemento assunto dall'informazione
 - ② Tipo
 - indica l'insieme degli elementi all'interno del quale è stato scelto il valore
 - ③ Attributo
 - indica il significato associato all'informazione nel contesto in cui questa viene utilizzata

Esempio

- Valore: 7,50
- Tipo: Insieme dei numeri reali
- Attributo: Soluzione dell'equazione di primo grado $6x = 45$



Differenza tra valore e rappresentazione del valore

Non confondere il valore dell'informazione (*elemento di un insieme*) con la sua rappresentazione

3
padre
0,1

III
père
1/10

tre
father
 $1 * 10E(-1)$



Tipi semplici e strutturati

- Tipi semplici

- I valori sono entità atomiche

```
float f;
```

- Tipi strutturati

- I valori sono aggregati di informazioni di tipi semplici

```
struct persona {  
    char name[SIZENAME] ;  
    char tfnumb[SIZELE] ;  
    char addr[SIZEADDR] ;  
    struct persona *ptrnext;  
};
```



Cardinalità di un tipo

- Si è detto: *fornire un'informazione significa effettuare la scelta di un elemento in un insieme X (tipo dell'informazione)*
- Dato un insieme X , la sua *cardinalità* $N = |X|$ è il numero di elementi
- Un'informazione il cui tipo ha cardinalità 2 è detta **bit** (*binary digit*)
- Maggiore è la cardinalità del tipo, maggiore è il numero di elementi tra cui scegliere
 - La *Teoria dell'Informazione* (Claude Shannon) introduce il concetto di *quantità di informazione* associata ad una scelta: essa dipende dalla probabilità con cui i singoli valori si possono presentare

Codifica delle informazioni

- Rappresentazione del valore x_i di una informazione di tipo

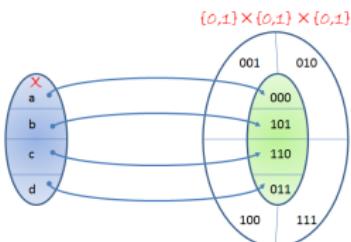
$$X = \{x_1, \dots, x_N\} \text{ (alfabeto sorgente)}$$

mediante una *parola codice (codeword)* c_i ,

cioè una stringa di simboli presi da un insieme

$$A = \{a_1, \dots, a_k\} \text{ (alfabeto codice)}$$

- Se $k = 2$ si parla di *codice binario*
- Codice C*: insieme di tutte le parole codice associate agli elementi dell'alfabeto sorgente
- Codifica*: funzione $f : X \longrightarrow C$
- Codifica non ambigua*: una stessa parola codice non può corrispondere a due distinti elementi dell'alfabeto sorgente
 - f è iniettiva





- **Codice a lunghezza fissa**

- tutte le parole codice hanno lunghezza l

$X \longrightarrow C = A^l = A \times A \times \dots \times A$ (prodotto cartesiano di A per se stesso, l volte)

con l tale che: $|A^l| \geq |X|$ ovvero $k^l \geq N$ ovvero $l \geq \lceil \log_k(N) \rceil$

- **Codice a lunghezza variabile**

- ogni parola codice c_j ha una sua lunghezza specifica l_j



Codici: esempi

Codice binario
a lunghezza fissa ($l = 3$)
Palette di 8 colori

Nero	000
Grigio	001
Blu	010
Marrone	011
Verde	100
Giallo	101
Rosso	110
Bianco	111

Codice decimale
a lunghezza variabile
Prefissi telefonici

Genova	010
Torino	011
Pinerolo (TO)	0121
Susa (TO)	0122
Imperia	0183
Milano	02
Roma	06
...	...

Codici a lunghezza minima vs. codici ridondanti

- Per codificare un tipo di cardinalità N mediante un alfabeto di k simboli è necessaria una stringa di lunghezza l tale che sia possibile far corrispondere a ciascun elemento $x \in X$ una distinta tra le k^l disposizioni con ripetizione dei k simboli di A sugli l posti della stringa
- Per un codice a lunghezza fissa occorre che l sia tale che:

$$k^l \geq N \text{ ovvero } l \geq \lceil \log_k(N) \rceil$$

- Un codice si dice a *lunghezza minima* se

$$l = m = \lceil \log_k(N) \rceil$$

- I codici dell'esempio successivo (slide 11) sono a lunghezza minima
- Un codice si dice *ridondante* se

$$l > m = \lceil \log_k(N) \rceil$$

- I codici ridondanti si utilizzano per rilevare errori nella trasmissione o memorizzazione delle informazioni
- Una misura della ridondanza:

$$r = 1 - \left[\frac{\lceil \log_k(N) \rceil}{l} \right] \in [0, 1]$$



Codici completi vs. codici incompleti

- Un codice a lunghezza minima ha / tale che:

$$l = m = \lceil \log_k(N) \rceil$$

- Un codice a lunghezza minima si dice *completo* se

$$l = \log_k(N)$$

- Condizione necessaria è che N sia una potenza di k

- Un codice a lunghezza minima si dice *incompleto* se

$$l > \log_k(N)$$

- I codici dell'esempio successivo sono incompleti

- Per un codice incompleto, alcune stringhe di simboli di lunghezza / **non** sono parole codice



Codice a lunghezza fissa: esempio

- $X = \{\text{lunedì, martedì, mercoledì, giovedì, venerdì, sabato, domenica}\}$
- $A = \{a, b, c\}$
- $N = 7, k = 3, l = 2 \geq \lceil \log_3(7) \rceil$

Codifica 1

lunedì → aa
martedì → ab
mercoledì → ac
giovedì → ba
venerdì → bb
sabato → bc
domenica → ca

Codifica 2

lunedì → aa
martedì → bb
mercoledì → ba
giovedì → bc
venerdì → ac
sabato → cb
domenica → ca

- I codici sono entrambi a lunghezza minima ed incompleti



Codici a lunghezza variabile

- La lunghezza l_i della parola codice c_i dipende da x_i : $l_i = f(x_i)$
- Requisito di *univoca decodificabilità*: ciascuna parola codice non sia inclusa come sequenza iniziale (*prefisso*) di altre parole più lunghe
- L'uso di questi codici è giustificato quando gli elementi del tipo X (*alfabeto sorgente*) non hanno tutti la stessa probabilità di occorrenza
 - Parole codice più corte associate a elementi dell'alfabeto origine con maggiore probabilità di occorrenza

Value	Bit sequence	Value	Bit sequence
0	1	9	0001010
1	010	10	0001011
2	011	11	0001100
3	00100	12	0001101
4	00101	13	0001110
5	00110	14	0001111
6	00111	15	000010000
7	0001000	16	000010001
8	0001001	17	000010010



- Un *codice one-hot* è un codice ridondante per il quale tutte le parole codice hanno lunghezza $l = N$, e presentano un bit ad 1 ed i restanti $N - 1$ bit a 0
- Si usa anche l'espressione *rappresentazione decodificata* perché la posizione dell'1 nella parola codice indica immediatamente il simbolo a cui corrisponde la parola codice

Esempio

Cuori → 1000

Quadri → 0100

Fiori → 0010

Picche → 0001