1) Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_E z \, dx\,dy\,dz$$

$$E = \{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ 0 \leq x \leq 1, \ \operatorname{arctg} x \leq y \leq x, \ 0 \leq z \leq x \}$$

(2) Calcolare il volume del solido

$$T = \{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x \geq 0, \ y \geq 0, \ x^2+y^2 \leq 1, \ 2\sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq 3 - x^2 - y^2 \}$$

(3) Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D xy \, dx\,dy$$

$$D = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 1 \leq x^2+y^2 \leq 2 \quad xy \geq 0 \}$$

(4) Calcolare

$$\iiint_T x^2 (2-z) \, dx\,dy\,dz$$

$$T = \{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2+y^2 \leq z \quad 0 \leq z \leq 2 \}$$

(5) Sia D il dominio nel piano contenuto nel primo quadrante, delimitato dalle rette $y = x$, $y = \sqrt{3}\,x$ e dalla curva $\rho(\theta) = 3$

calcolare $$\iint_D \frac{x}{4}\,dx\,dy$$

Suggerimento: usare Gauss-Green

(6) Data γ la curva: $\gamma: \begin{cases} x = \cos t \\ y = t \sin t \end{cases}$ $t \in [0, \pi]$

calcolare $$\iint_D x^2\,dx\,dy$$

con D parte del piano delimitata da γ e dall'asse x

Suggerimento: usare Gauss Green

7) Calcolare il flusso di $F = (x, z, y)$ attraverso la superficie $+\partial E$ dove

$$E = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}} \le z \le 2 \\ x^2+y^2 \le \frac{3}{4} \end{array} \right\}$$

Suggerimento: usare il th. della divergenza

8) Calcolare

$$\iint_T x^2(y-x^3)\, e^{y+x^3}\, dx\, dy$$

in $T = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \begin{array}{l} x^3 \le y \le 3 \\ x \ge 1 \end{array} \right\}$

suggerimento: utilizzare una sostituzione per semplificare la funzione integranda

9) Calcolare

$$\iint_D \frac{2x}{(x-y)^2+(x+y)^2}\, dx\, dy$$

$$D = \left\{ (x,y) : \; |y| \le x \le \frac{1}{2} \right\}$$

10) $\iint_T x e^{xy}\, dx\,dy$

dove $T = \left\{(x,y) \mid 0 \leq x \leq \frac{1}{y},\ 1 \leq y \leq 2\right\}$

11) Dato il campo

$$F = \left(\frac{x}{2},\ \frac{y}{2} + e^{3x},\ 1\right)$$

calcolare il flusso di F uscente dalla superficie laterale del cilindro

$T = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1,\ 0 \leq z \leq 1\right\}$

12) Dato il campo

$$F = \left(\operatorname{arctg} x + x^2 y,\ -y^2 x\right)$$

calcolare la circuitazione di F lungo il bordo della circonferenza di centro $(1,0)$ e raggio 1 percorso in senso antiorario

(circuitazione del campo (F_1, F_2) = integrale curvilineo della forma differenziale $F_1\,dx + F_2\,dy$)