

Analisi Matematica I
Corsi di Laurea in Ingegneria Informatica e Ingegneria dell'Automazione
Simulazione seconda prova in itinere – dicembre 2023

Scrivere uno svolgimento completo per ogni esercizio

1. Considerare la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sin(3x) + a \cos(2x) & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{b-x}{2+x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

- i) Determinare per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$ la funzione f risulta continua in \mathbb{R}
 - ii) Determinare per quali valori di $a, b \in \mathbb{R}$ la funzione f risulta anche derivabile in \mathbb{R}
2. Studiare la seguente funzione e tracciarne un grafico qualitativo

$$f(x) = \frac{x|x+1|}{x-1}$$

In particolare determinare:

- i) dominio di f , zeri, segno, limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti;
 - ii) espressione di f' nell'insieme in cui è definita, eventuali punti di non derivabilità di f e loro natura, gli intervalli in cui f risulta crescente o decrescente, eventuali punti di massimo o minimo relativo per f e valori assunti da f in tali punti;
 - iii) espressione di f'' nell'insieme in cui è definita, gli intervalli in cui f risulta convessa o concava, eventuali punti di flesso.
3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x \cos(\log(1+x)) - \sin(3x + 3x^3)}{x \sin x - \sin(x^2)}$$

4. Calcolare l'integrale

$$\int_2^3 \frac{x^4}{x^3 - 1} dx$$