# Gli Insiemi

mercoledì 4 ottobre 2023 15:12

## Teoria degli insiemi

Un insieme é un aggregato di elementi (senza particolari strutture)

$\mathbb{N}$ (numeri naturali) = $\{1, 2, 3 \dots\}$

$\mathbb{Z}$ (numeri interi) = $\{\dots -2, -1, 0, +1, +2 \dots\}$

$\mathbb{Q}$ (numeri razionali) = $\{\dots + \frac{2}{3}, + \frac{1}{2} \dots\}$

$\mathbb{R}$ (numeri reali) = $\{\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{\frac{1}{5}} \dots\}$

$\mathbb{C}$ (numeri complessi) = $\{\dots a+i, b+i \dots\}$ numero immaginario

- Un elemento $a$ appartiene all'insieme $A$ se é contenuto in esso

$a \in A$ oppure $a \subset A$ $\hookrightarrow A \supset a$

Se l'elemento a non appartiene all'insieme $A \to a \notin A$ (per esempio $0 \notin \mathbb{N}$)

- Un insieme A é sottoinsieme di B se ogni elemento di A é anche elemento di B $A \subseteq B$

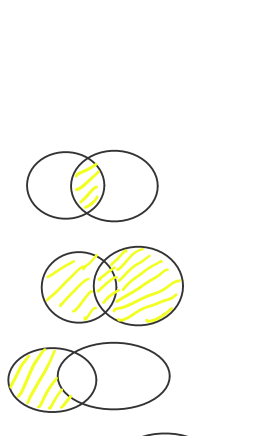
- Se almeno un elemento di A non appartiene a B si scrive: $A \subsetneq B$ $A \neq B$

Se A non é contenuto in B $A \not\subseteq B$

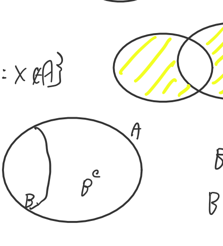
N.B $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}$

- L'insieme nullo é un insieme privo di elementi $\emptyset$

## Operazioni con gli insiemi



- Intersezione $\to A \cap B = \{x : x \in A \overset{e}{\wedge} x \in B\}$
- Unione $\to A \cup B = \{x : x \in A \overset{\text{oppure}}{\vee} x \in B\}$
- Differenza $\to A \setminus B$ $\{x \in A : x \notin B\}$ oppure $\{x : x \in A \wedge x \notin B\}$
- Differenza Simmetrica $\to A \triangle B = \{x \in A : x \notin B\} \vee \{x \in B : x \notin A\}$




- Se $B \subseteq A$, complementare di B in A $\to B^c = A \setminus B$ $B \cap B^c = \emptyset$ $B \cup B^c = A$
- Se $B \subseteq A$ e $C \subseteq A$ tali che $B \cap C = \emptyset$, $B \cup C = A$ é una Partizione di A

- Prodotto Cartesiano di A e B $\to A \times B \to A \times B = \{x : a \in A, b \in B\}$ es $\{1,2\} \times \{0,5\} = \{(1,0)(1,5)(2,0)(2,5)\}$

## Relazioni e Funzioni tra insiemi

1) Dati due insiemi A e B, una relazione $R$ tra A e B, é un sottoinsieme di $A \times B$

se $(a,b) \in R \to a R b$

es $A = B = \{1,2,3\} \to A \times B = A \times A = \{(1,1)(1,2)(1,3)(2,1) \dots\}$

| | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | — | — | — |
| 2 | | — | — |
| 3 | | | — |

$R = \leq \to aRb \to a \leq b$

$R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (2,3) (3,3)\}$

2) Una funzione $f$ da A in B é una relazione da A in B tale che per ogni elemento di $a \in A$ esiste un unico elemento $b \in B$ tale che $a f b \to b = f(a)$

es: $A = \{1,2,3\}$ $B = \{-2, 7\}$ $f = \{(1,7), (3,-2), (2,7)\}$

$f : A \to B$ funzione di A in B

A = Dominio di $f$ B = Codominio di $f$

- I valori del codominio vengono chiamati immagini $im(f) = \{b \in B : \text{esiste } a \in A \text{ per cui vale } b = f(a)\}$ $im(f) = \{f(a) : a \in A\}$
- $f$ si dice iniettiva se per ogni $a_1, a_2 \in A$ con $a_1 \neq a_2$ si ha $f(a_1) \neq f(a_2)$
- $f$ si dice suriettiva se per ogni $b \in B$ esiste $a \in A$ tale che $f(a) = b \to f(A) = B$
- $f$ si dice biettiva se é sia iniettiva che suriettiva, ogni elemento di B é un e solo immagine di A
- Dati A, B, C e $f : A \to B$ $g : B \to C$ $g \circ f : A \to C$ composta
- Dato $f : A \to B$, $g : B \to A$ si dice inversa di $f$ (solo se é biettiva) se $g(f(a)) = a$ $\forall x \in A$ e $f(g(b)) = b$ $\forall b \in B$