FISICA GENERALE I

Dott.ssa Annalisa Allocca

Università degli Studi di Napoli,
Compl. Univ. Monte S.Angelo – Dipartimento di Fisica
Via Cinthia, I-80126, Napoli

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare,
sez. Napoli
Studio: 1G16, Edificio 6
+39-081-676345
annalisa.allocca@unina.it

Organizzazione

- **Sito web:** www.docenti.unina.it/annalisa.allocca
  - La registrazione al sito si può effettuare inserendo numero di matricola e pin oppure tramite SPID per chi non fosse ancora in possesso di matricola
  - Il materiale didattico si trova sulla pagina web

- **Libri di testo adottati:**
  - Mazzoldi, Nigro, Voci «Elementi di Fisica – Meccanica e Termodinamica» Vol. 1 - Edises Napoli
  - Halliday, Resnick, Walker «Fondamenti di Fisica» - Ambrosiana Milano
  - Serway, Jewett «Principi di Fisica» - Edises Napoli

Argomenti di oggi:

- Equazione di moto del pendolo semplice
- Forza di attrito viscoso
- Sistemi di riferimento in moto relativo

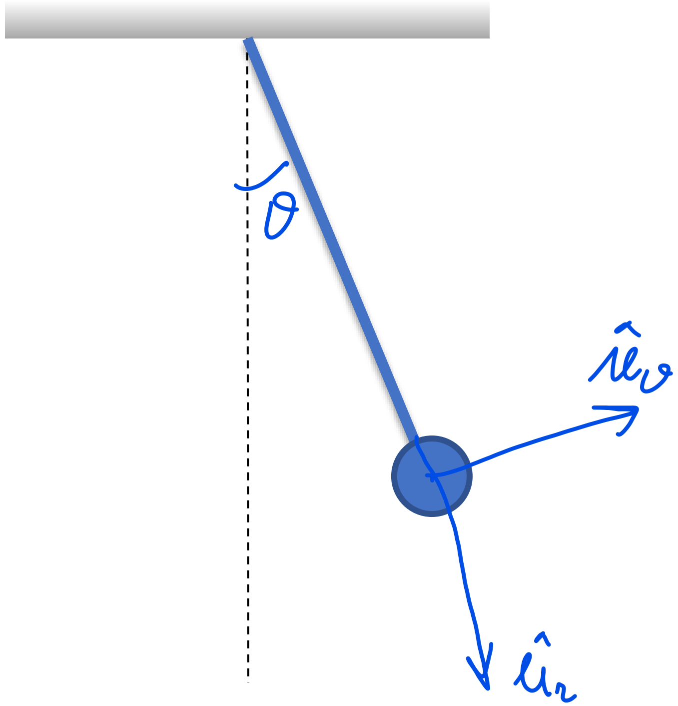
Mazzoldi, Nigro, Voci, cap 2, 3

Il pendolo semplice

Punto materiale sospeso tramite un filo ideale (inestensibile di massa trascurabile)

- Equilibrio statico: filo parallelo alla direzione della verticale, massa nel punto più basso (punto di equilibrio)

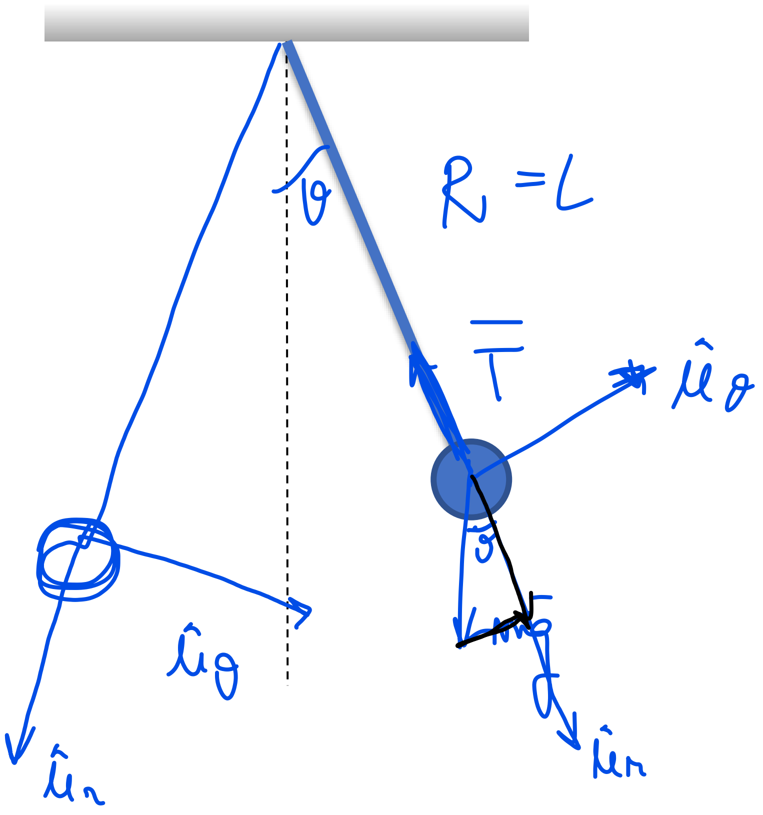
- Se la massa viene spostata dal punto di equilibrio, inizia ad oscillare intorno alla posizione di equilibrio



$R = L$

$a_T = \alpha R$

$a_c = \frac{v}{R} = \omega^2 R$



$\hat{u}_n \quad mg\cos\vartheta - T = -m a_c = -m\omega^2 R$

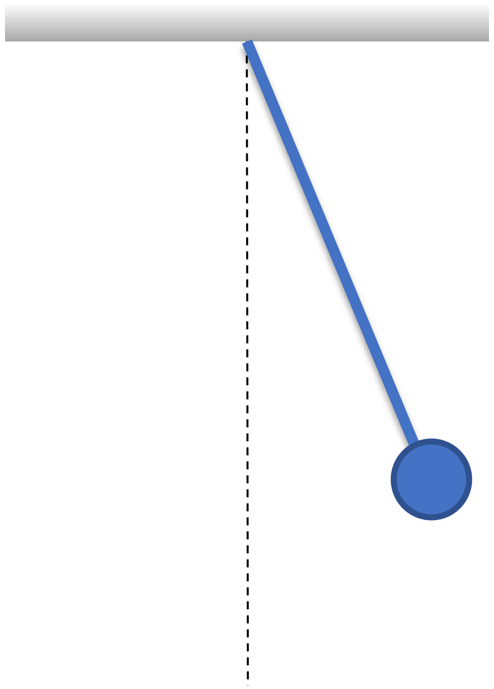
$\hat{u}_\theta \quad -mg\sin\vartheta = m a_T = m\alpha R$

$$\boxed{\alpha = \frac{d}{dt} = \frac{d^2\vartheta}{dt^2}}$$

$$-\frac{\cancel{m}g}{L}\sin\vartheta = m\frac{d^2\vartheta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\vartheta = 0$$

$$g/L = \omega^2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$



$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \omega^2 \sin\vartheta = 0$$

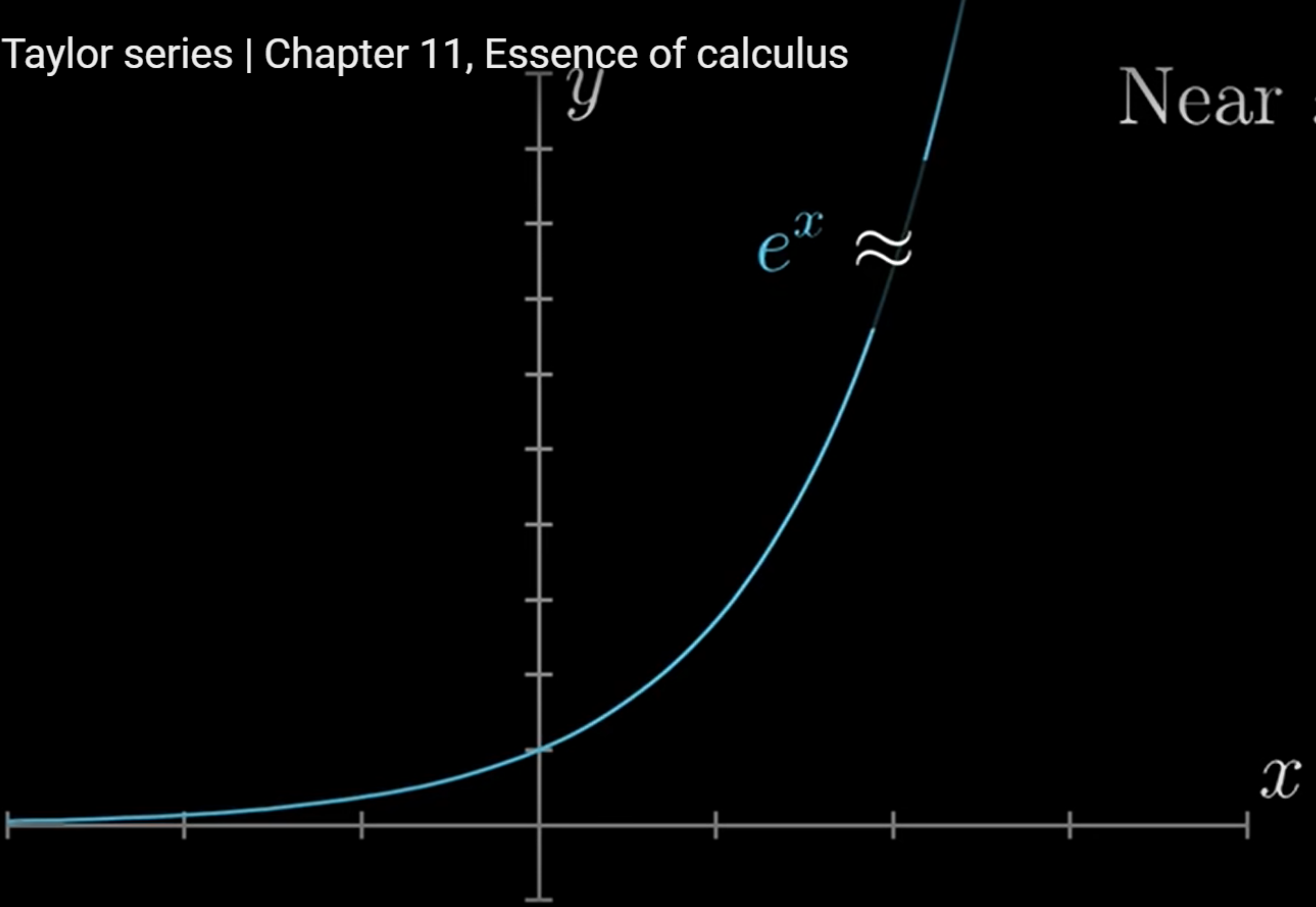
$$\vartheta \ll 1 \quad \longrightarrow \quad \sin\vartheta \approx \vartheta$$

$$\boxed{\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \omega^2\vartheta = 0}$$

$$\vartheta(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$$

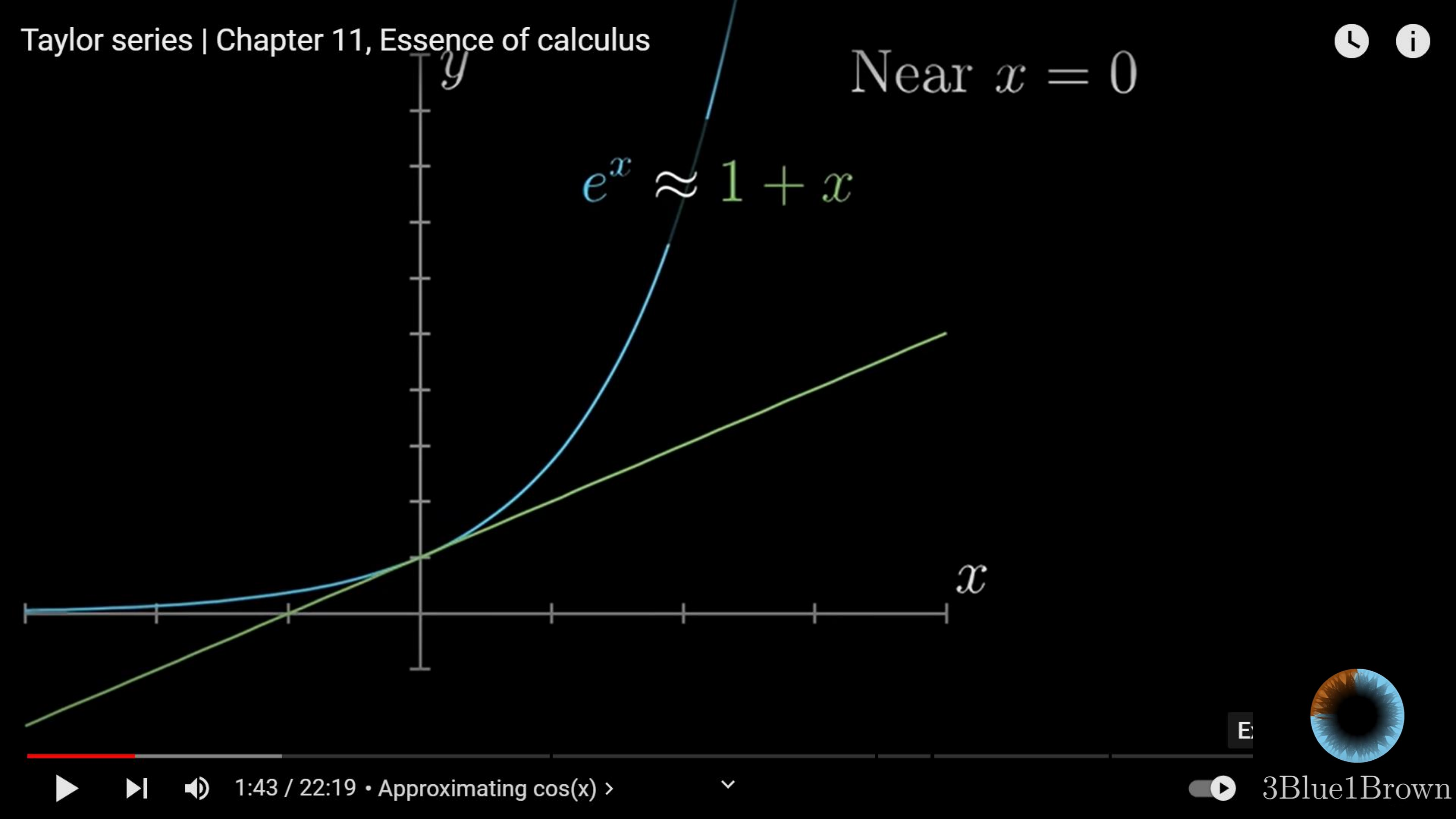
Taylor series | Chapter 11, Essence of calculus

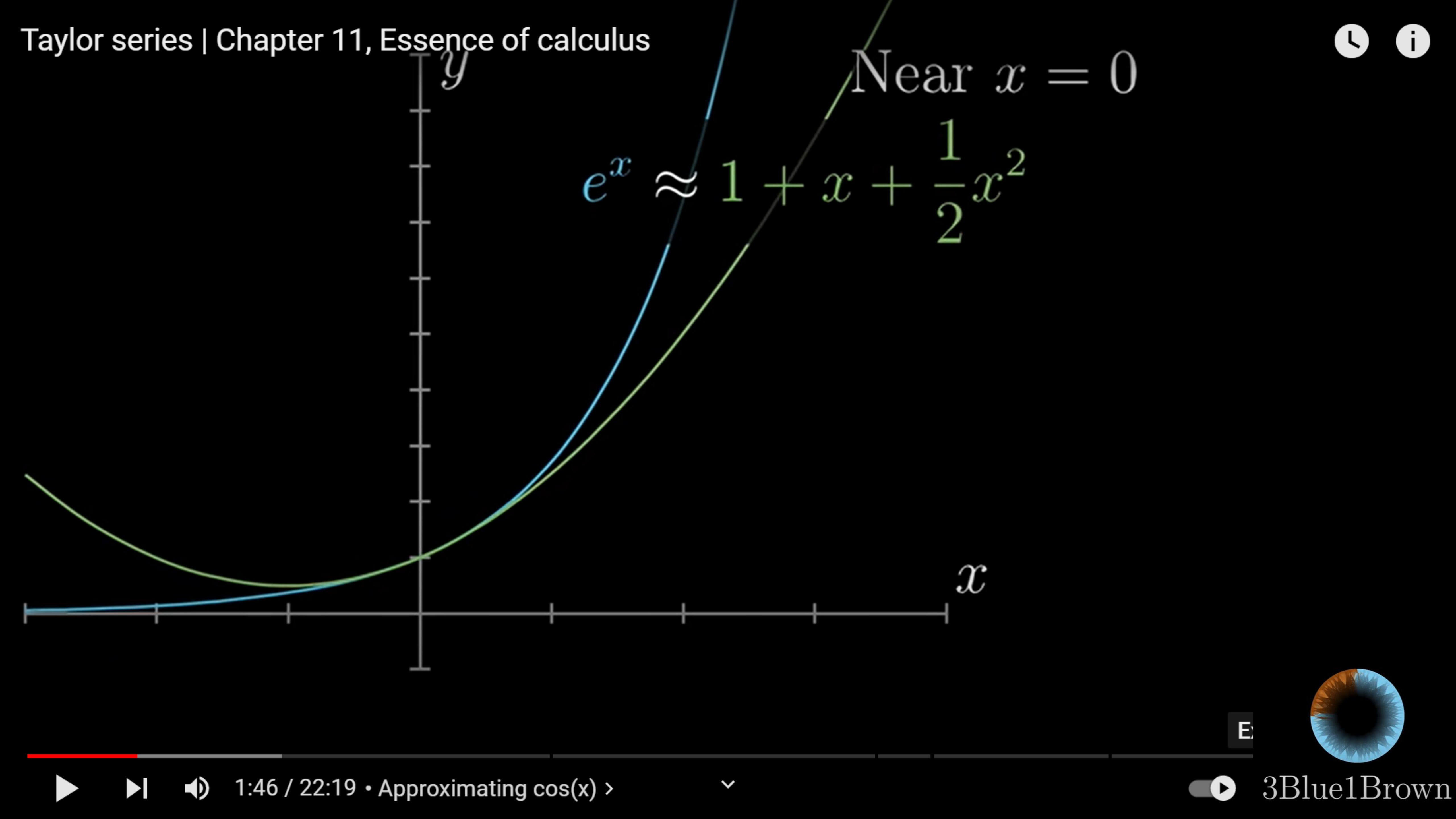
$$\text{Near } x = 0$$



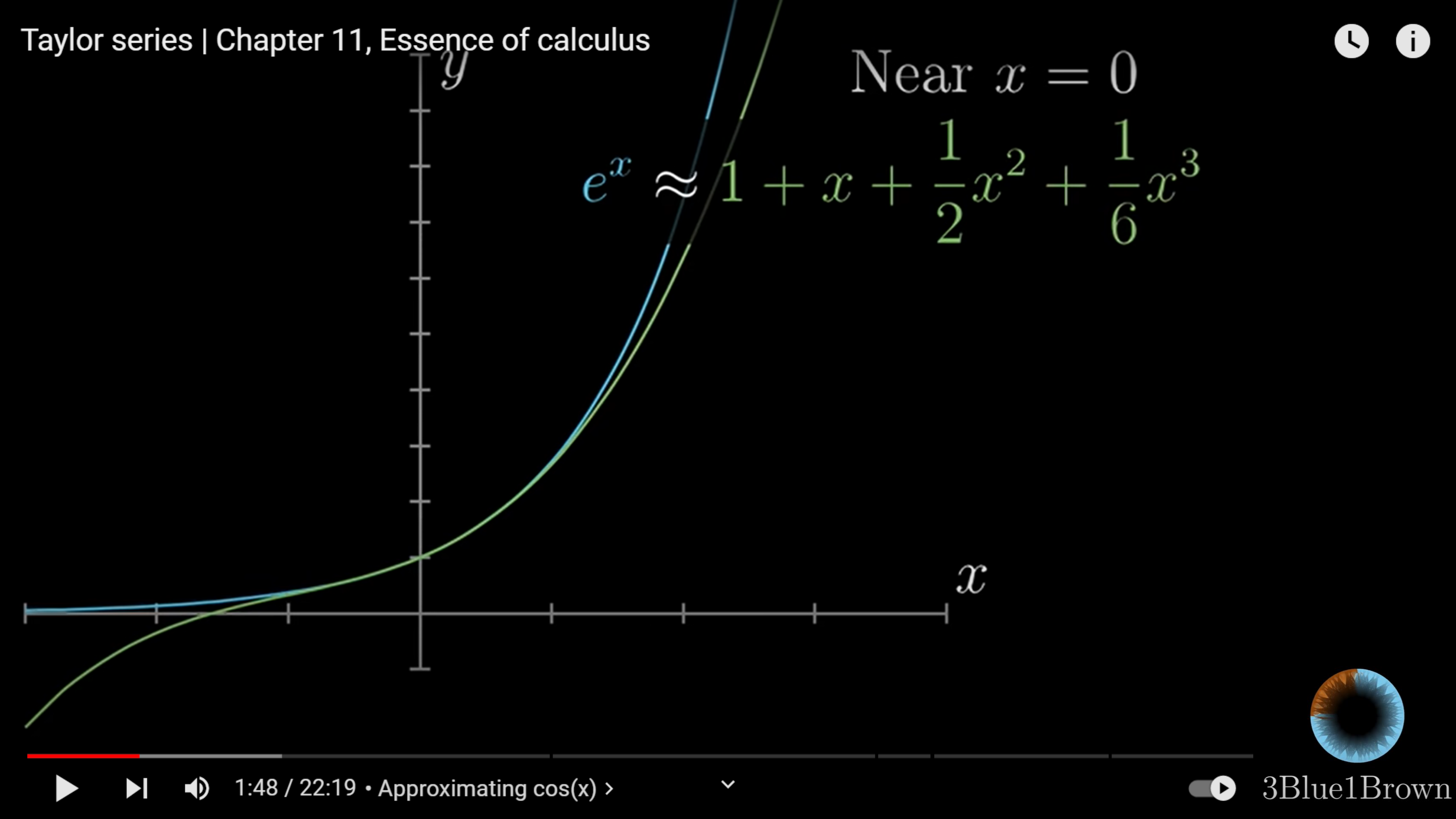
1:41 / 22:19 • Approximating cos(x) ›

3Blue1Brown


Taylor series | Chapter 11, Essence of calculus
Near $x = 0$
$e^x \approx 1 + x$
y
x
1:43 / 22:19 • Approximating cos(x) ›
3Blue1Brown



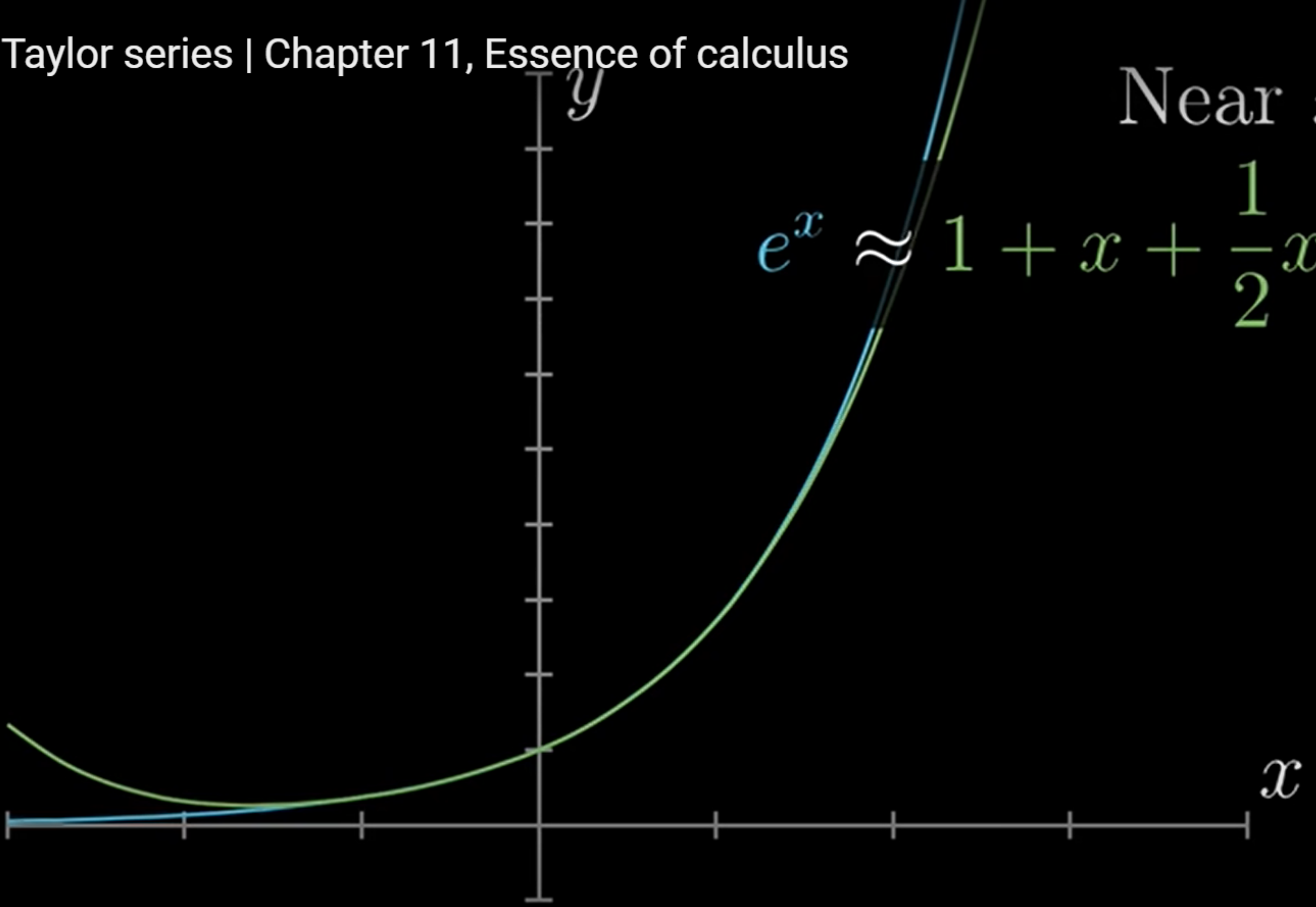
Taylor series | Chapter 11, Essence of calculus
Near $x = 0$
$e^x \approx 1 + x + \frac{1}{2}x^2$
y
x
1:46 / 22:19 • Approximating cos(x) ›
3Blue1Brown

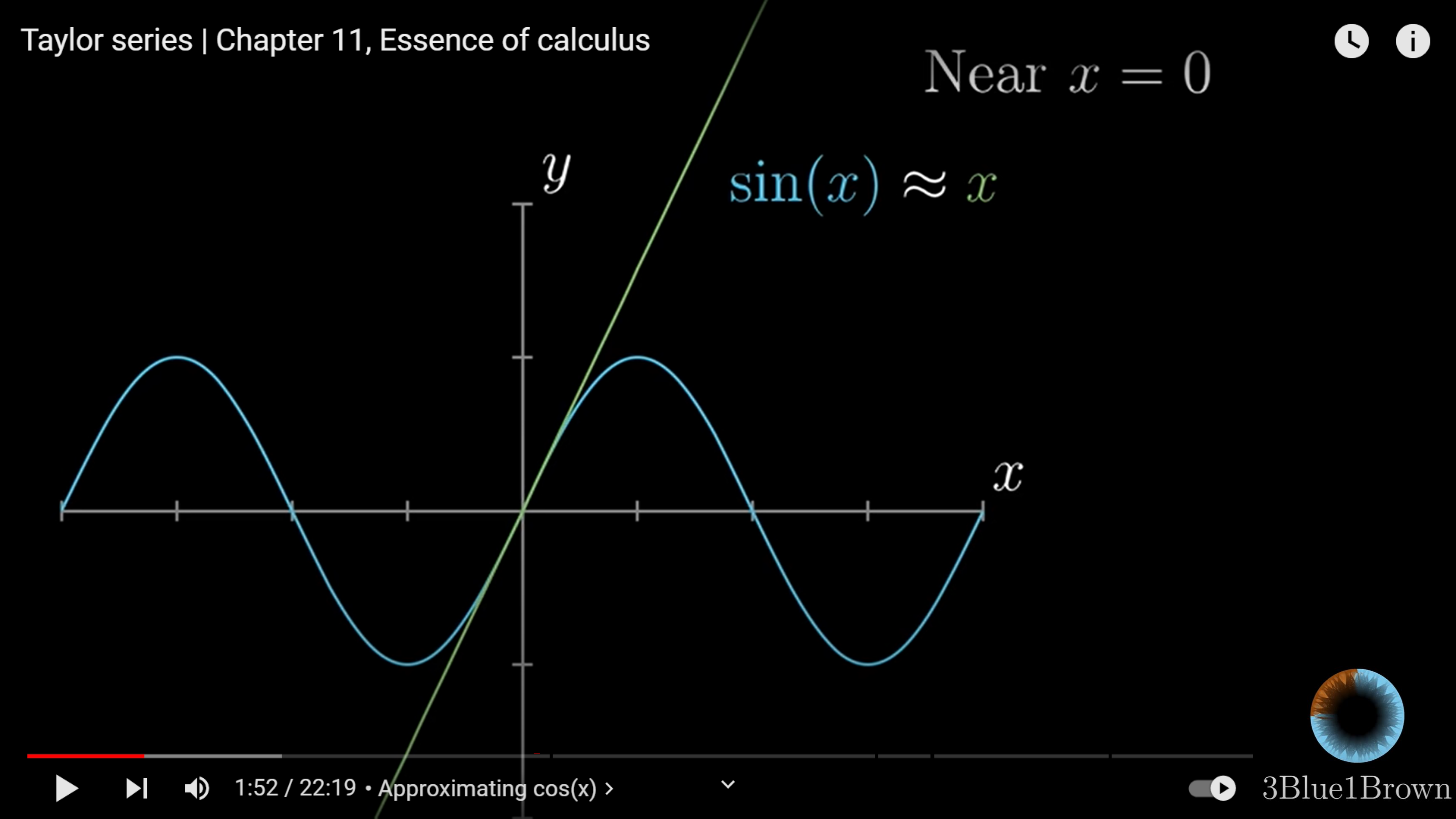

Taylor series | Chapter 11, Essence of calculus
Near $x = 0$
$e^x \approx 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3$
y
x
1:48 / 22:19 • Approximating cos(x) ›
3Blue1Brown

Taylor series | Chapter 11, Essence of calculus

Near $x = 0$

$$e^x \approx 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{24}x^4$$





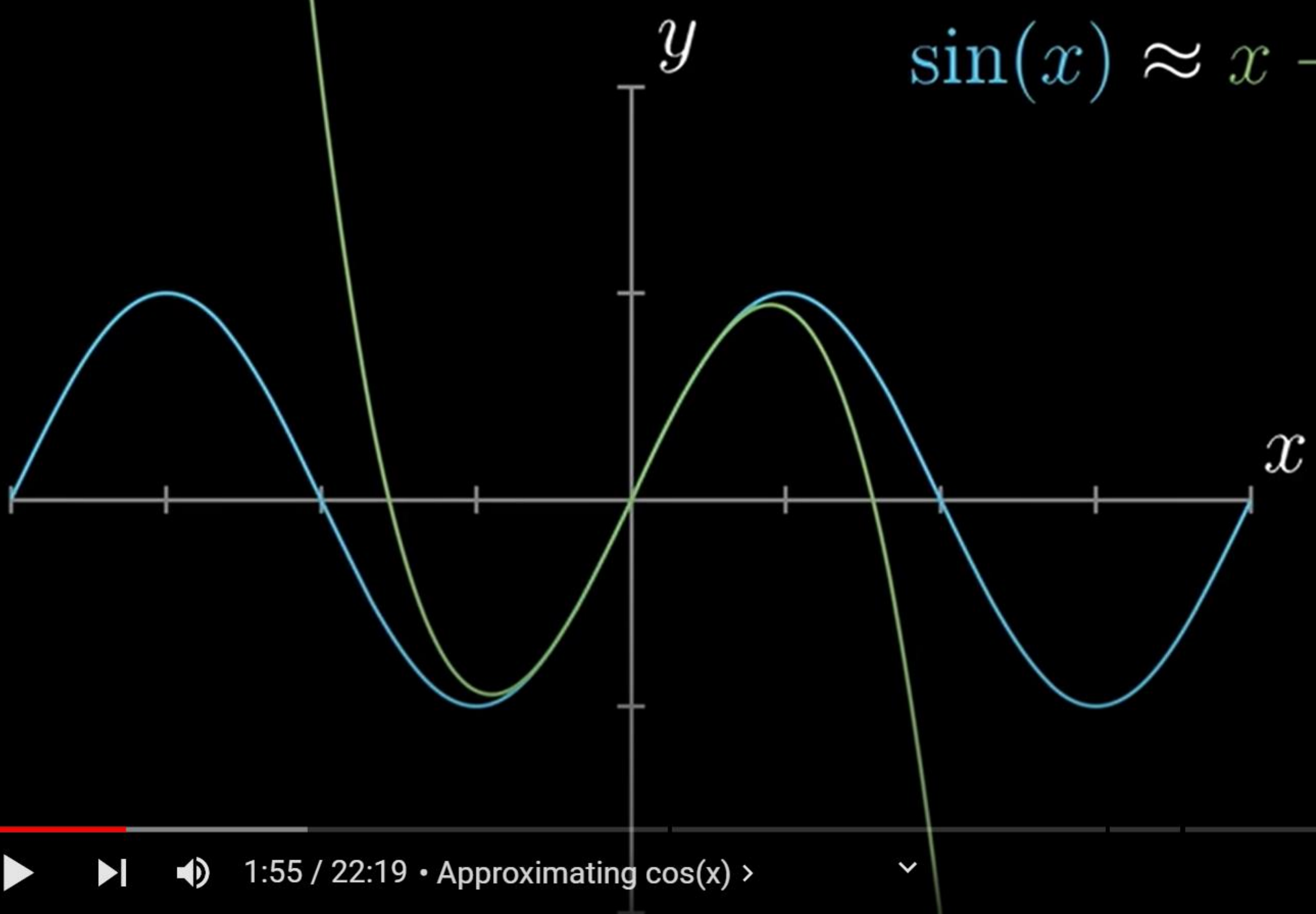
Taylor series | Chapter 11, Essence of calculus
Near $x = 0$
$\sin(x) \approx x$
y
x
1:52 / 22:19 • Approximating cos(x) ›
3Blue1Brown

Taylor series | Chapter 11, Essence of calculus

Premi Esc per uscire dalla modalità a schermo intero

Near $x = 0$

$$\sin(x) \approx x - \frac{1}{6}x^3$$



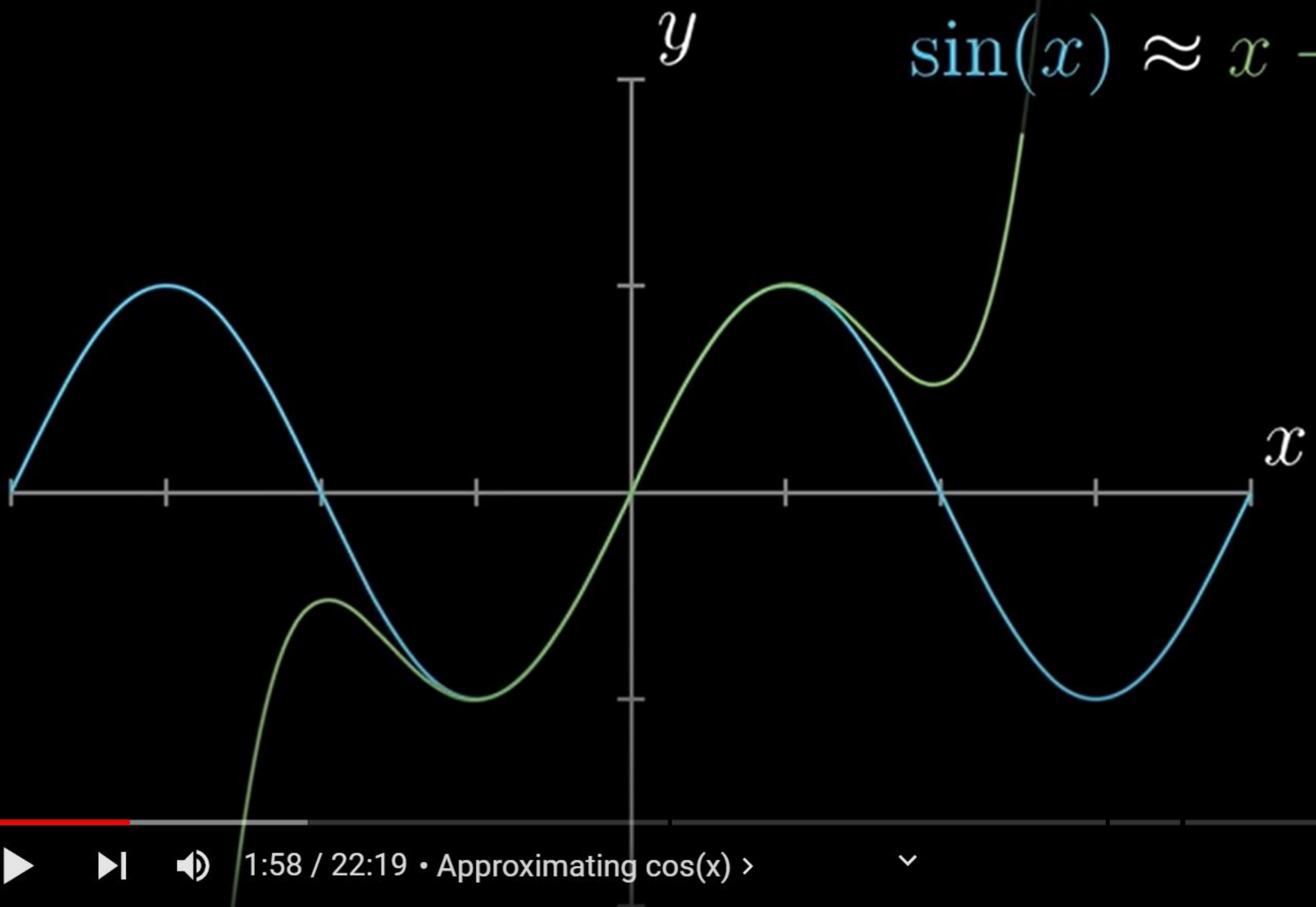
1:55 / 22:19 • Approximating cos(x) ›

3Blue1Brown

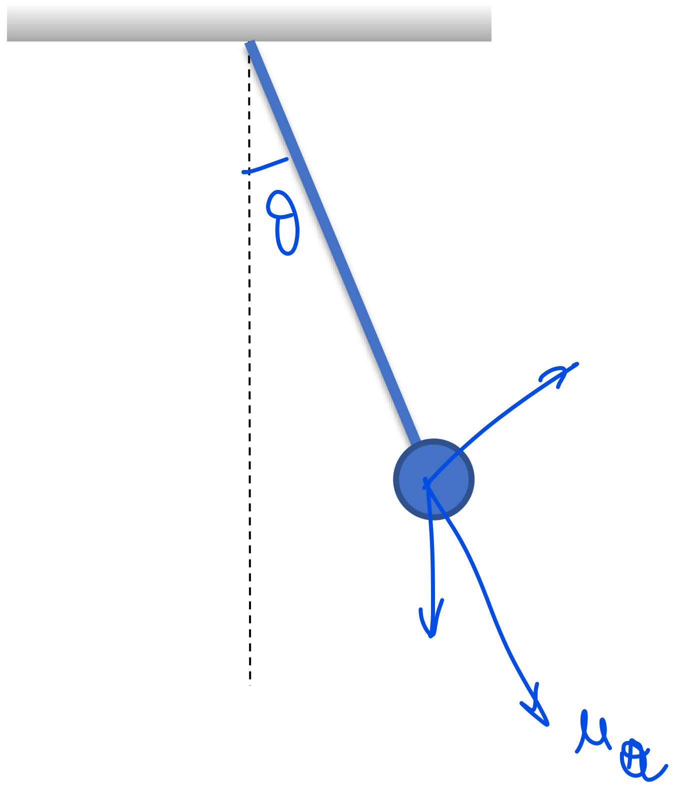
Taylor series | Chapter 11, Essence of calculus

Near $x = 0$

$$\sin(x) \approx x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5$$



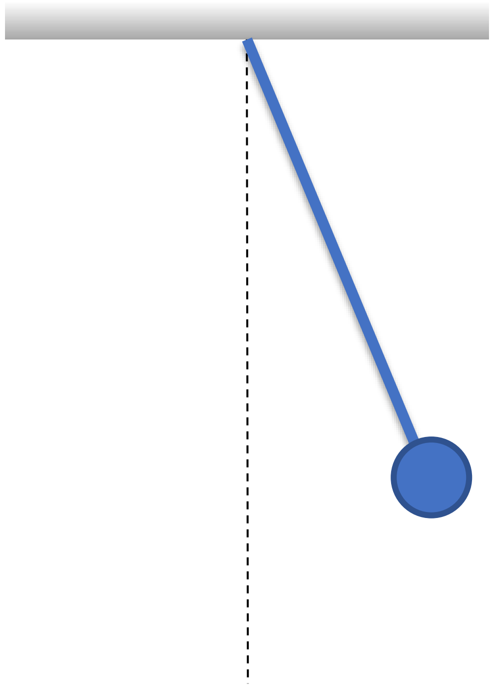
1:58 / 22:19 • Approximating cos(x) ›

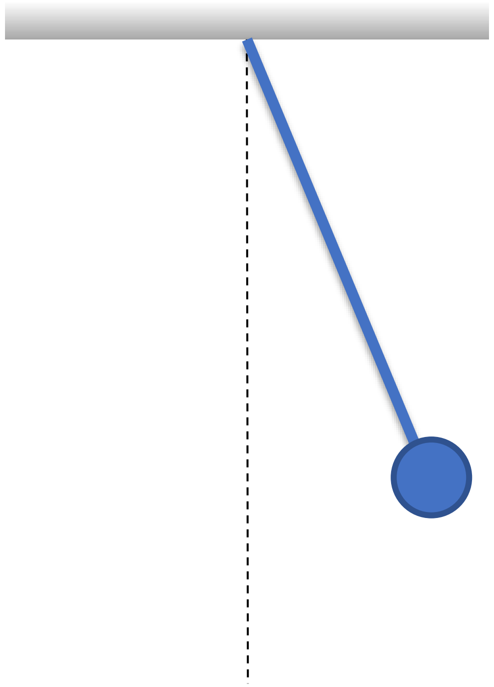


$\hat{u}_r$

$$mg\cos\theta - T = -m\omega^2 L$$

$$T = m\left[g\cos\theta + \omega^2 L\right]$$





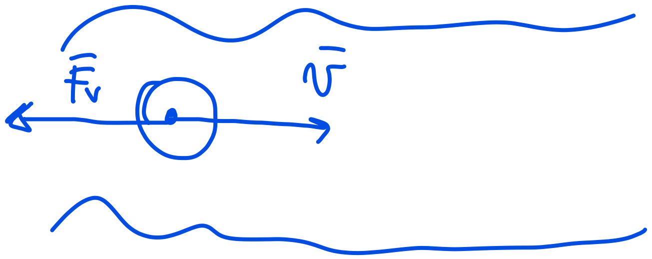
https://www.youtube.com/watch?v=p2W6JrAvze8

Forza di attrito viscoso (1)

Forza che si oppone al moto, proporzionale alla velocità del corpo soggetto alla forza

$$\vec{\boldsymbol{F}} = -b\vec{\boldsymbol{v}}$$

$$[b] = N \cdot s \cdot m^{-1} = kg \cdot s^{-1}$$



Forza di attrito viscoso (1)

$$\bar{F} = m\bar{a} = -b\bar{v} \qquad ma = -bv \qquad t_0 = 0$$

$$a = -\frac{b}{m}v$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{b}{m}v \Rightarrow \int_{v_0}^{v_f} \frac{dv}{v} = \int_0^{t_f} -\frac{b}{m}\,dt \Rightarrow \ln v \Big|_{v_0}^{v_f} = -\frac{b}{m}t_f$$

$$\Rightarrow \ln v_f - \ln v_0 = -\frac{b}{m}t_f \Rightarrow \ln\frac{v_f}{v_0} = -\frac{b}{m}t_f$$

Forza di attrito viscoso (1)

$$F = -bv \Rightarrow [b] = kg\,\frac{\cancel{m}}{s^{\cancel{2}}} \cdot \frac{\cancel{s}}{\cancel{m}} = kg/s$$

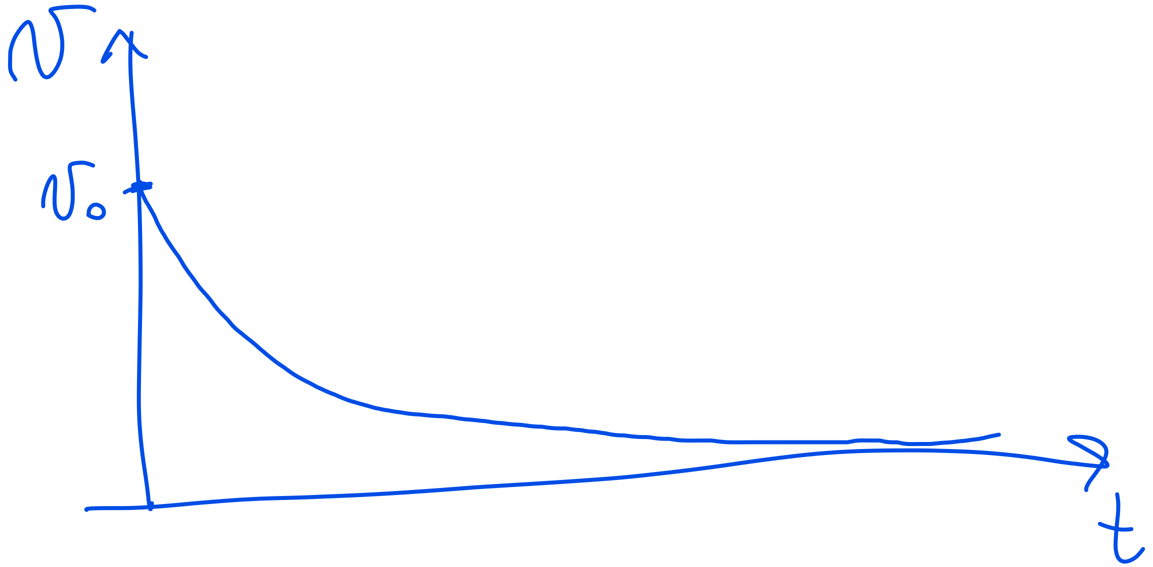
$$t_f = t$$

$$e^{\ln \frac{v_f}{v_0}} = e^{-\frac{b}{m}t} \Rightarrow \frac{v_f}{v_0} = e^{-t/\tau}$$

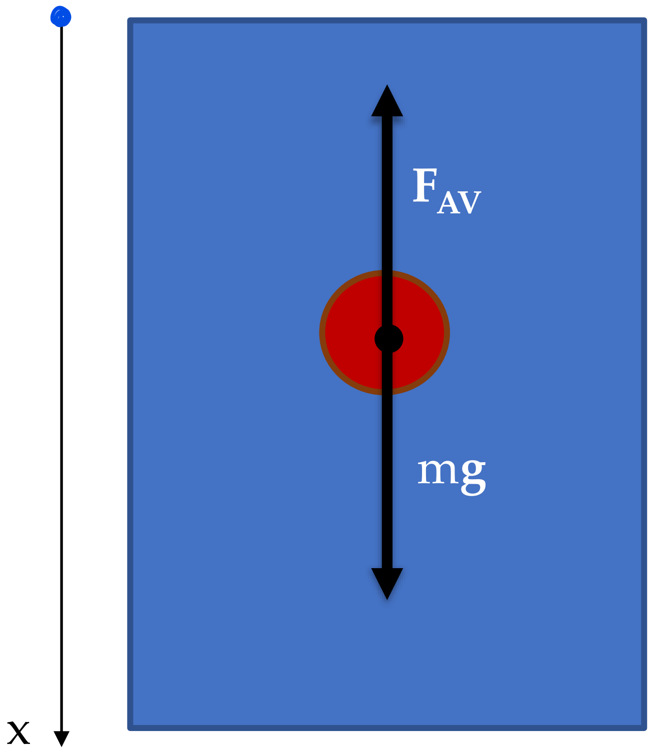
$$\frac{m}{b} = \tau$$

$$[\tau] = s$$

$$v_f = v_0\, e^{-t/\tau}$$



Forza di attrito viscoso (1)



$$t_0 = 0$$

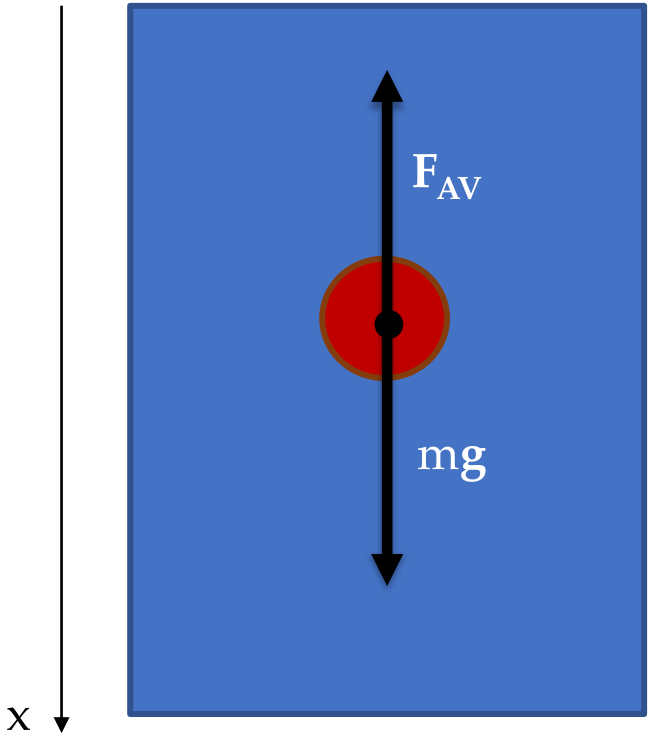
$$m\bar{g} + \bar{F}_{AV} = m\bar{a}$$

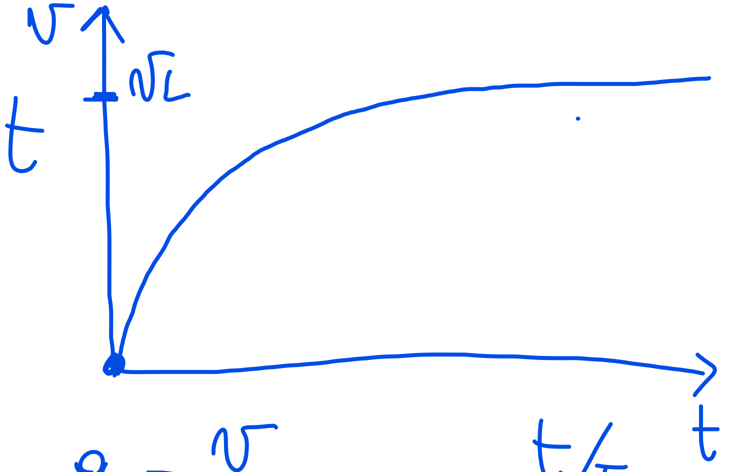
$$\rightarrow mg - bv = ma = m\frac{dv}{dt}$$

$$\left[g - \frac{b}{m}v\right] = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \int_{v_0}^{v_f} \frac{dv}{g - \frac{b}{m}v} = \int_0^{t_f} dt$$

$v_0 = 0$, $t_0 = 0$ $\qquad \frac{b}{m} = \frac{1}{\tau}$

Forza di attrito viscoso (1)





$$-\tau\left[\ln\left(\frac{g-\frac{v}{\tau}}{g}\right)\right] = t$$

$$e^{\ln\frac{g-\frac{v}{\tau}}{g}} = e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow g - \frac{v}{\tau} = g e^{-t/\tau}$$

$$-\frac{v}{\tau} = g\left(e^{-t/\tau} - 1\right) \Rightarrow v = g\tau\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$mg - bv = ma \Rightarrow mg - b\frac{gm}{b} = ma = 0 \quad \boxed{v_L = g\tau}$$

Forza di attrito viscoso (2)

Per oggetti di grandi dimensioni che si muovono nell'aria con velocità elevate (come aerei, paracadutisti, palle da baseball, …), **il modulo della forza di attrito è approssimativamente proporzionale al quadrato della velocità**

$$F_{res} = \frac{1}{2} c\rho S v^2$$

dove:

- ρ=1.29 kg/m^3 è la densità dell'aria
- c è un coefficiente adimensionale, detto **coefficiente di resistenza**
- S è l'area della proiezione del corpo sulla superficie ortogonale alla direzione del moto

Forza di attrito viscoso (2)

$$F_{res} = \frac{1}{2} c\rho S v^2$$

Per una massa in caduta libera abbiamo:

$$F_{res} - mg = ma$$

Dopo un tempo abbastanza lungo, la forza F_{res} può raggiungere una velocità abbastanza alta da eguagliare il valore mg, quindi avremo

$$F_{res} - mg = 0$$

da cui ricaviamo la velocità limite:

$$v_L = \sqrt{\frac{2mg}{c\rho S}}$$

Forza di attrito viscoso

Velocità limite di una goccia di pioggia

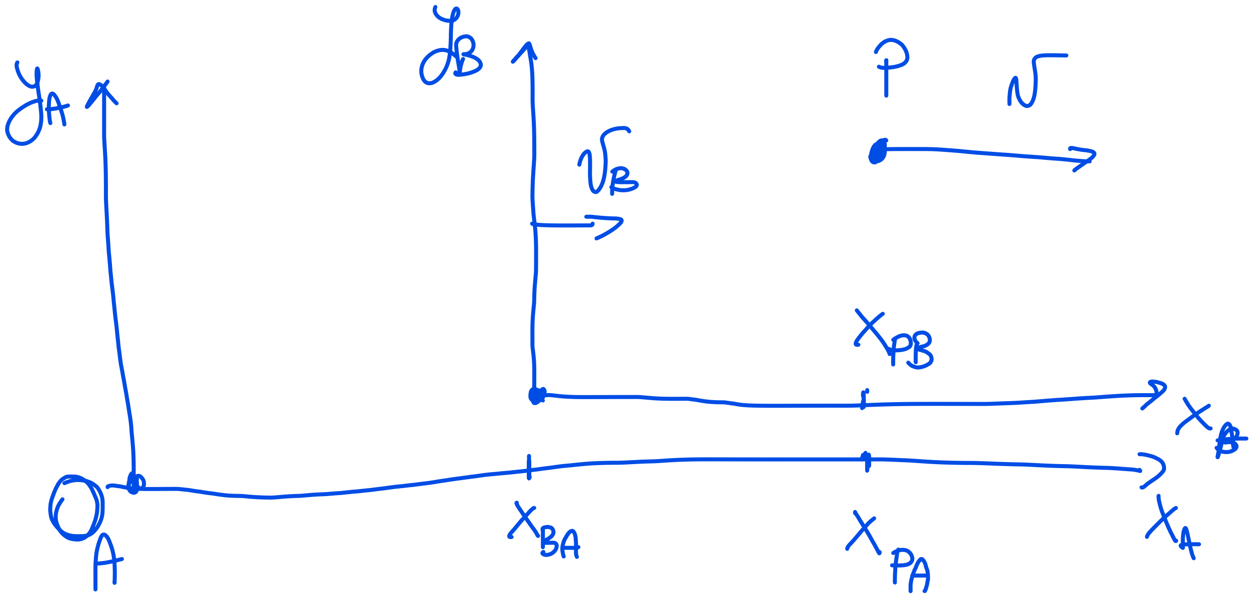
Una goccia di pioggia con raggio R=1.5mm cade da una nuvola che si trova ad un'altezza h=1200m. Il coefficiente di resistenza c per la goccia è di 0.6. Ipotizziamo che la goccia sia sferica durante la caduta. La massa volumica dell'acqua è $\rho_W = 1000\, {}^{kg}/_{m^3}$, la massa volumica dell'aria ρ_a è di circa 1,2 ${}^{kg}/_{m^3}$.

a) Qual è la sua velocità limite?
b) Quale sarebbe la sua velocità nel raggiungere il suolo se non ci fosse la resistenza dell'aria?

Sistemi di riferimento in moto relativo

La velocità di un corpo dipende dal sistema di riferimento di chi sta misurando

Il sistema di riferimento è l'oggetto fisico a cui viene «ancorato» il sistema di coordinate



$$x_{PA} = x_{PB} + x_{BA}$$

$$v_{PA} = v_{PB} + v_{BA}$$

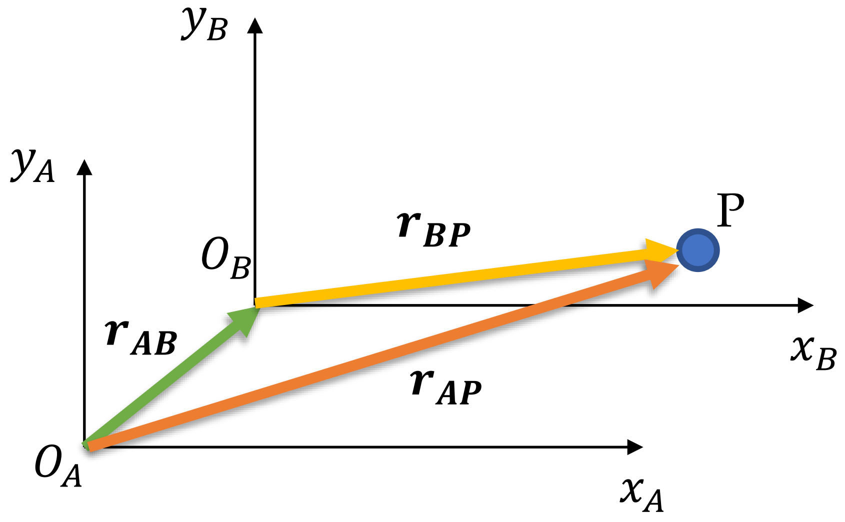
$$a_{PA} = a_{PB} +$$

Sistemi di riferimento in moto relativo

Sistemi di riferimento in moto relativo

Sistemi di riferimento in moto relativo

Dati due sistemi di riferimento, **in moto rettilineo uniforme uno rispetto all'altro**, valgono le seguenti leggi di composizione:



$$\boldsymbol{r}_{AP} = \boldsymbol{r}_{BP} + \boldsymbol{r}_{AB}$$

$$\boldsymbol{v}_{AP} = \boldsymbol{v}_{BP} + \boldsymbol{v}_{AB}$$

$$\boldsymbol{a}_{AP} = \boldsymbol{a}_{BP}$$

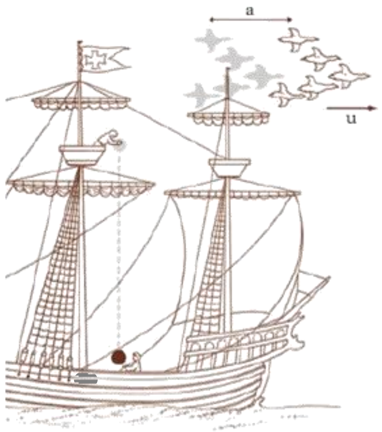
Sistemi di riferimento inerziali

Principio di inerzia – prima legge della dinamica

Tutte le leggi della meccanica (moto dei corpi, oscillatori, …)
sono le stesse per osservatori in moto traslatorio uniforme uno rispetto all’altro

https://wiki.sagredo.eu/doku.php/principio_di_relativita#:~:text=Riserratevi%20con%20qualche%20amico%20nella,versando%20dell'acqua%20in%20un

Sistemi di riferimento inerziali

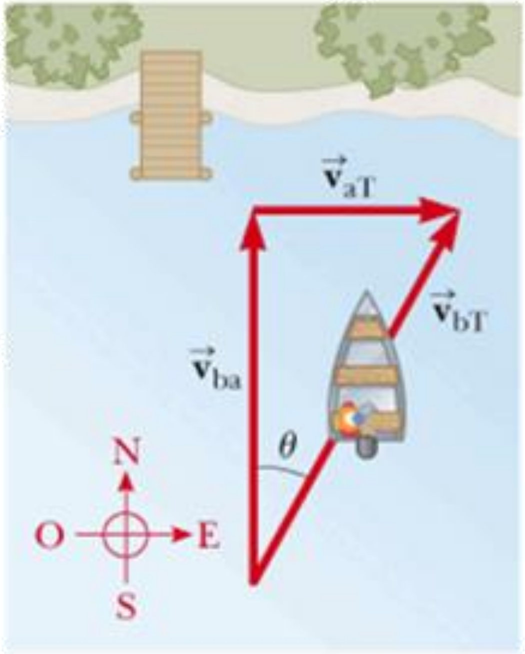


Sia che la nave sia ferma, sia che la nave compia un moto uniforme, i movimenti degli oggetti non vincolati alla superficie della nave stessa, come possono essere mosche od oggetti lanciati cui lo stesso Galileo fa riferimento, non subiranno mutamenti, bensì resteranno invariati.

Esempio: moto della barca nel fiume

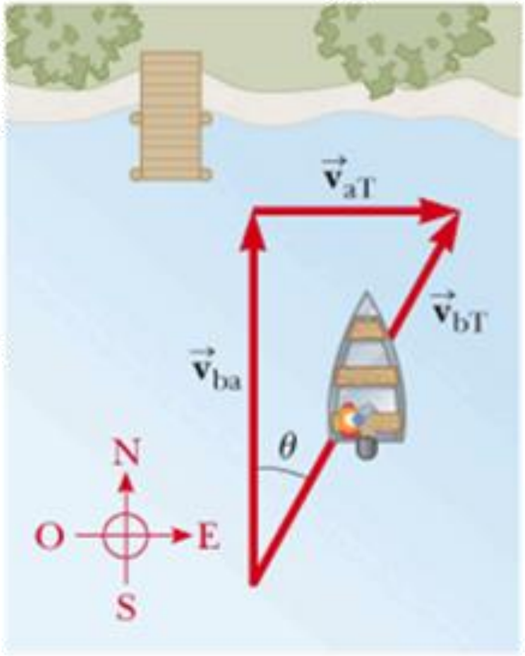
Una barca che volge la prua esattamente a Nord attraversa un largo fiume da Sud a Nord con una velocità di 10 km/h rispetto all'acqua. Il fiume ha una corrente tale per cui l'acqua si muove con velocità uniforme di 5 km/h relativamente alle sponde verso Est.

a)Qual è la velocità della barca rispetto ad un osservatore fermo a terra sulla sponda del fiume?



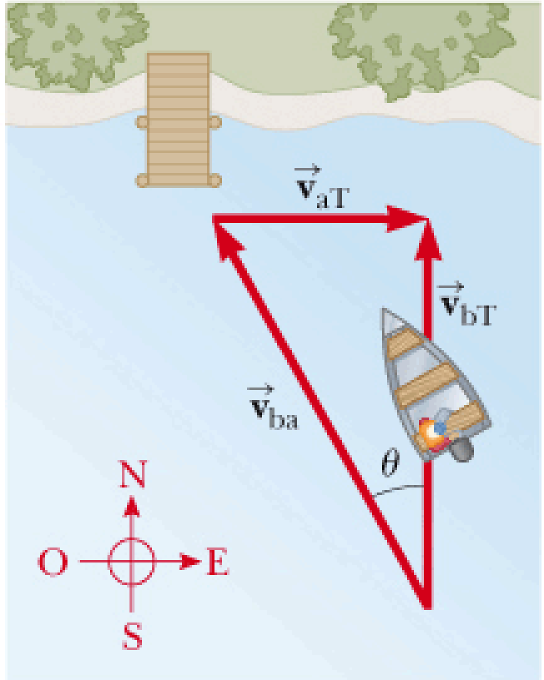
$$\bar{v}_{BT} = \bar{v}_{BA} + \bar{v}_{AT}$$

Esempio: moto della barca nel fiume



Esempio: moto della barca nel fiume

b) A quale angolo la barca dovrebbe porre la prua se volesse attraversare il fiume verso Nord e quale sarebbe la sua velocità rispetto a terra?



Esempio: moto della barca nel fiume

Esempio: velocità della neve rispetto all'autista

Cade la neve verticalmente a velocità costante di 7,8 m/s. L'autista di una macchina che viaggia rettilinea alla velocità costante di 55 km/h

a) con che angolo rispetto all'asse verticale e
b) a che velocità vede cadere i fiocchi di neve?

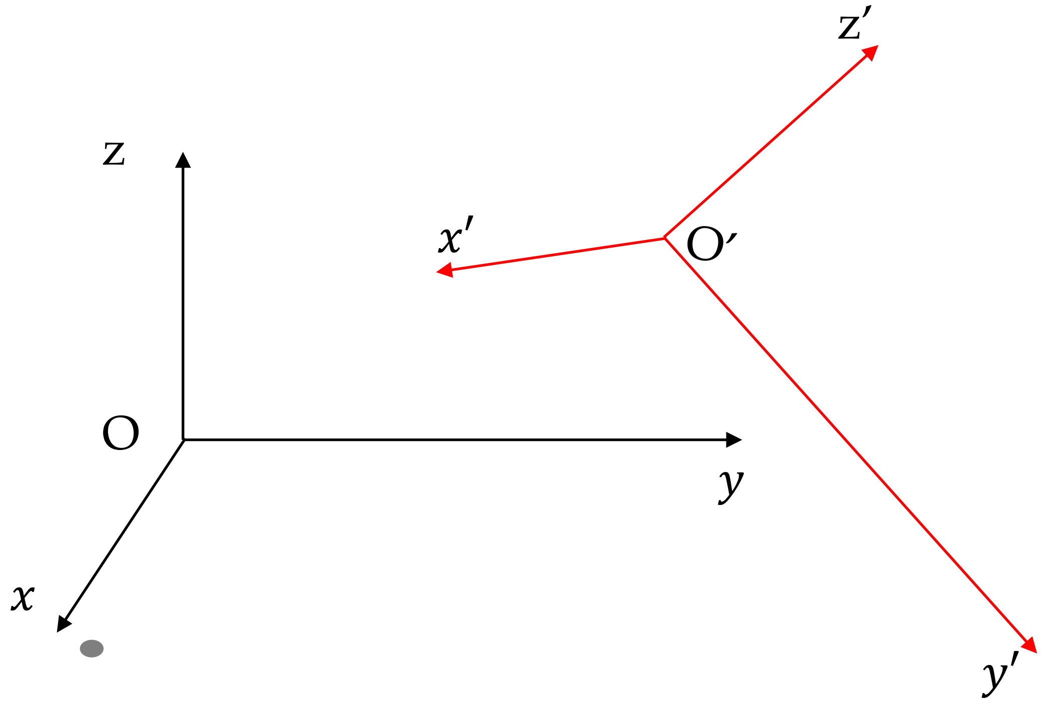
Sistemi di riferimento non inerziali

Sistemi di riferimento non inerziali

Peso apparente

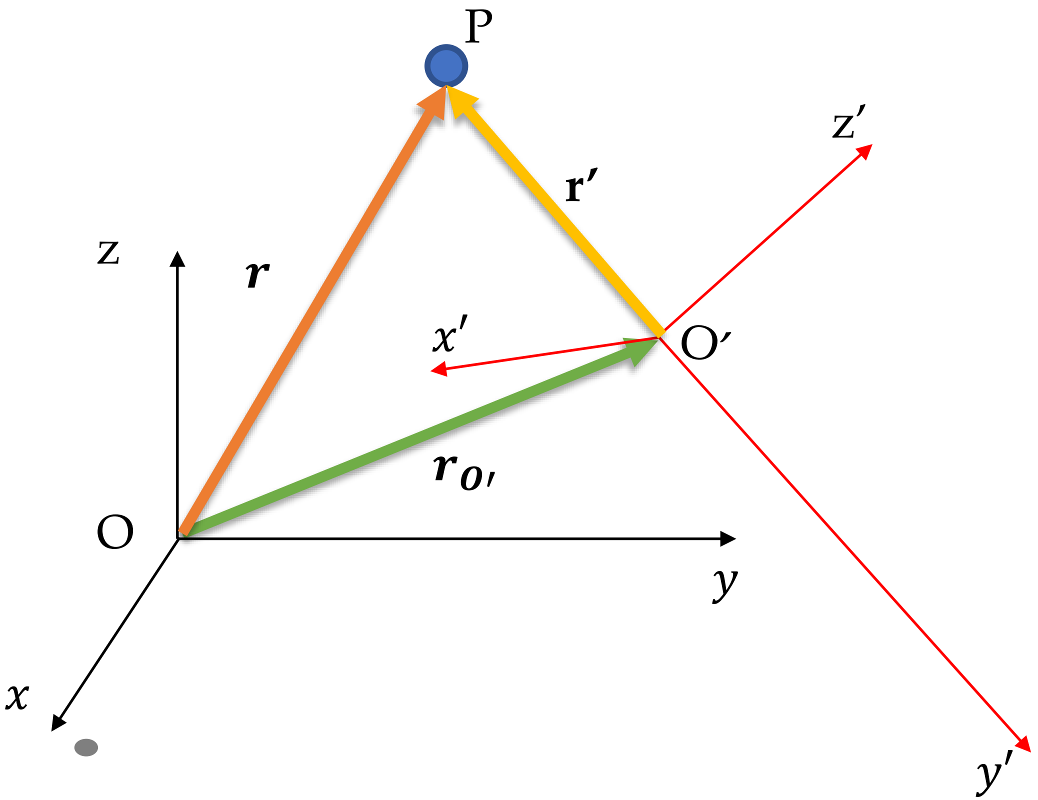
Sistemi di riferimento in moto relativo

In generale, definiamo un sistema di riferimento *fisso* S(x,y,z) e uno *mobile* S'(x,y,z) con relative terne cartesiane. L'origine del sistema mobile si muove con velocità $\boldsymbol{v}_O$, e ruota con velocità angolare $\boldsymbol{\omega}$ rispetto al sistema fisso.



Sistemi di riferimento in moto relativo

In generale, definiamo un sistema di riferimento *fisso* S(x,y,z) e uno *mobile* S'(x,y,z) con relative terne cartesiane. L'origine del sistema mobile si muove con velocità $\boldsymbol{v}_{O'}$ e ruota con velocità angolare $\boldsymbol{\omega}$ rispetto al sistema fisso.



$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_{O'} + \boldsymbol{r}'$$

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_{O'} + \frac{d\boldsymbol{r}'}{dt}$$

Varia perché cambia la posizione di P e perché cambiano nel tempo i versori degli assi

$$\frac{d\boldsymbol{r}'}{dt} = \left(\frac{dx'}{dt}\boldsymbol{u}_x + \frac{dy'}{dt}\boldsymbol{u}_y + \frac{dz'}{dt}\boldsymbol{u}_z\right) + \left(x'\frac{d\boldsymbol{u}_x}{dt} + y'\frac{d\boldsymbol{u}_y}{dt} + z'\frac{d\boldsymbol{u}_z}{dt}\right)$$

Sistemi di riferimento in moto relativo

Accelerazione

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{a}' + \underbrace{\boxed{\boldsymbol{a}_{O'} + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \boldsymbol{r}' + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}')}}_{\text{Accelerazione di trascinamento}} + \underbrace{\boxed{2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}'}}_{\text{Accelerazione di Coriolis}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_t + \boldsymbol{a}_C}$$

Sistemi di riferimento inerziali

Sistema in cui vale il principio di inerzia

In un sistema di riferimento inerziale le forze sono **forze reali**. La risultante è proporzionale all'accelerazione del punto materiale in quel sistema di riferimento

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_{\boldsymbol{O}'} + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \boldsymbol{r}' + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}') + \boldsymbol{2\omega} \times \boldsymbol{v}'$$

Sistemi di riferimento inerziali

Sistema in cui vale il principio di inerzia: un punto *non soggetto a forze* lanciato con velocità arbitraria si muove di moto rettilineo uniforme

In un sistema di riferimento inerziale le forze sono **forze reali**. La risultante è proporzionale all'accelerazione del punto materiale in quel sistema di riferimento

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{a}' + \cancel{\boldsymbol{a}_{O'}} + \cancel{\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}} \times \boldsymbol{r}' + \boldsymbol{\omega} \times (\cancel{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{r}') + 2\boldsymbol{\omega} \cancel{\times} \boldsymbol{v}'$$

Definito un sistema di riferimento inerziale, tutti gli altri in moto rettilineo uniforme rispetto a questo saranno anch'essi inerziali

Esempio di sistema di riferimento inerziale

Un sistema di riferimento solidale alla Terra ruota insieme alla Terra (nel suo moto di rotazione e di rivoluzione) e **non è** un sistema di riferimento inerziale.

Si sceglie come sistema di riferimento inerziale quello con origine nel centro di massa del sistema solare (molto vicino al centro del Sole) e assi orientati verso le «stelle fisse», stelle che si muovono così lentamente da poter essere considerate *fisse* rispetto agli altri oggetti celesti.

Sistemi di riferimento non inerziali

Sistema in moto accelerato o in rotazione (o entrambe le cose) rispetto ad un sistema di riferimento inerziale.

In questo sistema non vale il principio di inerzia e la seconda legge di Newton deve tener conto dell'accelerazione del sistema di riferimento:

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}' + m\boldsymbol{a}_t + m\boldsymbol{a}_C$$
$$\boldsymbol{F} - m\boldsymbol{a}_t - m\boldsymbol{a}_C = m\boldsymbol{a}'$$

La Forza nel sistema di riferimento non inerziale è uguale alla forza vista nel sistema di riferimento inerziale meno le forze apparenti

Sistemi di riferimento <u>non</u> inerziali

- Forze apparenti:

$$\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{app}} = -m\boldsymbol{a}_{\boldsymbol{t}} - m\boldsymbol{a}_{\boldsymbol{C}}$$

$$= \boxed{-m\boldsymbol{a}_{\boldsymbol{O'}}} \boxed{-m\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}\times\boldsymbol{r}'} \boxed{-m\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}')} \boxed{-2m\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{v}'}$$

Diretta in verso opposto all'accelerazione del sistema di riferimento

Direzione tangenziale, presente se la velocità angolare cambia nel tempo

Forza **centrifuga**, direzione radiale e orientata verso l'esterno

Forza di Coriolis

Sistemi di riferimento non inerziali

Sistemi di riferimento <u>non</u> inerziali

Forza di Coriolis:

$$-2m\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}'$$

https://www.youtube.com/watch?v=NfvSJPlVDNg