

# Lezione 1

Fisica I – Ingegneria

Università di Napoli "Federico II"

prof. Nicola R. Napolitano

## **Chi sono**

PO presso il dipartimento di “Fisica E. Pancini”

Fisica delle galassie, astronomia extragalattica, materia oscura e applicazione dell’IA all’astronomia

Negli ultimi 5 anni sono stato PO presso la Sun Yat-sen University, Canton, China

## **Testo**

Testo: “Fondamenti di Fisica” di Halliday, Resnick, Walker, Editrice Ambrosiana

## **Corso**

48 ore di Lezioni frontali + esercitazioni (in genere alla fine di gruppi di argomenti)

## **Cosa mi aspetto da voi**

Cercate di essere interattivi in classe. Se ci sono dubbi chiedete anche via email

[nicolarosario.napolitano@unina.it](mailto:nicolarosario.napolitano@unina.it)

## **Esame**

2 Prove intercorso (di cui accedono alla seconda solo coloro che hanno superato la prima) ??

Esame scritto

Orale

# Programma

## INTRODUZIONE

- elementi di Matematica e del calcolo vettoriale
- misura delle grandezze fisiche e elementi di statistica
- sistemi di riferimento
- Grandezze fisiche

## CINEMATICA

- cinematica: il punto materiale
- velocità accelerazione
- moto uniformemente accelerato; il caso della forza peso
- cinematica vettoriale
- moto balistico
- moto circolare uniforme
- trasformazioni di Galilei; caso di sistema non inerziale
- accelerazioni apparenti nel caso generale (sistema in rotazione e accelerazione qualunque)

## LEGGI DI NEWTON E EQUAZIONE DEL MOTO

- leggi di Newton
- tecniche di misura della massa e della forza
- principio di sovrapposizione e forze risultanti
- terza legge di Newton
- definizione di quantità di moto e teorema dell'impulso
- equazione del moto dal secondo principio
- le 4 forze fondamentali (esempi, confronti, intensità e raggio d'azione)

# Programma

## LAVORO E ENERGIA

- principi di conservazione e simmetrie
- definizione di lavoro unidimensionale con forza costante; lavoro di una forza non costante
- teorema dell'energia cinetica
- energia cinetica
- forze conservative: condizioni ed esempi
- calcolo della forza dall'energia potenziale
- potenza e sue unità di misura

## DINAMICA DEI SISTEMI DI PUNTI

- sistemi di punti materiali
- quantità di moto e energia del sistema
- posizione e moto del centro di massa
- conservazione della quantità di moto
- forze interne e urti; teorema dell'impulso e leggi di conservazione negli urti

## DINAMICA DEI CORPI RIGIDI

- rotazioni ed energia cinetica associata
- momento di inerzia; teorema di Huygens Steiner
- calcolo di  $I$
- momento angolare, momento di una forza
- equazioni cardinali della dinamica
- casi di conservazione del momento angolare
- fenomeni di rotolamento
- precessione del giroscopio
- equilibrio statico dei corpi rigidi

# Programma

## GRAVITAZIONE (Opzionale)

## OSCILLATORE ARMONICO

- equazione dell'oscillatore armonico e sua soluzione
- oscillatore smorzato (argomento facoltativo)
- moto del pendolo

## STATICA E DINAMICA DEI FLUIDI PERFETTI

- condizioni di fluido perfetto e loro significato
- pressione; sue unità di misura e fattori di conversione; principio di Pascal e applicazioni
- legge di Stevino; principio di Archimede
- Equazione di continuità, teorema di Bernoulli e applicazioni elementari

## TERMOLOGIA e TERMODINAMICA

- il primo principio della termodinamica e la conservazione dell'energia;
- l'energia interna come funzione di stato; espansione libera di un gas
- trasformazioni termodinamiche
- macchine termiche e frigorigene, rendimento, diagramma PV
- il ciclo di Carnot
- cicli frigorigeni
- il secondo principio della termodinamica: enunciati di Kelvin e Clausius e loro equivalenza
- teorema di Carnot etc...

# Cosè la Fisica?

La scienza che studia i fenomeni naturali, ne effettua **misure** quantitative per individuarne le **proprietà** e ne formula **leggi** generali che li governano

**Conseguenza:** i dati sperimentali sono alla base della Fisica.

Il metodo di analisi dei dati richiede l'uso della **Statistica** (per es. valor medio, varianza, distribuzioni di probabilità, errori statistici e sistematici) e della **teoria degli errori**.

Sulla definizione di grandezze misurabili, la raccolta di dati tramite esperimenti e sull'analisi statistica dei dati si basa il metodo scientifico utilizzato in tutti i rami della scienza

Cominciamo con qualche esempio semplice di grandezza fisica: spazio e tempo

**Conseguenza 2:** il dato sperimentale (ma anche l'intuizione teorica) definisce l'oggetto fisico. Questo è descritto da alcune grandezze fisiche, che a loro volta sono descritte da grandezze matematiche o addirittura definite mediante procedimenti matematici.

volete provare a fare un esempio?

Queste grandezze matematiche poi entrano nelle equazioni che esprimono relazioni fisiche o leggi fisiche.

A questo punto le equazioni possono essere combinate ottenendone di nuove: per via puramente matematica otteniamo così delle conclusioni aventi significato fisico.

La scienza, diceva Galilei, procede attraverso “sensate esperienze e matematiche dimostrazioni”

Ritorniamo su questo concetto

**Conseguenza:** i dati sperimentali sono alla base della Fisica.

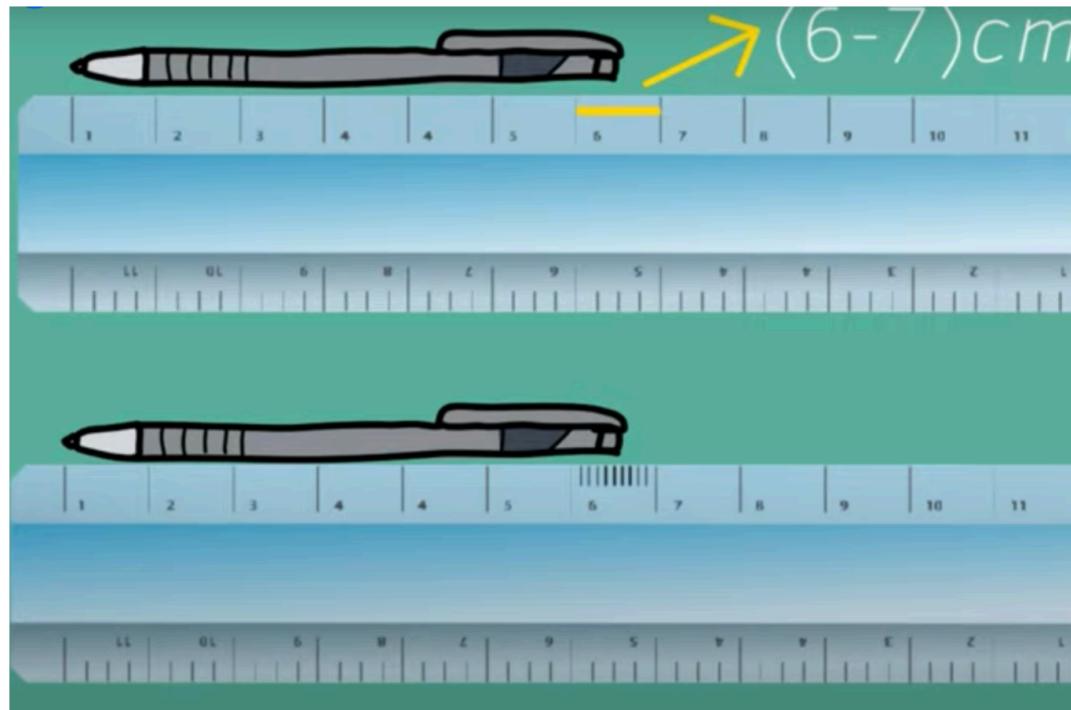
Il metodo di analisi dei dati richiede l'uso della **Statistica** (per es. valor medio, varianza, distribuzioni di probabilità, errori statistici e sistematici) e della **teoria degli errori**.

Sulla definizione di grandezze misurabili, la raccolta di dati tramite esperimenti e sull'analisi statistica dei dati si basa il metodo scientifico utilizzato in tutti i rami della scienza

Le osservazioni si effettuano tramite delle misure che forniscono dei numeri che vengono elaborati con metodi matematici.

**Una grandezza fisica è una quantità alla quale, tramite la misura con uno strumento, si associa un numero reale.**

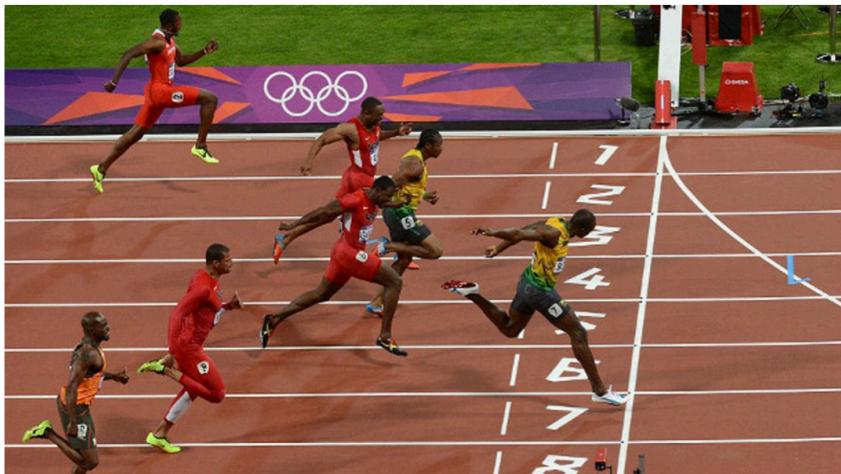
**L'esempio forse più familiare è quello della distanza fra due oggetti misurata con il metro.**



Un altro esempio molto comune è quello dell'intervallo di tempo fra due eventi, in questo caso lo strumento è un orologio (o il vostro smartphone).

Gli esempi di distanza e tempo sono fra i più semplici ed importanti perché consentono di costruirne altri. Le grandezze fisiche hanno diverse caratteristiche, esistono:

- grandezze molto intuitive, ma la cui definizione presenta non poche difficoltà concettuali, per esempio la massa o la temperatura
- grandezze meno intuitive che permettono di descrivere meglio i fenomeni fisici, come per esempio la quantità di moto più appropriata della forza per formulare le leggi della dinamica
- grandezze ausiliarie che, definite per semplificare alcuni processi, si prestano a generalizzazioni molto importanti come per esempio l'energia



# Cause di Incertezza nella Misura

1. Incompleta definizione del misurando; per esempio: misura le dimensioni di una persona
2. Imperfetta realizzazione della definizione del misurando con o senza tacchi, con i capelli o senza
3. Il campione misurato non rappresenta correttamente il misurando definito; altezza della popolazione  
ma misurata nei licei
4. Imperfetta o inadeguata conoscenza delle condizioni ambientali e dei loro effetti; fa freddo o caldo  
nella stanza?
5. errore di lettura dello strumento;
6. risoluzione finita o soglia di discriminazione dello strumento;
7. Valori inesatti dei campioni e dei materiali di riferimento;
8. Valore inesatto di costanti e altri parametri che intervengono nell'analisi dei dati
9. Approssimazione e assunzioni che intervengono nel metodo e nella procedura;
10. Variazioni in osservazioni ripetute sotto condizioni apparentemente identiche.

## Incertezza nella misura

Con riferimento alla lista precedente possiamo fare le seguenti considerazioni:  
le (1, 2, 3) sembrano riconducibili alla corretta identificazione del misurando  
la (4) indica effetti noti ma non sotto controllo  
le (5, 6) sono legate a caratteristiche strumentali  
le (7, 8, 9) riguardano tematiche di taratura e di metodo  
la (10) riassume gli effetti ignoti (concause delle precedenti) che variano da misura a misura

*effetti sistematici* che rendere la misura sistematicamente maggiore o minore  
*effetti casuali* che influenzano casualmente il risultato per motivi accidentali

Per quelli casuali si usa la trattazione statistica ben consolidata

Per confrontare diverse misure della stessa grandezza è naturale riferirsi alle rispettive  $\Delta V$ ; un termine di paragone è dato dall'incertezza relativa  $\varepsilon = \Delta V/V$  espressa in %; e valori minori indicano misure migliori.

Lo sperimentatore è parte attiva della misura e dunque l'incertezza dipende dalla sua abilità, esperienza, ecc; è evidente che lo sforzo va nella direzione di ridurre al massimo  $\Delta V$ .

# Media e deviazione standard di una serie di misure

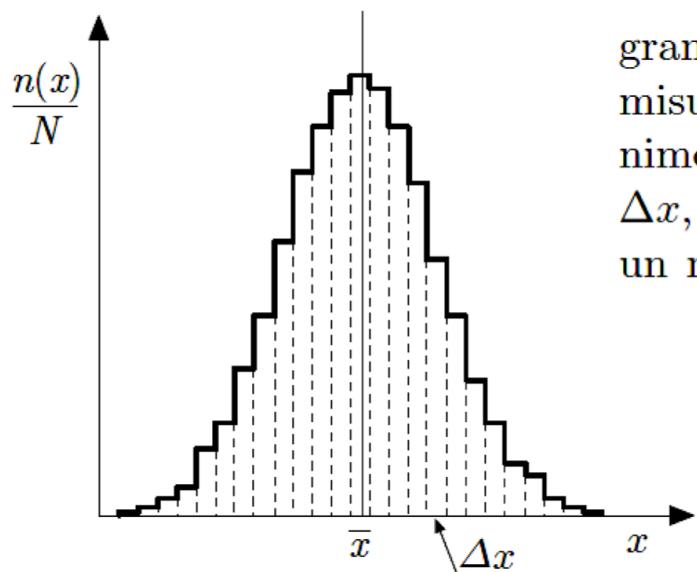


Fig. 1.3

Consideriamo ora il caso di un numero di misure  $N$  molto grande, eseguite con un apparecchio di elevata sensibilità. Le misure saranno comprese in una regione, limitata dai valori minimo e massimo  $x_{min}$  e  $x_{max}$ , che suddividiamo in tanti intervalli  $\Delta x$ , di ampiezza piccola, ma tale che ognuno di essi comprenda un numero elevato di misure. Si riportano quindi in un grafico tanti rettangoli aventi ciascuno come base  $\Delta x$  e come altezza il rapporto tra il numero di misure  $n(x)$  comprese in  $\Delta x$  e il numero totale  $N$ . La quantità  $n(x)/N$  prende il nome di *frequenza* ed il grafico ottenuto *diagramma o istogramma delle frequenze*. Tale istogramma ha l'aspetto qualitativo mostrato in figura 3. Si osserva che il valore massimo dell'istogramma corrisponde alla

# Media e deviazione standard di una serie di misure

All'aumentare di  $N$ , il numero dei rettangoli si può infittire poiché ognuno di essi contiene un elevato numero di misure, e all'istogramma si può adattare una curva continua, simmetrica rispetto alla media. Questa curva si chiama curva o distribuzione di Gauss ed è rappresentata dall'equazione

$$\mathcal{P}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-(x-\bar{x})^2/2\sigma^2}$$

dove  $\mathcal{P}(x)$  indica la *densità di probabilità* e  $\sigma$  è la *deviazione standard* che descriveremo più oltre. È evidente che la curva presenta un massimo per  $x = \bar{x}$ , figura 4. I concetti di probabilità e di funzione di distribuzione sono esposti in Termodinamica.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{P}(x) dx = 1$$

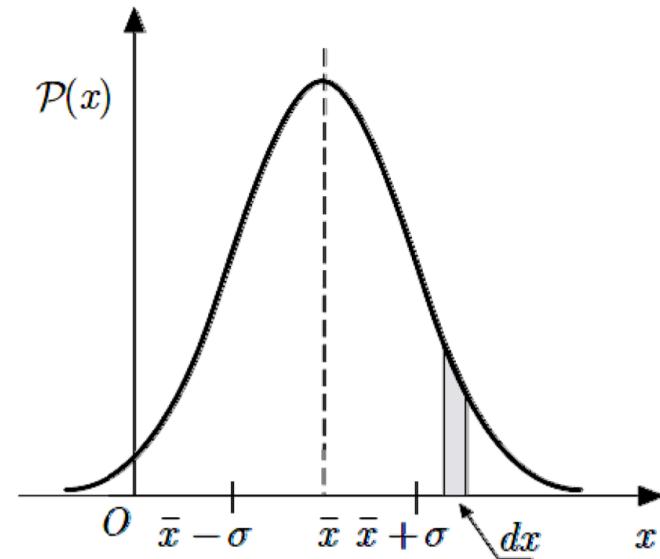


Fig. 1.4

$$\text{NB : } \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

e' la media aritmetica

# Cenni sulla Teoria degli Errori

Si definisce errore della misura di indice  $i$  la quantità

$$\epsilon_i = x_i - \bar{x},$$

chiamata anche scarto dalla media. Si verifica immediatamente che la somma degli  $N$  errori è sempre nulla, pertanto anche la loro media è nulla.

Si definisce *deviazione standard* o scarto quadratico medio la quantità

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_1^N \epsilon_i^2}.$$

La deviazione standard si ricava dalle misure sperimentali; essa indica il grado di precisione delle misure effettuate.

La distribuzione degli errori è gaussiana con il massimo corrispondente a  $\epsilon = 0$ . In figura 5 è mostrato l'andamento della densità di probabilità  $\mathcal{P}(\epsilon)$ . Valgono le considerazioni fatte prima a proposito della distribuzione delle misure.

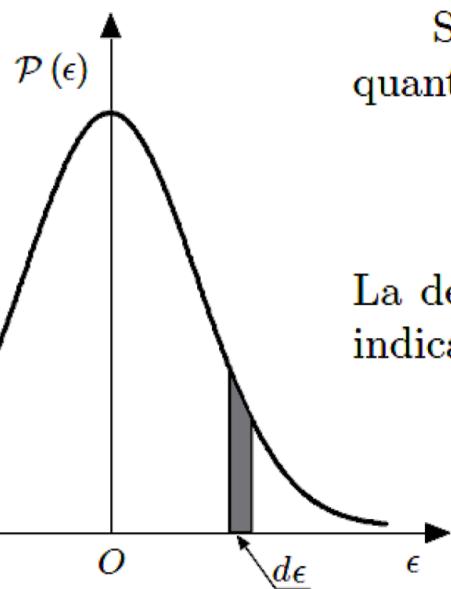


Fig. 1.5

# Errore Gaussiano

Il significato di  $\sigma$ , in termini di probabilità, è spiegato nei testi di teoria della misura. Si dimostra che

$$\int_{-\sigma}^{+\sigma} \mathcal{P}(\epsilon) d\epsilon = 0,683,$$

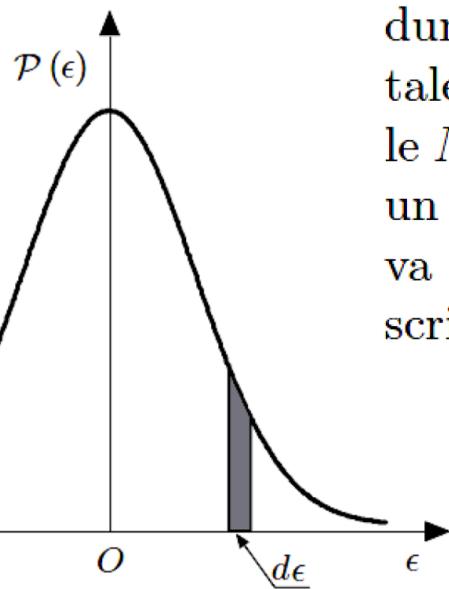


Fig. 1.5

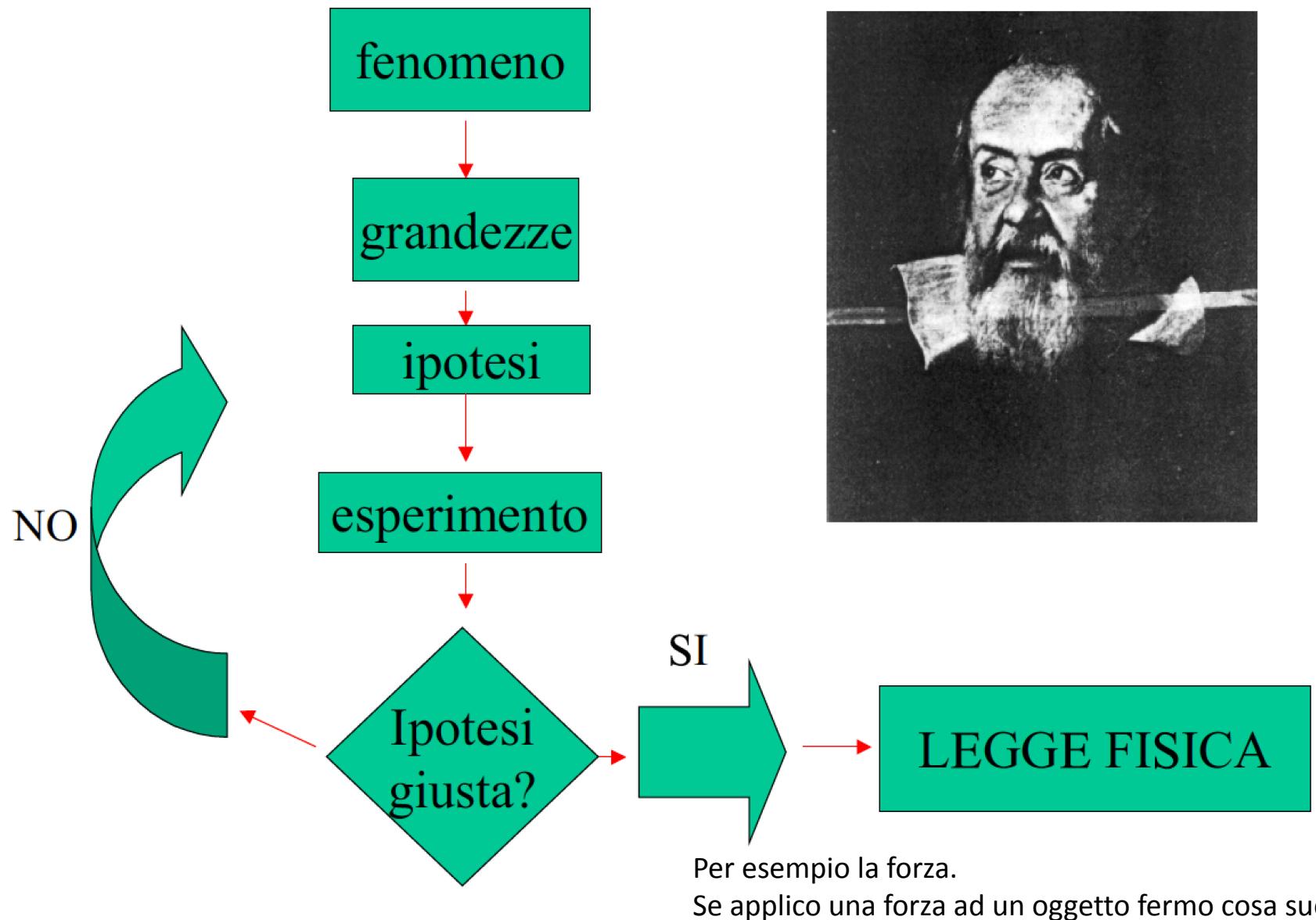
dunque l'area corrispondente è il 68,3% dell'area totale. Ciò significa che una misura della grandezza, tra le  $N$  effettuate, ha il 68,3% di probabilità di assumere un valore compreso tra  $\bar{x}-\sigma$  e  $\bar{x}+\sigma$ . Allora l'errore che va attribuito alla singola misura è  $\pm\sigma$  e si evidenzia scrivendo  $x_i \pm \sigma$ .

Si è riconosciuto che il valore più probabile della grandezza è dato dalla media aritmetica delle misure. Per esprimere il risultato, pertanto, bisogna valutare l'errore da attribuire alla media, cioè la sua deviazione standard. In teoria della misura si dimostra che la deviazione standard della media è semplicemente

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}.$$

Questo significa che effettuate un certo numero  $M$  di medie, ciascuna di  $N$  misure, possiamo definire la media delle medie

# Il Metodo Scientifico



# Grandezze Fisiche ed Unità di Misura

Esistono grandezze dimensionali e adimensionali (tra queste ultime, per es. il radiante, ossia il rapporto arco/raggio di un angolo).

Esistono alcune grandezze **FONDAMENTALI**:

$L$  = lunghezza     $T$  = temperatura

$M$  = massa               $I$  = corrente elettrica

$T$  = tempo               $C$  = intensità luminosa

ed altre **DERIVATE**:

es. Volume     $\rightarrow L^3$

altri esempi che abbiamo discusso prima?

Densità     $\rightarrow M L^{-3}$

Esistono diversi sistemi di unità di misura per le grandezze fondamentali . Es:  $L \rightarrow m, ft, \dots$

Si è adottato il **Sistema Internazionale S.I.** (o MKS Metro-Kilogrammo-Secondo, ma a volte in fisica si usa ancora il cgs).

# Il Sistema Internazionale di Misura (SI)

Grandezze fondamentali	Unità di misura	Simbolo
Lunghezza	metro	m
Massa	chilogrammo	kg
Intervallo di tempo	secondo	s
Intensità di corrente	ampere	A
Temperatura termodinamica	kelvin	K
Quantità di sostanza	mole	Mol
Intensità luminosa	candela	cd

Multipli			Sottomultipli		
Prefisso	Valore	Simbolo	Prefisso	Valore	Simbolo
chilo	k	$10^3$	milli	m	$10^{-3}$
mega	M	$10^6$	micro	$\mu$	$10^{-6}$
giga	G	$10^9$	nano	n	$10^{-9}$
tera	T	$10^{12}$	pico	p	$10^{-12}$

In genere si usano le unità più congeniali per una certa grandezza, per esempio la velocità in km/h

## Sistemi di unità di misura

- La scelta di un insieme di grandezze fisiche fondamentali e delle relative unità di misura definisce un “**sistema di unità di misura**”
- Vi è un certo grado di arbitrarietà nella scelta di tali grandezze e delle unità di misura corrispondenti
- Criteri: accessibilità e riproducibilità del campione di misura invarianza...
- Storicamente, c’è stata una evoluzione nel tempo delle unità adottate (a seguito dell’ evoluzione scientifica e tecnologica)
- Convenzione universalmente adottata (dal 1971) : il “**Sistema Internazionale di Unità di Misura**”
- Periodicamente, la “**Conferenza Internazionale di Pesi e Misure**” aggiorna le definizioni e/o propone di adottarne di più accurate

Esempio : la grandezza fondamentale “lunghezza”

1 metro ≡

-  $1/(4 \times 10^7)$  meridiani terrestri (1793)

- “metro campione” : sbarra di platino -iridio ( 90% Pt, 10% Ir) conservata a Sevrès (Parigi) ; riproducibilità  $\approx 10^{-7}$  (1889)

-  $1.650.763,73 \times \lambda_{Cripoton, n. elvuto}^{2 p_{10} \rightarrow 5 d_5}$   $^{86}\text{Kr}$  (1960)

-  $1/299\,792\,458$  dello spazio percorso dalla luce nel vuoto in 1 secondo (1983)

# Sistema Internazionale (SI)

## Unità di Misura

(adottato dalla XIV Conferenza Generale di Pesi e Misure, Parigi, 1971)

Grandezza fondam.      Unità      Simbolo      Definizione

lunghezza      metro      **m**       $1/299.792.458$  dello spazio percorso  
dalla luce nel vuoto in 1 s

• tempo      secondo      **s**      9192631,77 periodi della radiazione  
prodotta dalla transizione tra i due  
livelli iperfini dello stato fond.  
dell'atomo di Cesio 133



• massa      chilogrammo      **kg**      massa del campione di Pt-Ir  
conservato a Sevrès

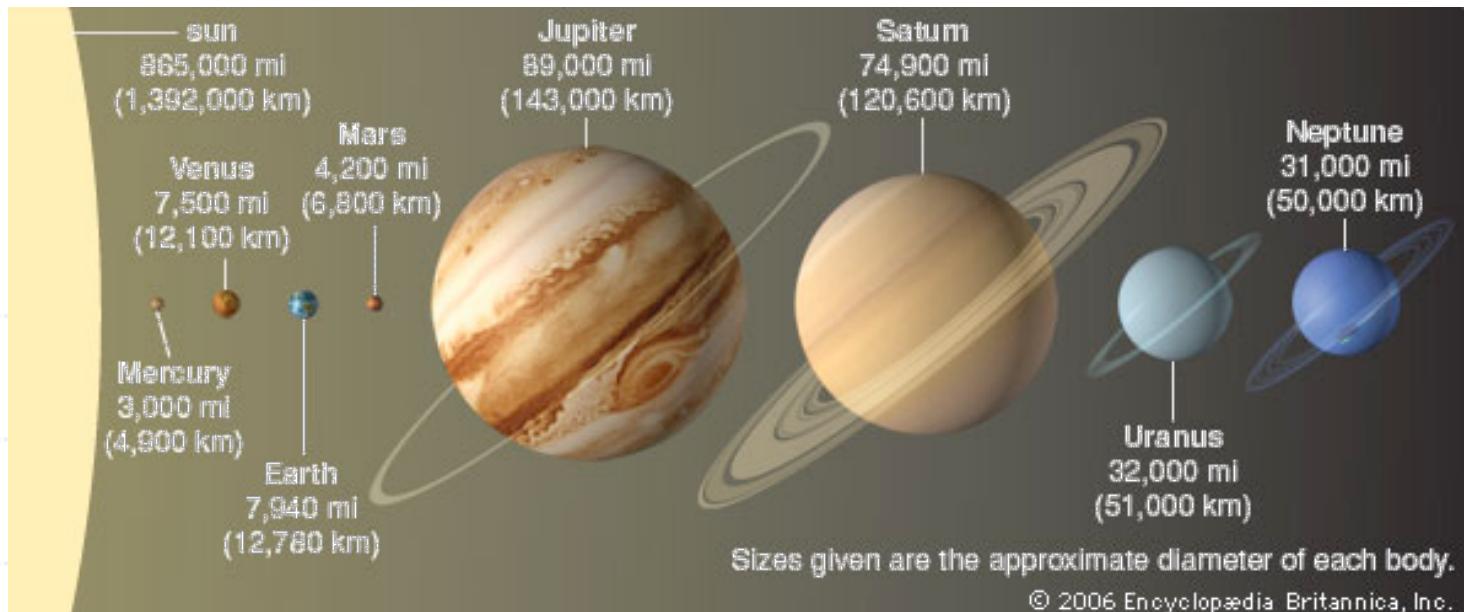
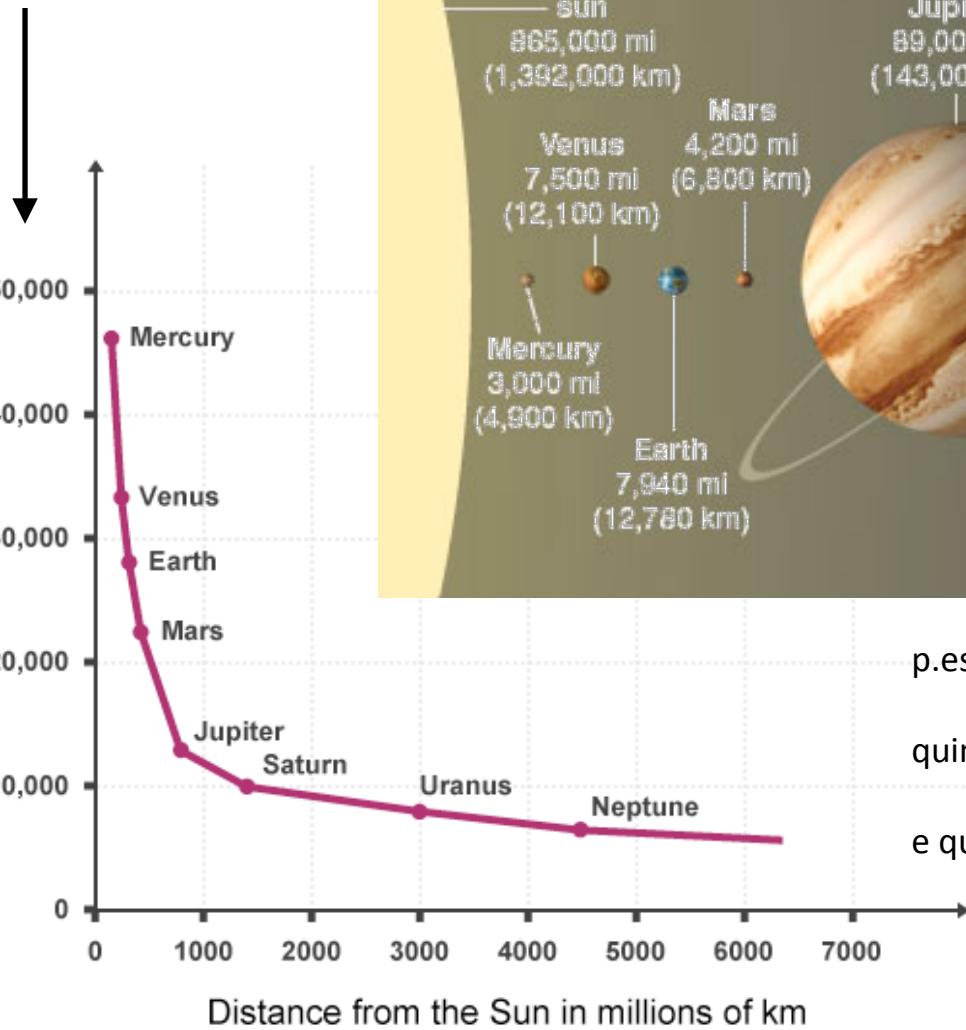
• temperatura      Kelvin      **K**       $1/273,16$  della temperatura assoluta del  
punto triplo dell'acqua

FIG. 1-3 The international 1 kg standard of mass, a platinum-iridium cylinder 3.9 cm in height and in diameter. (Courtesy Bureau International des Poids et Mesures, France)

- **corrente elettrica** ampère **A** intensità di corrente che in due conduttori rettilinei paralleli e di lunghezza infinita posti a distanza di 1 m produce una forza di  $2 \cdot 10^{-7}$  N
- **intensità luminosa** candela **cd** intensità luminosa di una sorgente di frequenza  $5 \cdot 10^{14}$  Hz la cui intensità energetica è  $1/683$  W/sterad
- **quantità di sostanza** mole **mol** quantità di sostanza contenente tante “unità elementari” (atomi /molecole/ioni...) pari al **numero di Avogadro**  
 $N_A = 6,02252 \cdot 10^{23}$

# Dimensioni nel Sistema Solare

Quanto fa in km/s?



© 2006 Encyclopædia Britannica, Inc.

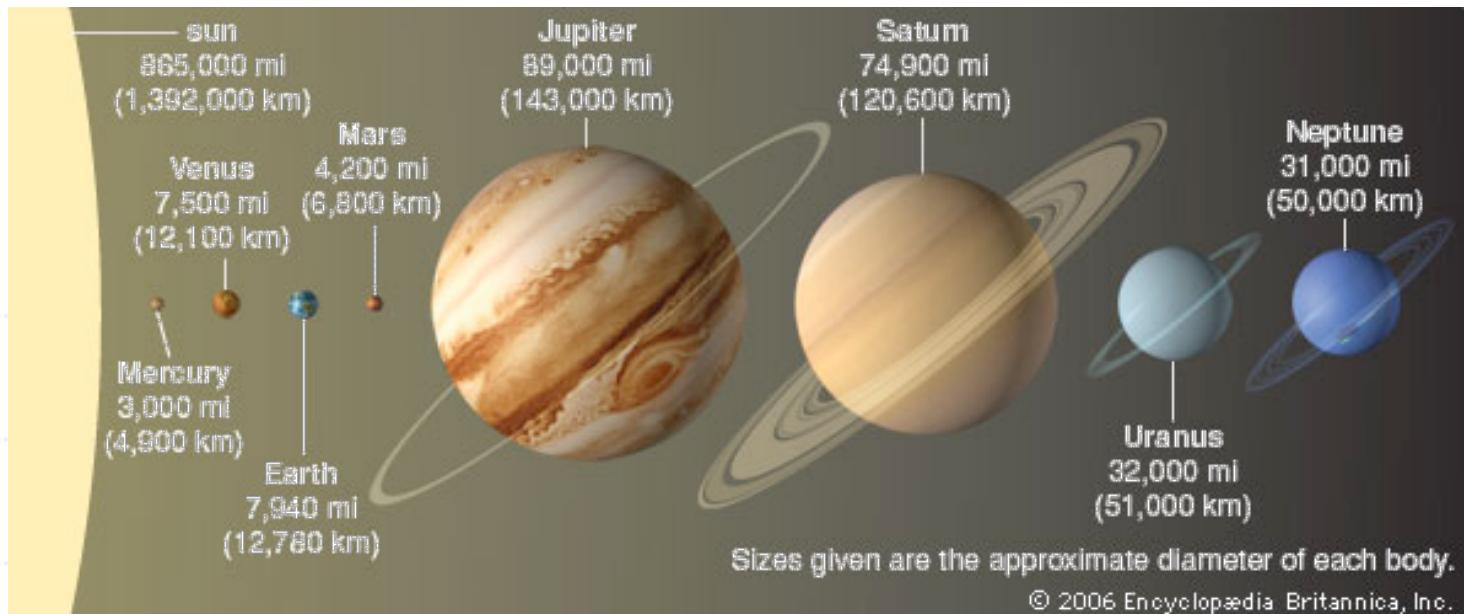
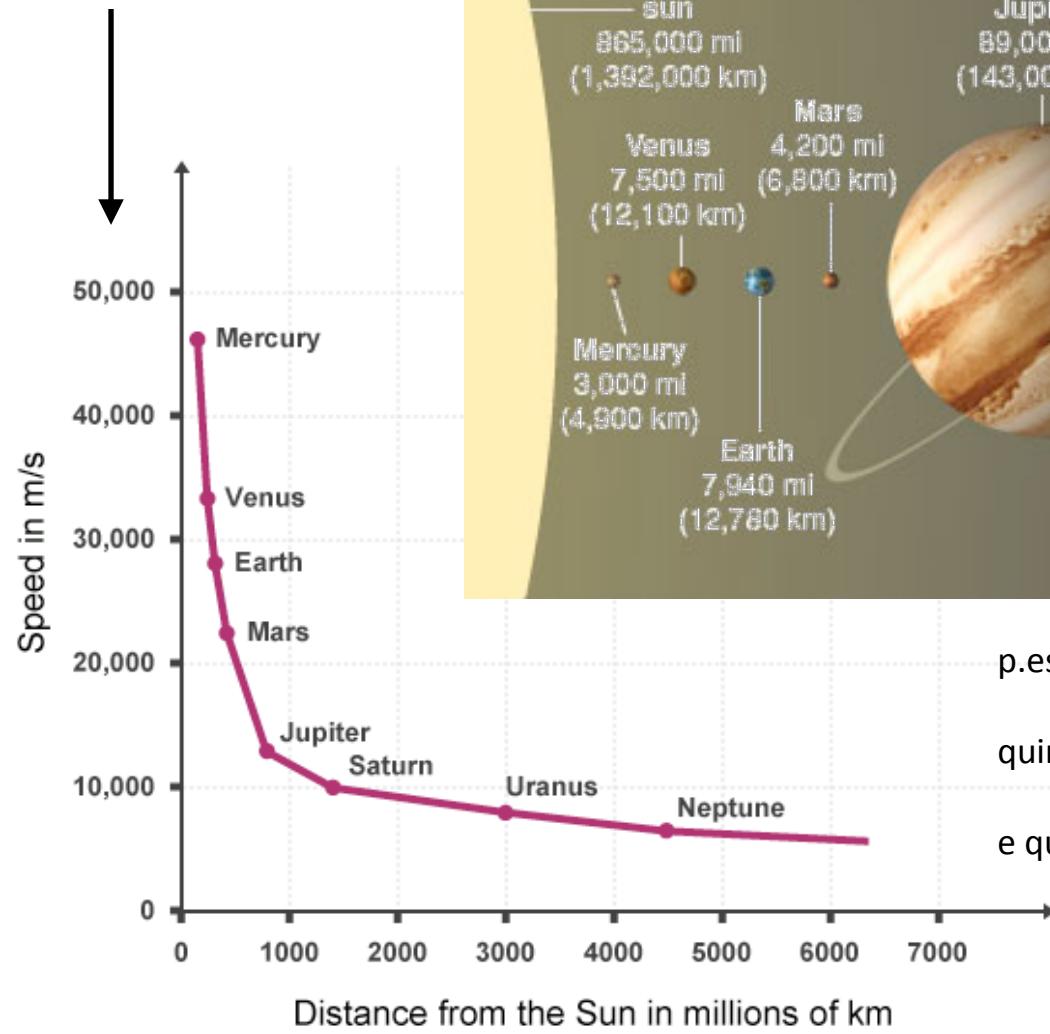
p.es. il sole ha un raggio che e' ~100 volte quello della terra

quindi il volume e' circa  $100^3$  ossia ~1 milione di volte

e quanto vi aspettate che sia la massa?

# Dimensioni nel Sistema Solare

Quanto fa in km/s?



p.es. il sole ha un raggio che e' ~100 volte quello della terra

quindi il volume e' circa  $100^3$  ossia ~1 milione di volte

e quanto vi aspettate che sia la massa?

Massa del sole in kg  $\approx 1,989 \times 10^{30}$  kg

Massa della Terra in kg  $\approx 5,9726 \times 10^{24}$  kg

quindi ~330000 volte. Ma talvolta in Fisica siamo più cialtroni...

# Notazione Scientifica

Indica la misura tramite le potenze di 10. La misura viene scritta mettendo la virgola dopo la prima cifra diversa da 0 e si moltiplica per una opportuna potenza di 10 positiva o negativa.



$$456,7 \text{ kg} = 4,567 * 10^2 \text{ kg}$$

$\leftarrow$   
Centinaia di kg



$$0,00345 \text{ kg} = 3,45 * 10^{-3} \text{ kg}$$

$\rightarrow$   
Millesimi di kg

## Ordine di grandezza.

È la potenza di 10 che meglio approssima il numero. Coincide con la potenza di 10 che compare nella notazione scientifica se il numero per cui essa è moltiplicato ha parte *intera* 1, 2, 3 o 4; altrimenti l'esponente va aumentato di 1 unità

$$\text{Es: } 2,31 * 10^3 \rightarrow 10^3 \quad 8,12 * 10^4 \rightarrow 10^5 \quad 7,5 * 10^{-2} \rightarrow 10^{-1}$$

# Distanze, Tempi e Masse nell'Universo

Ordine di grandezza di lunghezze (m)	
Dimensioni dell'Universo	$10^{27}$
Distanza della galassia più vicina	$10^{23}$
Raggio della nostra galassia	$10^{19}$
Un anno luce	$10^{16}$
Sistema solare	$10^{14}$
Distanza dal Sole	$10^{11}$
Raggio della Terra	$10^6$
Spessore di un foglio di carta	$10^{-4}$
Raggi atomici	$10^{-10}$
Raggi nucleari	$10^{-14}$

Ordine di grandezza di masse (kg)	
Sole	$10^{30}$
Terra	$10^{24}$
Nave	$10^8$
Uomo	$10^2$
Protone	$10^{-27}$
Elettrone	$10^{-30}$

Ordine di grandezza di intervalli di tempo(s)	
Età della Terra	$10^{17}$
Un anno	$10^7$
Periodo delle onde sonore	$10^{-3}$
Periodo delle onde radio	$10^{-10}$
Periodo delle vibrazioni atomiche	$10^{-15}$
Periodo delle vibrazioni nucleari	$10^{-21}$

La notazione scientifica è utile per misurare grandezze molto maggiori o molto minori dell'unità prescelta. I multipli secondo potenze di 10 sono indicati premettendo al loro nome i prefissi della seguente tabella. Anche i simboli vengono premessi ai rispettivi simboli

### MULTIPLI

### SOTTOMULTIPLI

PREFISSO	VALORE	SIMBOLO	PREFISSO	VALORE	SIMBOLO
DECA	10	da	DECI	$10^{-1}$	d
ETTO	$10^2$	h	CENTI	$10^{-2}$	c
KILO	$10^3$	k	MILLI	$10^{-3}$	m
MEGA	$10^6$	M	MICRO	$10^{-6}$	$\mu$
GIGA	$10^9$	G	NANO	$10^{-9}$	n
TERA	$10^{12}$	T	PICO	$10^{-12}$	p

Esempi

$$1 \text{ dam} = 10 \text{ m}$$

$$1 \mu\text{A} = 10^{-6}\text{A}$$

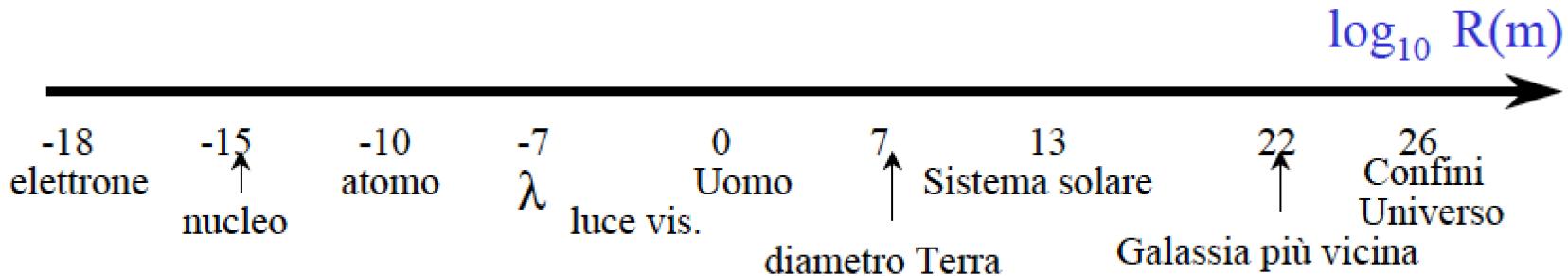
$$1 \text{ dg} = 10^{-1}\text{g}$$

$$1\text{kcal} = 10^3\text{cal}$$

# Distanze, Tempi e Masse nell'Universo

Per semplificare la notazione si usa il log in base 10

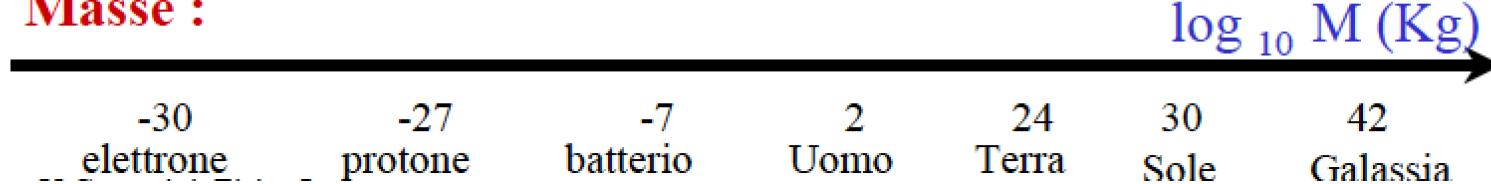
## Distanze:



## Tempi:



## Masse :



# Grandezze Scalari

Le grandezze fisiche possono essere scalari o vettoriali.

Lunghezza, area, volume, tempo, energia, pressione sono **grandezze scalari**, ovvero per definirle è necessario un solo numero e l'unità di misura.

(p.es. lungh.)

- non è possibile sommare fra loro due diverse grandezze fisiche; <sup>e massa</sup>
- la somma di due valori  $s_1$  ed  $s_2$  della stessa grandezza fisica ha come risultato un nuovo valore pari semplicemente ad  $s_1 + s_2$  ;
- il prodotto del valore  $s$  di una grandezza fisica scalare per un numero adimensionale  $k$  ha come risultato un nuovo valore  $ks$  della stessa grandezza fisica;
- il prodotto di due grandezze fisiche scalari è una nuova grandezza fisica scalare.

## GRANDEZZE

### SCALARI

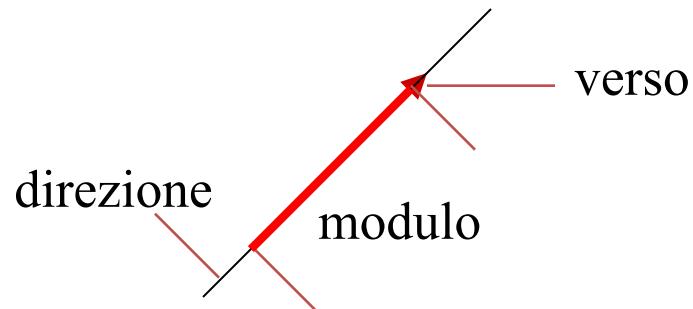
Completamente determinate da  
un **numero (misura)**

Lunghezza  
volume  
temperatura  
massa  
energia  
tempo  
resistenza  
capacità  
ecc

### VETTORIALI

Determinate da  
**modulo      direzione      verso**

Rappresentate da un vettore



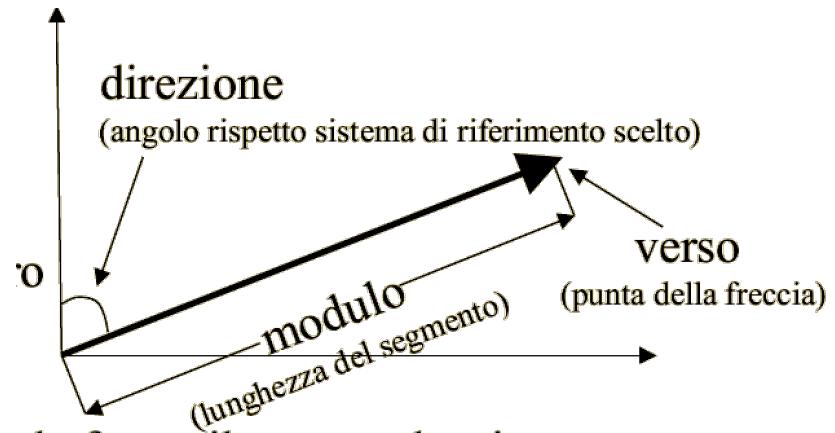
Non dipende dal punto di applicazione

Spostamento  
velocità  
accelerazione  
forza  
peso ecc.

# Grandezze Vettoriali

## Grandezze Vettoriali

Sono le grandezze che hanno bisogno di 3 numeri per essere definite  
Modulo, Direzione e Verso



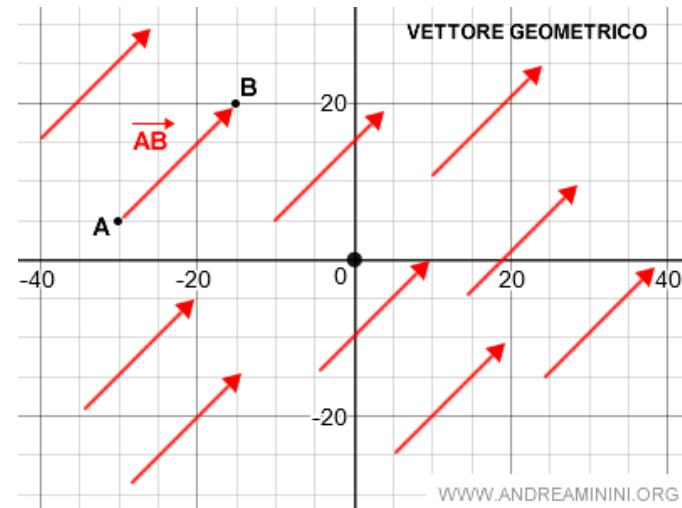
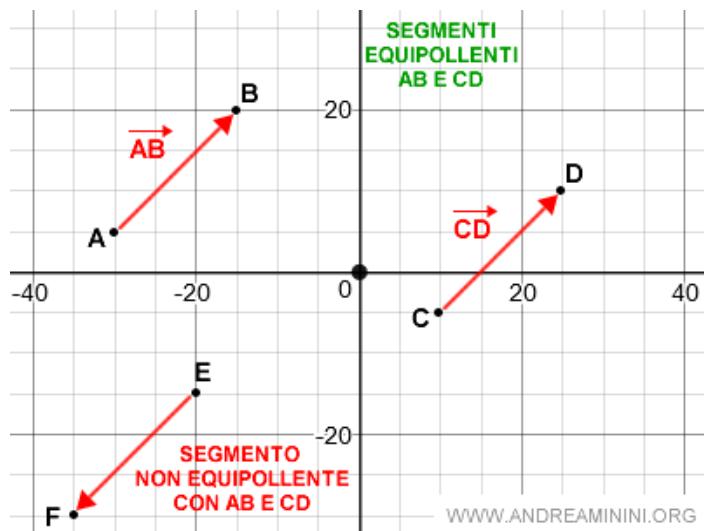
p.es. spostamento, accelerazione, forza, campo elettrico...

Ovviamente per fare questo occorre un sistema di riferimento di assi cartesiani

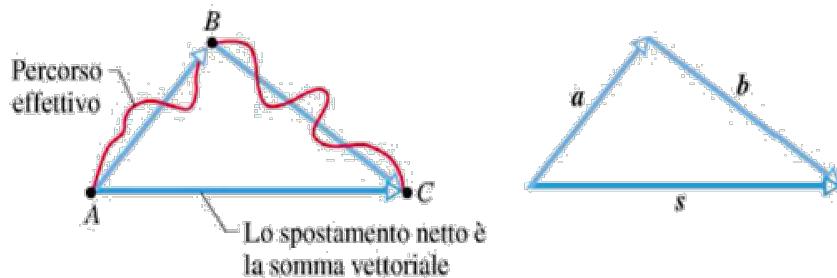
# Grandezze Vettoriali

Segmenti che hanno stessa direzione, modulo (o dimensione) e verso, ma un diverso punto di applicazione (o origine) sono detti equipollenti.

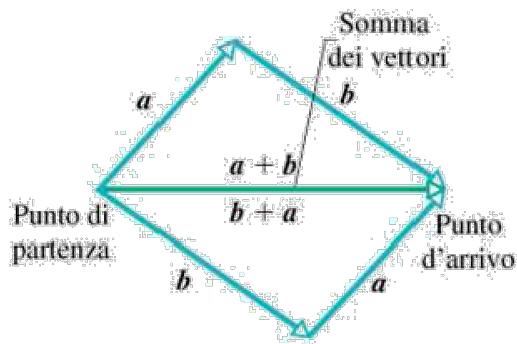
L'equipollenza è una relazione di equivalenza per cui i vettori equipollenti sono anche equivalenti



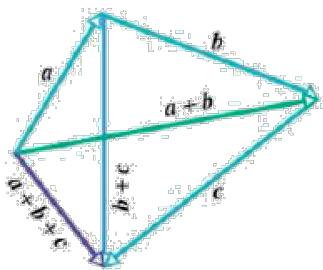
# Somma Vettoriale (Metodo Grafico)



Somma (o risultante)  
dei vettori  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ :  
$$\mathbf{s} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$$

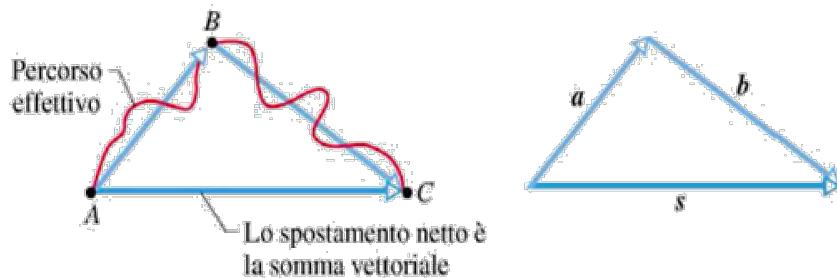


Proprietà commutativa  
$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$$

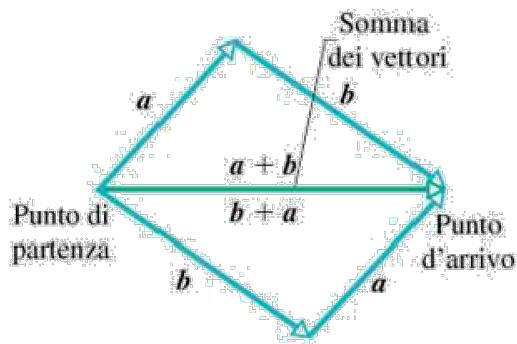


Proprietà associativa  
$$\mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c}$$

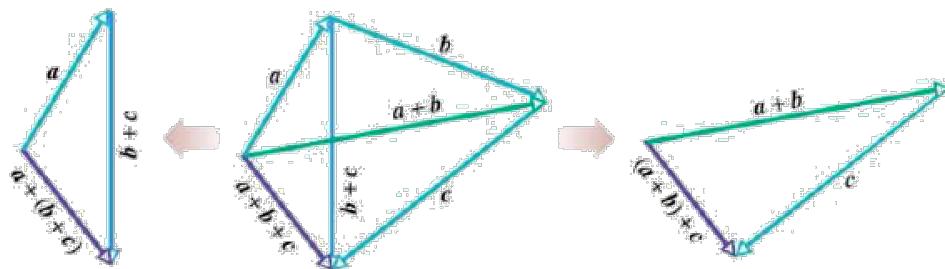
# Somma Vettoriale (Metodo Grafico)



Somma (o risultante)  
dei vettori  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ :  
 $\mathbf{s} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$



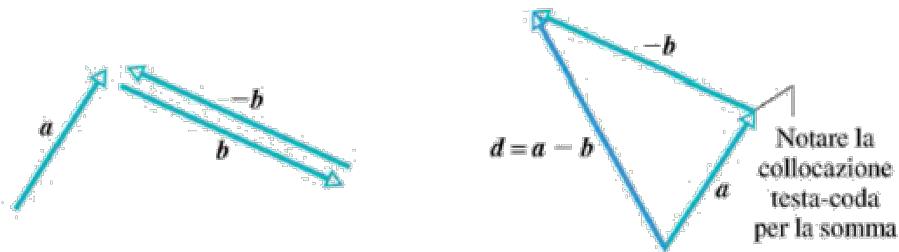
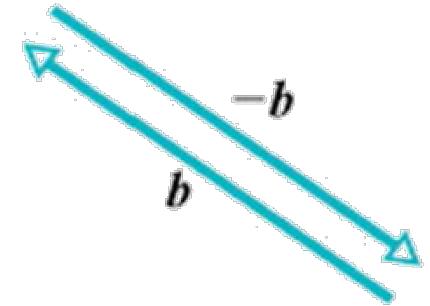
Proprietà commutativa  
 $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$



Proprietà associativa  
 $\mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c}$

# Somma Vettoriale (Metodo Grafico)

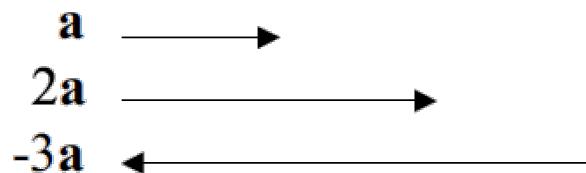
Il vettore  $-\mathbf{b}$ , opposto a  $\mathbf{b}$ , è tale che  $\mathbf{b} + (-\mathbf{b}) = 0$   
 $-\mathbf{b}$  ha lo stesso modulo e la stessa direzione di  $\mathbf{b}$   
ma è orientato in verso opposto.



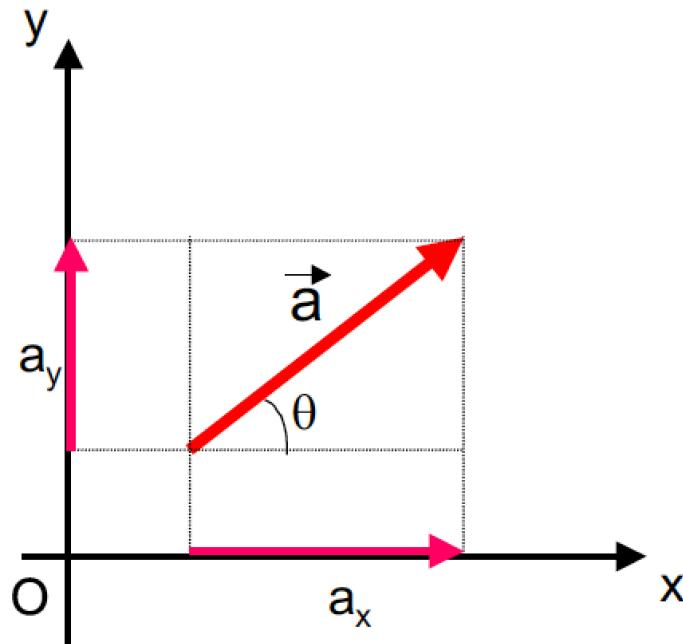
Sottrazione di vettori  
 $\mathbf{d} = \mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b})$

## Prodotto di un vettore per uno scalare

Il vettore risultante dal prodotto del vettore  $\mathbf{a}$  per lo scalare  $s$ , ha la stessa direzione e lo stesso verso di  $\mathbf{a}$  (se  $s$  è positivo, altrimenti ha verso opposto) e modulo  $|s|a$ .



# Decomposizione di Vettori sul Piano



$$a_x = a \cos \vartheta$$

$$a_y = a \sin \vartheta$$

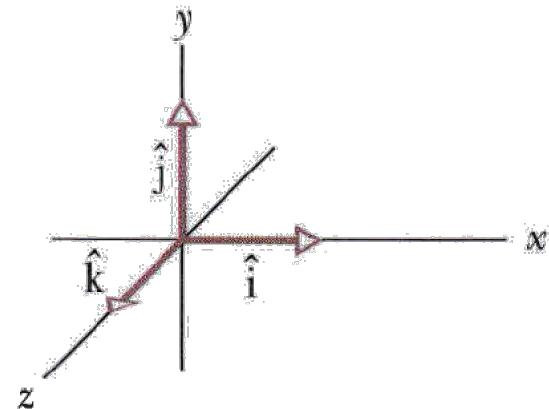
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\tan \vartheta = \frac{a_y}{a_x}$$

Se abbiamo due vettori **a** e **b**, di componenti  $(a_x, a_y)$  e  $(b_x, b_y)$ , il loro vettore somma sarà il vettore **s** di componenti  $(s_x, s_y)$ .

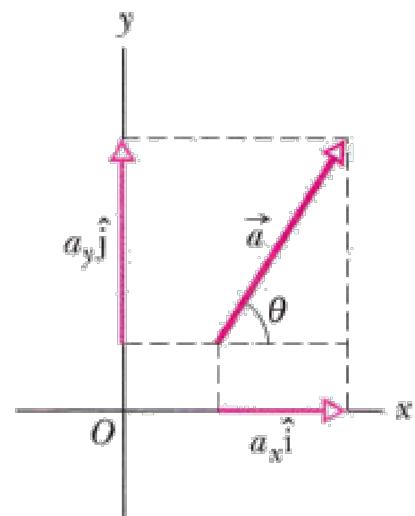
# Vettori Unitari o versori

Vettori che hanno modulo uguale a uno in una particolare direzione e verso. Per esempio i vettori che definiscono gli assi cartesiani.



Ogni vettore lungo questi assi può essere definito come multiplo di un vettore unitario e il coefficiente rappresenta il modulo del vettore e può essere usato per operazioni tra vettori

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$$



Quindi il vettore può essere dato tramite le sue componenti lungo assi coordinati (nella forma di una terna di scalari o come la somma delle componenti definite tramite versori)

# Somma di vettori mediante le loro componenti

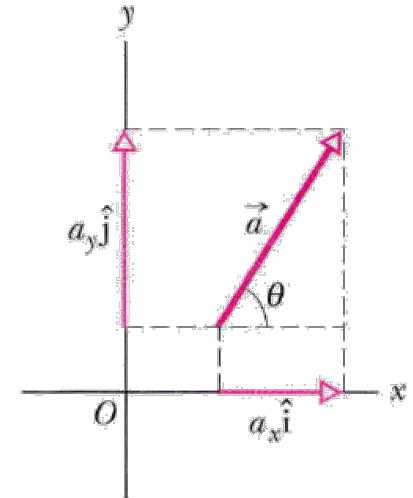
Si può usare il concetto di versori per effettuare operazioni (di somma/differenza) tra vettori mediante le loro componenti lungo gli assi definiti dal sistema di versori.

$$\vec{r} = \vec{a} + \vec{b},$$

$$r_x = a_x + b_x$$

$$r_y = a_y + b_y$$

$$r_z = a_z + b_z.$$



(a)

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$$

$$d_x = a_x - b_x, \quad d_y = a_y - b_y,$$

$$\vec{d} = d_x \hat{i} + d_y \hat{j}.$$

