

Lezione 22

Fisica I – Ingegneria Automazione e Informatica
Università di Napoli "Federico II"
prof. Nicola R. Napolitano

Riepilogo della lezione precedente

- 1) Dilatazione Termica
- 2) Calore e calore specifico
- 3) Cambiamenti di stato
- 4) gas perfetti

In questa lezione

- 1) teoria cinetica dei gas
- 2) I principio della termodinamica

Calore Specifico

La **quantità** di calore necessaria per aumentare la **temperatura** di una data sostanza dipende dalla sostanza

**calore
specifico**

[quantità di calore
per unità di materia
per unità di T]

$$c = \frac{Q}{m\Delta T} \quad \Rightarrow \quad Q = cm\Delta T$$

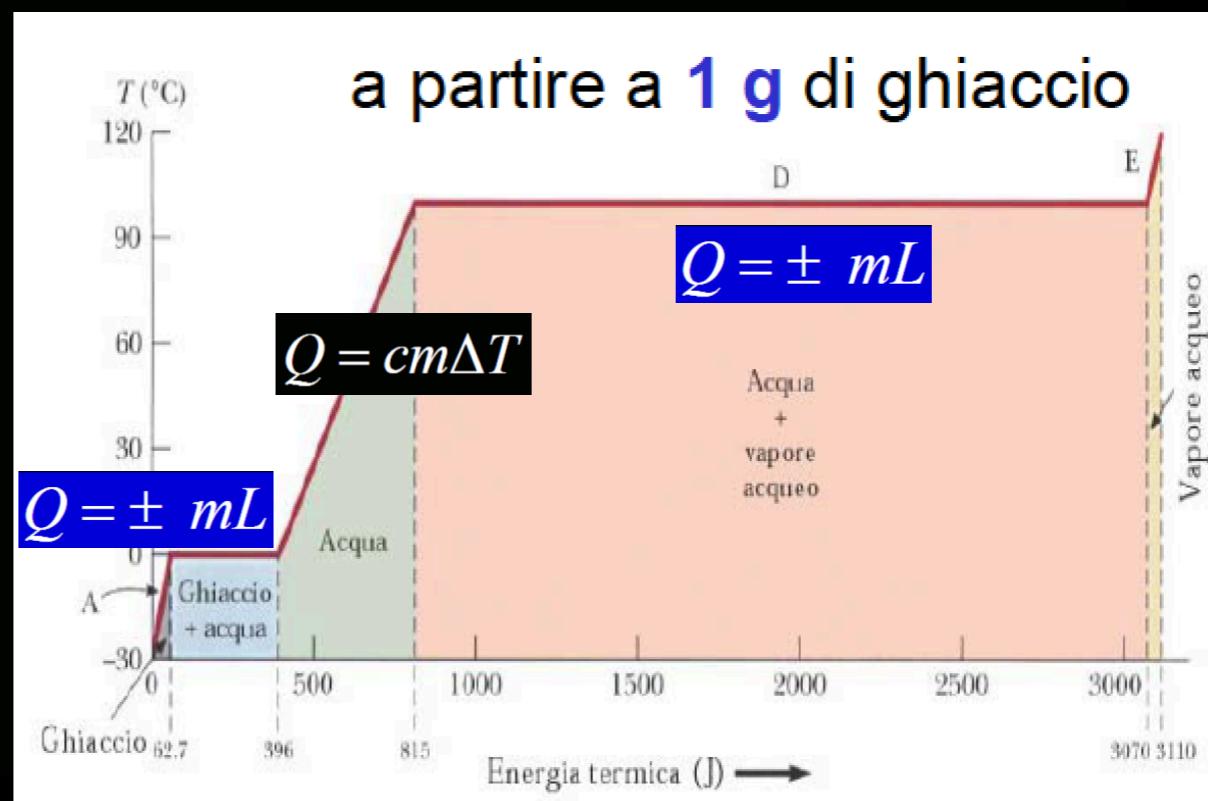
Il valore di **c** dipende dalle condizioni sperimentali soprattutto per i **gas**

[**c_p** = c.s. a **pressione** costante, **c_V** = c.s. a **volume** costante]

Calore Latente e Cambio di Fase

non sempre l'**energia** assorbita/ceduta da un corpo corrisponde ad una variazione di **temperatura**

cambio di fase:
energia trasferita
modifica struttura
della sostanza
solido \leftrightarrow liquido
liquido \leftrightarrow gas



La quantità di energia scambiata (sotto forma di calore) durante lo svolgimento di una transizione di fase (o "passaggio di stato") è detto **calore latente**. Si misura in Joule/kg

**calore necessario
per cambio di fase**

$$Q = \pm mL$$

L = calore latente
[di fusione, di evaporazione]

Alcuni valori di calore latente

Sostanza	Fusione		Evaporazione	
	Punto di fusione (K)	Calore latente di fusione L_F (kJ/kg)	Punto di ebollizione (K)	Calore latente di evaporazione L_V (kJ/kg)
Idrogeno	14.0	58.0	20.3	455
Ossigeno	54.8	13.9	90.2	213
Mercurio	234	11.4	630	296
Acqua	273	333	373	2256
Piombo	601	23.2	2017	858
Argento	1235	105	2323	2336
Rame	1356	207	2868	4730



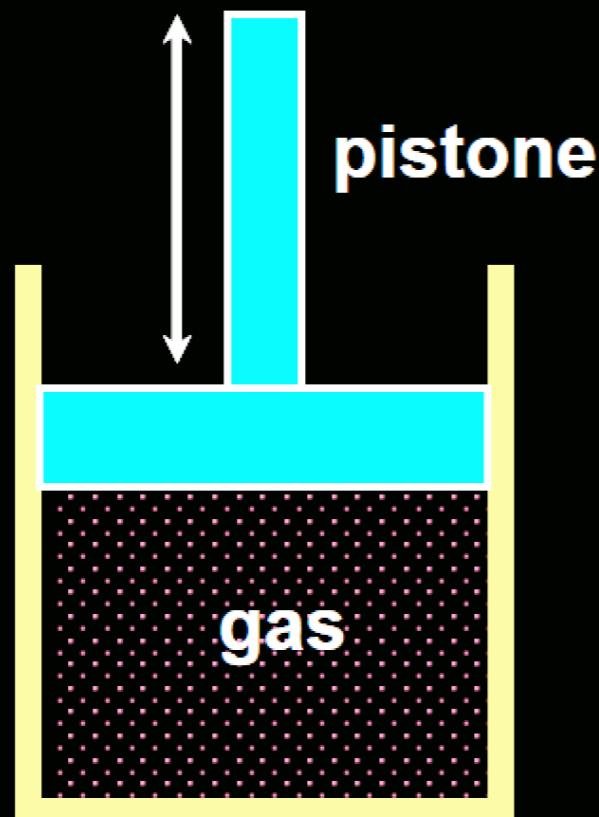
Gas Perfetti

[gas ideali]

gas perfetto:
[ideale]

- ▶ gas a **bassa** densità
- ▶ moto **casuale** di atomi o molecole
- ▶ trascurare forze a distanza

N.B. molti gas a T ambiente e p atmosferica sono gas perfetti



massa	m
volume	V
pressione	p
temperatura	T

l' **equazione di stato** mette in
relazione queste grandezze
[molto complicata]

Dall' **evidenza sperimentale** si può quindi ricavare
l' **equazione di stato** dei **gas perfetti**

$$p \propto n \frac{T}{V}$$

$$pV = nRT$$

Importante

$$PV = nRT = n \frac{R}{N_A} N_A T = N k_B T$$

$$R = 8.31 \text{ J/(mole}\cdot\text{K}^\circ)$$

$$N_A = 6.02 \times 10^{23}$$

$$N = n N_A$$

$$k_B = R/N_A = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}^\circ$$

costante universale dei gas

numero di Avogadro

numero di molecole presenti

costante di Boltzmann

Attenzione:

- ✗ è una legge sperimentale **approssimata**
- ✗ non tiene conto **volume finito** del gas
[suppone molecole puntiformi di volume nullo]
- ✗ non tiene conto **forze** tra le molecole del gas
- ✗ vale solo per **gas rarefatti**, a temperatura molto lontana da zero assoluto e per volumi macroscopici
- ✗ vale per sistema **omogeneo** all' **equilibrio termico**
[ove posso definire p, V, T, n ...]

esempio: non posso applicarla nel riscaldamento di una pentola d'acqua [vortici, temperature diverse ...]

sperimentalmente si trova
equazione di stato molto semplice per gas perfetti

$$pV = nRT$$

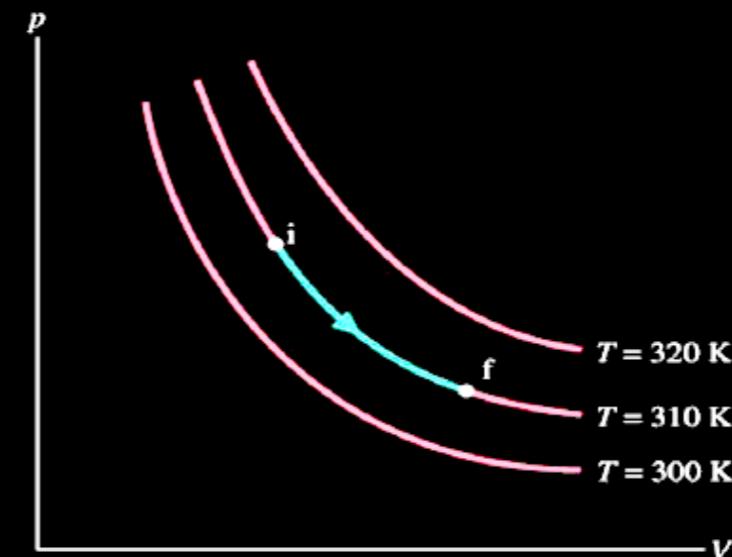
n = numero di moli = M_{camp}/M [M=massa molare o grammomolecola]

$R = 8.31 \text{ J/(mole}\cdot\text{K)}$ costante universale dei gas

Equazione dei Gas Perfetti

$$pV = nRT$$

mostro graficamente
equazione di stato
gas perfetti
mettendo
pressione in ordinata
volume in ascissa



ciascuna curve mette in relazione volume e pressione
a temperatura costante (**curva isoterna**)

a partire da equazione di stato dei gas perfetti
si ricavano altre leggi comuni dei gas

Legge di Boyle

a temperatura costante

il prodotto del volume di una massa m di gas
per la pressione risulta costante

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

Legge di Gay-Lussac

a pressione costante

il rapporto del volume di una massa m di gas
per la temperatura (in Kelvin) risulta costante

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Legge di Dalton

in una **miscela di gas** la pressione totale è uguale alla somma delle pressioni parziali dei suoi gas componenti

$$\begin{aligned} p_{Tot} &= p_1 + p_2 + p_3 + \dots \\ &= n_1 \frac{RT}{V} + n_2 \frac{RT}{V} + n_3 \frac{RT}{V} + \dots \\ &= (n_1 + n_2 + n_3 + \dots) \frac{RT}{V} \end{aligned}$$

Nota: in una miscela di gas, per definizione, la temperatura deve essere la stessa per tutti i gas

Teoria Cinetica dei Gas

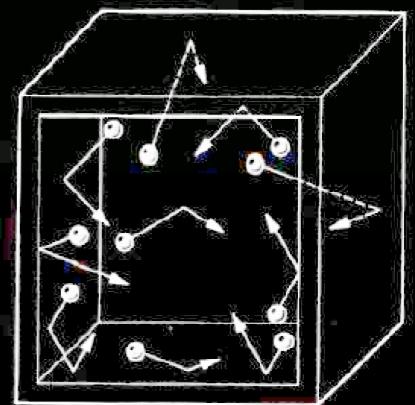
le grandezze **macroscopiche** **p, V, n, T**
possono essere comprese su base **microscopica**
[ossia studiando le **proprietà atomiche/molecolari**]

Modello molecolare per Pressione

pressione di un gas sulle pareti
è conseguenza degli **urti** atomi/molecole sulle pareti

ipotesi modello

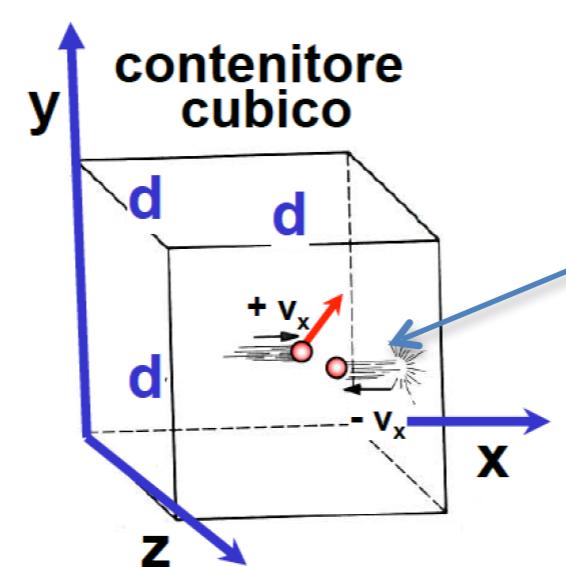
- ✗ **volume gas trascurabile**
rispetto al contenitore
[grande distanza fra molecole]
- ✗ molecole seguono **leggi di Newton**
pur muovendosi a caso
[in tutte le direzioni, con ogni velocità]
- ✗ **trascuro urti reciproci** fra molecole
- ✗ **forze fra molecole trascurabili**
[eccetto urti]
- ✗ **gas puro**



moto in UNA dimensione

considero **una molecola**:

- ✖ massa **m**
- ✖ velocità **v_x** su asse **X**
- ✖ urto **elastico** su parete



NB: essendo l'urto elastico si conserva l'en. cinetica per cui la $v_f^2 = v_i^2$ da cui si ricava che nell'urto sulla parete $v_f = -v_i = -v_x$

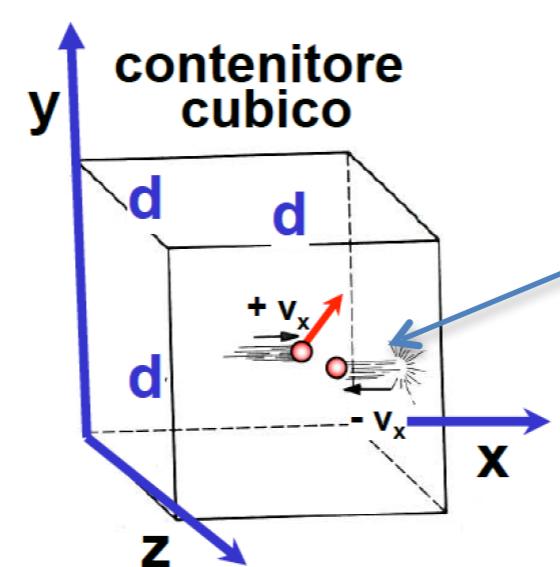
moto in UNA dimensione

considero **una molecola**:

- ✖ massa **m**
- ✖ velocità **v_x** su asse **X**
- ✖ urto **elastico** su parete

variazione
quantità di moto

$$\begin{aligned}\Delta p_x &= mv_f - mv_i \\ &= -mv_x - (mv_x) \\ &= -2mv_x\end{aligned}$$



NB: essendo l'urto elastico si conserva l'en. cinetica per cui la $v_f^2 = v_i^2$ da cui si ricava che nell'urto sulla parete $v_f = -v_i = -v_x$

moto in UNA dimensione

considero **una molecola**:

- ✗ massa **m**
- ✗ velocità **v_x** su asse **X**
- ✗ urto **elastico** su parete

variazione
quantità di moto

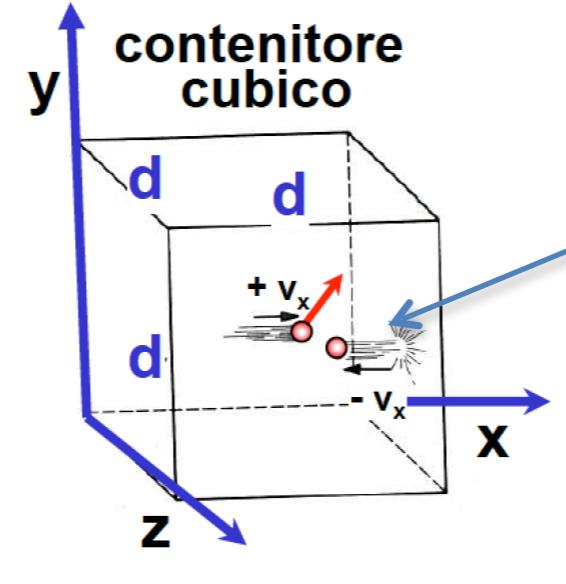
$$\begin{aligned}\Delta p_x &= mv_f - mv_i \\ &= -mv_x - (mv_x) \quad \Rightarrow \quad F_1 \Delta t = \Delta p_x = -2mv_x \quad \Rightarrow \\ &= -2mv_x\end{aligned}$$

**teorema
dell'impulso**

dove

$$\Delta t = \frac{2d}{v_x}$$

intervallo di tempo
fra due urti
[stessa parete]
[stessa particella]



NB: essendo l'urto elastico si conserva l'en. cinetica per cui la $v_f^2 = v_i^2$ da cui si ricava che nell'urto sulla parete $v_f = -v_i = -v_x$

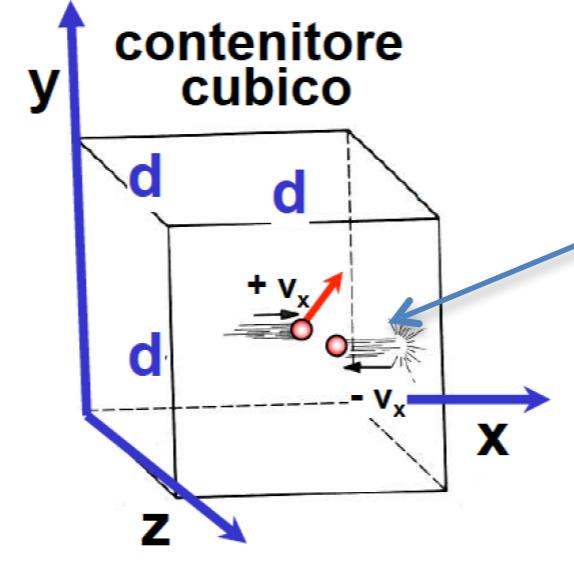
moto in UNA dimensione

considero **una molecola**:

- ✖ massa **m**
- ✖ velocità **v_x** su asse **X**
- ✖ urto **elastico** su parete

variazione
quantità di moto

$$\begin{aligned}\Delta p_x &= mv_f - mv_i \\ &= -mv_x - (mv_x) \quad \Rightarrow \quad F_1 \Delta t = \Delta p_x = -2mv_x \\ &= -2mv_x\end{aligned}$$



NB: essendo l'urto elastico si conserva l'en. cinetica per cui la $v_f^2 = v_i^2$ da cui si ricava che nell'urto sulla parete $v_f = -v_i = -v_x$

teorema dell'impulso

$$F_1 \Delta t = \Delta p_x = -2mv_x$$

dove

$$\Delta t = \frac{2d}{v_x}$$

intervallo di tempo
fra due urti
[stessa parete]
[stessa particella]

forza da **parete**
su molecola

$$F_1 = \frac{-2mv_x}{\Delta t} = \frac{-2mv_x^2}{2d} = \frac{-mv_x^2}{d}$$

forza da **molecola**
su parete
[terza legge di Newton]

$$F_{1, \text{su parete}} = -F_1 = \frac{mv_x^2}{d}$$

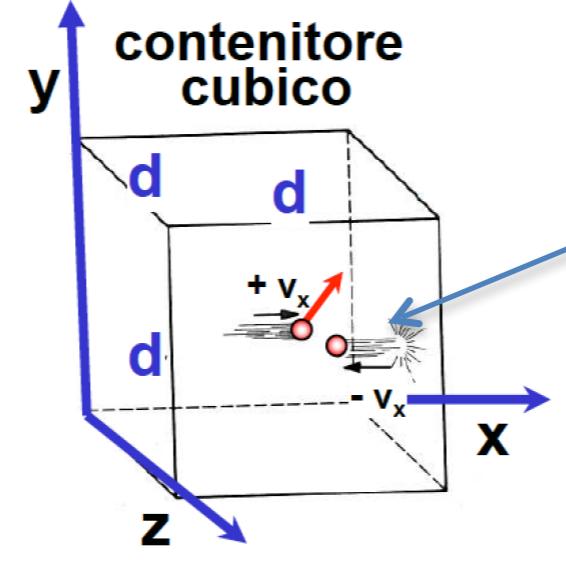
moto in UNA dimensione

considero **una molecola**:

- ✖ massa **m**
- ✖ velocità **v_x** su asse **X**
- ✖ urto **elastico** su parete

variazione
quantità di moto

$$\begin{aligned}\Delta p_x &= mv_f - mv_i \\ &= -mv_x - (mv_x) \quad \Rightarrow \quad F_1 \Delta t = \Delta p_x = -2mv_x \\ &= -2mv_x\end{aligned}$$



NB: essendo l'urto elastico si conserva l'en. cinetica per cui la $v_f^2 = v_i^2$ da cui si ricava che nell'urto sulla parete $v_f = -v_i = -v_x$

teorema dell'impulso

$$F_1 \Delta t = \Delta p_x = -2mv_x$$

dove

$$\Delta t = \frac{2d}{v_x}$$

intervallo di tempo
fra due urti
[stessa parete]
[stessa particella]

forza da **parete**
su molecola

$$F_1 = \frac{-2mv_x}{\Delta t} = \frac{-2mv_x^2}{2d} = \frac{-mv_x^2}{d}$$

forza da **molecola**
su parete
[terza legge di Newton]

$$F_{1, \text{su parete}} = -F_1 = \frac{mv_x^2}{d}$$

forza **totale**
su parete
[da **N molecole**]

$$F = \frac{m}{d} (v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \dots + v_{Nx}^2)$$

$$\bar{v}_x^2 = \frac{v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \dots + v_{Nx}^2}{N} \quad \Rightarrow \quad$$

$$F = \frac{m}{d} N \bar{v}_x^2$$

moto in TRE dimensioni

considero componenti v_x, v_y, v_z

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \quad \text{teorema di Pitagora}$$

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} \quad \text{valori medi}$$

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} \quad \text{moto casuale}$$

$$\overline{v^2} = 3\overline{v_x^2}$$

forza totale
su parete

$$F = \frac{N}{3} \left(\frac{m \overline{v^2}}{d} \right)$$

pressione
su parete

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F}{d^2} = \frac{1}{3} \left(\frac{N m \overline{v^2}}{d^3} \right) = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \left(m \overline{v^2} \right)$$

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right) = \frac{2}{3} \frac{N}{V} K$$

la **pressione** è proporzionale a

✗ N/V [numero di molecole per unità di volume]

✗ $K = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$ [energia cinetica media]

**ho trovato un collegamento
mondo macroscopico – mondo microscopico !!**

Modello molecolare per Temperatura

cerco interpretazione **microscopica**
di **temperatura**

pressione · volume
in un gas $pV = \frac{2}{3}N\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right)$ 

equazione di stato
gas perfetti $pV = Nk_B T$ 

$T = \frac{2}{3k_B}\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right)$

temperatura: misura diretta di **energia cinetica**
traslazionale media delle molecole

$$K = \frac{1}{2} m \bar{v^2} = \frac{3}{2} k_B T$$

energia **cinetica**
[non dipende da m !!]

$$\bar{v_x^2} = \bar{v_y^2} = \bar{v_z^2} = \frac{1}{3} \bar{v^2}$$

moto **casuale**

$$\frac{1}{2} m \bar{v_x^2} = \frac{1}{2} m \bar{v_y^2} = \frac{1}{2} m \bar{v_z^2} = \frac{1}{2} k_B T$$

ogni **grado di libertà**
traslazionale acquista
uguale energia $1/2 k_B T$

Teorema di equipartizione energia:
*energia di un sistema in equilibrio termico
è ripartita ugualmente fra tutti i gradi di libertà*

**energia cinetica totale
per N molecole**

$$K_{tot} = N \left(\frac{1}{2} m \bar{v^2} \right)$$

$$= \frac{3}{2} N k_B T = \frac{3}{2} N \frac{R}{N_A} T$$
$$= \frac{3}{2} n R T$$

*energia cinetica totale è proporzionale a
temperatura assoluta del sistema*

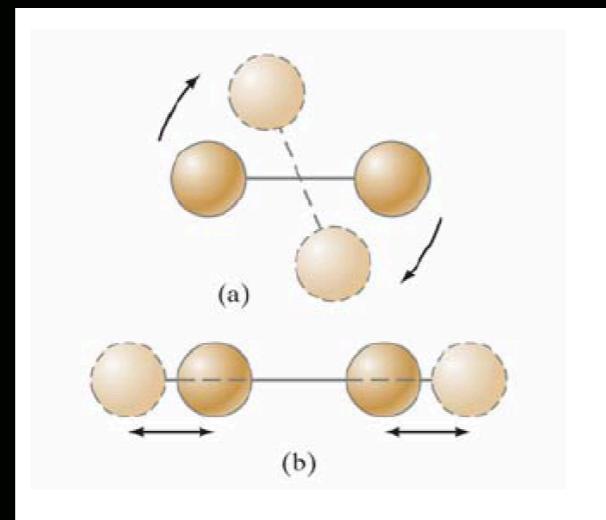
gas monoatomico:

ha solo energia cinetica traslazionale

$$E_{int} = K = \frac{3}{2} n R T$$

per gas formati da **molecole con più atomi** bisogna considerare

per gas formati da **molecole con più atomi** bisogna considerare

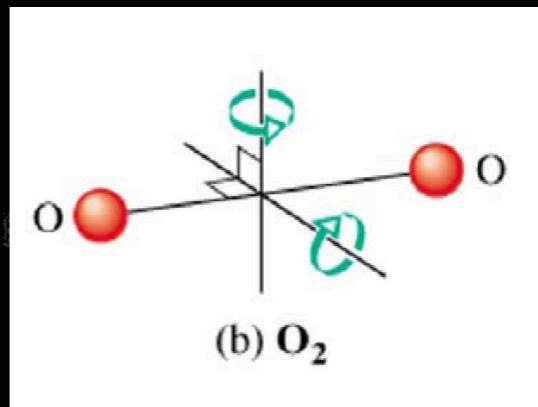


energia **rotazionale**

energia **vibrazionale**

gas ideale **biatomico**: si considera solo rotazione attorno ai due assi perpendicolari congiungente atomi

$$\begin{aligned} E_{\text{int}} &= K + E_{\text{rot}} \\ &= N \left[\frac{3}{2} k_B T + 2 \left(\frac{1}{2} k_B T \right) \right] \\ &= N \frac{5}{2} k_B T = \frac{5}{2} nRT \end{aligned}$$



dipende solo da T !!!

applicazioni

1. aumento pressione **p** in un contenitore aumentando **N/V** [numero molecole per unità di volume]
2. aumento pressione **p** in un contenitore aumentando **T** [temperatura]

pneumatico

immettendo **aria** nel pneumatico
aumento numero molecole di gas
e forza da esse esercitata contro le pareti
[causata da **urti** tra molecole e pareti]



$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} K$$
$$K = \frac{3}{2} k_B T$$



scaldando il pneumatico
la pressione aumenta:
energia cinetica aumenta
con la temperatura

[**N.B.** dopo un lungo viaggio
la pressione è aumentata a causa del
surriscaldamento del pneumatico]

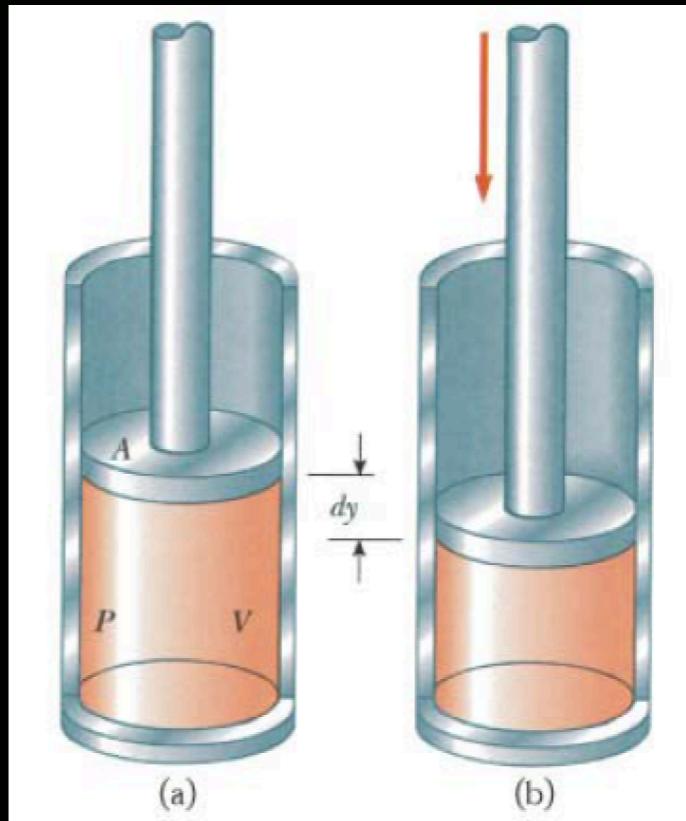
N.B. pressione tipica pneumatici: 2.2 -2.4 atm
si misura differenza di pressione fra pneumatico
ed ambiente esterno

Trasformazioni Termodinamiche

[sistema di riferimento: gas perfetto]

Apparato sperimentale:

- ✖ recipiente isolato termicamente
- ✖ n moli gas perfetto monoatomico
- ✖ pistone [per regolare p]
- ✖ termometro [misuro T in K]
- ✖ sistema di riscaldamento



ogni **trasformazione termodinamica** effettuata dal/sul gas
è rappresentabile nel **piano p-V** o di Clapeyron

lavoro fatto dal gas

W>0 lavoro fatto **dal** gas verso l'esterno

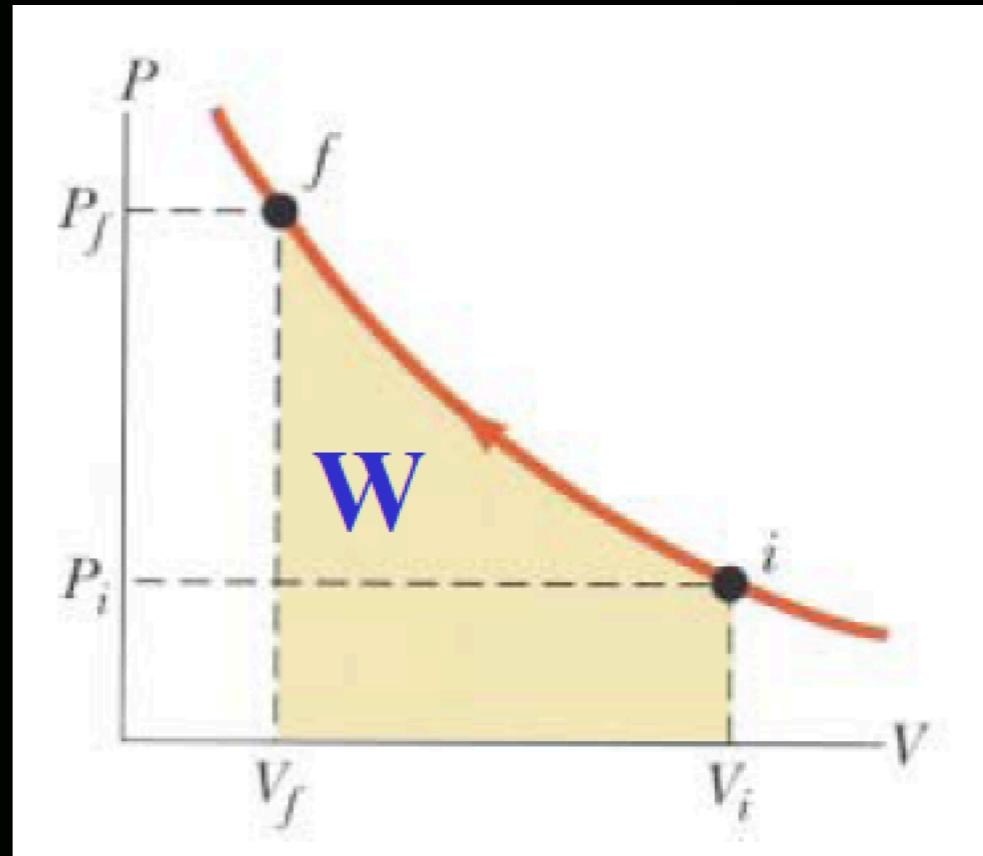
W<0 lavoro fatto **sul** gas dall'esterno

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_j \cdot dyj \\ = F dy = pAdy = pdV$$

$$W = \int_{V_i}^{V_f} pdV$$

area sottesa dalla curva
nel diagramma **p-V**

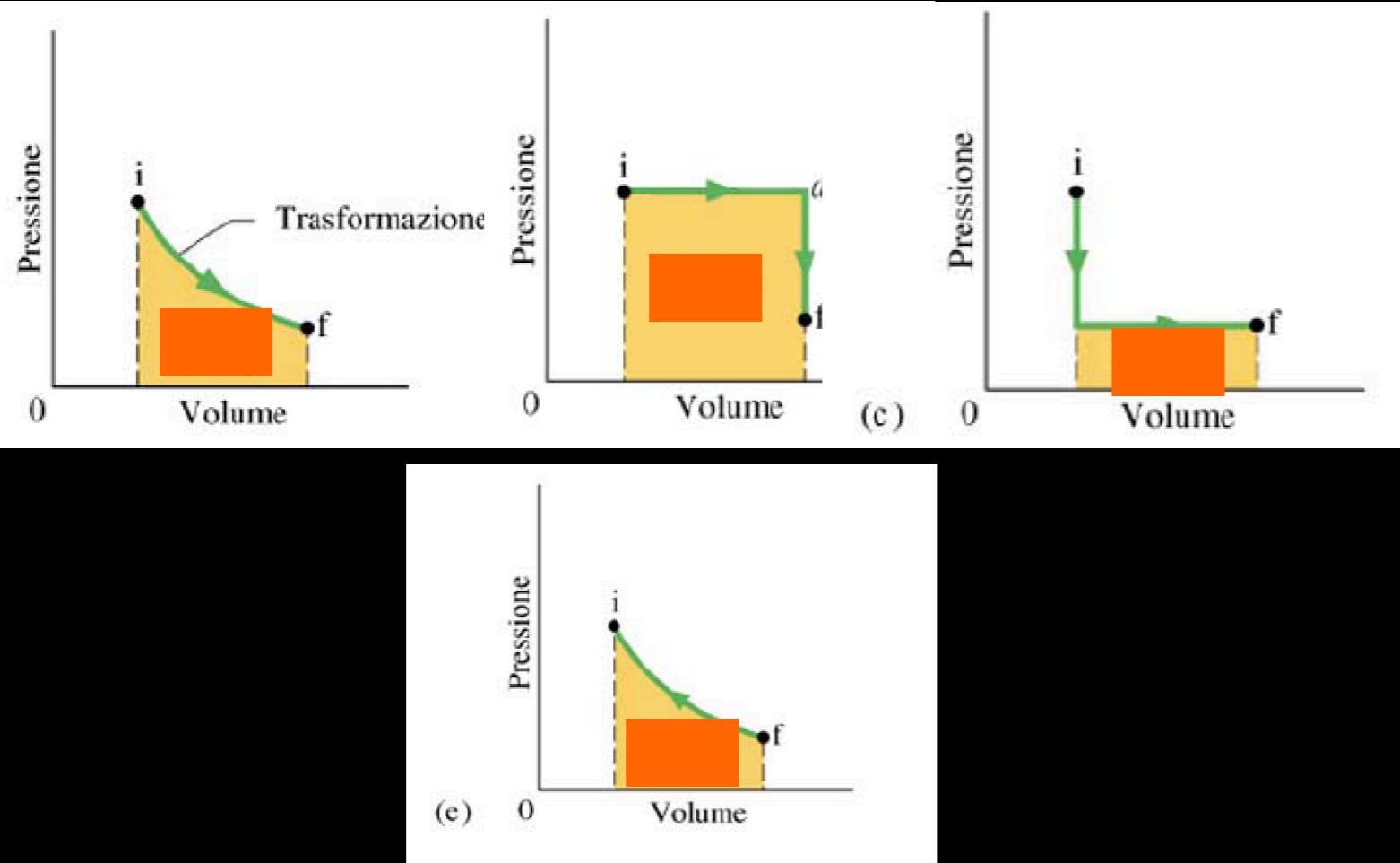
devo conoscere come varia **p**
durante la trasformazione



Attenzione ai segni nel calcolo del lavoro!!!

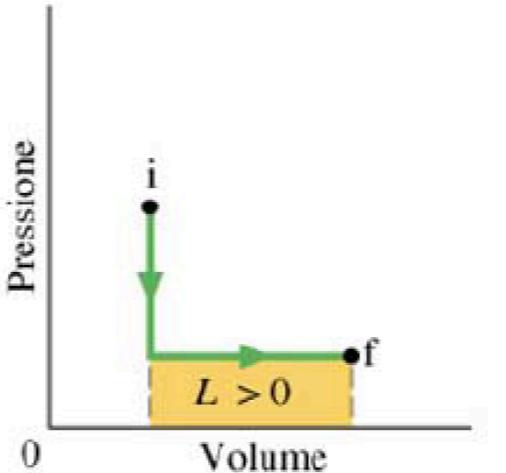
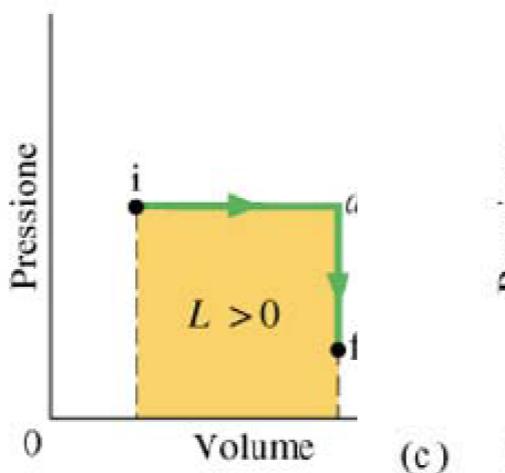
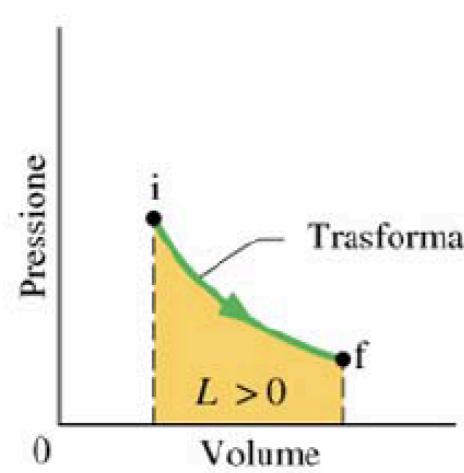
considero una trasformazione da **i** ad **f**

area sottesa = lavoro compiuto dal sistema

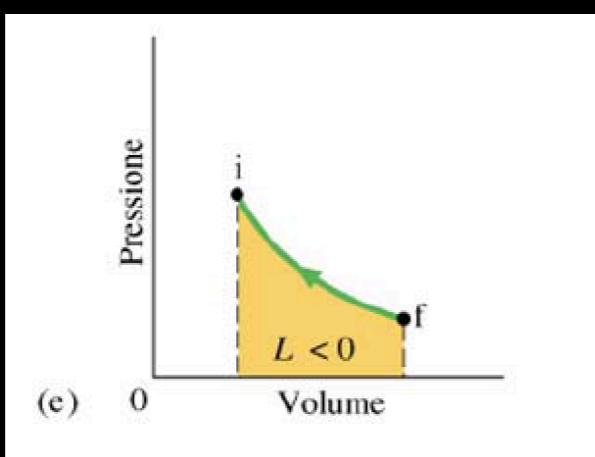


Attenzione ai segni nel calcolo del lavoro!!!

considero una trasformazione da **i** ad **f**
area sottesa = lavoro compiuto dal sistema

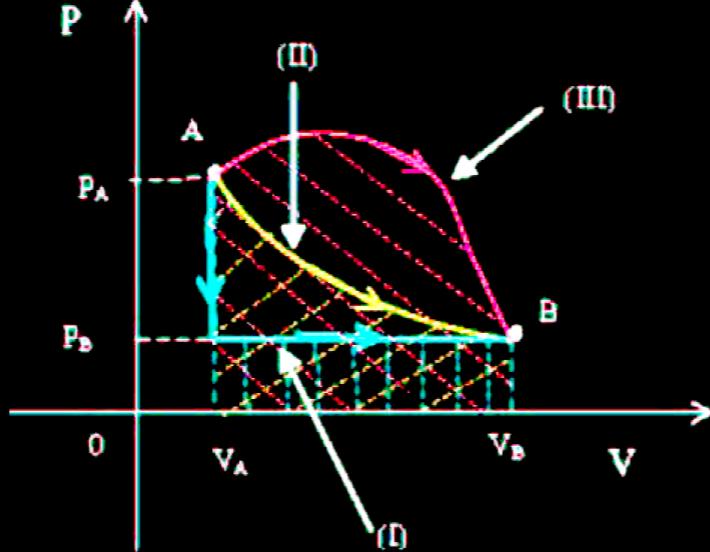


il lavoro W è positivo
gas si espande
aumenta il volume spingendo il pistone
[gas compie lavoro]



il lavoro W è negativo
gas è compresso
pistone diminuisce il volume
[pistone compie lavoro]

il **lavoro** svolto **da/sul** gas
dipende dal **percorso**

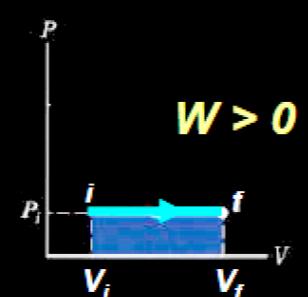
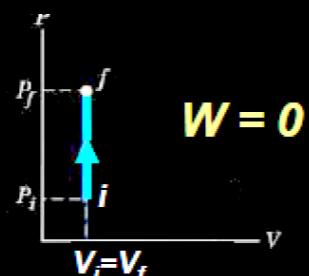


► riscaldamento a **volume costante**
[tengo fisso il pistone]

$$p = \frac{nR}{V} T \quad \text{se } T \text{ aumenta} \\ p \text{ aumenta}$$

► espansione a **pressione costante**
[mantengo pressione su pistone costante]

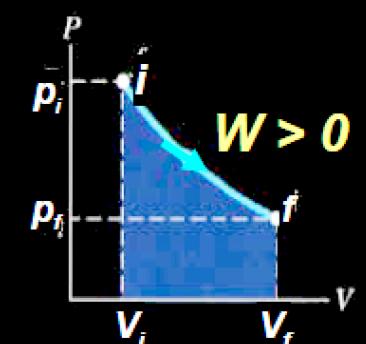
$$W = \int_{V_i}^{V_f} p \cdot dV = p \int_{V_i}^{V_f} dV = p(V_f - V_i) > 0$$



► espansione **isoterma**
[mantengo temperatura costante con termostato]

$$p = nRT \cdot \frac{1}{V} \quad pV = \text{costante}$$

$$W = \int_{V_i}^{V_f} p \cdot dV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i} > 0$$



ANCHE il **calore Q assorbito dal gas dipende dal percorso**

Primo Principio della Termodinamica

[generalizzazione conservazione energia meccanica
a sistemi microscopici]

considero come meccanismi di trasferimento d'energia
SOLO calore Q e lavoro W

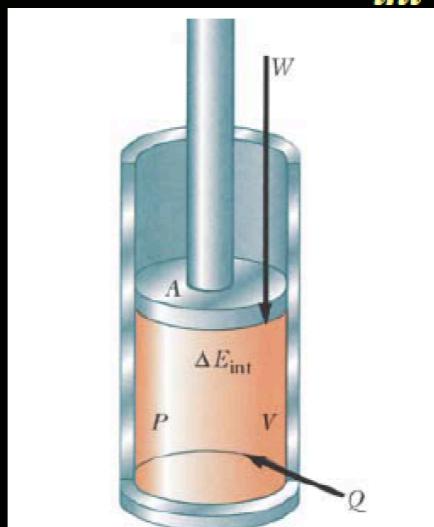
*se un sistema assorbe una quantità di calore Q e
comple una quantità di lavoro W*

*l' **energia interna** del sistema varia di una quantità ΔE_{int}*

$$\Delta E_{int} = Q - W$$

per trasformazioni **infinitesime**

$$dE_{int} = dQ - dW$$



N.B. sebbene **Q** e **W** dipendano dal **percorso**
(Q-W) **NON** dipende dal percorso,
quindi deve essere legata a cambiamento di
proprietà intrinseca del sistema (**energia interna**)

⇒ **misurati o calcolati Q e W in una trasformazione**
trovo ΔE_{int} con il primo principio

Attenzione ai segni !!!

se **W** = lavoro fatto **sul** gas

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W$$

se **W** = lavoro fatto **dal** gas

$$\Delta E_{\text{int}} = Q - W$$

applicazioni I Principio

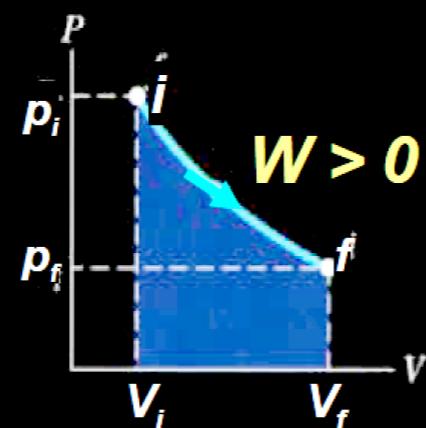
- trasformazioni **isoterme** $[T = \text{costante}]$
- trasformazioni **isocore** $[V = \text{costante}]$
- trasformazioni **isobare** $[p = \text{costante}]$
- trasformazioni **adiabatiche** $[Q = 0]$
- trasformazioni **cicliche** $[\text{stato}_{\text{iniziale}} = \text{stato}_{\text{finale}}]$

trasformazioni isoterme

$$\Delta E_{\text{int}} = 0$$

energia interna
dipende solo da **T**

$$Q = W = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$



processo in parte utilizzato da
macchine termiche:

trasformo energia microscopica (**calore**)
in energia macroscopica (**lavoro meccanico**)

NON ho aumento di **T** perché energia **Q** che viene **assorbita**
viene **spesa** dal gas in **lavoro**



trasformazioni a volume costante [isocore]

mantengo il **volume costante**

$$W = 0 \Rightarrow \Delta E_{\text{int}} = Q$$

- se $Q > 0$ [gas assorbe energia] $\Delta E_{\text{int}} > 0$ temperatura aumenta
- se $Q < 0$ [gas cede energia] $\Delta E_{\text{int}} < 0$ temperatura diminuisce



utilizzo espressione **energia interna**

$$\Delta E_{\text{int}} = \frac{3}{2} nR \Delta T$$

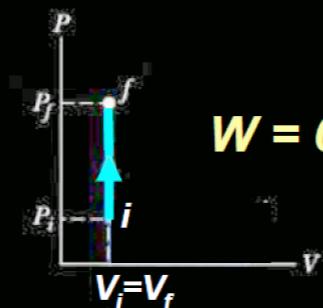
$$\frac{3}{2} nR \Delta T = nc_v \Delta T$$



calore specifico
a volume costante

$$c_v = \frac{3}{2} R$$

gas-monoatomico



$$\Delta E_{\text{int}} = \frac{3}{2} nRT = nc_v \Delta T$$

sempre vera !!!

esempio:

lattina di spray su fonte di calore

V = costante

Q > 0

ΔE_{int} > 0

aumenta **temperatura**
aumenta **pressione**

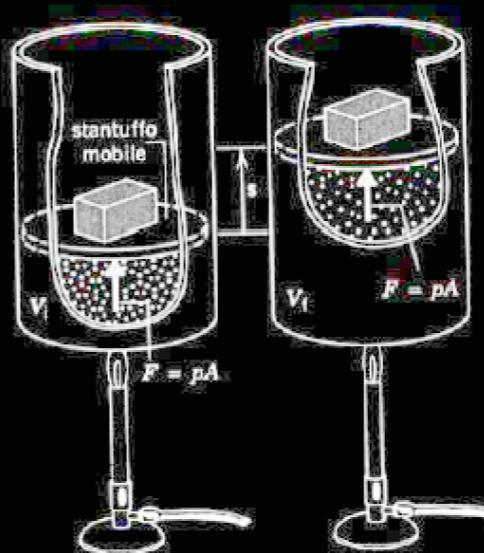
lattina esplode !

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} K$$

$$K = \frac{3}{2} k_B T$$

trasformazioni a pressione costante [isobare]

$$\Delta E_{\text{int}} = Q - W$$
$$= c_p n \Delta T - p \Delta V$$



pistone
libero di
muoversi

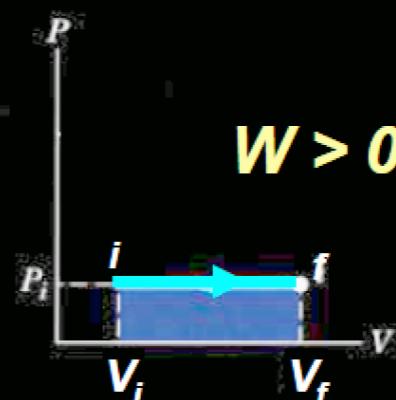
applico **equazione di stato** gas perfetti
e espressione **energia interna**

$$p \Delta V = nR \Delta T$$

$$\Delta E_{\text{int}} = \frac{3}{2} nR \Delta T$$

$$\frac{3}{2} nR \Delta T = c_p n \Delta T - nR \Delta T$$

$$\frac{3}{2} R = c_p - R$$



$$c_P = \frac{5}{2} R$$



$$c_P = c_V + R$$

legge di Mayer

gas monoatomico

N.B. si ottiene sempre $c_P > c_V$

in una trasformazione a **p costante**
parte della energia **Q assorbita** deve essere spesa
in lavoro meccanico

R = c_P - c_V costante universale dei gas acquista significato fisico come differenza di calori specifici

trasformazioni adiabatiche

[sistema **isolato**: **NON** scambio di **calore**]

in ingegneria:

$$Q = 0 \Rightarrow \Delta E_{\text{int}} = -W$$

- ▶ se $W > 0$ [gas compie lavoro: **espansione**] $\Delta E_{\text{int}} < 0$ temperatura diminuisce
- ▶ se $W < 0$ [gas subisce lavoro: **compressione**] $\Delta E_{\text{int}} > 0$ temperatura aumenta

- **espansione** di gas caldi in motori a combustione

- **compressione** nei motori diesel

applico **equazione di stato** gas perfetti

$$pV = nRT$$

$$d(pV) = d(nRT)$$

$$Vdp + pdV = nRdT$$

e espressione **calore specifico**

$$dE_{\text{int}} = nc_V dT = -dW = -pdV$$

$$dT = -\frac{pdV}{nc_V}$$

$$Vdp + pdV = -\frac{R}{c_V} pdV = -\frac{(c_P - c_V)}{c_V} pdV$$

divido ambo i membri per **pV**

$$\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = -\frac{(c_P - c_V)}{c_V} \frac{dV}{V} = \frac{dV}{V} - \frac{c_P}{c_V} \frac{dV}{V} = \frac{dV}{V} - \gamma \frac{dV}{V}$$

$$\frac{dp}{p} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

integro:

$$\ln p + \gamma \ln V = \text{costante}$$

$$pV^\gamma = \text{costante}$$

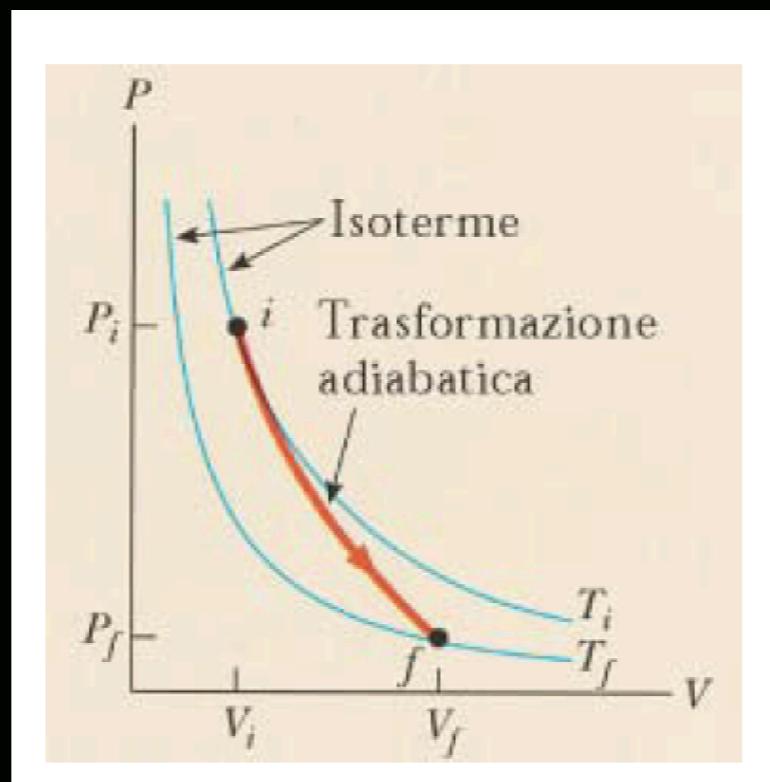
isoterma

$$pV = \text{costante}$$

adiabatica

$$pV^\gamma = \text{costante}$$

$$\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{c_V + R}{c_V} > 1$$



la curva **adiabatica** è più ripida di una **isoterma**

espressione alternativa per adiabatica:

$$p_i(V_i)^\gamma = p_f(V_f)^\gamma \quad i = \text{stato iniziale}$$

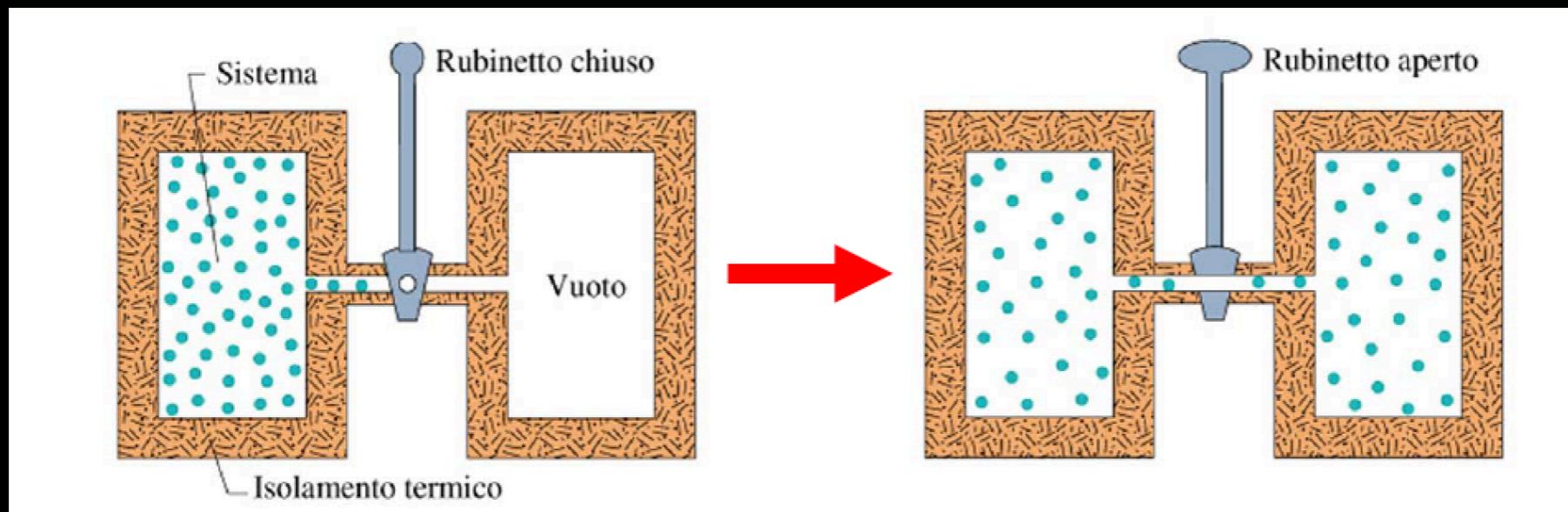
$$T_i(V_i)^{\gamma-1} = T_f(V_f)^{\gamma-1} \quad f = \text{stato finale}$$

ove si è utilizzata **eq. stato** gas perfetti

$$pV = nRT$$

una trasformazione adiabatica particolare: espansione libera di un gas

processo irreversibile



gas imprigionato inizialmente in metà camera doppia isolata
occupa entrambe le parti della camera dopo apertura rubinetto

$Q = 0$ sistema isolato

$W = 0$ nessuno compie lavoro

$$\Delta E_{\text{int}} = 0$$

in gas perfetti:

E_{int} dipende solo da T
quindi **NON** ho variazione di T
in espansione libera adiabatica