FISICA GENERALE I

Dott. Annalisa Allocca

Università degli Studi di Napoli,
Compl. Univ. Monte S.Angelo – Dipartimento di Fisica
Via Cinthia, I-80126, Napoli

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare,
sez. Napoli
Studio: 1G16, Edificio 6
+39-081-676345
annalisa.allocca@unina.it

Organizzazione

- **Sito web:** www.docenti.unina.it/annalisa.allocca
  - La registrazione al sito si può effettuare inserendo numero di matricola e pin oppure tramite SPID per chi non fosse ancora in possesso di matricola
  - Il materiale didattico si trova sulla pagina web

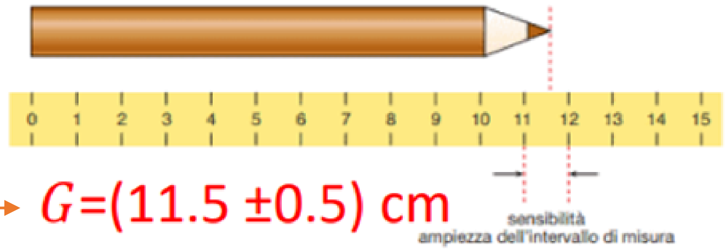
- **Libri di testo adottati:**
  - Mazzoldi, Nigro, Voci «Elementi di Fisica – Meccanica e Termodinamica» Vol. 1 - Edises Napoli
  - Halliday, Resnick, Walker «Fondamenti di Fisica» - Ambrosiana Milano
  - Serway, Jewett «Principi di Fisica» - Edises Napoli

Argomenti di oggi:

- Errori sperimentali e cifre significative
- Grandezze scalari e vettoriali
- Operazioni tra vettori
- Esercizi sui vettori
- Introduzione alla cinematica

Errori sperimentali

- **Errori massimi**: errori di sensibilità dello strumento



$11.0 < G < 12.0$

- **Errori sistematici**: alterano sistematicamente il valore della misura in maniera costante e sempre nella stessa direzione. Ad es., uno strumento calibrato male

- **Errori casuali:** sono dovuti ad un numero elevato di piccole cause. Ciascuna di queste cause può determinare una sovrastima o una sottostima del valore misurato. L'effetto complessivo di queste cause, per il loro numero elevato, determina il loro carattere aleatorio. Si evidenziano con <u>misure ripetute</u> della stessa quantità

Errore relativo

Come confrontare l'errore su due grandezze, anche non omogenee

Immaginiamo di misurare la lunghezza di una stanza (L) e di una matita (l) con un metro (sensibilità 1 div/mm)

$L = (3587 \pm 24)\ \text{mm}$ $\Delta L = 24$ mm

$l = (35 \pm 4)\ \text{mm}$ $\Delta l = 4$ mm

Quale delle due misure risulta più precisa?

Anche se $\Delta L > \Delta l$, in realtà dobbiamo confrontare:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{4}{35} = 0.11 > \frac{\Delta L}{L} = \frac{24}{3587} = 0.007$$

Errore relativo

Definiamo errore relativo ed errore percentuale le seguenti quantità adimensionali:

$$Errore\ relativo = \epsilon_r = \frac{valore\ dell'errore}{valore\ della\ grandezza}$$

$$Errore\ percentuale = \epsilon_r \cdot 100$$

Nell'esempio precedente:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{4}{35} = 0.11 = 11\%$$

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{24}{3587} = 0.007 = 0.7\ \%$$

La misura di L è più precisa della misura di l

Cifre significative

Danno un'indicazione sulla incertezza con cui è stata misurata una grandezza

- Misuro la lunghezza di una matita con l'incertezza di 1mm → $(\mathbf{15,0} \; \pm \mathbf{0,1})\ \boldsymbol{cm}$

Cifre significative: numero di cifre scritte a partire da destra fino all'ultima, diversa da zero, a sinistra

- 0,00045 → 2 cifre significative
- 150,0 → 4 cifre significative
- 0,153 → 3 cifre significative

Arrotondamenti

- Arrotondamento per eccesso (**ultima cifra maggiore di 5**): 1,367 → 1,37
- Arrotondamento per difetto (**ultima cifra minore di 5**): 3,6843 → 3,684
- Se l'**ultima cifra uguale a 5**, si arrotonda al numero pari più vicino: 2,55→ 2,6 (più vicino a 2,55 di 2,4) (aiuta ad evitare l'accumulo di errori nei lunghi processi aritmetici)

In un lungo calcolo, l'arrotondamento va ritardato al risultato finale!
(Effettuare il calcolo in forma algebrica e sostituire i numeri solo alla fine)

Arrotondamenti

Nel risolvere problemi, spesso combiniamo matematicamente quantità mediante operazioni (addizione, moltiplicazione, …). In assenza di informazioni sull'errore, come scegliere il numero di cifre significative?

REGOLA EMPIRICA:

- **Moltiplicazione e divisione**: la risposta finale ha lo stesso numero di cifre significative della grandezza col più basso numero di cifre significative
  Es.: area del cerchio di raggio r = 6,0cm
  A = $\pi r^2 = 113{,}0973\ cm^2 \rightarrow 113{,}1\ cm^2$

- **Addizione e sottrazione**: il numero di posti decimali nel risultato è uguale al numero più piccolo di posti decimali di ciascun termine della somma.
  Es.: 23,2 + 5,1732 = 28,4

Grandezze scalari e vettoriali

- **<u>Scalare</u>**: è completamente specificata da un numero
  - o Es: numero di studenti in quest'aula, temperatura, volume, …

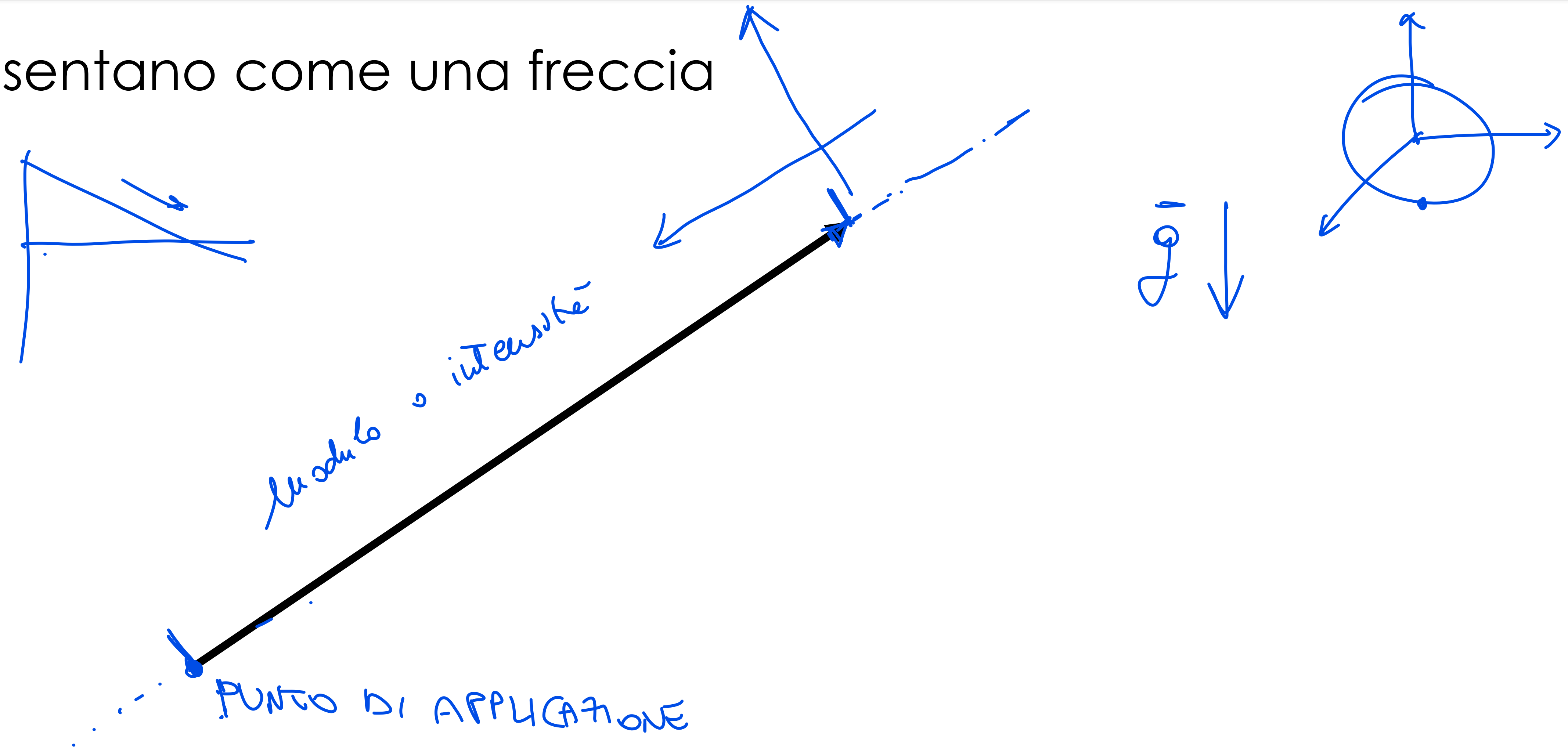
  Per manipolare grandezze scalari si usano le regole dell'aritmetica ordinaria

- **<u>Vettore</u>**: grandezza fisica per cui devono essere specificati **intensità**, **direzione** e **verso**
  - o Es: spostamento, velocità, forza, …

Serway – Jewett
Mazzoldi – Nigro – Voci (Appendice C)

Vettori

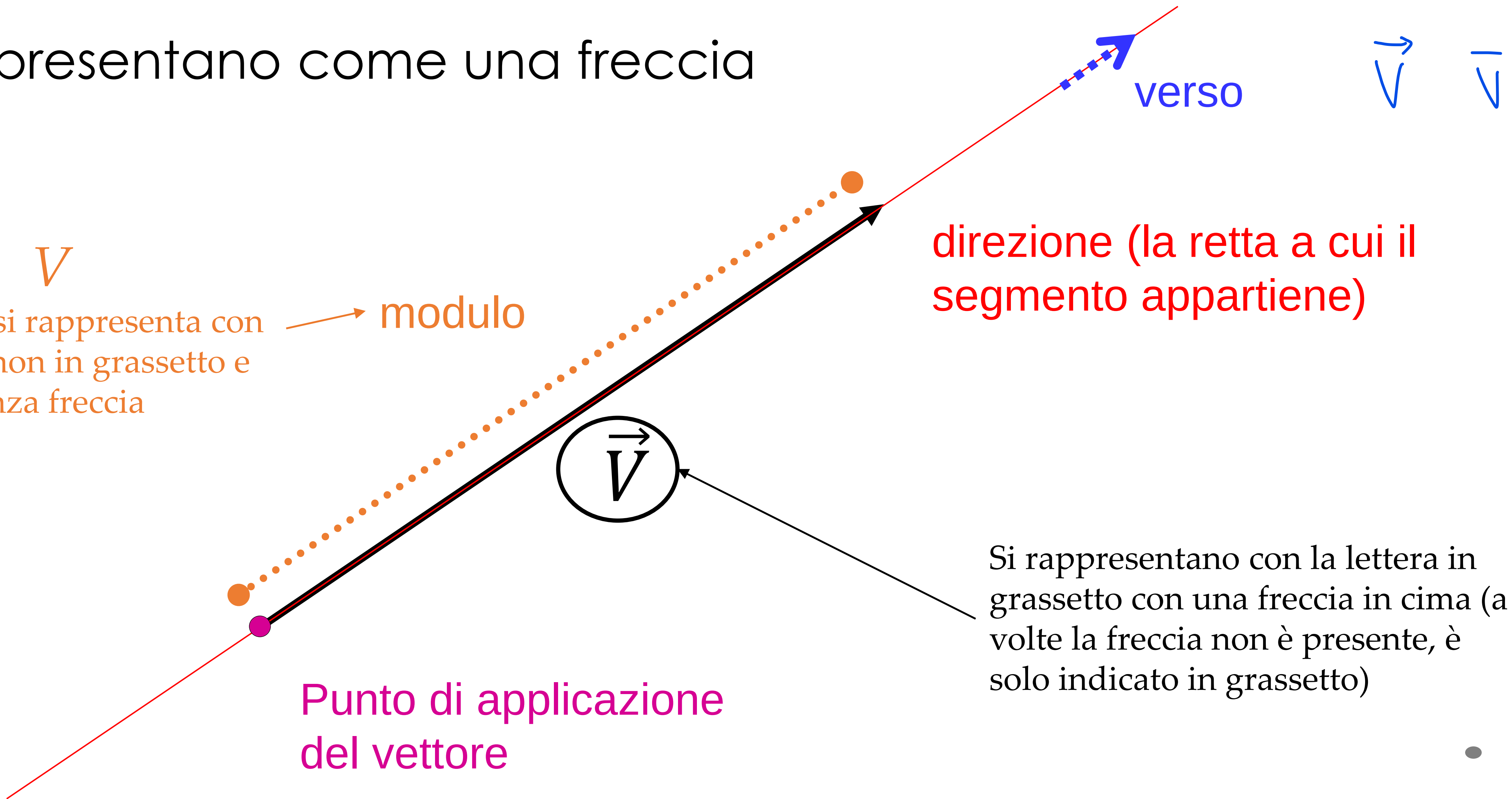
Si rappresentano come una freccia



Vettori

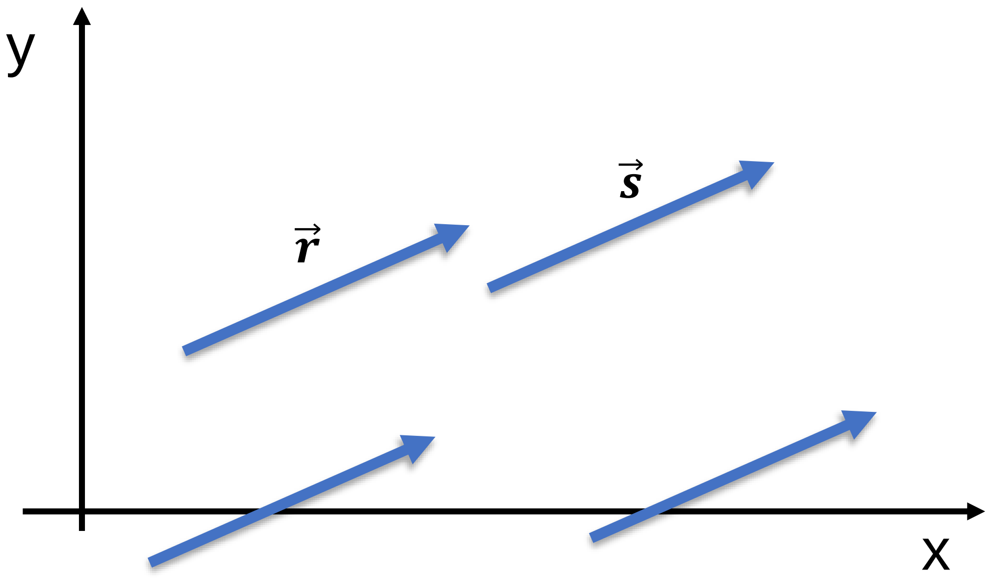
$\vec{V}$ V , $|\vec{V}|$

Si rappresentano come una freccia



Proprietà e operazioni tra vettori

- Vettori equipollenti



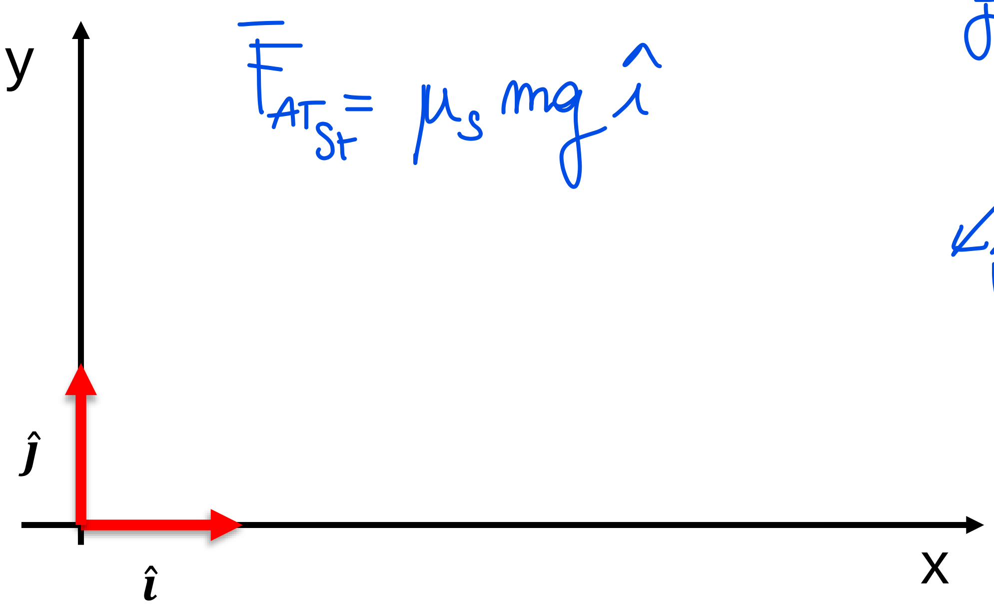
Anche se hanno un diverso punto di applicazione, sono equipollenti se hanno:

- Stesso modulo (nelle stesse unità di misura) → $r = s$
- Stessa direzione (o direzione parallela)
- Stesso verso

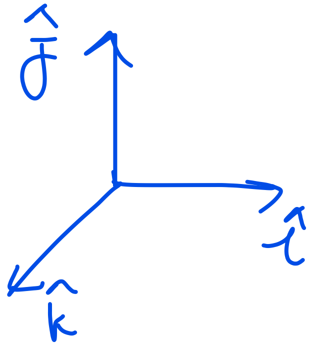
Versore

Vettore adimensionale **di modulo unitario** introdotto per specificare una data direzione orientata

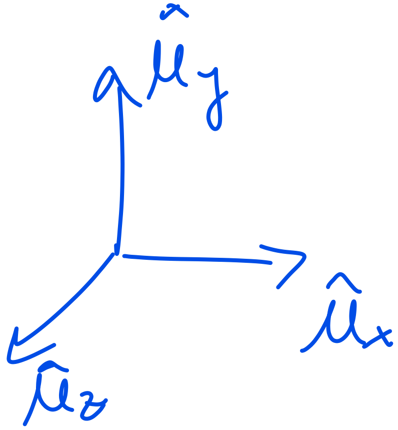
$\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$, $\hat{k}$ sono i versori lungo gli assi x, y e z, rispettivamente

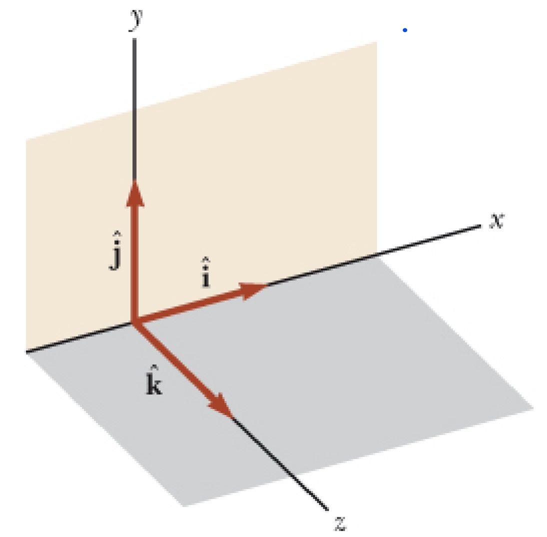


$\vec{F}_{AT_{St}} = \mu_s m g \hat{\imath}$



$\hat{u}_{\vec{v}}$

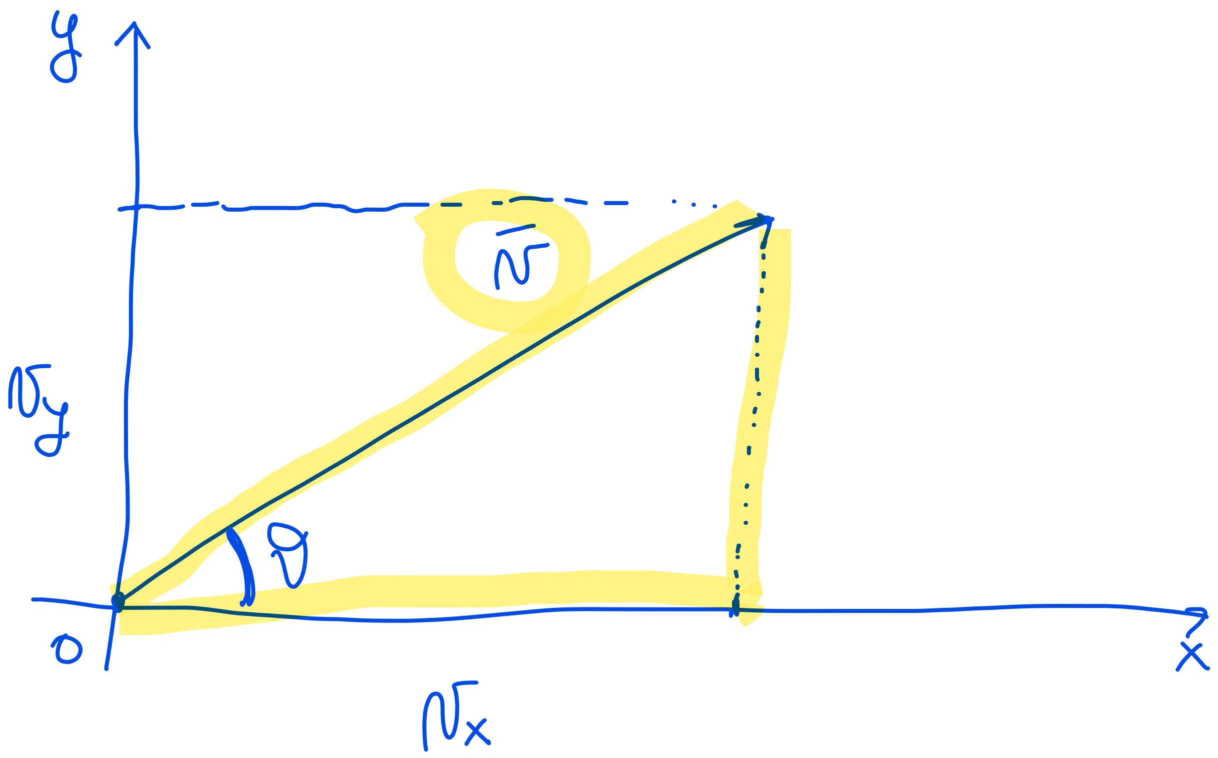




R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Componenti di un vettore

Rappresentiamo il vettore in un sistema di riferimento cartesiano

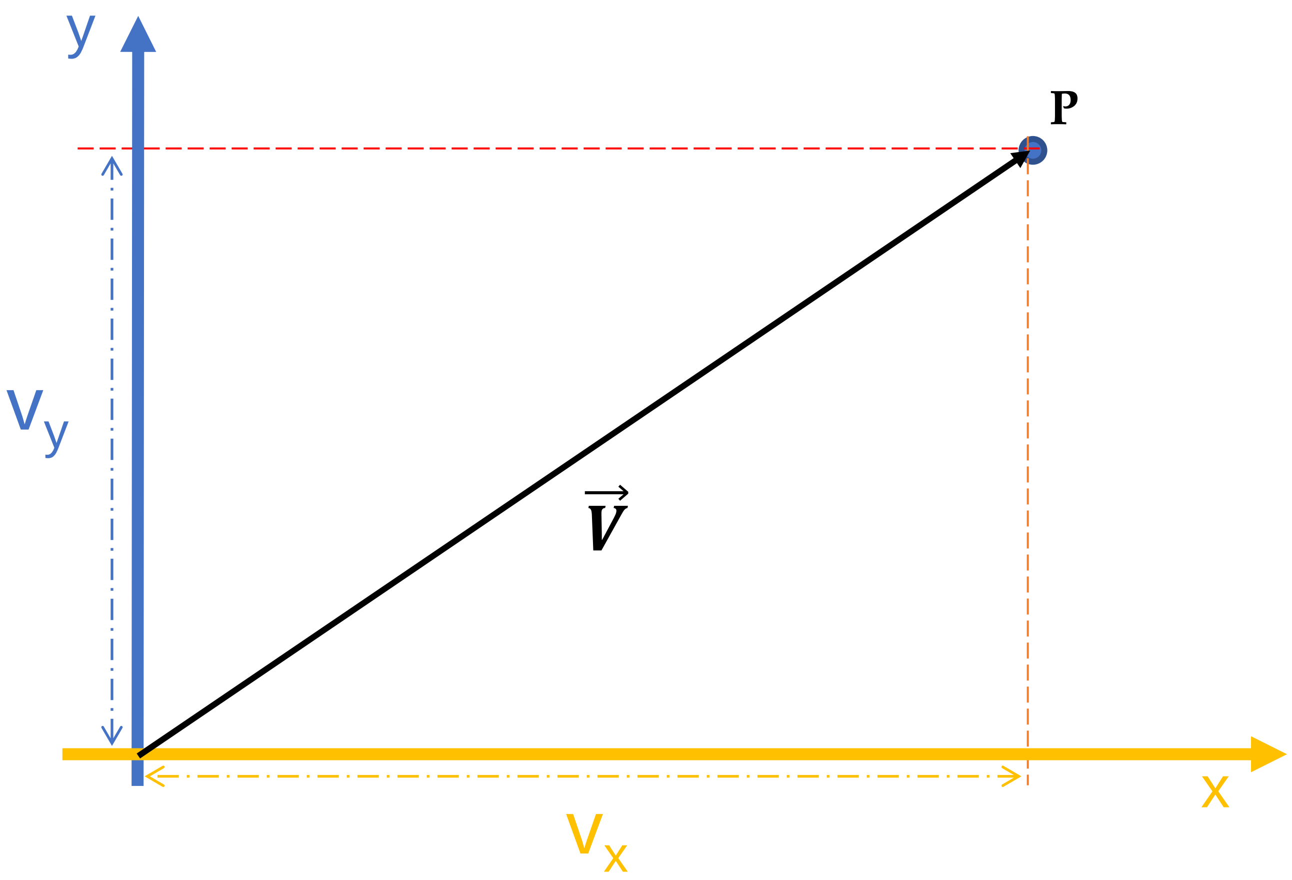


$$|\bar{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$\bar{v} = (v_x, v_y)$$

Componenti di un vettore

Rappresentiamo il vettore in un sistema di riferimento cartesiano



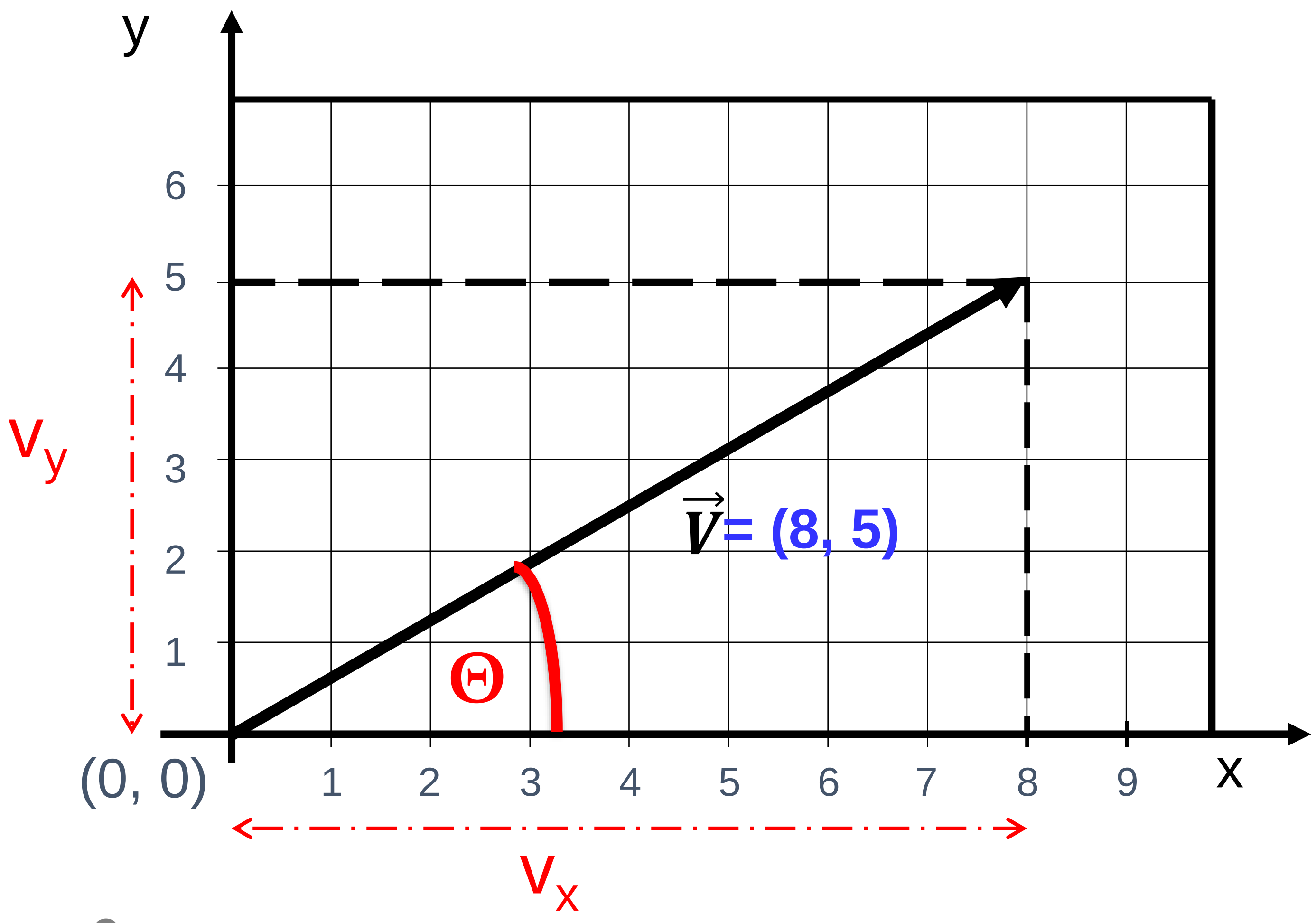
Per componenti:

$$\vec{\boldsymbol{V}} = V_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + V_y\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

Modulo del vettore $\vec{\boldsymbol{V}}$

$$|\vec{\boldsymbol{V}}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

Componenti di un vettore – sfruttiamo la trigonometria



$$v_x = |\bar{v}| \cos\vartheta$$

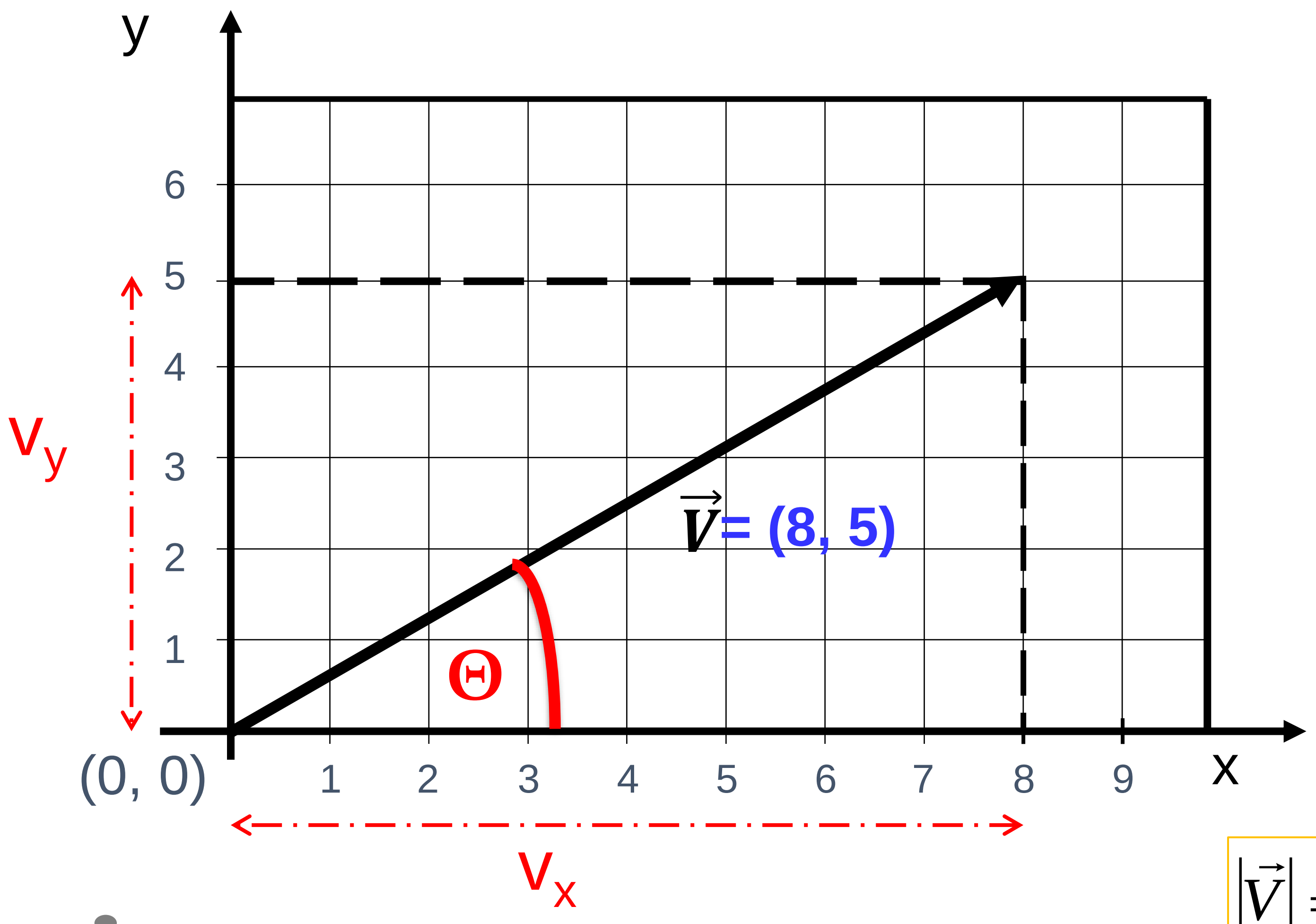
$$v_y = |\bar{v}| \sin\vartheta$$

$$\bar{v} = (8, 5) = (|\bar{v}|\cos\vartheta, |\bar{v}|\sin\vartheta)$$

$$\tan\vartheta = \frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta} = \frac{5}{8}$$

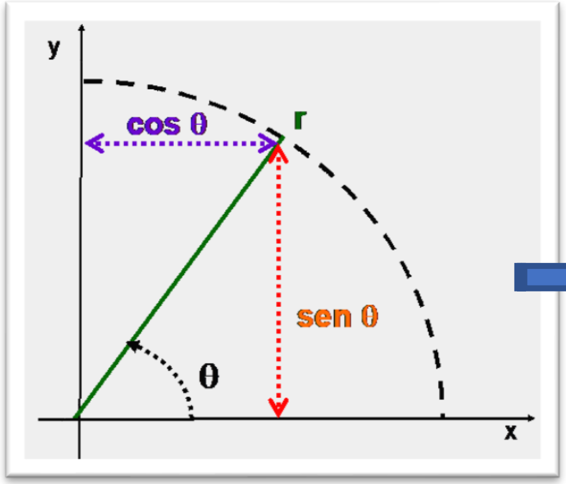
$$\vartheta = \operatorname{arctg}(5/8)$$

Componenti di un vettore – sfruttiamo la trigonometria



$$\begin{cases} v_x = 8 \\ v_y = 5 \end{cases}$$

$$tg\Theta = \frac{v_y}{v_x}$$



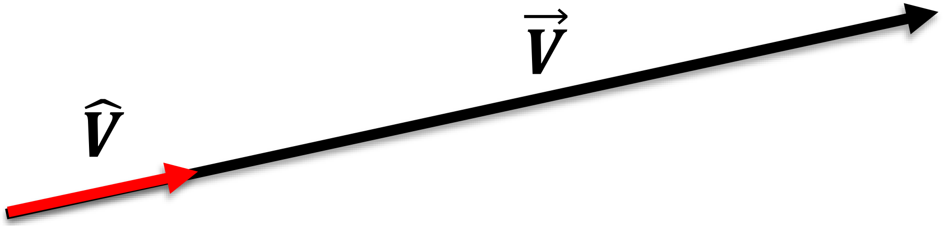
$v_x = |\vec{v}| \cos\theta$

$v_y = |\vec{v}| \operatorname{sen}\theta$

Modulo del vettore

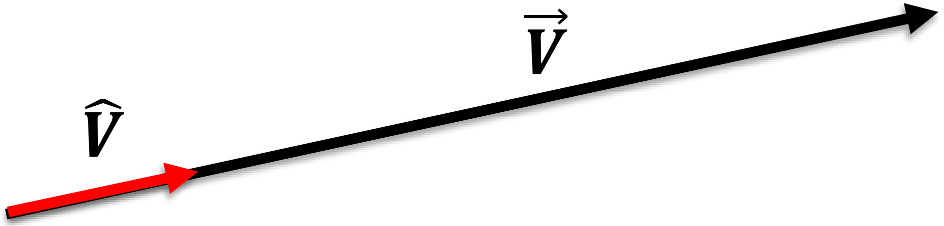
$$\left|\vec{V}\right| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{8^2 + 5^2} = \sqrt{64 + 25} = \sqrt{89}$$

Versore di un vettore?



$$\hat{u}_{\bar{v}} = \frac{\bar{v}}{|\bar{v}|}$$

Versore di un vettore?

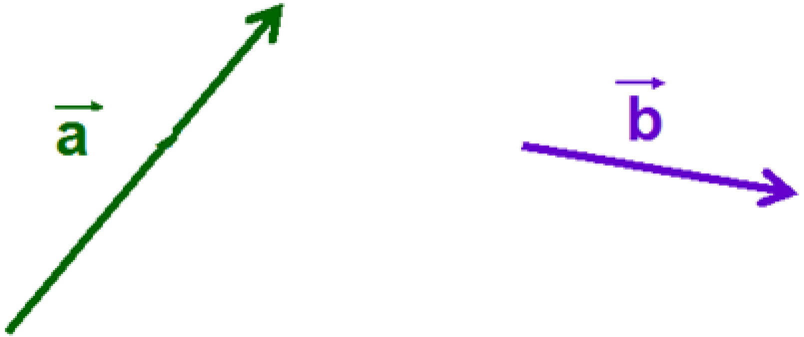


$$\hat{V} = \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|}$$

Somma e differenza – metodo grafico

Metodo grafico

$\boxed{\vec{a} + \vec{b}}$

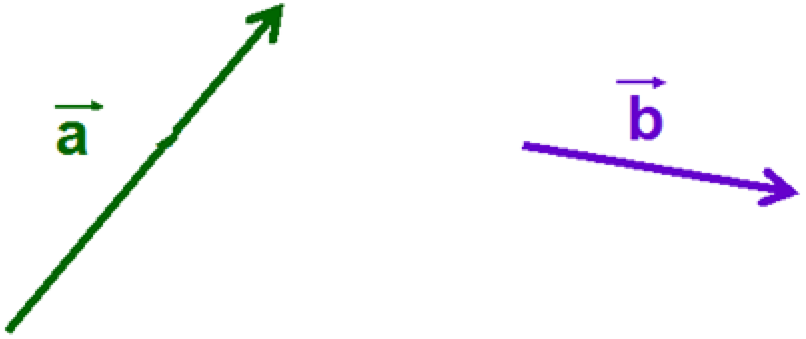


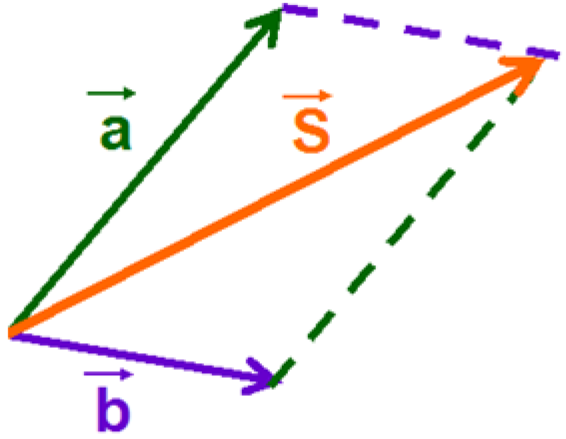
- Metodo del parallelogramma
  1. Si fanno coincidere i punti di applicazione dei due vettori
  2. Si costruisce il parallelogramma
  3. $\vec{S}$ = diagonale a partire dal vertice comune dei vettori
- Metodo «punta-coda» (come per il vettore spostamento visto prima)

Somma e differenza – metodo grafico

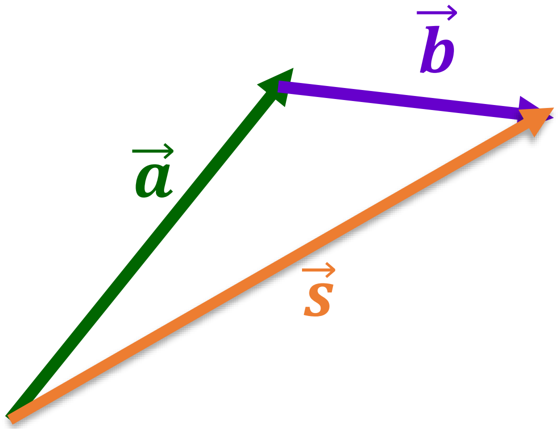
Metodo grafico

$\boxed{\vec{a} + \vec{b}}$





oppure

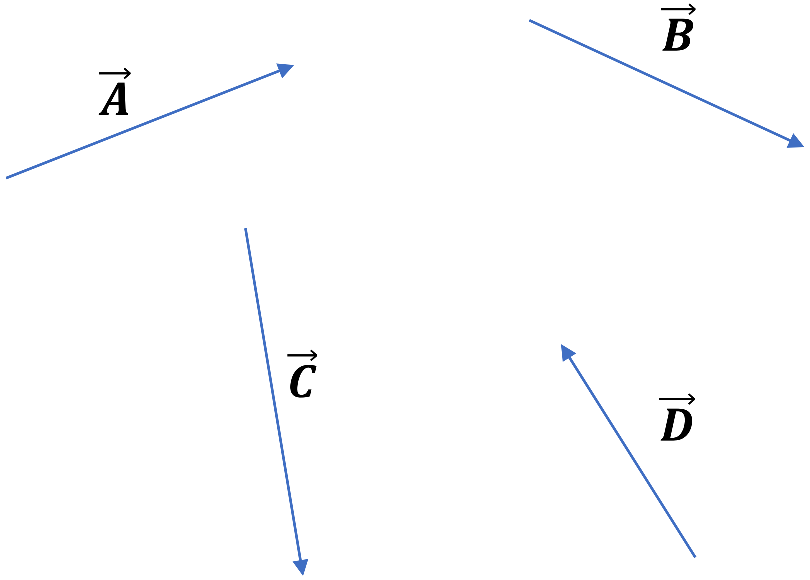


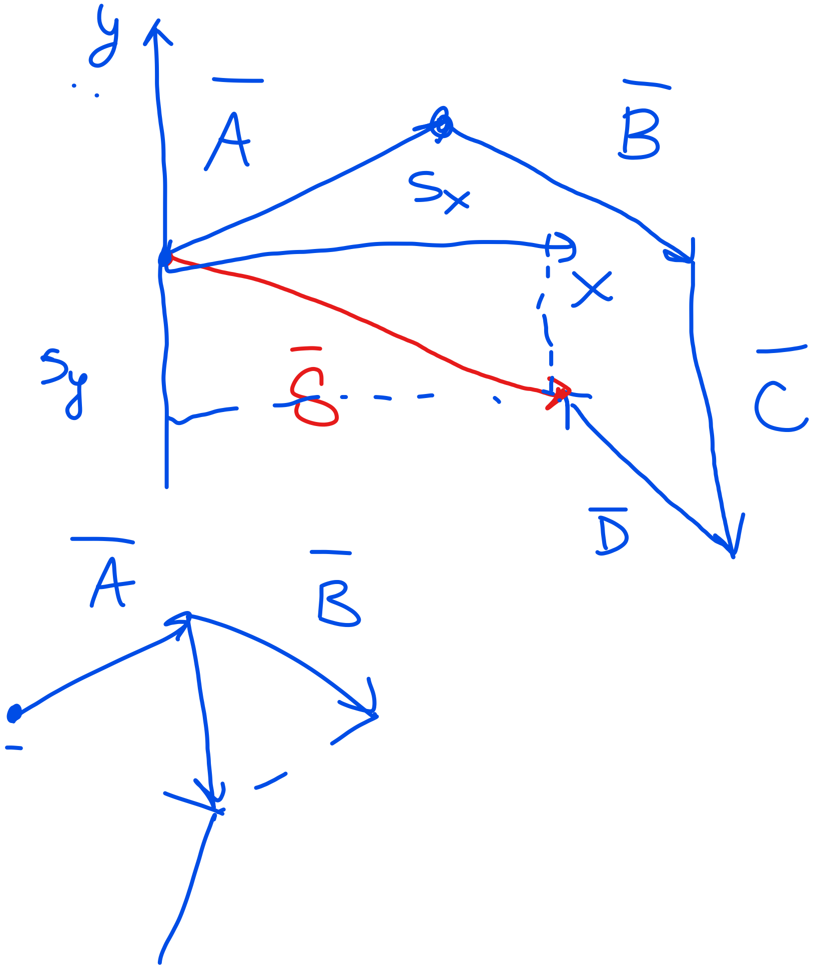
- Metodo del parallelogramma
  1. Si fanno coincidere i punti di applicazione dei due vettori
  2. Si costruisce il parallelogramma
  3. $\vec{S}$ = diagonale a partire dal vertice comune dei vettori
- Metodo «punta-coda» (come per il vettore spostamento visto prima)

Somma

$$|\bar{S}| = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$$

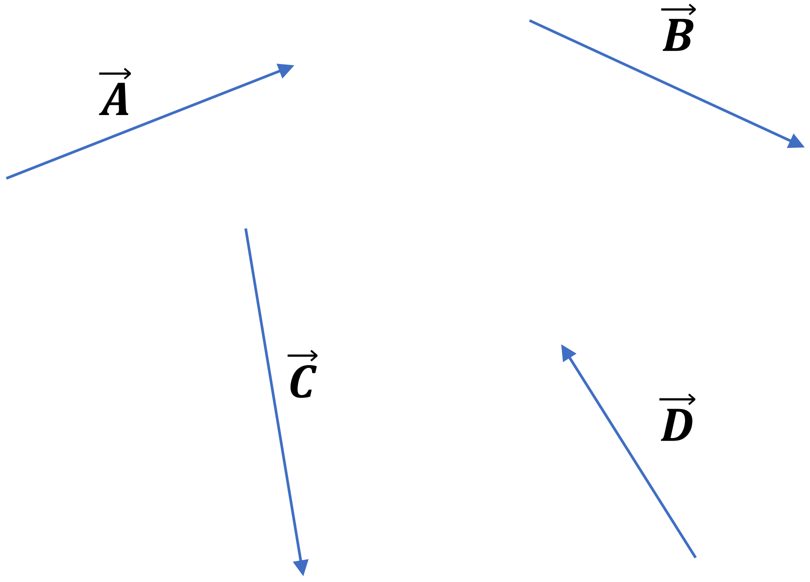
Sommiamo 4 vettori

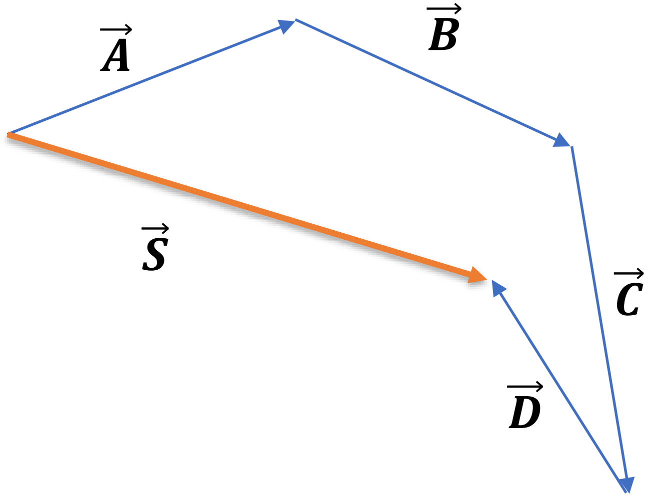




Somma

Sommiamo 4 vettori

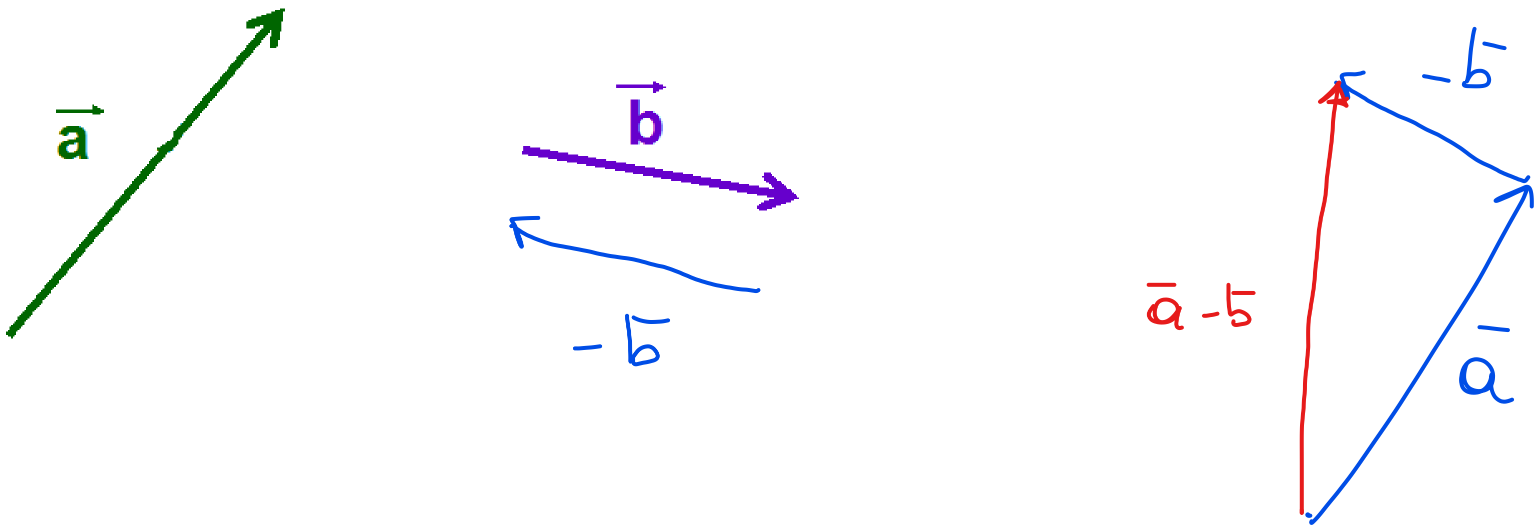




$$\vec{S} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$$

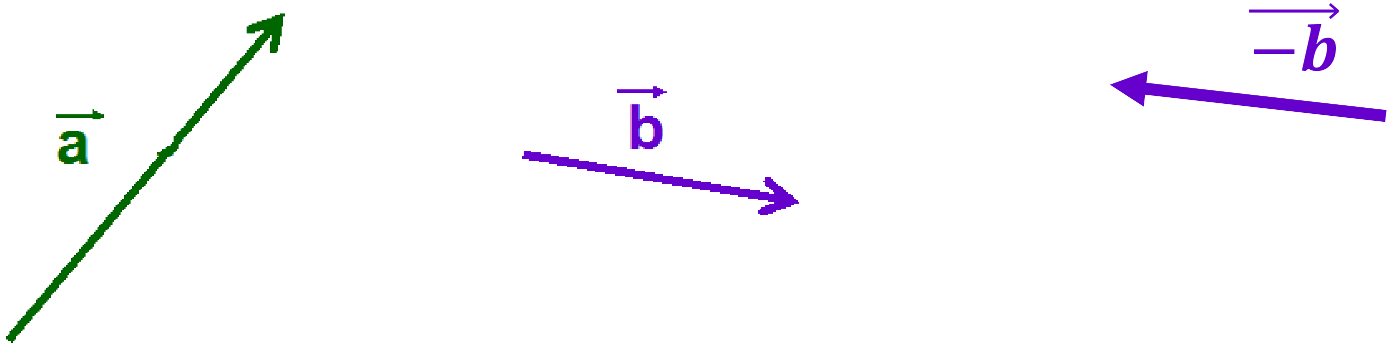
Somma e differenza – metodo grafico

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{a}} - \vec{\boldsymbol{b}} = \vec{\boldsymbol{a}} + \overrightarrow{(-\boldsymbol{b})}}$$



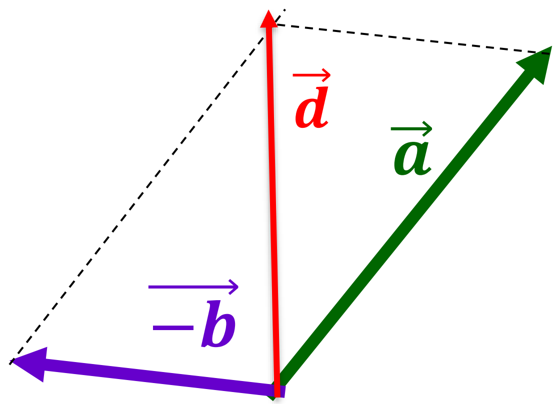
Somma e differenza – metodo grafico

$$\boxed{\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (\overrightarrow{-b})}$$

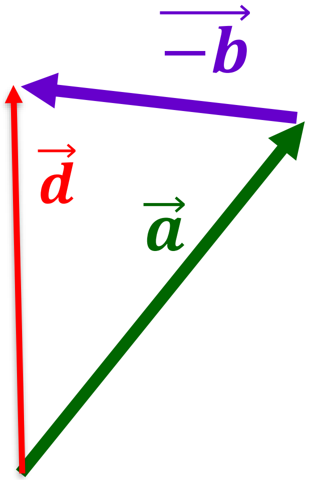


Metodo del parallelogramma

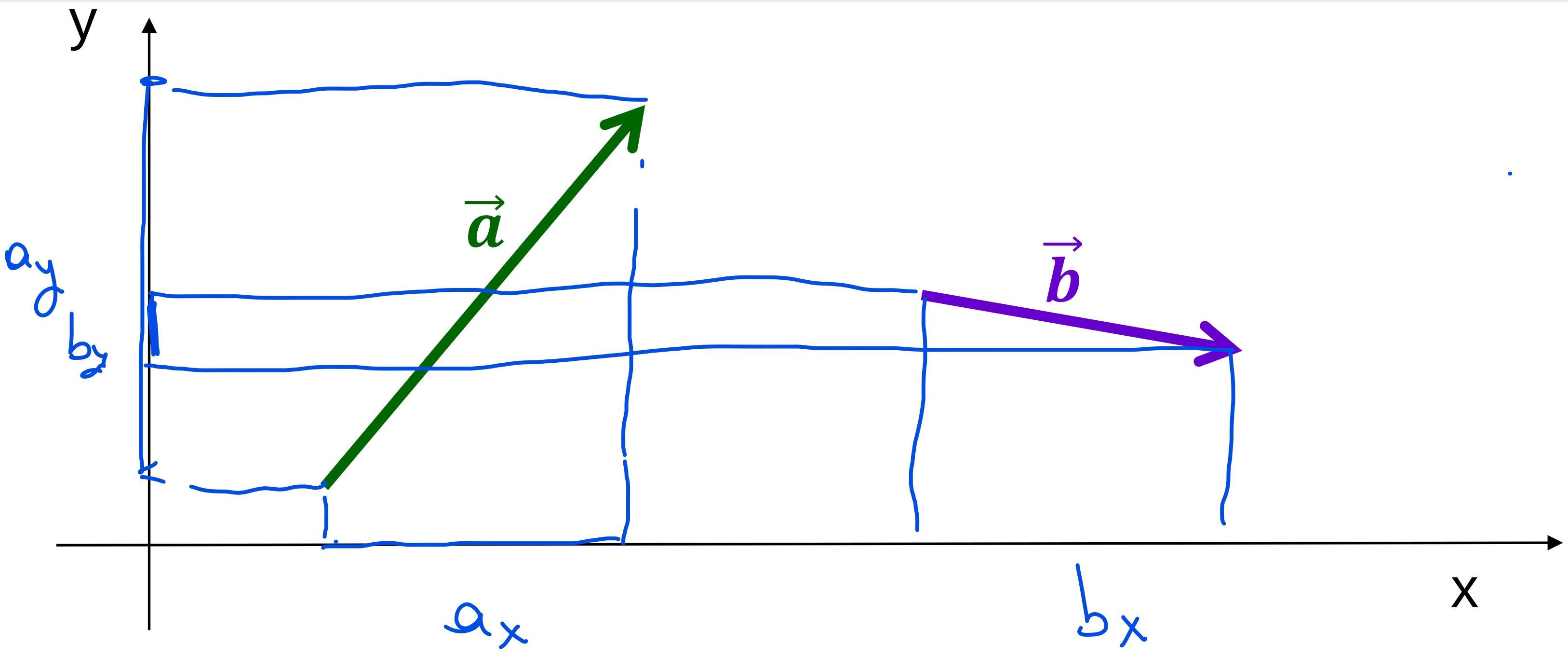
Metodo «punta-coda»



oppure



Somma e differenza – metodo analitico



$$\bar{a} = (a_x, a_y)$$

$$\bar{b} = (b_x, b_y)$$

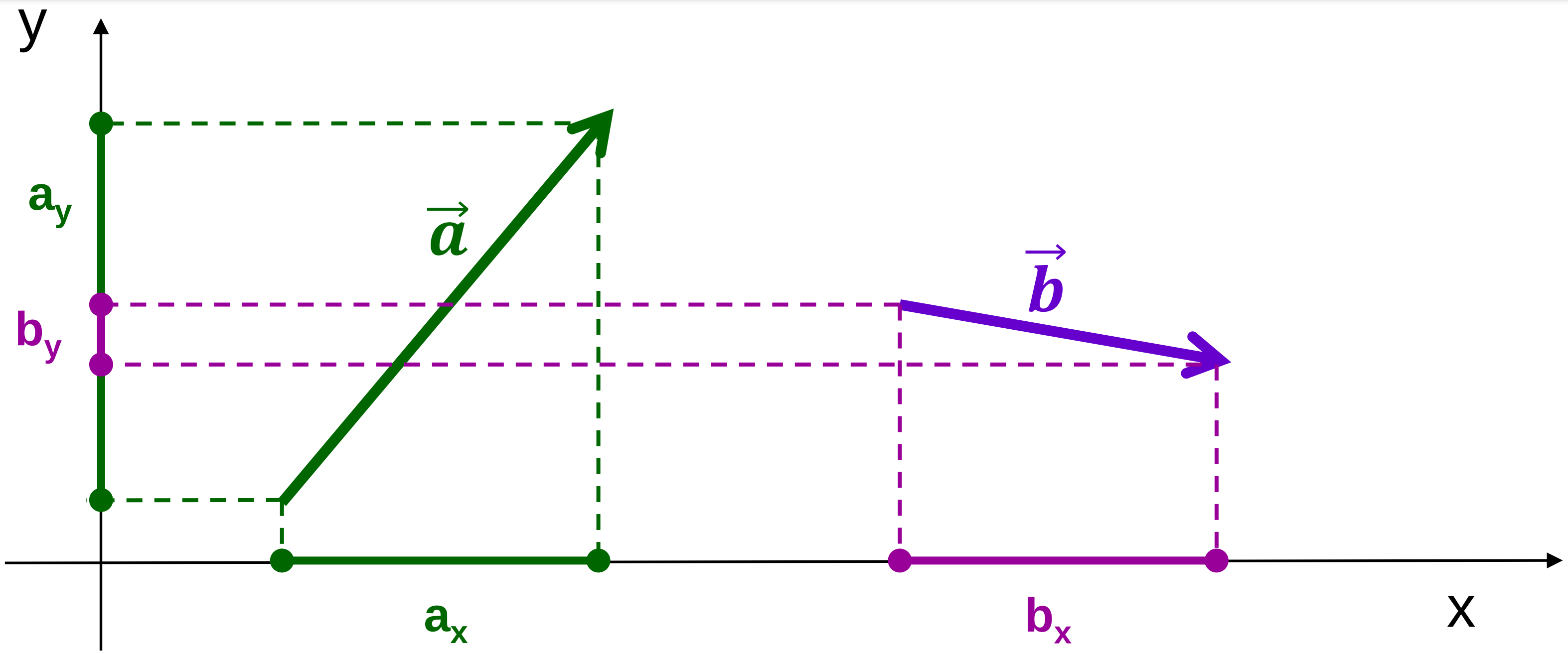
$$\bar{s} = (s_x, s_y)$$

$$s_x = a_x + b_x$$

$$s_y = a_y + b_y$$

$$|\bar{s}| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$$

Somma e differenza – metodo analitico



Il modulo del vettore somma non è la somma dei moduli!

$\vec{a} = (a_x, a_y)$

$\vec{b} = (b_x, b_y)$

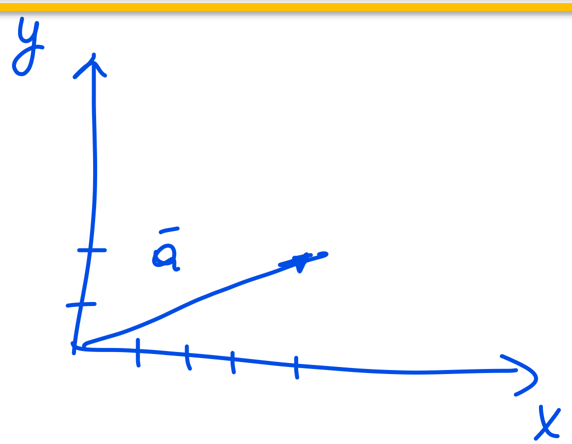
$\boxed{\vec{s} = (s_x, s_y)}$

$$\begin{cases} s_x = a_x + b_x \\ s_y = a_y + b_y \end{cases}$$

Somma e differenza - esempi

$\vec{a} = (4, 2)$

$\vec{b} = (3, 1)$



$\vec{a} = (-7, 2)$

$\vec{b} = (3, -4)$

Differenza?

Prodotto tra vettori

1. Prodotto di un vettore per uno scalare → VETTORE

2. Prodotto scalare tra due vettori → **SCALARE**

3. Prodotto vettoriale tra due vettori → VETTORE

Prodotto di un vettore per uno scalare

$$\boxed{\vec{V} \cdot s = \vec{U}}$$

- Il risultato è un **vettore** $\vec{U}$:
  - Di modulo $|\vec{U}| = |\vec{V}| \cdot s$
  - Con direzione uguale alla direzione di $\vec{V}$
  - Con verso uguale al verso di $\vec{V}$ se s>0, altrimenti con verso opposto

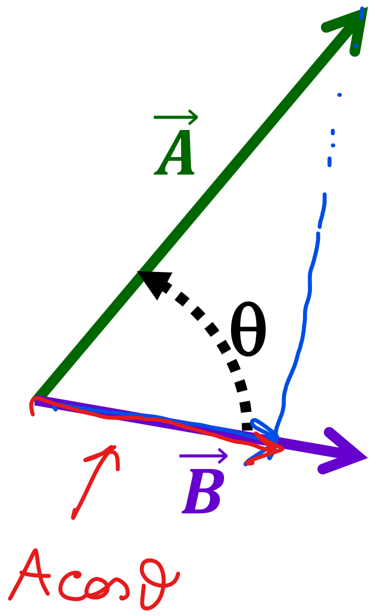
Prodotto scalare tra due vettori

$$\boxed{\vec{A} \cdot \vec{B} = \mathrm{c}}$$

- Il risultato è uno **scalare** c di modulo

$$\mathrm{c} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \boldsymbol{cos\theta}$$

$A\cos\vartheta$



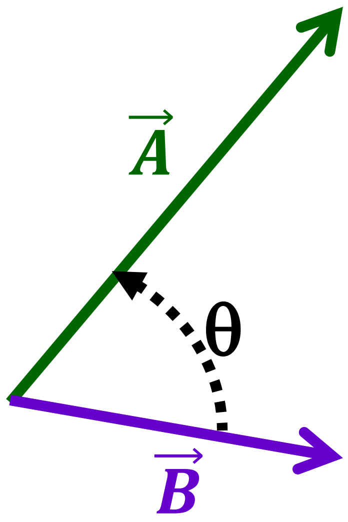
Prodotto scalare tra due vettori

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{A}} \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = \mathrm{c}}$$

- Il risultato è uno **scalare** c di modulo

$$\mathrm{c} = |\vec{\boldsymbol{A}}| \cdot |\vec{\boldsymbol{B}}| \cdot \boldsymbol{cos\theta} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y$$

Somma dei prodotti delle componenti omologhe



$\bar{A} = (A_x, A_y)$

$\bar{B} = (B_x, B_y)$

$\bar{A} \cdot \bar{B} = A_x B_x + A_y B_y$

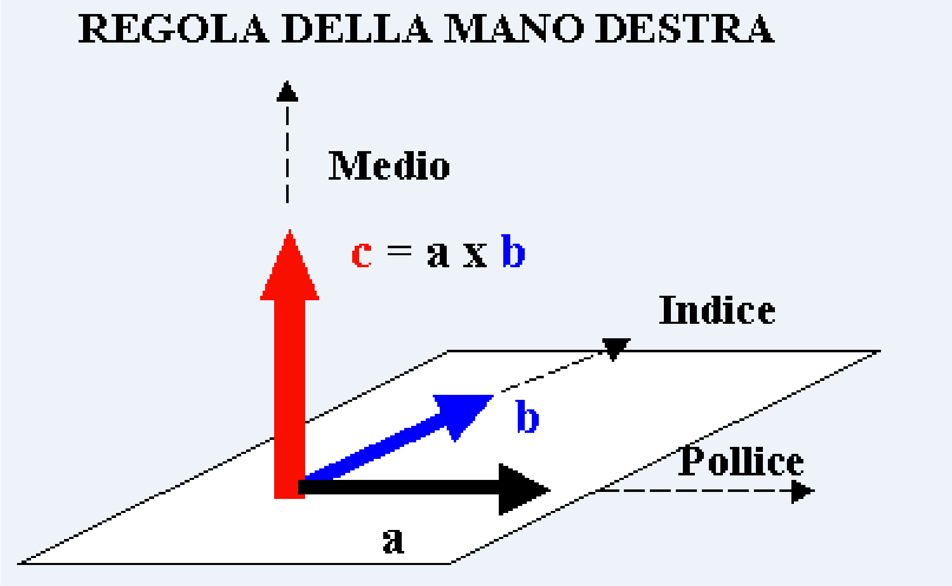
Prodotto scalare – casi notevoli

- Vettori ortogonali
- Vettori paralleli

Prodotto vettoriale tra due vettori

$$\boxed{\vec{A} \times \vec{B} = \vec{K}}$$

- Il risultato è un vettore $\vec{K}$:
  - Di **modulo** $|\vec{K}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot sin\theta$
  - Di **direzione** perpendicolare al piano che contiene $|\vec{A}|$ e $|\vec{B}|$
  - Di **verso** stabilito dalla *regola della mano destra*



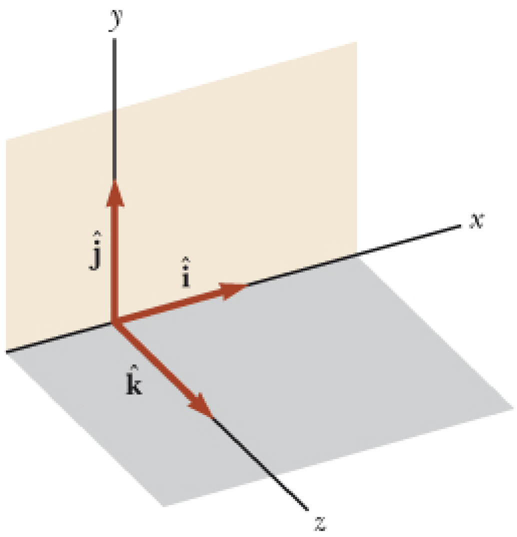
Prodotto vettoriale

NON GODE DELLA PROPRIETA' COMMUTATIVA NE' DI QUELLA ASSOCIATIVA

$$\vec{A} = (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k})$$

$$\vec{B} = (B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k})$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x\underbrace{\hat{\imath} \times B_x\hat{\imath}}_{=0}) + (A_x\underbrace{\hat{\imath} \times B_y\hat{\jmath}}_{\hat{k}}) + (A_x\underbrace{\hat{\imath} \times B_z\hat{k}}_{-\hat{\jmath}}) + \ldots$$



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Prodotto vettoriale

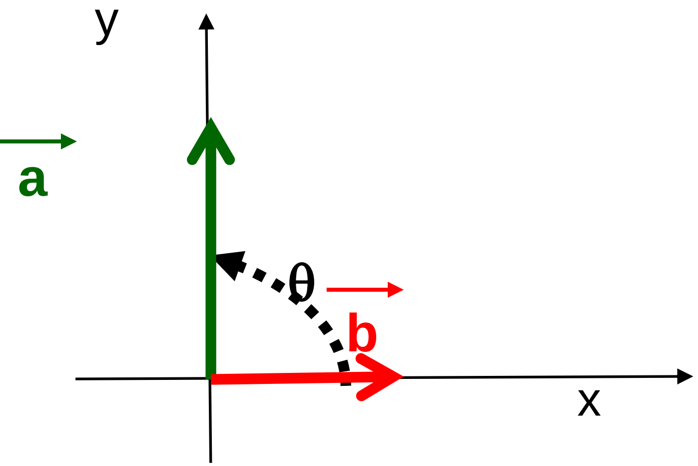
Prodotto vettoriale

Prodotto vettoriale - componenti

$$\vec{\mathbf{c}} = \begin{array}{cl} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \rightarrow \text{Componenti della terna cartesiana} \\ \rightarrow \text{Componenti del vettore } \mathbf{A} \\ \rightarrow \text{Componenti del vettore } \mathbf{B} \end{array} \end{array}$$

$$\begin{cases} c_x = A_y B_z - A_z B_y \\ c_y = -A_x B_z + A_z B_x \\ c_z = A_x B_y - A_y B_x \end{cases}$$

Prodotto vettoriale – casi notevoli



a=3

b=2

a⊥b

Prodotto vettoriale (modulo)

$c = a \cdot b \operatorname{sen} \theta = 3 \cdot 2 \operatorname{sen} 90^\circ \quad = 6$

Prodotto scalare

$c = a \cdot b \cos \theta = 3 \cdot 2 \cos 90^\circ \quad \mathbf{= 0}$

a=3

b=2

a//b

Prodotto vettoriale (modulo)

$c = a \cdot b \operatorname{sen} \theta = 3 \cdot 2 \operatorname{sen} 0^\circ \quad \mathbf{= 0}$

Prodotto scalare

$c = a \cdot b \cos \theta = 3 \cdot 2 \cos 0^\circ \quad = 6$