FISICA GENERALE I

Dott.ssa Annalisa Allocca

Università degli Studi di Napoli,
Compl. Univ. Monte S.Angelo – Dipartimento di Fisica
Via Cinthia, I-80126, Napoli

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare,
sez. Napoli
Studio: 1G16, Edificio 6
+39-081-676345
annalisa.allocca@unina.it

Organizzazione

- **Sito web:** www.docenti.unina.it/annalisa.allocca
  - La registrazione al sito si può effettuare inserendo numero di matricola e pin oppure tramite SPID per chi non fosse ancora in possesso di matricola
  - Il materiale didattico si trova sulla pagina web

- **Libri di testo adottati:**
  - Mazzoldi, Nigro, Voci «Elementi di Fisica – Meccanica e Termodinamica» Vol. 1 - Edises Napoli
  - Halliday, Resnick, Walker «Fondamenti di Fisica» - Ambrosiana Milano
  - Serway, Jewett «Principi di Fisica» - Edises Napoli

Argomenti di oggi:

- Vettori: i «prodotti»
- Esercizi sul calcolo vettoriale
- Elementi di cinematica
  - Velocità media ed istantanea
  - Diagramma orario e leggi orarie
  - Moto rettilineo uniforme ed uniformemente accelerato
  - Moto verticale di un corpo

Vettori: i «prodotti»

1. Prodotto di un vettore per uno scalare → VETTORE

2. Prodotto scalare tra due vettori → **SCALARE**

3. Prodotto vettoriale tra due vettori → VETTORE

Prodotto di un vettore per uno scalare

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{V}} \cdot s = \vec{\boldsymbol{U}}}$$

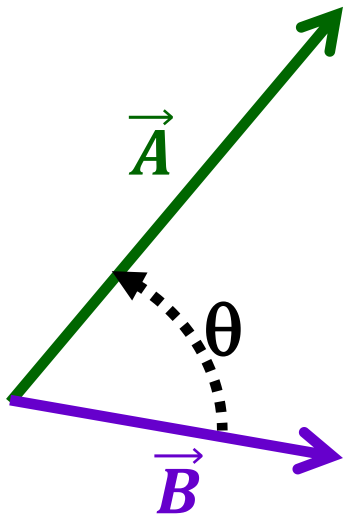
- Il risultato è un **vettore** $\vec{\boldsymbol{U}}$:
  - Di modulo $|\vec{\boldsymbol{U}}| = |\vec{\boldsymbol{V}}| \cdot s$
  - Con direzione uguale alla direzione di $\vec{\boldsymbol{V}}$
  - Con verso uguale al verso di $\vec{\boldsymbol{V}}$ se s>0, altrimenti con verso opposto

Prodotto scalare tra due vettori

$$\boxed{\vec{A} \cdot \vec{B} = \mathrm{c}}$$

- Il risultato è uno **scalare** c di modulo

$$\mathrm{c} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y$$



Somma dei prodotti delle componenti omologhe

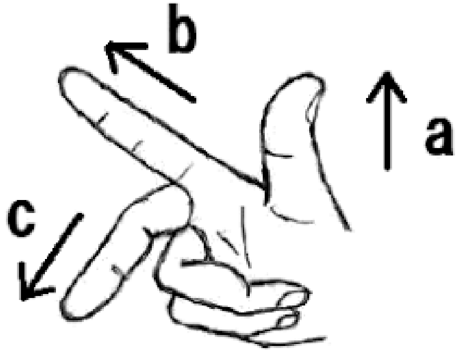
Modulo di un vettore

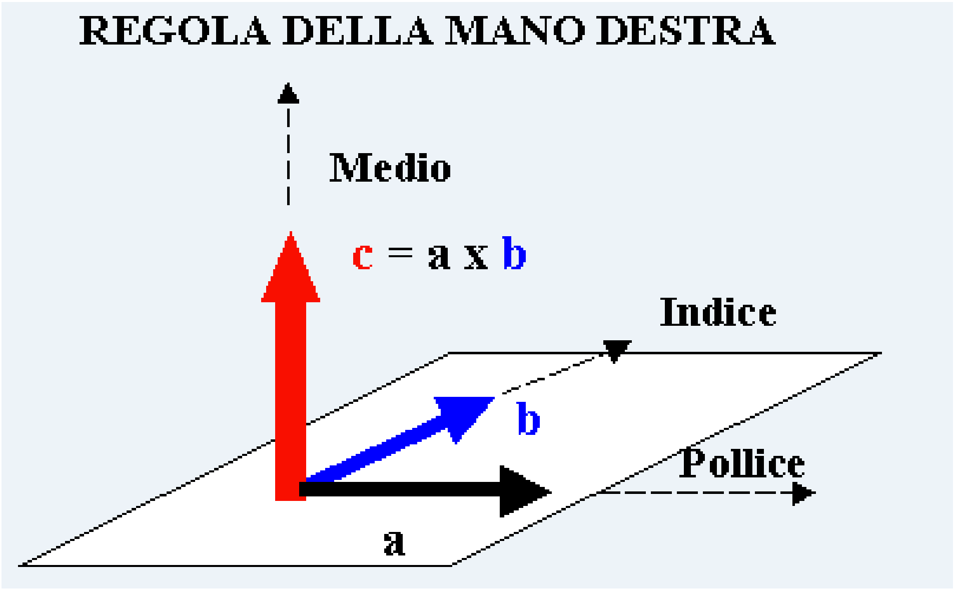
$$|\vec{V}|^2 = \vec{V} \cdot \vec{V} = |\vec{V}| \cdot |\vec{V}| \cos 0°$$

Prodotto vettoriale tra due vettori

$$\boxed{\vec{A} \times \vec{B} = \vec{K}}$$

- Il risultato è un vettore $\vec{K}$:
  - Di **modulo** $|\vec{K}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot sin\theta$
  - Di **direzione** perpendicolare al piano che contiene $|\vec{A}|$ e $|\vec{B}|$
  - Di **verso** stabilito dalla *regola della mano destra*





Prodotto vettoriale $|\vec{c}| = |\vec{a}||\vec{b}| \sin\vartheta$

NON GODE DELLA PROPRIETA' COMMUTATIVA NE' DI QUELLA ASSOCIATIVA

$$\vec{\boldsymbol{A}} = (A_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + A_y\hat{\boldsymbol{\jmath}} + A_z\hat{\boldsymbol{k}})$$

$$\vec{\boldsymbol{B}} = (B_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + B_y\hat{\boldsymbol{\jmath}} + B_z\hat{\boldsymbol{k}})$$

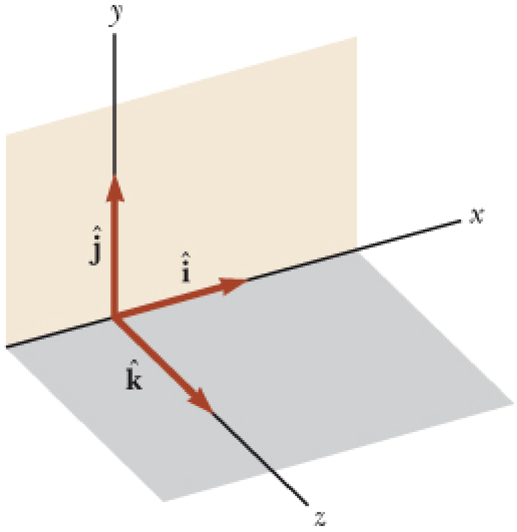
$$\hat{\imath} \times \hat{\imath} = |\hat{\imath}||\hat{\imath}| \cancel{\sin 0} = 0$$

$$\hat{\imath} = \hat{u}_x \qquad \hat{\jmath} = \hat{u}_y \qquad \hat{k} = \hat{u}_z$$

$$\vec{\boldsymbol{A}} \times \vec{\boldsymbol{B}} = \cancel{(\underbrace{A_x\hat{\boldsymbol{\imath}} \times B_x\hat{\boldsymbol{\imath}}}_{=0})} + (\underbrace{A_x\hat{\boldsymbol{\imath}} \times B_y\hat{\boldsymbol{\jmath}}}_{\hat{\boldsymbol{k}}}) + (\underbrace{A_x\hat{\boldsymbol{\imath}} \times B_z\hat{\boldsymbol{k}}}_{-\hat{\boldsymbol{\jmath}}}) + \ldots$$

$$+ (A_y\hat{\jmath} \times B_x\hat{\imath}) + \cancel{(A_y\hat{\jmath} \times B_y\hat{\jmath})} + (A_y\hat{\jmath} \times B_z\hat{k}) +$$

$$+ (A_z\hat{k} \times B_x\hat{\imath}) + (A_z\hat{k} \times B_y\hat{\jmath}) + \cancel{(A_z\hat{k} \times B_z\hat{k})}$$



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Prodotto vettoriale

$$\begin{pmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{pmatrix}$$

$$\bar{C} = \bar{A} \times \bar{B}$$

$$\bar{C} = C_x \hat{i} + C_y \hat{j} + C_z \hat{k}$$

$$\begin{cases} C_x = A_y B_z - A_z B_y \\ C_y = -(A_x B_z - A_z B_x) \\ C_z = A_x B_y - A_y B_x \end{cases}$$

Determinante matrice 2x2

$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$$

Prodotto vettoriale

Prodotto vettoriale - componenti

$$\vec{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix}$$

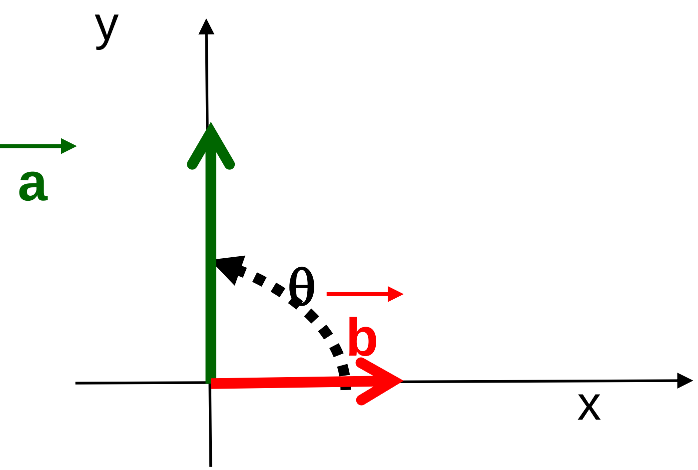
Componenti della terna cartesiana

Componenti del vettore **A**

Componenti del vettore **B**

$$\begin{cases} c_x = A_y B_z - A_z B_y \\ c_y = -A_x B_z + A_z B_x \\ c_z = A_x B_y - A_y B_x \end{cases}$$

Prodotto vettoriale – casi notevoli



a=3

b=2

a⊥b

Prodotto vettoriale (modulo)

$c = a \cdot b \text{ sen } \theta = 3 \cdot 2 \text{ sen } 90^\circ \quad = 6$

Prodotto scalare

$c = a \cdot b \cos \theta = 3 \cdot 2 \cos 90^\circ \quad \mathbf{= 0}$

a=3

b=2

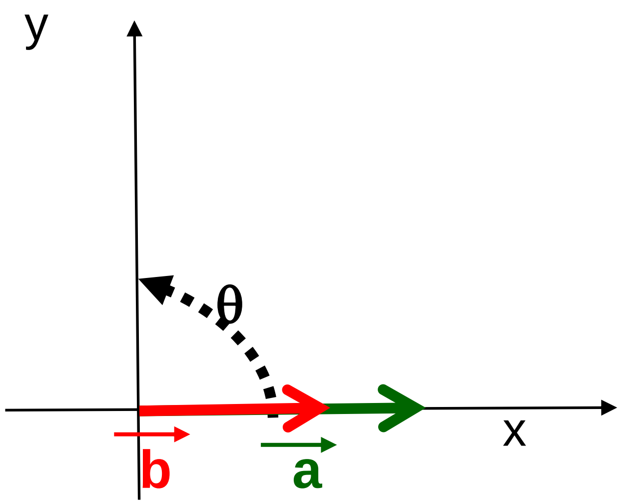
a//b

Prodotto vettoriale (modulo)

$c = a \cdot b \text{ sen } \theta = 3 \cdot 2 \text{ sen } 0^\circ \quad \mathbf{= 0}$

Prodotto scalare

$c = a \cdot b \cos \theta = 3 \cdot 2 \cos 0^\circ \quad = 6$

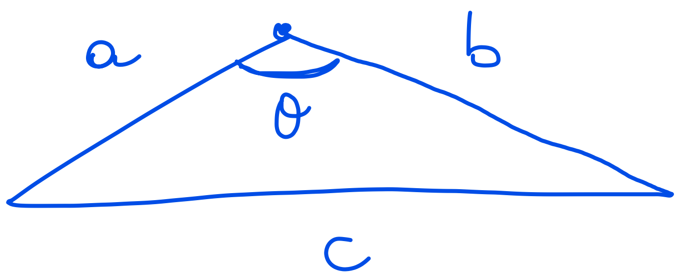


Operazioni tra vettori: summary

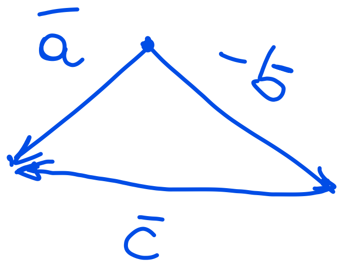
- Somma e differenza
  - Graficamente: metodo del parallelogramma o metodo «punta-coda»
  - Analiticamente: somma (o differenza) delle componenti omologhe
- Prodotto di un vettore per uno scalare (è un vettore)
  - $\vec{\boldsymbol{V}} \cdot s = \vec{\boldsymbol{U}}$
- Prodotto scalare tra due vettori (è uno scalare)
  - $\mathrm{c} = |\vec{\boldsymbol{A}}| \cdot |\vec{\boldsymbol{B}}| \cdot \boldsymbol{cos\theta} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y$
- Prodotto vettoriale tra due vettori
  - $\vec{\boldsymbol{A}} \times \vec{\boldsymbol{B}} = \vec{\boldsymbol{K}}$
  - $|\vec{\boldsymbol{K}}| = |\vec{\boldsymbol{A}}| \cdot |\vec{\boldsymbol{B}}| \cdot \boldsymbol{sin\theta}$
  - Metodo del «determinante» per calcolare le componenti

Esercizi sui vettori

1) Sia dato un triangolo non rettangolo, di cui si conoscono i lati **a** e **b** e l'angolo tra essi compreso. Trovare la lunghezza del terzo lato.



$\bar{a} - \bar{b}$



$$|\bar{c}|^2 = \bar{c} \cdot \bar{c} = (\bar{a} - \bar{b}) \cdot (\bar{a} - \bar{b})$$

Teorema di Carnot

o del coseno

Esercizi sui vettori

2) Consideriamo due vettori spostamento, uno di modulo 3m e l'altro di modulo 4m. Si possono combinare per ottenere un vettore risultante di modulo (a)5m oppure di (b)8m?

$\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$

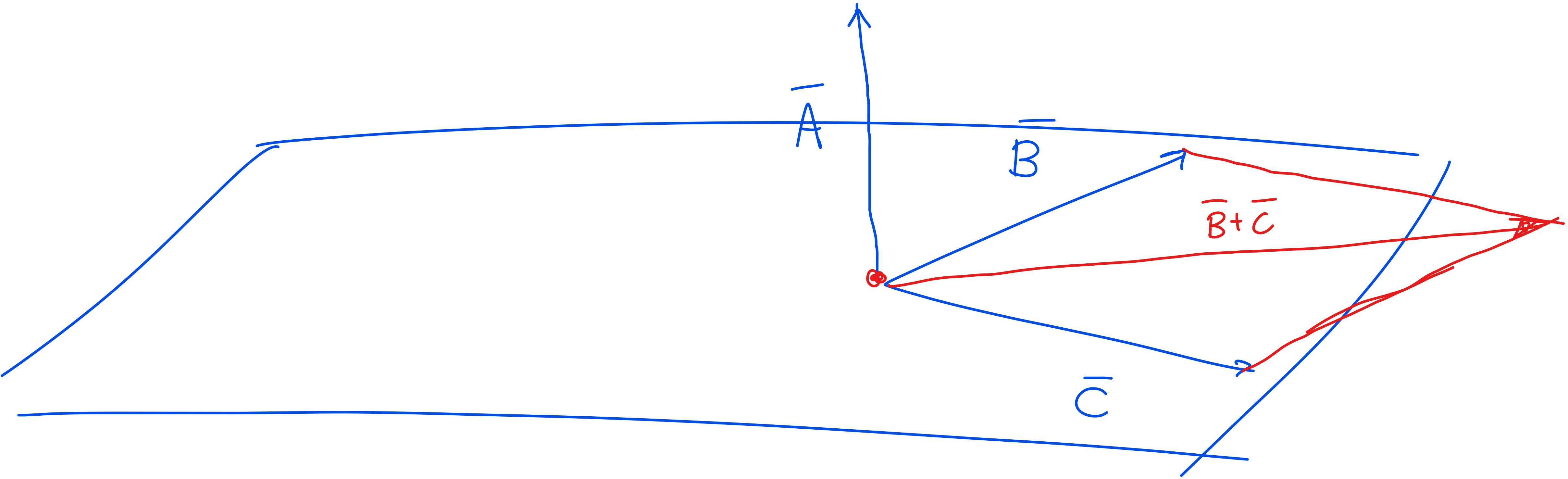
$|\bar{c}|^2 = \bar{c} \cdot \bar{c}$

$(\bar{a} + \bar{b}) \cdot (\bar{a} + \bar{b})$

$|\bar{c}|^2 = |\bar{a}|^2 + |\bar{b}|^2 + 2ab\cos\vartheta$

Esercizi sui vettori

3) Siano dati tre vettori non nulli $\vec{A}, \vec{B}$ e $\vec{C}$, tali che $\vec{A} = \vec{B} \times \vec{C}$. Si dica com'è diretto il vettore $\vec{B} + \vec{C}$ rispetto ad $\vec{A}$



Esercizi sui vettori

4) Siano assegnati i vettori:

$\vec{A} = \vec{u}_x + 3\vec{u}_y - 4\vec{u}_z$

$\vec{B} = 5\vec{u}_x + 5\vec{u}_y + 6\vec{u}_z$

Calcolare:

- $\vec{A} + \vec{B}$
- $\vec{A} - \vec{B}$
- $\vec{A} \cdot \vec{B}$
- $\vec{A} \times \vec{B}$

Esercizi sui vettori

4) Siano assegnati i vettori:

$\vec{A} = \vec{u}_x + 3\vec{u}_y - 4\vec{u}_z$

$\vec{B} = 5\vec{u}_x + 5\vec{u}_y + 6\vec{u}_z$

Calcolare:

- $\vec{A} + \vec{B}$
- $\vec{A} - \vec{B}$
- $\vec{A} \cdot \vec{B}$
- $\vec{A} \times \vec{B}$

Argomenti di oggi:

- Esercizi sul calcolo vettoriale
- Elementi di cinematica
    - Moto rettilineo uniforme ed accelerato
    - Moto verticale di un corpo
    - Moto armonico

Cinematica

Introduzione alla cinematica del punto

- La meccanica è la più antica delle scienze fisiche e si occupa dello studio del moto dei corpi.

- La parte della **meccanica** che descrive il moto dei corpi – *senza considerare le cause che lo hanno prodotto* - viene detta **cinematica**

- la parte che descrive il moto dei corpi in funzione delle forze e delle proprietà degli oggetti in movimento viene detta **dinamica**.

Introduzione alla cinematica del punto

Modello del punto materiale

- Punto di dimensioni trascurabili rispetto allo spazio in cui si può muovere o agli altri corpi con cui interagisce
  - Es.: Grandi distanze in gioco: la Terra ed il Sole sono punti materiali

- Permette la semplificazione di alcune trattazioni (solo *traslazioni*, senza *rotazioni* o *vibrazioni*)

Introduzione alla cinematica del punto

Cinematica del punto

Dinamica del punto

Dinamica dei sistemi complessi

Dinamica del corpo rigido

Il punto di partenza per tutto

Fissare il sistema di riferimento!

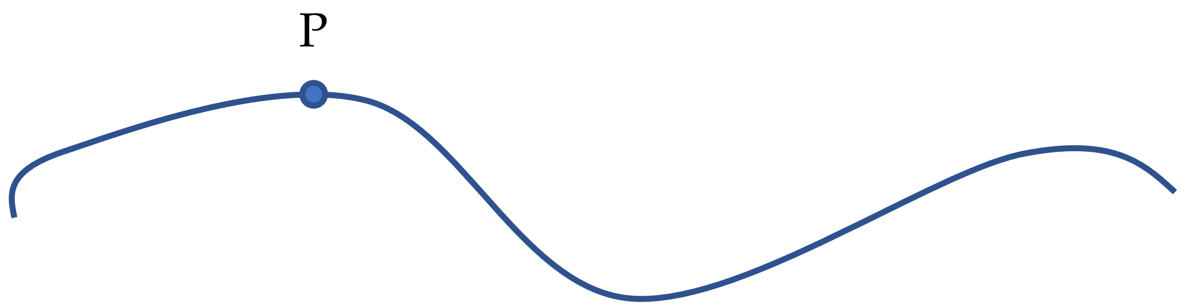
Il moto di un punto materiale è determinato se è nota la sua posizione in funzione del tempo **in un determinato sistema di riferimento**

Grandezze cinematiche

- Posizione
- Spostamento
- Velocità
- Accelerazione

GRANDEZZE VETTORIALI

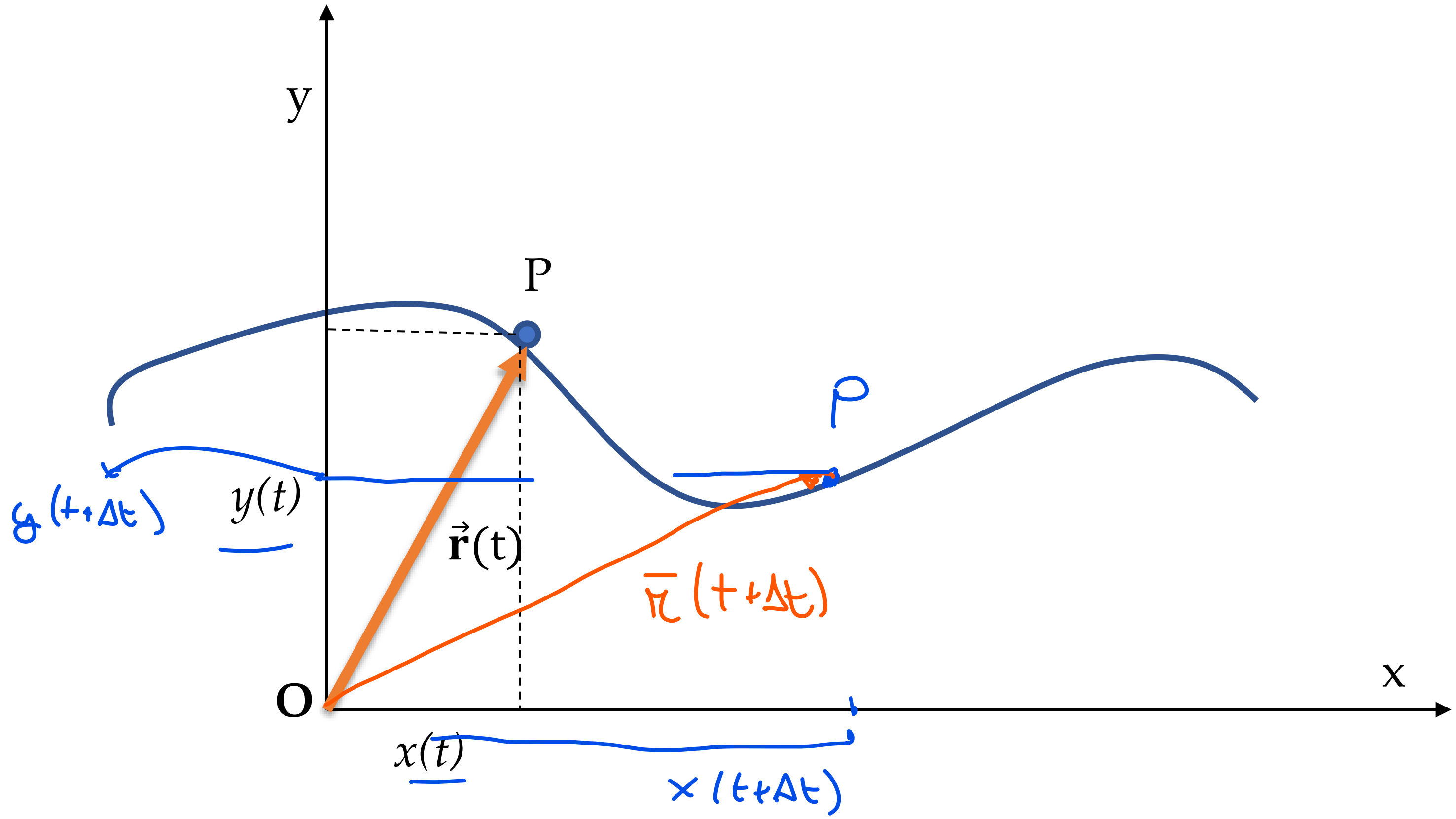
- **Traiettoria**: luogo dei punti occupati nel tempo dall'oggetto in movimento, curva continua nello spazio



La **variazione di posizione** del punto P lungo la traiettoria porta al concetto di **velocità**
La **variazione della velocità** nel tempo, porta alla definizione del concetto di **accelerazione**

Vettore posizione e leggi orarie

- Posizione del punto P rispetto al sistema di riferimento



Posizione individuata da $\vec{\mathbf{r}}$

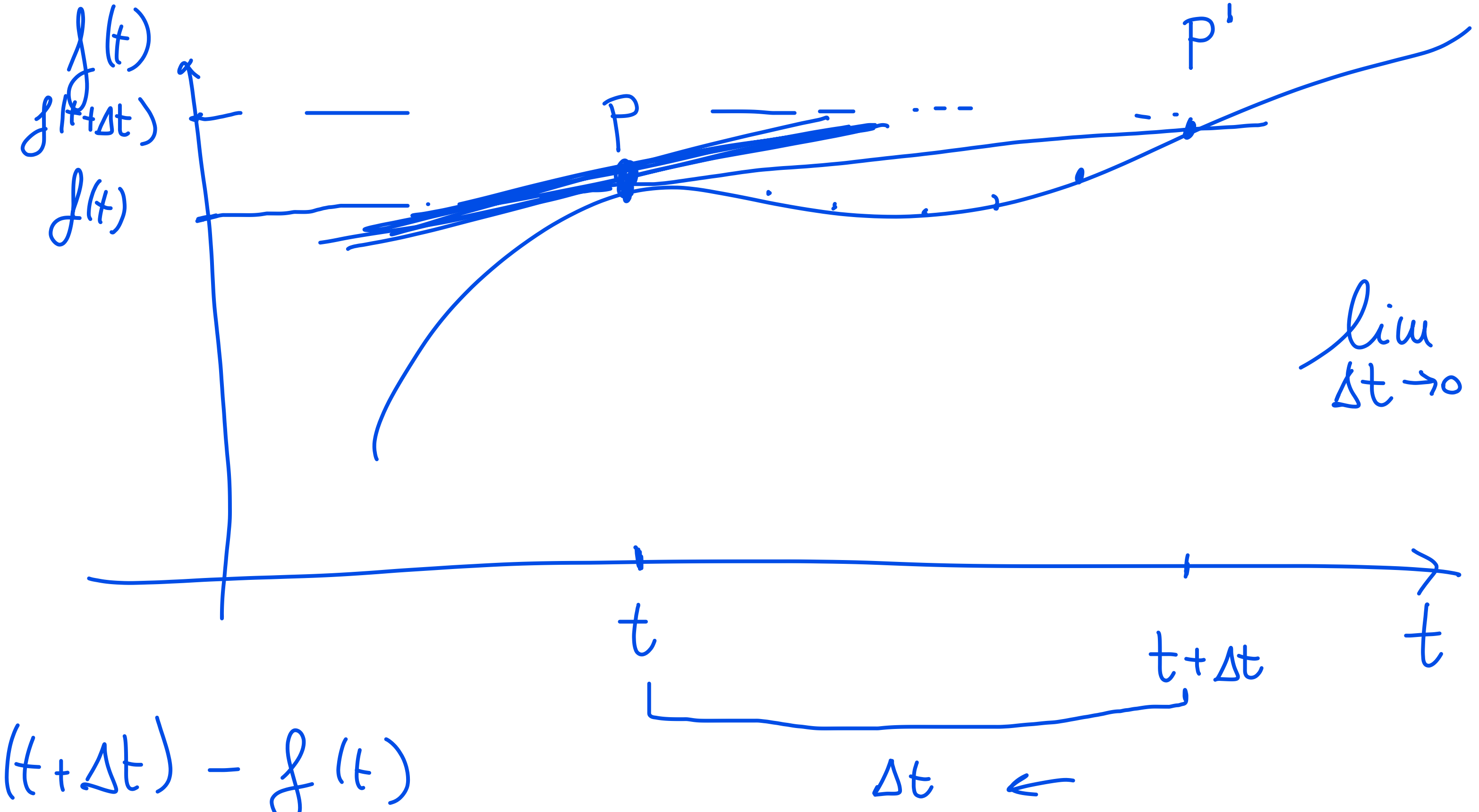
$\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}(t) \rightarrow$ cambia nel tempo

$\vec{\mathbf{r}}(t) = x(t)\widehat{\boldsymbol{u}_x} + y(t)\widehat{\boldsymbol{u}_y}$

$\vec{\mathbf{r}}$(t) (o equivalentemente x(t) e y(t)) si chiamano **leggi orarie o equazioni del moto**

Richiami al concetto di derivata

$f(t)$



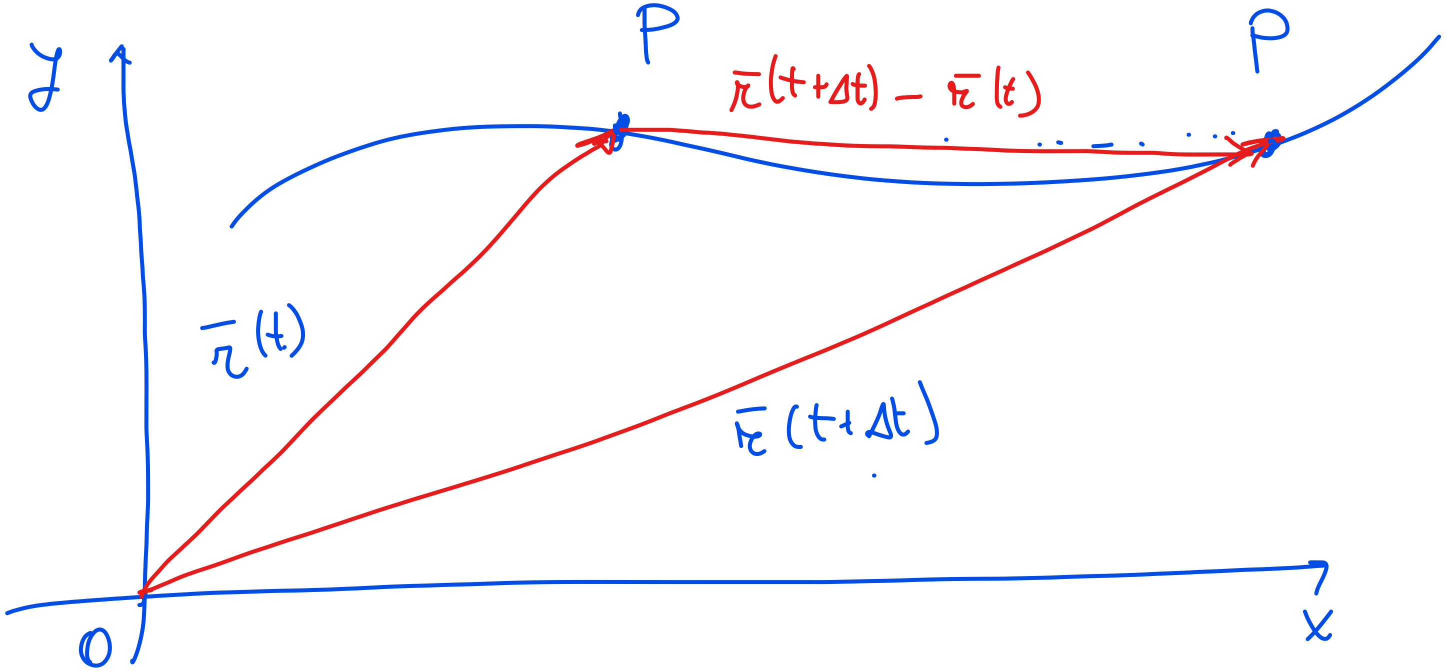
$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t+\Delta t) - f(t)}{\Delta t} = \underline{\underline{\text{derivata}}}$$

$$\frac{df(t)}{dt}$$

$$\frac{f(t+\Delta t) - f(t)}{\Delta t} \rightarrow \text{Rapporto incrementale}$$

Richiami al concetto di derivata

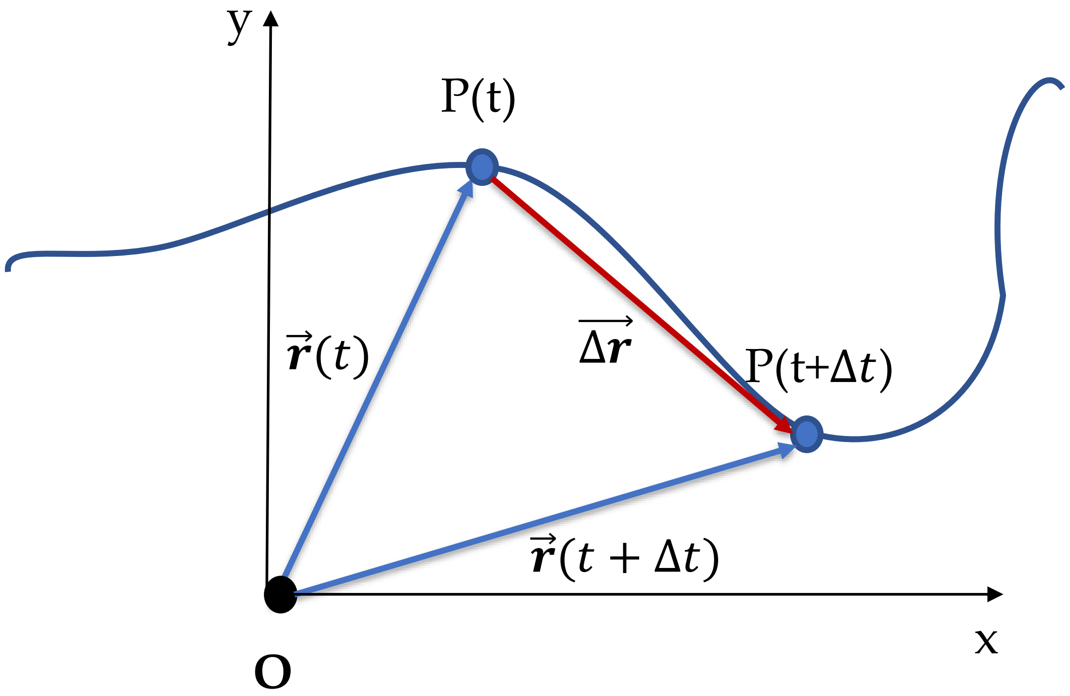
Velocità media



$$\overrightarrow{v_m} = \frac{\bar{r}(t+\Delta t) - \bar{r}(t)}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\bar{r}(t+\Delta t) - \bar{r}(t)}{\Delta t} = \bar{v}(t)$$

Velocità media



Vettore spostamento

$$\overrightarrow{\Delta \boldsymbol{r}} = \vec{\boldsymbol{r}}(t+\Delta t) - \vec{\boldsymbol{r}}(t)$$

Velocità media

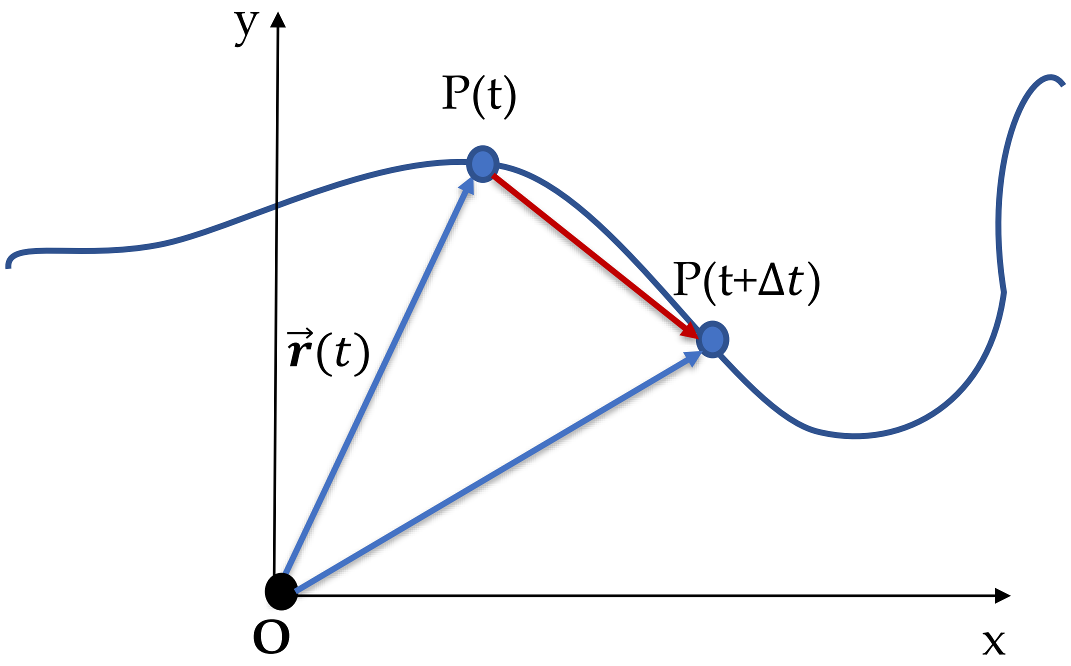
$$\overrightarrow{v_m} = \frac{\vec{\boldsymbol{r}}(t+\Delta t) - \vec{\boldsymbol{r}}(t)}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{\Delta \boldsymbol{r}}}{\Delta t} \qquad \frac{m}{s}$$

Vettore **parallelo** al vettore spostamento

Analisi dimensionale:
[v] = [L][T^-1] = m/s

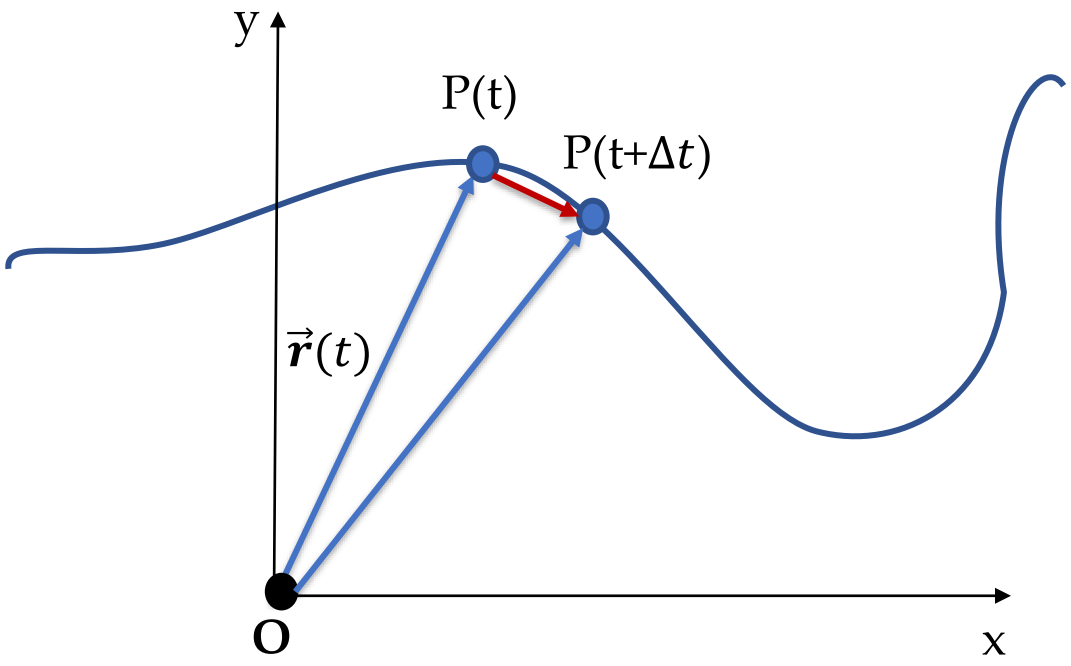
Velocità

Riducendo l'intervallo di tempo:



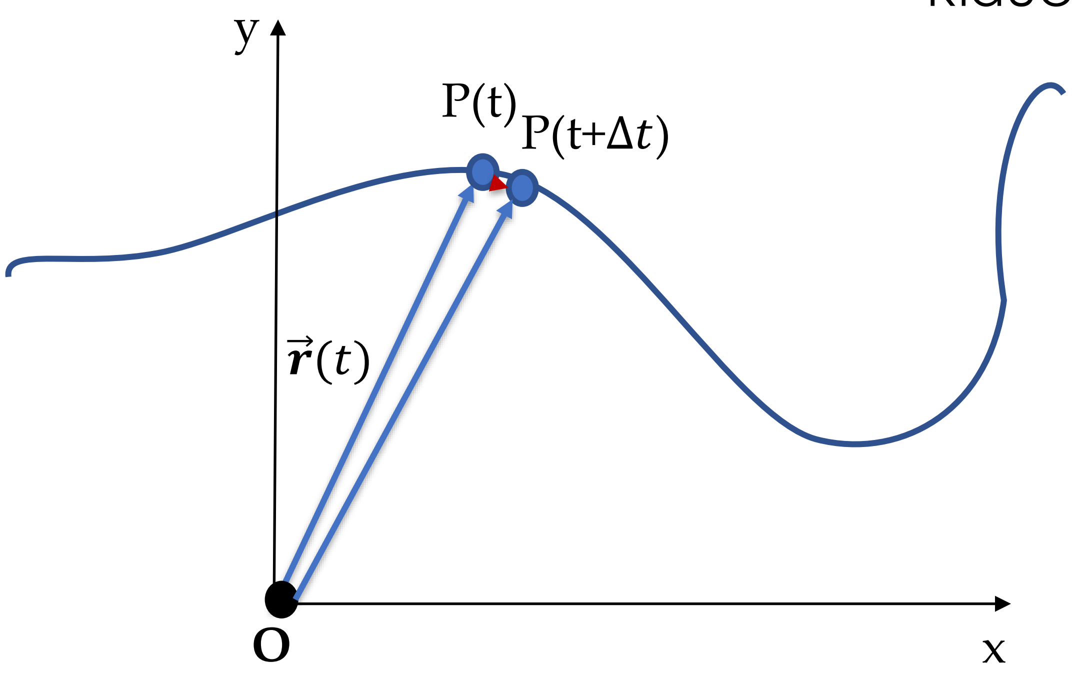
Velocità

Riducendo l'intervallo di tempo:



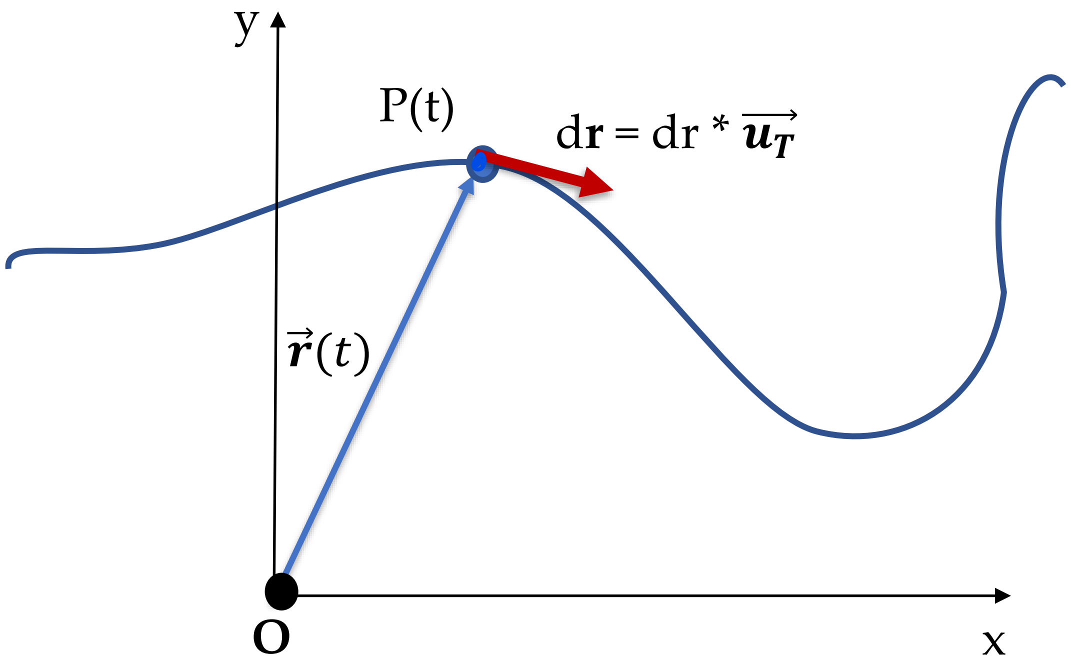
Velocità

Riducendo l'intervallo di tempo:



Velocità

Riducendo l'intervallo di tempo:



$\frac{d\bar{r}}{dt}$

$\overrightarrow{u_T}$ è il versore della tangente alla curva, variabile nel tempo

Se Δ**r** è suddiviso in un numero elevatissimo di spostamenti infinitesimi d**r**, ciascuno percorso nel tempo dt, possiamo definire la **velocità istantanea** ad un certo istante t del punto P:

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$$

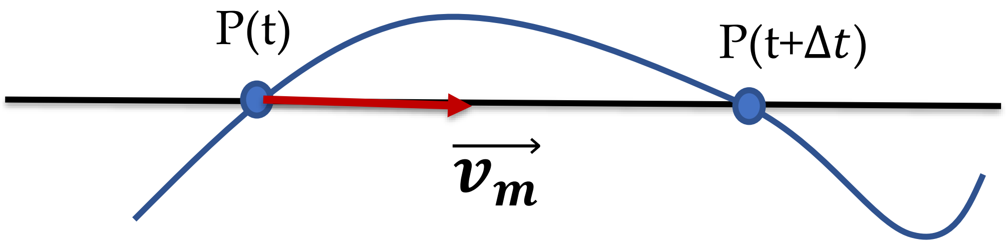
Modulo: derivata di d**r** rispetto al tempo
Direzione: tangente alla traiettoria nel punto P
Verso: stesso verso del vettore d**r**

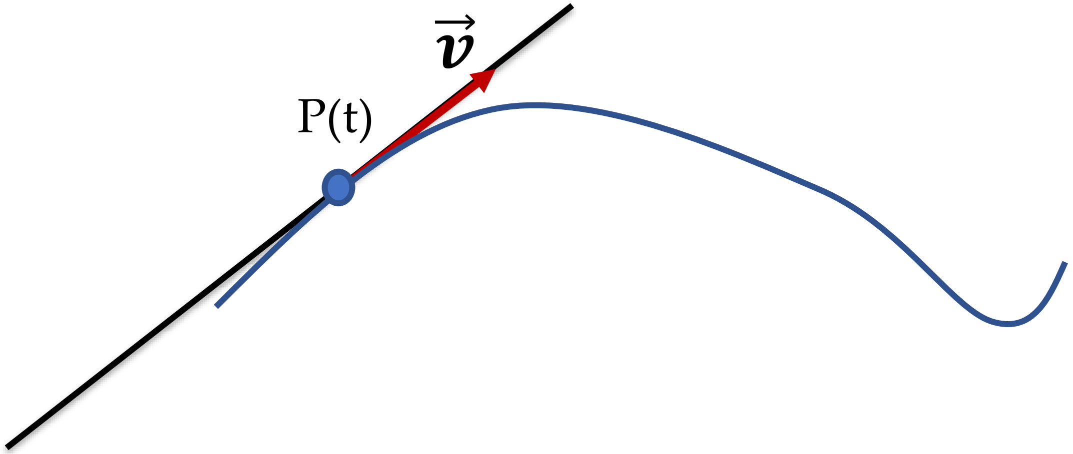
Velocità media e istantanea

$$\overrightarrow{\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{m}}} = \frac{\vec{\boldsymbol{r}}(t+\Delta t) - \vec{\boldsymbol{r}}(t)}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{\Delta r}}}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0}$$

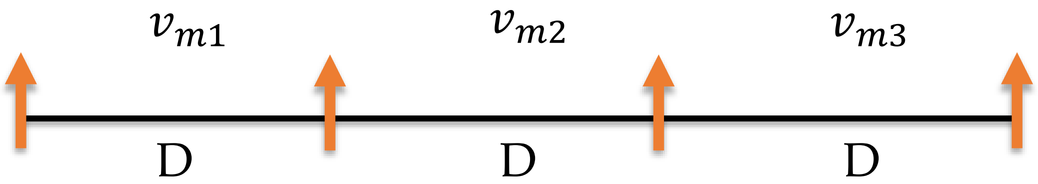
$$\vec{\boldsymbol{v}} = \frac{d\vec{\boldsymbol{r}}(t)}{dt}$$



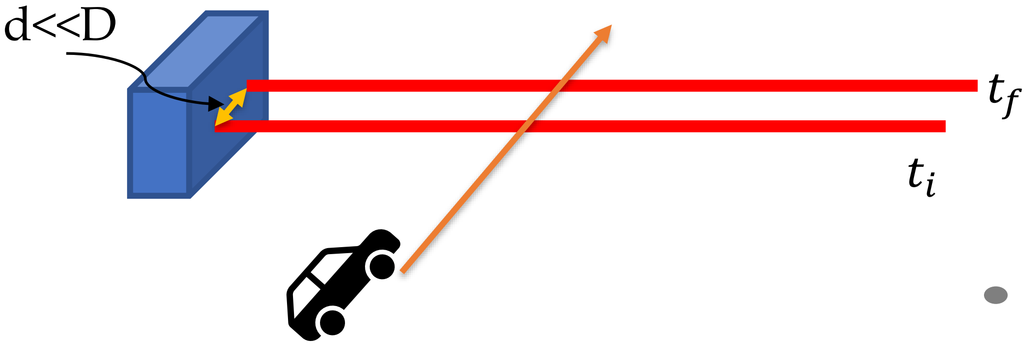


Differenza tra il tutor e l'autovelox in autostrada

Velocità media tra un rilevatore di velocità e il successivo posti a distanza di qualche km l'uno dall'altro

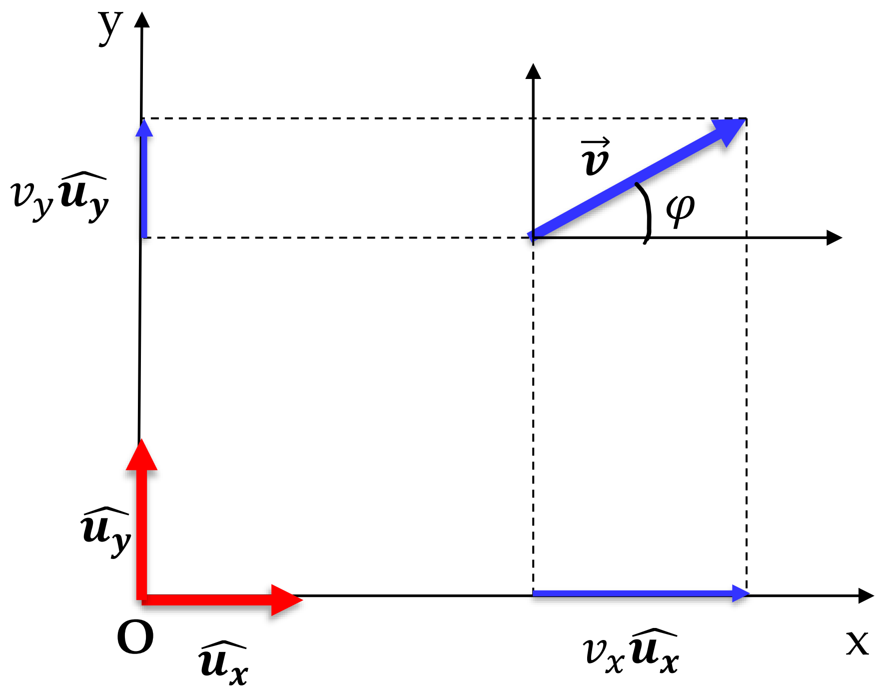


Velocità «istantanea» (in realtà, calcolata su una distanza molto piccola, dell'ordine dei cm)



Velocità in componenti cartesiane

$$\frac{d}{dt}\left(a(t)\cdot b(t)\right) = \frac{da(t)}{dt}\cdot b(t) + a(t)\,\frac{db(t)}{dt}$$



$$\vec{r} = x\widehat{u_x} + y\widehat{u_y}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\widehat{u_x} + \frac{dy}{dt}\widehat{u_y}$$

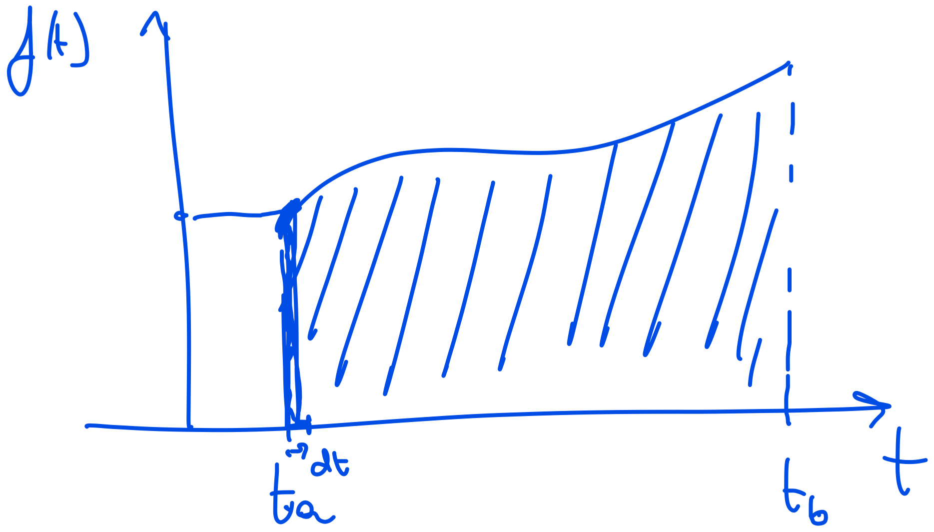
$$= v_x\widehat{u_x} + v_y\widehat{u_y}$$

In componenti trigonometriche

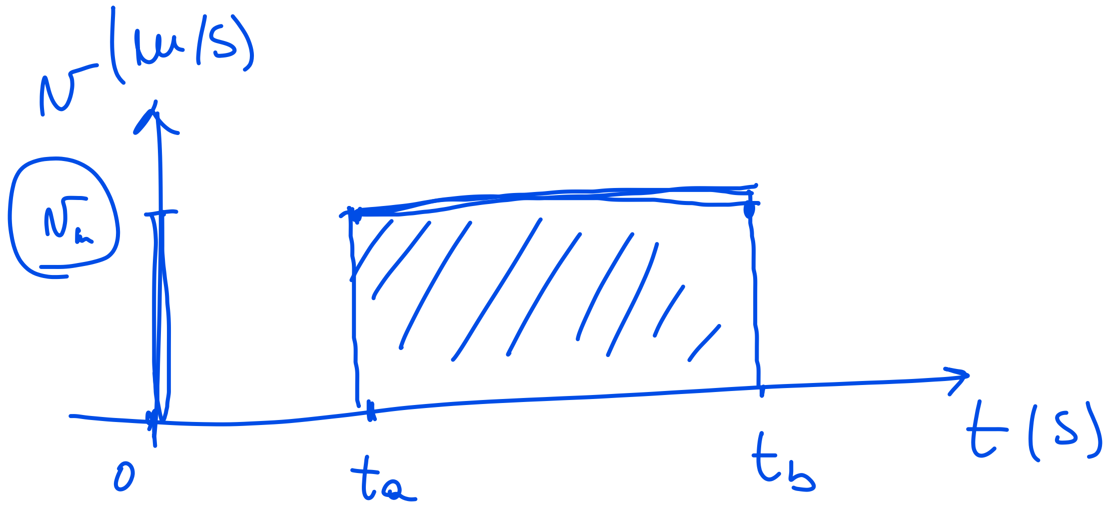
$$\begin{cases} v_x = v\cos\varphi \\ v_y = v\sin\varphi \end{cases}$$

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x\hat{u}_x + y\hat{u}_y\right) = \frac{dx(t)}{dt}\hat{u}_x + \frac{dy(t)}{dt}\hat{u}_y$$

Richiami agli integrali definiti



$$\text{Area} = \int_{t_a}^{t_b} f(t)\,dt$$



$$\text{Area} = \underset{\downarrow}{v_m}\,\underbrace{(t_b - t_a)}$$

$$\frac{m}{s} \cdot s = m$$

FRIDERICVS II IMPERATOR ROMANOR SEMP AVGVST

Ricavare la posizione a partire dalla velocità

Problema inverso: nota la dipendenza dal tempo della velocità istantanea $\vec{\boldsymbol{v}}(t)$, ricavare la funzione $\vec{\boldsymbol{r}}(t)$

Ricavare la posizione a partire dalla velocità

Problema inverso: nota la dipendenza dal tempo della velocità istantanea $\vec{\boldsymbol{v}}(t)$, ricavare la funzione $\vec{\boldsymbol{r}}(t)$

$$\vec{\boldsymbol{r}}(t) = \vec{\boldsymbol{r}}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \vec{\boldsymbol{v}}(t)dt$$

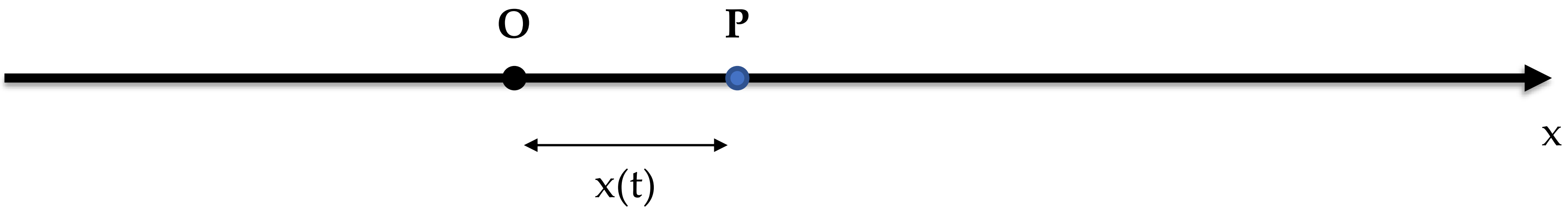
Relazione generale che permette il calcolo della posizione a partire dalla velocità (nota la posizione iniziale)

$$\boldsymbol{v}_m = \frac{1}{t - t_0}\int_{t_0}^{t} \vec{\boldsymbol{v}}(t)dt$$

Velocità media

Moto rettilineo - velocità

Moto unidimensionale

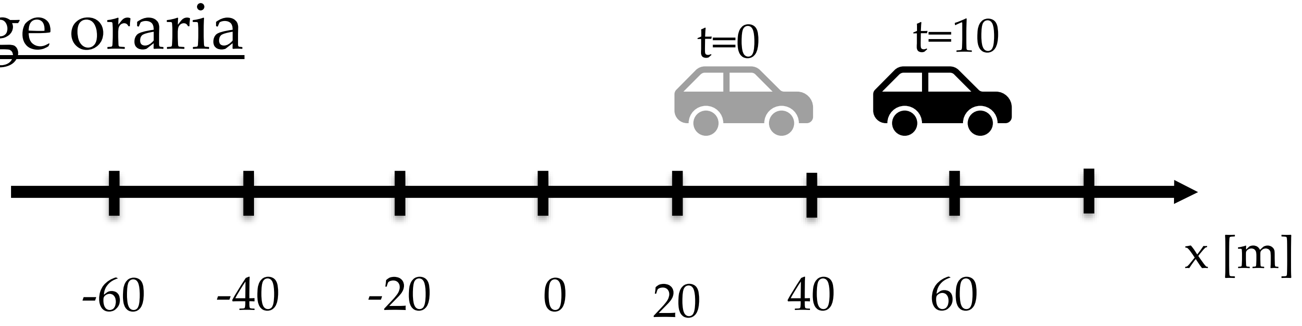


$\vec{\boldsymbol{r}}$ e $\vec{\boldsymbol{v}}$ hanno la stessa direzione e hanno una sola componente:

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad \mathrm{x(t)} = \mathrm{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t} v_x(t)dt$$

Diagramma orario spazio-tempo

Definisce la posizione in funzione del tempo sugli assi cartesiani; rappresenta la <u>legge oraria</u>



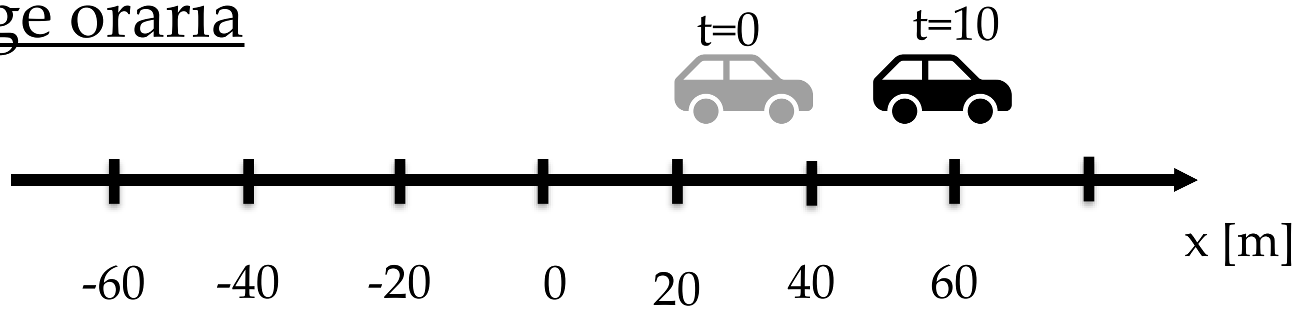
Es.: Fototraguardi lungo la direzione del moto collegati ad un cronometro

	Tempo (s)	Posizione (m)
1	**0**	**30**
2	**10**	**57**
3	**20**	**38**
4	**30**	**0**
5	**40**	**-35**
6	**50**	**-57**

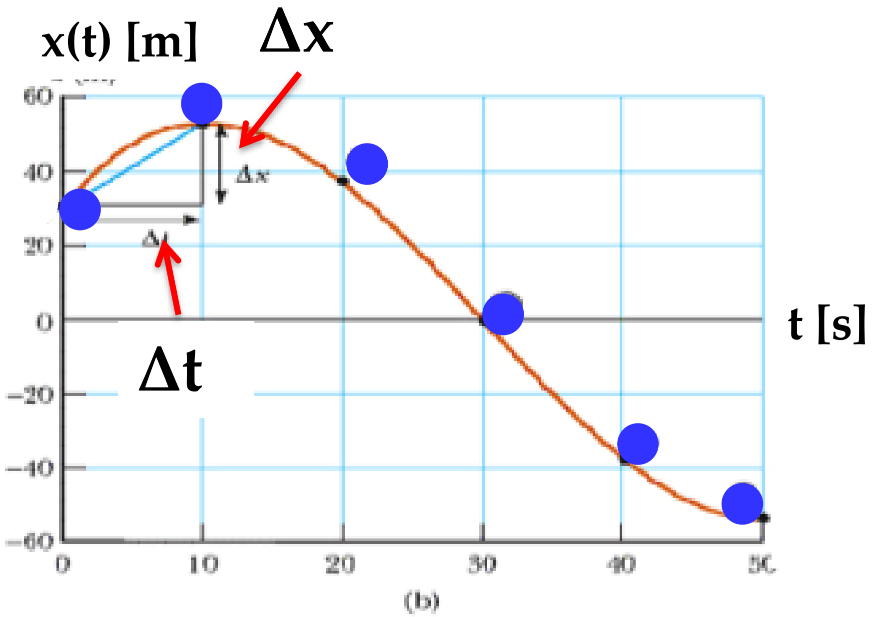
Bisogna introdurre un’unità di misura per ciascun asse, perché i due assi rappresentano grandezze fisiche diverse

Diagramma orario spazio-tempo

Definisce la posizione in funzione del tempo sugli assi cartesiani; rappresenta la <u>legge oraria</u>



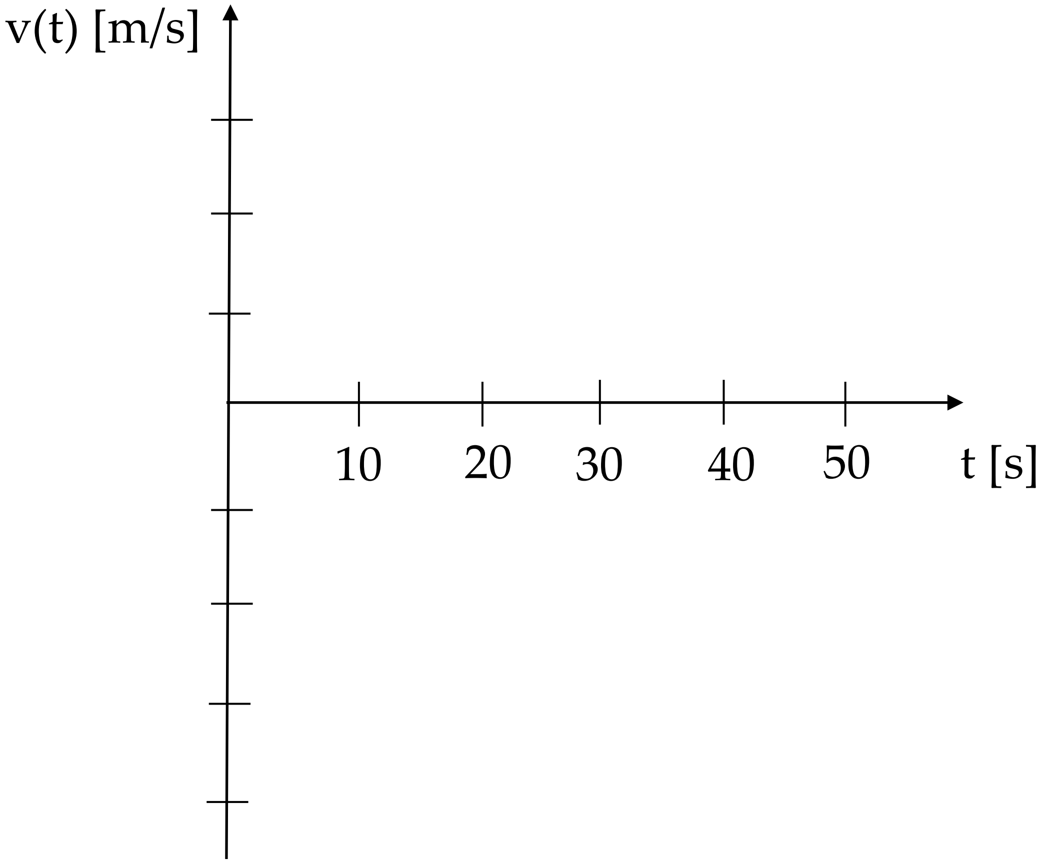
Es.: Fototraguardi lungo la direzione del moto collegati ad un cronometro



	Tempo (s)	Posizione (m)
1	**0**	**30**
2	**10**	**57**
3	**20**	**38**
4	**30**	**0**
5	**40**	**-35**
6	**50**	**-57**

Bisogna introdurre un'unità di misura per ciascun asse, perché i due assi rappresentano grandezze fisiche diverse

Diagramma orario velocità-tempo



	Tempo (s)	Posizione (m)
1	**0**	**30**
2	**10**	**57**
3	**20**	**38**
4	**30**	**0**
5	**40**	**-35**
6	**50**	**-57**

Moto rettilineo

Nota la **legge oraria x(t)**, si può ottenere la velocità istantanea con l'operazione di derivazione
Viceversa, nota la velocità, otteniamo la posizione ad un certo istante di tempo con l'operazione di integrazione

- x al tempo *t*
- x + *dx* al tempo *t* + *dt*

Spostamento complessivo $\Delta x = \int_{x_0}^{x} dx$

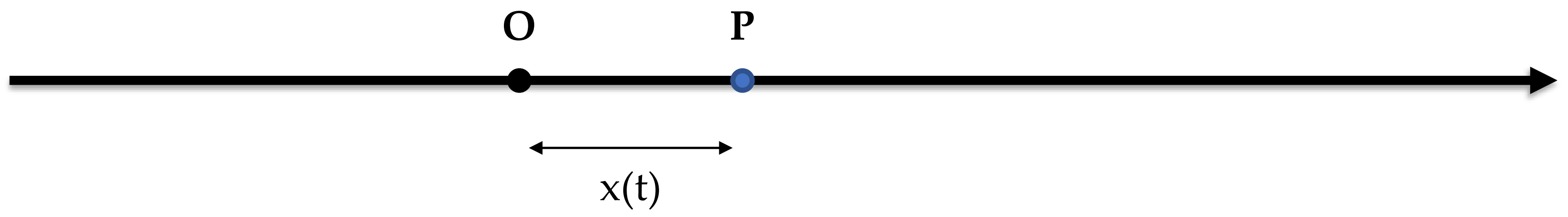
$$dx = v(t)dx$$

$$\Delta x = \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v(t)dt$$

Se il punto di partenza coincide con il punto di arrivo?

Moto rettilineo uniforme

Moto unidimensionale a **velocità costante nel tempo → v(t) = v**



$$\mathrm{x(t)} = \mathrm{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t} v\, dt = x_0 + v \int_{t_0}^{t} dt$$

$$= \boldsymbol{x_0 + v\,(t - t_0)} \longrightarrow$$

Legge oraria del moto rettilineo uniforme

La posizione è una funzione lineare del tempo:
spazi uguali sono percorsi in intervalli di tempo uguali

Moto rettilineo uniforme - esempio

Due punti materiali si trovano nell'istante t=0 sullo stesso asse x, rispettivamente nella posizione $x_1$con velocità v_1 e nella posizione $x_2 > x_1$con velocità v_2. Il moto dei punti è uniforme.

1) Discutere quali sono le situazioni in cui i punti ad un certo istante si urtano e determinare dove e quando si urtano
2) Rappresentarlo nel diagramma orario nei seguenti casi:
   a) $v_1 = 3\mathrm{m/s}$, $v_2 = 2m/s$, $x_1 = 4m$, $x_2 = 6m$
   b) $v_1 = 3\mathrm{m/s}$, $v_2 = -2m/s$, $x_1 = 4m$, $x_2 = 6m$
   c) $v_1 = -2\mathrm{m/s}$, $v_2 = -3m/s$, $x_1 = 4m$, $x_2 = 6m$