

Alcuni limiti notevoli di funzioni

Limiti notevoli con logaritmi ed esponenziali

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^a - 1}{x} = a \quad \forall a \in \mathbb{R}$
 $\left(\text{da cui: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} = \frac{1}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{x} = \frac{1}{3}, \quad \dots \right)$

Più in generale:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_b(1+x)}{x} = \frac{1}{\log b} \quad \forall b > 0, b \neq 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} (1+ax)^{1/x} = e^a \quad \forall a \in \mathbb{R}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{b^x - 1}{x} = \log b \quad \forall b > 0$

Limiti notevoli con funzioni goniometriche

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$

Limiti notevoli con funzioni iperboliche

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tanh x}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh x - 1}{x^2} = \frac{1}{2}$

Gerarchia degli infiniti

Per ogni $b > 1$ e $c > 0$ vale

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_b x}{x^c} = 0^+ \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^c}{b^x} = 0^+ \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^c \cdot \log_b x = 0^-$$