FISICA GENERALE I

Dott.ssa Annalisa Allocca

Università degli Studi di Napoli,
Compl. Univ. Monte S.Angelo – Dipartimento di Fisica
Via Cinthia, I-80126, Napoli

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare,
sez. Napoli
Studio: 1G16, Edificio 6
+39-081-676345
annalisa.allocca@unina.it

Organizzazione

- **Sito web:** www.docenti.unina.it/annalisa.allocca
  - La registrazione al sito si può effettuare inserendo numero di matricola e pin oppure tramite SPID per chi non fosse ancora in possesso di matricola
  - Il materiale didattico si trova sulla pagina web

- **Libri di testo adottati:**
  - Mazzoldi, Nigro, Voci «Elementi di Fisica – Meccanica e Termodinamica» Vol. 1 - Edises Napoli
  - Halliday, Resnick, Walker «Fondamenti di Fisica» - Ambrosiana Milano
  - Serway, Jewett «Principi di Fisica» - Edises Napoli

Argomenti di oggi:

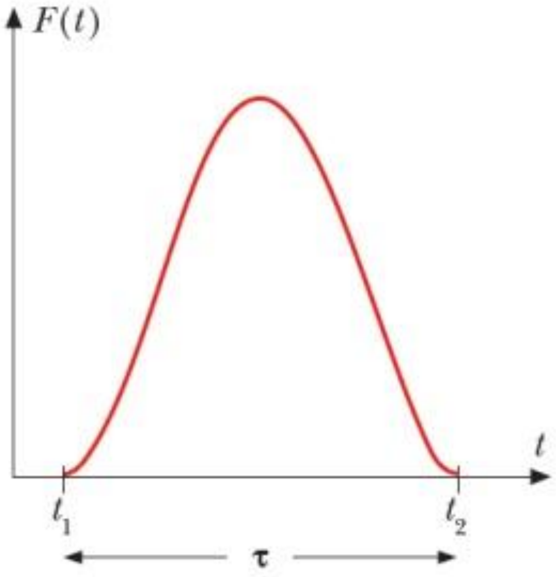
- Dinamica degli urti
- Cenni di teoria della Gravitazione Universale di Newton

Mazzoldi, Nigro, Voci, cap 7,8

Dinamica degli urti

Gli urti

In un *urto* la **forza** esterna applicata ad un corpo è applicata per un **tempo molto breve** rispetto al tempo di osservazione (***forza impulsiva***) e la quantità di moto del corpo colpito varia repentinamente



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Andamento della forza impulsiva nell'intervallo di tempo $\tau = t_2 - t_1$

$$J = \int_{t_1}^{t_2} F(t)dt$$

Quantità di moto – Impulso di una forza

Teorema dell'impulso

Impulso di una forza

$$\vec{\boldsymbol{J}} = \int_{t_0}^{t} \vec{\boldsymbol{F}}\, dt = \int_{\vec{\boldsymbol{p}}_0}^{\vec{\boldsymbol{p}}} d\vec{\boldsymbol{p}} = \vec{\boldsymbol{p}} - \vec{\boldsymbol{p}}_{\mathbf{0}} = \Delta\vec{\boldsymbol{p}}$$

Variazione della quantità di moto

<u>Equazione vettoriale</u>

Unità di misura:

$$[J] = kg \cdot m \cdot s^{-1} = (kg \cdot m \cdot s^{-2}) \cdot s = N \cdot s$$

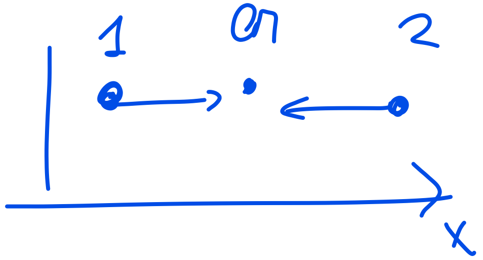
Mazzoldi, Nigro, Voci, par 2.4

Gli urti

Le forze che si manifestano durante l'urto sono **forze interne** al sistema → **conservazione della quantità di moto totale** (la quantità di moto del singolo corpo varia!)

$$\bar{F}^{ex} = m\bar{a}_{cm} = \Delta\bar{p}^{tot}$$

$$\bar{F}^{in} = 0 = \Delta\bar{p}^{tot}$$



$$\bar{p}^{in} = m_1\bar{v}_1^{in} + m_2\bar{v}_2^{in} = m_1\bar{v}_1^{fin} + m_2\bar{v}_2^{fin} = \bar{p}^{fin}$$

$$\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21}$$

$$\bar{p}^{cm} = (m_1 + m_2)\bar{v}_{cm}$$

$$m_1\bar{v}_1^{fin} - m_1\bar{v}_1^{in} = \bar{J}_{21} = \int_{t_1}^{t_2} \bar{F}_{21}(t)\,dt$$

Gli urti

Le forze che si manifestano durante l'urto sono **forze interne** al sistema
→ **conservazione della quantità di moto totale**

Per un sistema di due particelle di massa m_1 e m_2:

$$\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{in}} = m_1\vec{\boldsymbol{v}}_{1,in} + m_2\vec{\boldsymbol{v}}_{2,in} = m_1\vec{\boldsymbol{v}}_{1,fin} + m_2\vec{\boldsymbol{v}}_{2,fin} = \vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{fin}}$$

Per il centro di massa:

$$\vec{\boldsymbol{P}} = (m_1 + m_2)\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{CM}} = \mathbf{costante}$$

↳ nel sistema del cm $\bar{P} = 0$

Gli urti

Quello che varia è la quantità di moto delle singole particelle:

Gli urti

Quello che varia è la quantità di moto delle singole particelle:

$$m_1\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{1,fin}} - m_1\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{1,in}} = \vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{21}} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{21}}(t)dt$$

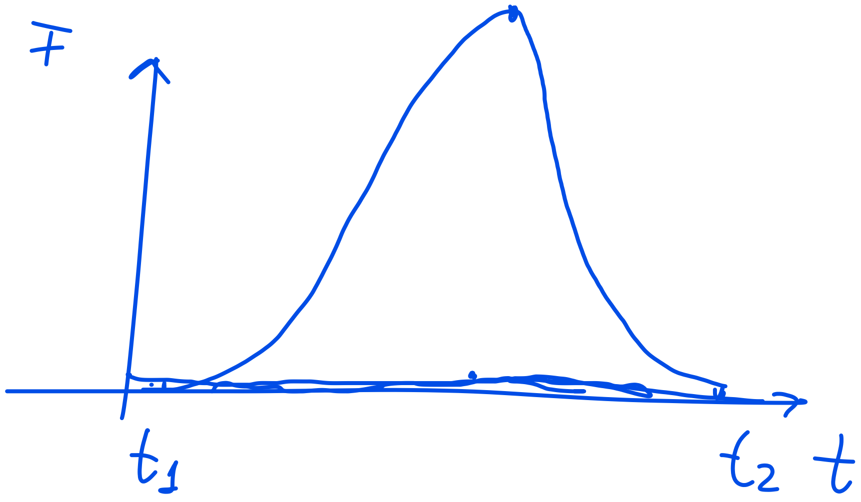
$$m_2\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{2,fin}} - m_2\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{2,in}} = \vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{12}} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{12}}(t)dt$$

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{21}} = -\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{12}} \qquad \vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{21}} = -\vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{12}}$$

Gli urti

La quantità di moto totale si conserva anche in presenza di forze esterne se non sono impulsive, per cui il contributo della variazione della quantità di moto dovuta alle forze esterne è trascurabile:

$$\Delta\vec{\boldsymbol{P}}^{\boldsymbol{ext}} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{\boldsymbol{F}}^{ext}(t)dt = \vec{\boldsymbol{F}}_m^{ext}\tau$$



Solo forze esterne impulsive di intensità paragonabile alla forza implicata nell'urto avrebbe effetto sulla quantità di moto, ma non sono casi che trattiamo

Gli urti

Interazioni tra punti materiali con un'intensità molto grande rispetto alle eventuali forze esterne presenti

- Un urto comporta lo scambio di quantità di moto tra due punti sotto forma di impulsi dovuti alle forze interne tra i punti stessi

- Nell'urto la quantità di moto totale del sistema si conserva

Gli urti – energia meccanica

- Non è noto a priori se le forze interne che si sviluppano negli urti sono conservative, quindi **non possiamo assumere a priori la conservazione dell'energia meccanica**

Gli urti – energia cinetica

- Poiché la posizione dei punti non varia *nell'urto,* si può assumere che non vari l'energia potenziale, quindi possiamo dire che **non possiamo assumere a priori la conservazione dell'energia cinetica**

$$E_k = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_{cm}^2 + E_k'$$

teorema di Koenig

Gli urti

- Poiché la posizione dei punti non varia *nell'urto*, si può assumere che non vari l'energia potenziale, quindi possiamo dire che **non possiamo assumere a priori la conservazione dell'energia cinetica**

Per il II teorema di Koenig:

$$E_k = \boxed{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{CM}^2} + \boxed{E_{k'}}$$

Energia cinetica *rispetto* al centro di massa: può variare in presenza di forze interne non conservative

Energia cinetica del centro di massa → costante nell'urto

Sistema del laboratorio e sistema del centro di massa

- Sistema di riferimento del laboratorio: sistema di riferimento **inerziale** in cui è posto il dispositivo per effettuare la misura dell'urto

- Sistema di riferimento del centro di massa: sistema di riferimento **centrato nel centro di massa** del sistema di particelle con gli assi paralleli a quelli del sistema inerziale

Rosso = sist. cm

quantità di moto nel sist. del cm.

$$\begin{cases} \bar{v}_1^L = \bar{v}_1' + \bar{v}_{cm} \\ \bar{v}_2^L = \bar{v}_2' + \bar{v}_{cm} \end{cases} \Rightarrow 0 = \bar{P}' = m_1 \bar{v}_1^L + m_2 \bar{v}_2^L = m_1(\bar{v}_1' + \bar{v}_{cm}) + m_2(\bar{v}_2' + \bar{v}_{cm})$$

$$= m_1 \bar{v}_1' + m_2 \bar{v}_2' + \cancel{(m_1 + m_2)\bar{v}_{cm}}$$

0

$$m_1 \bar{v}_1' + m_2 \bar{v}_2' = 0 \Rightarrow m_1 \bar{v}_1' = -m_2 \bar{v}_2'$$

Nel sistema di riferimento del centro di massa:

- Quantità di moto totale

- Energia cinetica del centro di massa

$$E'_{k,in} = \frac{1}{2} m_1 v'^2_{1in} + \frac{1}{2} m_2 v'^2_{2in} \neq E'_{k\,fin}$$

Nel sistema di riferimento del centro di massa:

- Quantità di moto totale

$$\vec{\boldsymbol{P}} = m_1\vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{1}} + m_2\vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{2}} = m_1\vec{\boldsymbol{v}}'_{\mathbf{1}} + m_2\vec{\boldsymbol{v}}'_{\mathbf{2}} + (m_1 + m_{\mathbf{2}})\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{CM}} = 0$$
$$\Longrightarrow\ \vec{\boldsymbol{p}}'_{\mathbf{1}} = -\vec{\boldsymbol{p}}'_{\mathbf{2}}$$

- Energia cinetica del centro di massa

In generale, l'energia cinetica non si conserva, a parte un caso particolare

$$E'_{k,in} \neq E'_{k,fin}$$

Gli urti

- **Urto elastico**: si conservano quantità di moto ed energia cinetica del sistema

- **Urto anelastico:** si conserva la quantità di moto ma non l'energia cinetica.

- **Urto completamente anelastico:** si conserva la quantità di moto ma non l'energia cinetica. In particolare, l'energia cinetica rispetto al centro di massa è zero, che equivale a dire che i due corpi restano uniti dopo l'urto. In questo caso la posizione delle due particelle coincide con quella del centro di massa

Urti elastici

- Conservazione di quantità di moto ed energia cinetica (unico caso) → forze interne conservative

$\begin{cases} v_{in} > 0 \\ v_{2in} < 0 \end{cases}$ $\begin{cases} v_{1fin} < 0 \\ v_{2fin} > 0 \end{cases}$ x

Urto centrale: i due corpi si muovono lungo la stessa direzione prima e dopo l'urto

$\bar{P}_{in} = \bar{P}_{fin}$ $\quad E_{K in} = E_{K fin}$

$$\begin{cases} m_1 v_{1in} + m_2 v_{2in} = m_1 v_{1fin} + m_2 v_{2fin} \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1in}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2in}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1fin}^2 + \frac{m_2}{2} v_{2fin}^2 \end{cases}$$

v_{1fin} e v_{2fin} incognite

Urti elastici

- Conservazione di quantità di moto ed energia cinetica (unico caso) → forze interne conservative

Urto centrale: i due corpi si muovono lungo la stessa direzione prima e dopo l'urto

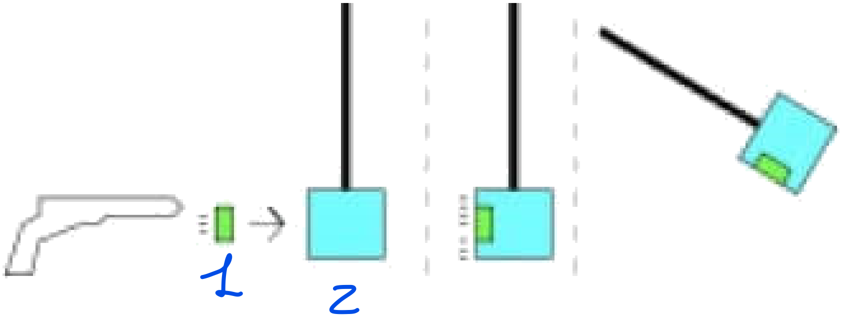
$$v_{1,fin} = \frac{(m_1 - m_2)v_{1,in} + 2m_2v_{2,in}}{m_1 + m_2}$$

$$v_{2,fin} = \frac{(m_2 - m_1)v_{2,in} + 2m_1v_{1,in}}{m_1 + m_2}$$

Urti completamente anelastici

Le due masse restano attaccate dopo l'urto formando un unico corpo di massa $m_1 + m_2$.

Non si conserva l'energia cinetica



$\bar{v}_1 \quad \bar{v}_2 \quad \rightarrow \quad \bar{v}'$

Conserv. quantità di moto

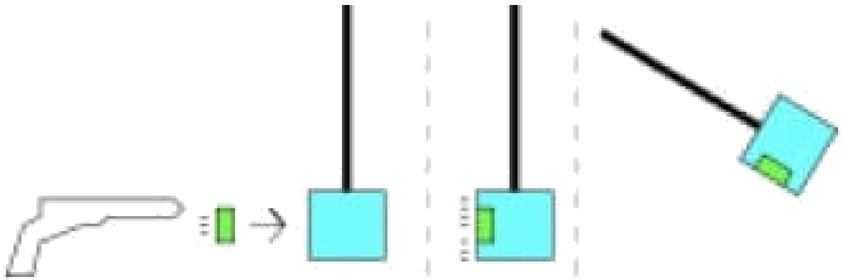
$m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 = (m_1 + m_2)\bar{v}' = (m_1 + m_2)\bar{v}_{cm} \Rightarrow \bar{v}_{cm} = \dfrac{m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2}{m_1 + m_2}$

$\Delta \bar{p}_1 = m_1 \bar{v}_{cm} - m_1 \bar{v}_1$

Urti completamente anelastici

Le due masse restano attaccate dopo l'urto formando un unico corpo di massa $m_1 + m_2$.

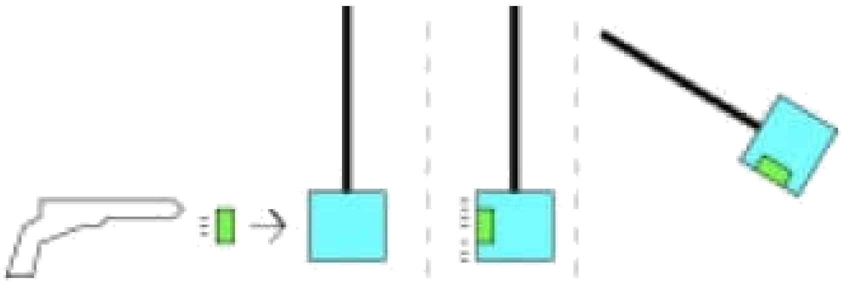
Non si conserva l'energia cinetica



Urti completamente anelastici

Le due masse restano attaccate dopo l'urto formando un unico corpo di massa $m_1 + m_2$.

Non si conserva l'energia cinetica



$$\vec{\boldsymbol{v}}_{CM} = \frac{m_{\mathbf{1}}\vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{1}} + m_{\mathbf{2}}\vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{2}}}{m_1 + m_2}$$

Esempio: il pendolo balistico

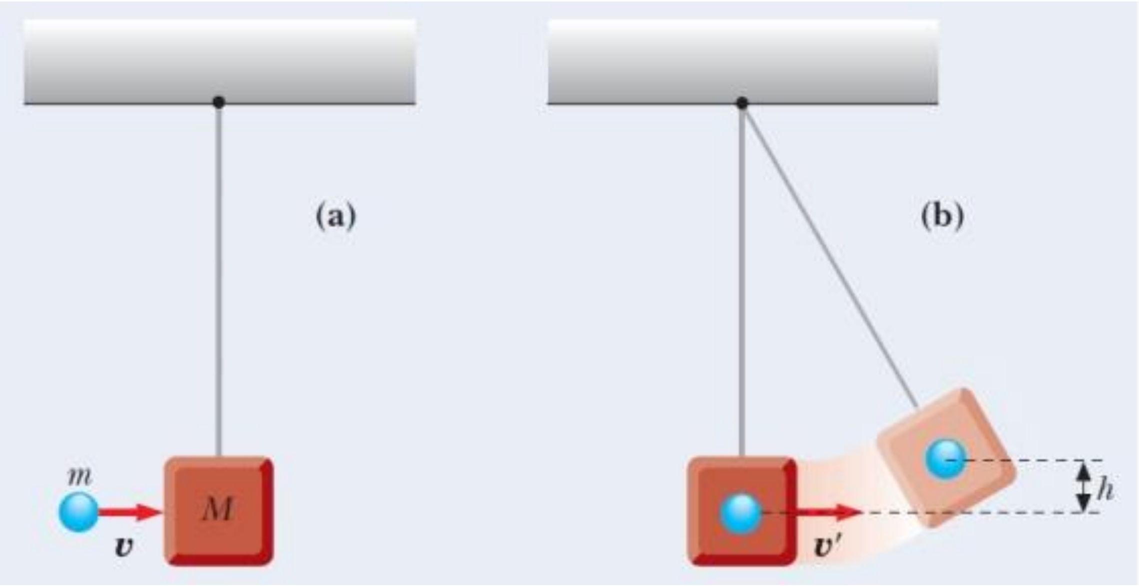
Il pendolo balistico è usato per misurare la velocità dei proiettili e consiste in un blocco di legno di massa M appeso verticalmente. Una pallottola di massa *m*, che viaggia orizzontalmente con velocità $\vec{v}$ urta il pendolo rimanendovi conficcata. Determinare l'altezza massima che raggiunge il pendolo dopo la collisione.

- URTO → cons. quantità di moto

$$m\bar{v} = (m+M)\,\bar{v}_{cm} \Rightarrow \bar{v}_{cm} = \frac{m\bar{v}}{m+M}$$

- DOPO L'URTO

$$\frac{1}{2}(m+M)\,v_{cm}^2 = (m+M)\,g h = \frac{1}{2}\cancel{(m+M)}\,\frac{m^2 v^2}{(m+M)^2}$$

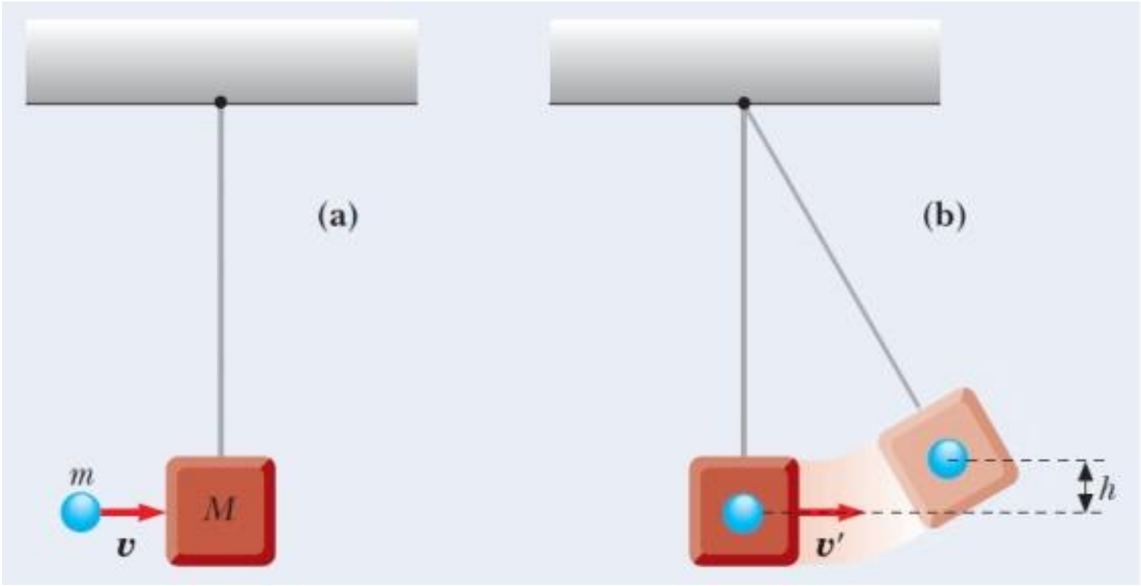


Esempio: il pendolo balistico

Il pendolo balistico è usato per misurare la velocità dei proiettili e consiste in un blocco di legno di massa M appeso verticalmente. Una pallottola di massa *m*, che viaggia orizzontalmente con velocità $\vec{v}$ urta il pendolo rimanendovi conficcata. Determinare l'altezza massima che raggiunge il pendolo dopo la collisione.

$$\frac{1}{2}\frac{m^2v^2}{m+M} = (m+M)gh$$

$$h = \frac{1}{2g}\frac{m^2v^2}{(m+M)^2}$$



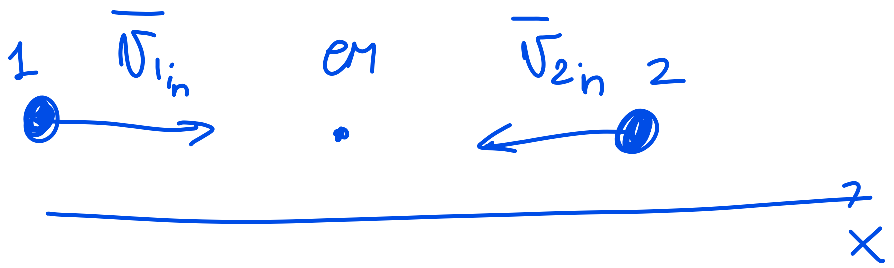
Urti anelastici

- Caso più comune i due corpi tornano a separarsi dopo l'urto, durante il quale si conserva la quantità di moto ma non l'energia cinetica.

- Una frazione dell'energia cinetica viene assorbita dal sistema

- Non tutti i valori di energia cinetica finale sono possibili, ma esiste un valore minimo al di sotto del quale non si può scendere per garantire la conservazione della quantità di moto

Urti anelastici



$$m_1 \bar{v}_1' = -m_2 \bar{v}_2'$$

p'_{1in}

p'_{1fin}

$$\boxed{v'_{1fin} = -e\, v'_{1in}}$$

$$e = -\frac{p'_{1fin}}{p'_{1in}} = -\frac{v'_{1fin}}{v'_{1in}} = -\frac{v'_{2fin}}{v'_{2in}} = -\frac{p'_{2fin}}{p'_{1in}}$$

$$E'_{k\,fin} = \frac{1}{2} m_1 v'^{2}_{1fin} + \frac{1}{2} m_2 v'^{2}_{2fin} = e^2 \left[\frac{1}{2} m_1 v'^{2}_{1in} + \frac{1}{2} m_2 v'^{2}_{2in} \right]$$

Urti anelastici

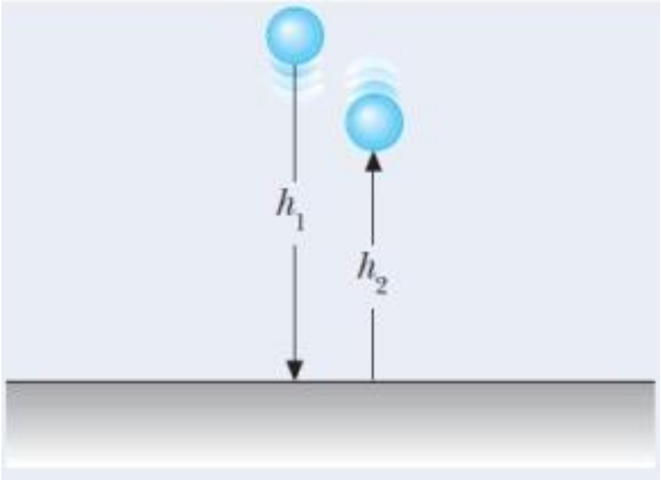
Urti anelastici

Coefficiente di restituzione

$$e = -\frac{p'_{1,fin}}{p'_{1,in}} = -\frac{v'_{1,fin}}{v'_{1,in}} = -\frac{p'_{2,fin}}{p'_{2,in}} = -\frac{v'_{2,fin}}{v'_{2,in}}$$

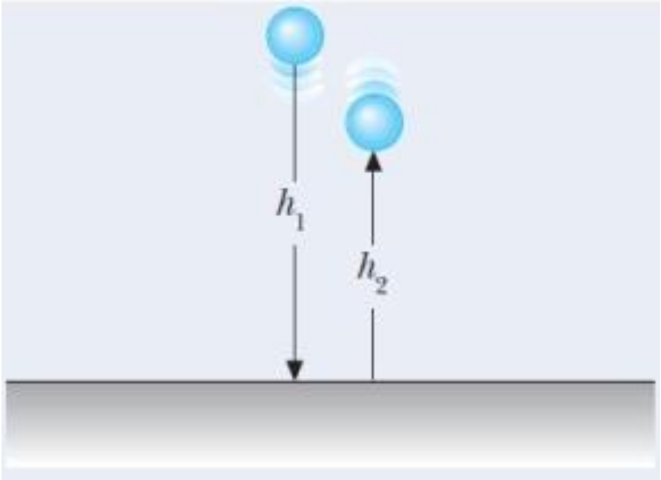
Esempio: un punto materiale che rimbalza sul pavimento

Un punto materiale cade partendo da fermo da un'altezza h_1 su un piano orizzontale, rimbalza e risale all'altezza h_2 minore di h_1.
Calcolare il coefficiente di restituzione.



Esempio: un punto materiale che rimbalza sul pavimento

Un punto materiale cade partendo da fermo da un'altezza $h_1$su un piano orizzontale, rimbalza e risale all'altezza h_2 minore di h_1.
Calcolare il coefficiente di restituzione.



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Urti tra corpi rigidi o tra punti materiali e corpi rigidi

- Se l'urto è elastico si conserva l'energia cinetica

- Se il corpo rigido è vincolato, non si conserva la quantità di moto, perché viene assorbita dal vincolo (la reazione vincolare durante l'urto è di intensità comparabile alle forze interne)

$$\bar{r} \times \bar{F} = 0 = \bar{M} = \frac{d\bar{L}}{dt}$$

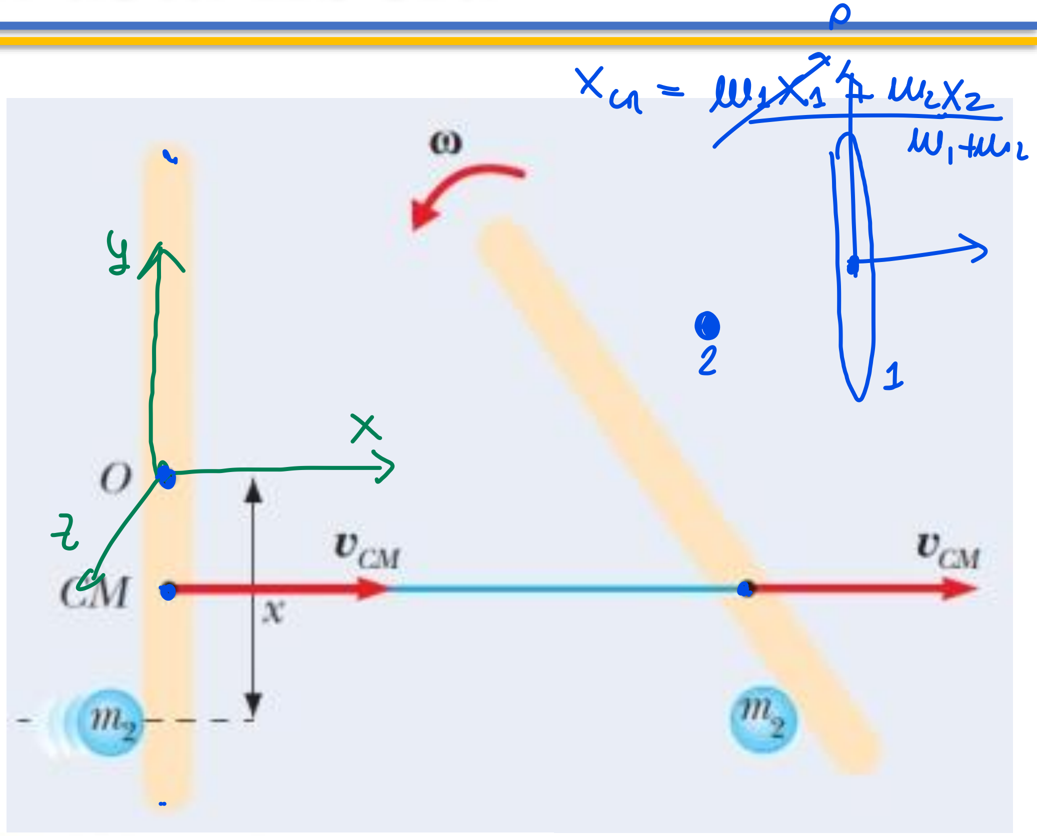
⇩

- Se si sceglie un polo tale che il momento delle forze esterne sia nullo (compreso il momento delle reazioni vincolari), si conserva il momento angolare

- Se agiscono solo forze interne, il momento angolare si conserva sempre

Esempio: urto completamente anelastico tra un punto materiale e un'asta libera

Un'asta di massa m_1 e lunghezza *l* è ferma su un piano orizzontale liscio. Un punto materiale di massa m_2 e velocità $\vec{v}$ perpendicolare all'asta, colpisce l'asta a distanza x dal centro O e vi resta attaccato. Determinare la velocità lineare e quella angolare del sistema.



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

$\bar{p}$ è conservato $\longrightarrow$ $m_2 \bar{v} = (m_1 + m_2)\bar{v}_{cm}$

$\Rightarrow \bar{v}_{cm} = \frac{m_2 \bar{v}}{m_1 + m_2}$

$\bar{L}$ è conservato

$\bar{L} = \bar{I}\,\bar{\omega}$

$\downarrow$

I_{tot}

SISTEMA FINALE

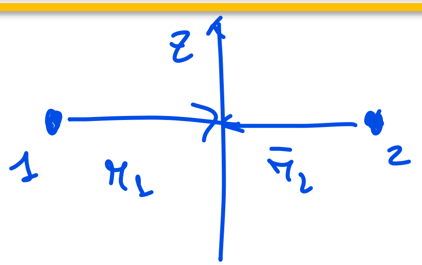
$$x_{cm} = \frac{\cancel{m_1 x_1}^{\,0} + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

lo utilizziamo come polo per il calcolo di $\bar{L}$

Esempio: urto completamente anelastico tra un punto materiale e un'asta libera

$\vec{L}$ si conserva

$$\vec{L} = \vec{d} \times m_2 \vec{v} = I\vec{\omega}$$



$$m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$

$$L_{in} = m_2 v d = \underbrace{m_2 v (x - x_{cm})} = I_{in}\omega_{in}$$

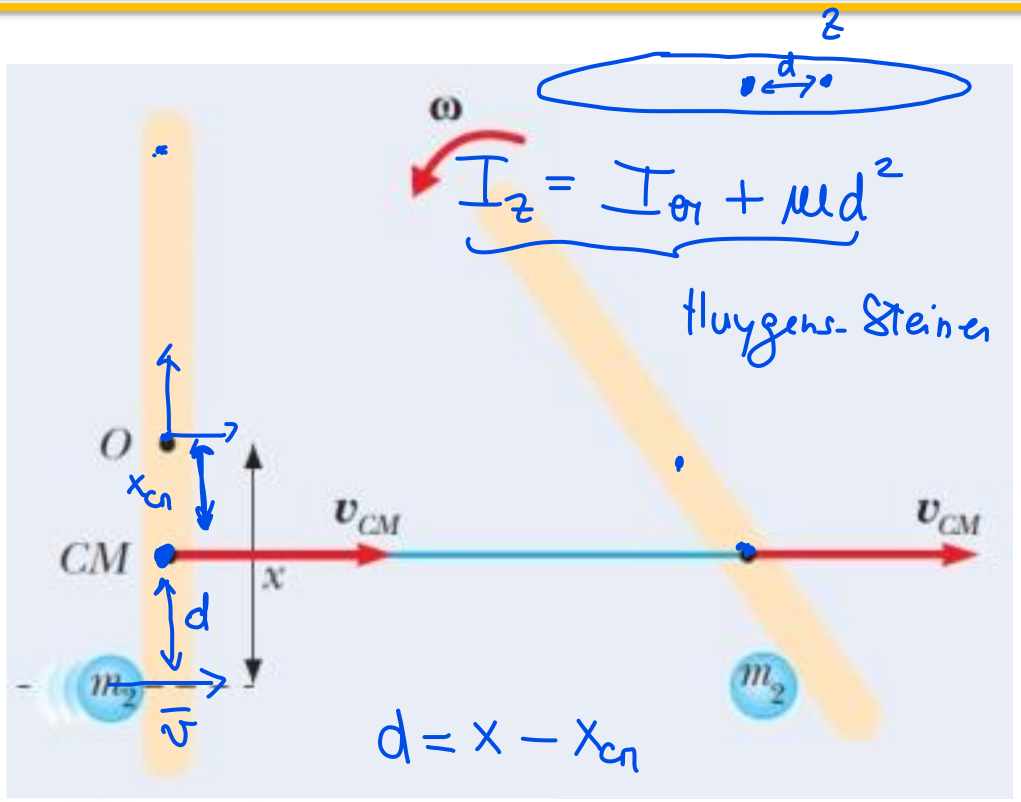
$$I_{in} \rightarrow m_2 d^2$$

$$\parallel$$

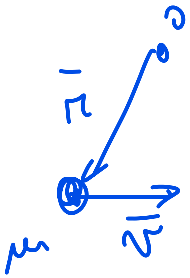
$$L_{fin} = I_{fin}\,\omega_{fin}$$

$$I_{fin} = I_{ASTA}^{CM-ASTA} + m_1 x_{cm}^2 + m_2 (x - x_{cm})^2$$

$$L = m_2 v (x - x_{cm}) = \left\{ \frac{1}{12} m_1 l^2 + m_2 x_{cm}^2 + m_2 (x - x_{cm})^2 \right\} \omega_{fin}$$

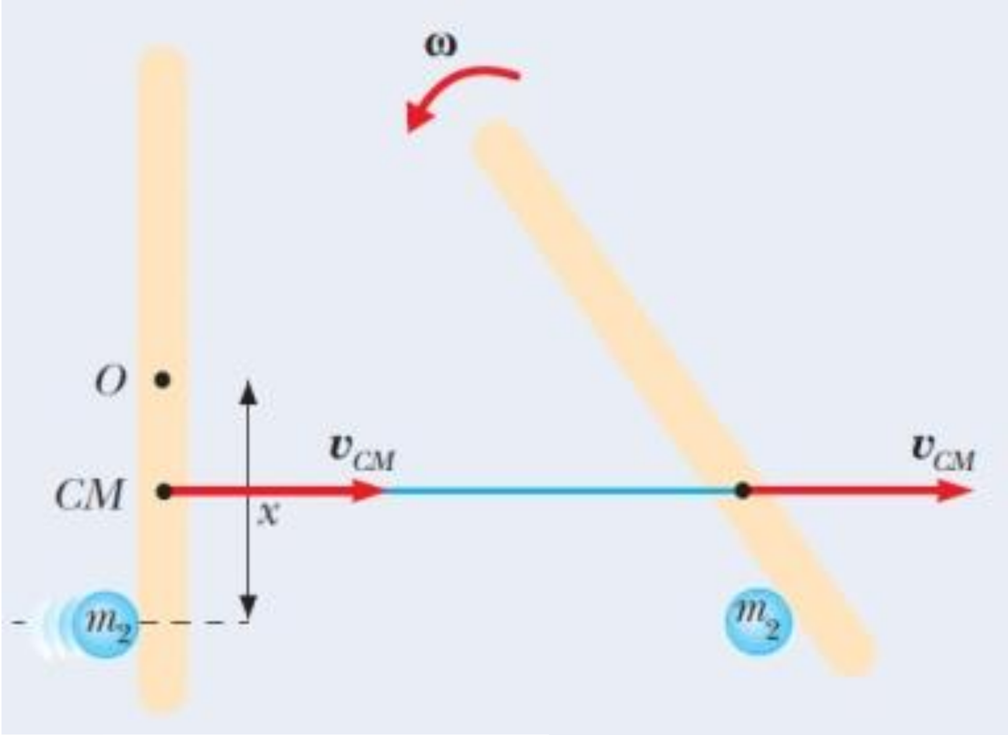


Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni



$$\vec{L}_O = \vec{r} \times m\vec{v}$$

Esempio: urto completamente anelastico tra un punto materiale e un'asta libera



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Cenni di teoria della gravitazione universale di Newton

Forze centrali

- La retta di applicazione passa per un punto O detto **centro della forza**
- Il modulo è funzione della distanza tra il punto O e il punto di applicazione della forza P: $\vec{\boldsymbol{F}} = F(r)\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{r}}$

La presenza di una forza, funzione della posizione, che agisce in una certa regione dello spazio, costituisce una modifica dello spazio stesso, e stabilisce un **campo di forza**, che agisce su ogni particella che si trovi in esso.

Forze centrali – momento angolare

Applichiamo il teorema del momento angolare al moto di un punto materiale soggetto ad una forza centrale

Forze centrali – momento angolare

Applichiamo il teorema del momento angolare al moto di un punto materiale soggetto ad una forza centrale

$$\frac{d\vec{\boldsymbol{L}}}{dt} = \vec{\boldsymbol{r}} \times \vec{\boldsymbol{F}} = r\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{r}} \times F(r)\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{r}} = 0$$

In un campo di forze centrali il momento angolare si conserva sempre!

$$\vec{\boldsymbol{L}} = \vec{\boldsymbol{r}} \times m\vec{\boldsymbol{v}} = costante$$

Forze centrali – momento angolare

- Il momento angolare è per definizione perpendicolare al piano in cui giacciono $\vec{r}$ e $\vec{v}$.

→ **Se $\vec{L}$ è costante in direzione questo piano è fisso**

- Il verso del momento angolare definisce il verso del moto

→ **Se $\vec{L}$ è costante in verso, il verso del moto è sempre lo stesso**

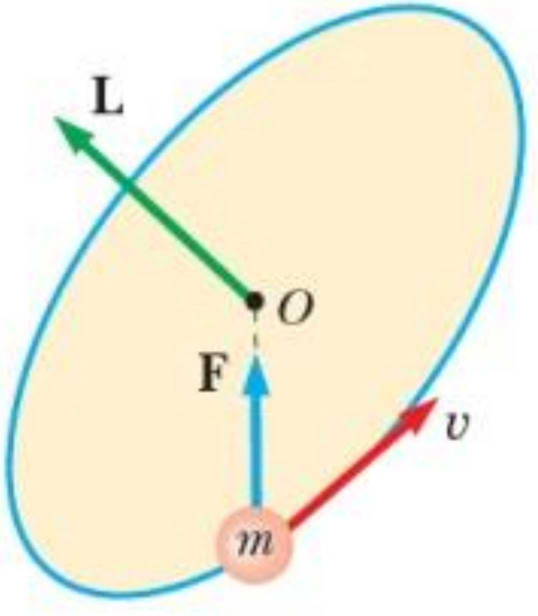
Forze centrali – momento angolare

- Il momento angolare è per definizione perpendicolare al piano in cui giacciono $\vec{r}$ e $\vec{v}$.

→ **Se $\vec{L}$ è costante in direzione questo piano è fisso**

- Il verso del momento angolare definisce il verso del moto

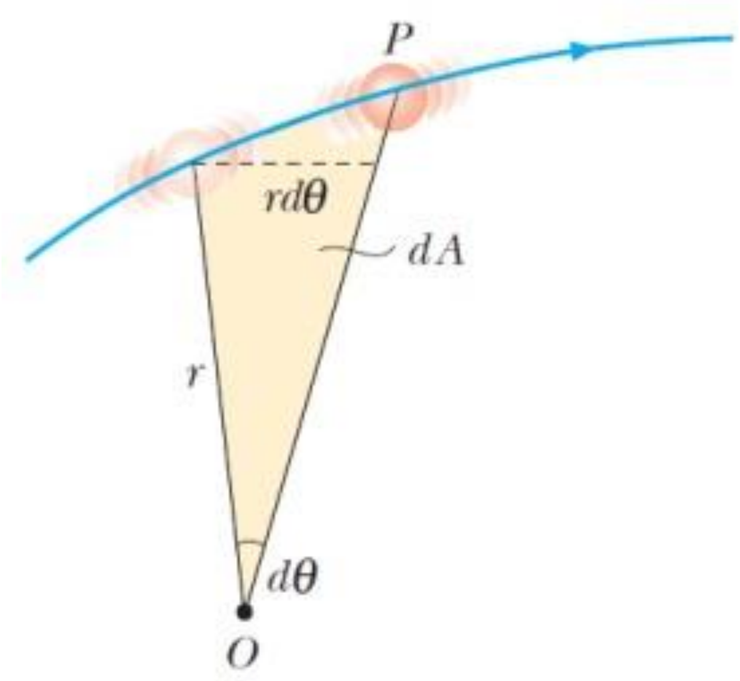
→ **Se $\vec{L}$ è costante in verso, il verso del moto è sempre lo stesso**



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Forze centrali – momento angolare

- Velocità areale

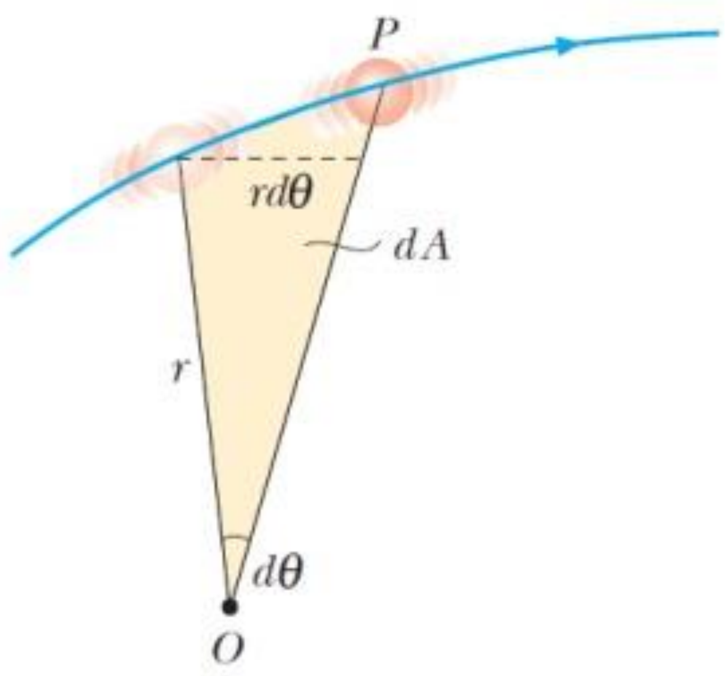


Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Vedi Eq. 1.9 per componenti polari della velocità

Forze centrali – momento angolare

- Velocità areale



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Vedi Eq. 1.9 per componenti polari della velocità

Forze centrali – momento angolare

- Velocità areale

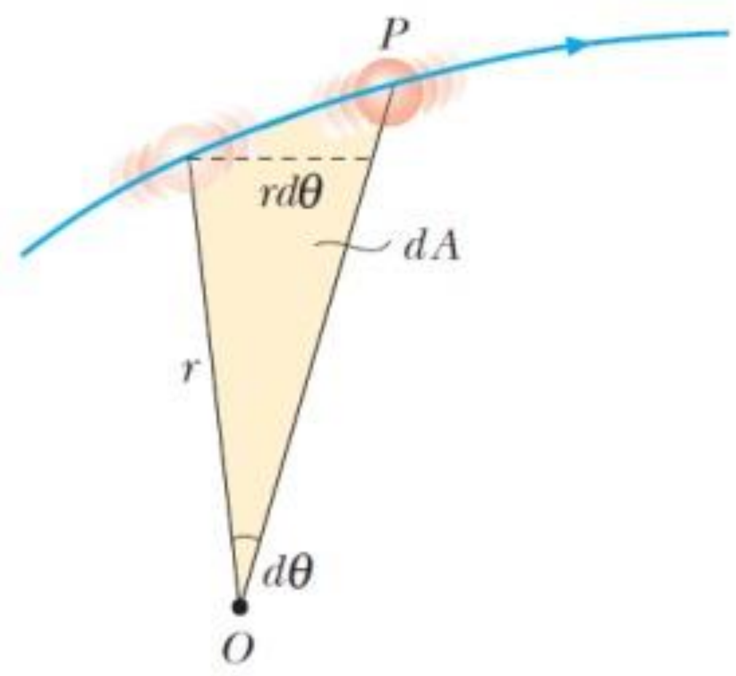
$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}_r + \vec{r} \times m\vec{v}_\vartheta$$

In modulo:

$$L = mv_\vartheta r = mr^2 \frac{d\vartheta}{dt}$$

Velocità areale:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{L}{2m}$$



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Le leggi di Keplero

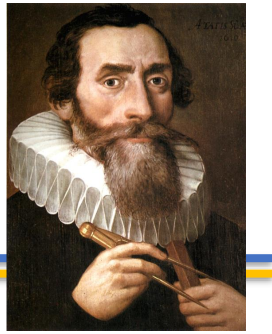
Intorno al 1540, Copernico avanzò l'ipotesi eliocentrica

J. Kepler

Successivamente, queste ipotesi furono oggetto di misure da parte di Brahe (tra il 1576 e fine secolo), su cui si basò Keplero per formulare tra il 1600 e il 1620 le sue leggi

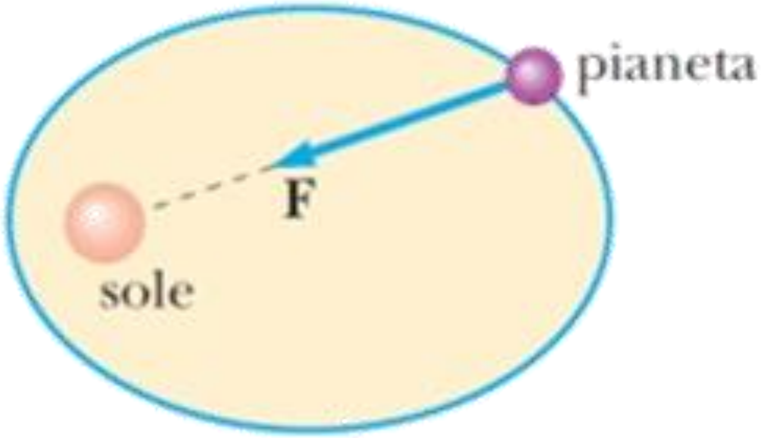
N. Copernico

T. Brahe



Le leggi di Keplero

I. I pianeti percorrono **orbite ellittiche** intorno al sole, che occupa uno dei fuochi dell’ellisse

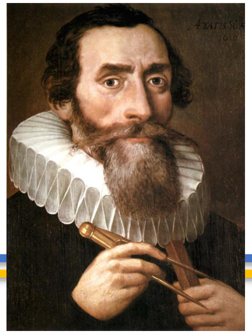


orbita ellittica

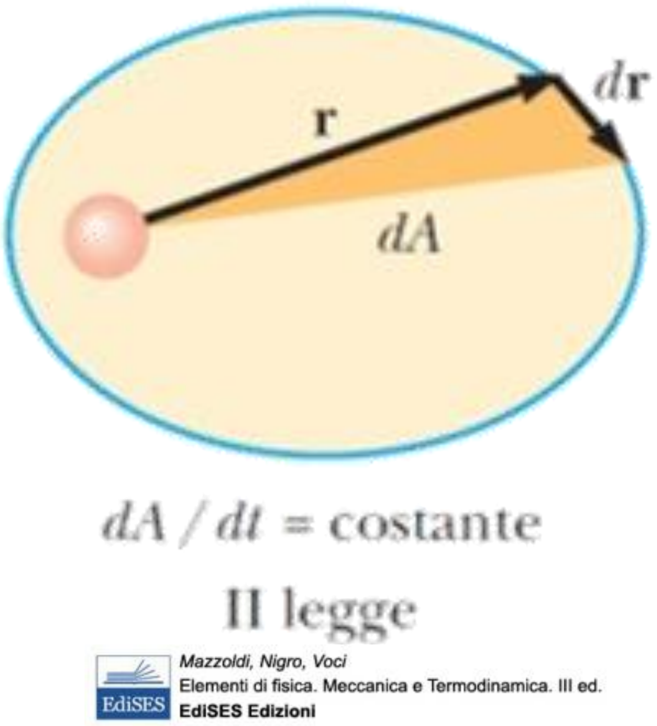
I legge

Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

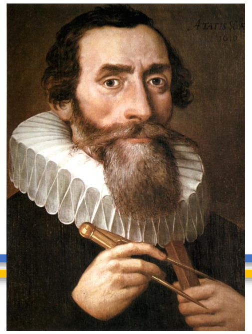
Le leggi di Keplero



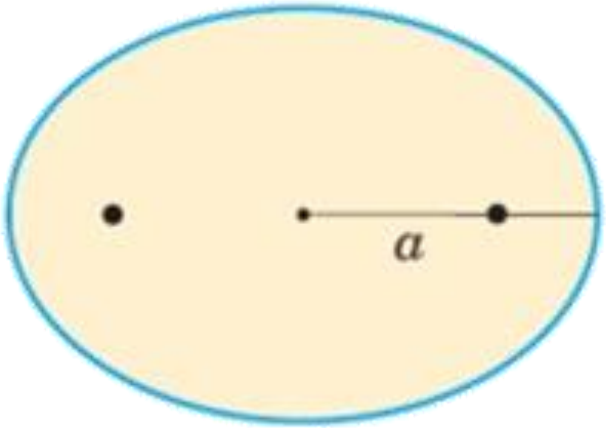
II. La **velocità areale** con cui il raggio vettore che unisce il sole ad un pianeta descrive l'orbita è **costante**



Le leggi di Keplero



III. Il quadrato del periodo di rivoluzione di ogni pianeta è proporzionale al cubo del semiasse maggiore dell’ellisse



$$T^2 = k a^3$$

III legge

Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

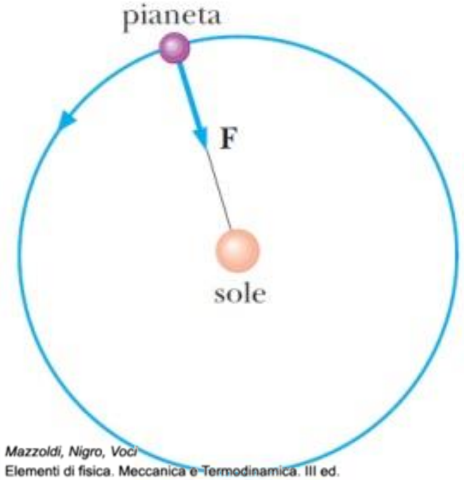
Teoria della gravitazione universale

Se ho visto lontano è perché ero seduto sulle spalle dei giganti

Le tre leggi di Keplero danno la descrizione cinematica del moto dei pianeti, mentre la spiegazione dinamica venne formulata da Newton nel 1666

Teoria della gravitazione universale

Le tre leggi di Keplero danno la descrizione cinematica del moto dei pianeti, mentre la spiegazione dinamica venne formulata da Newton nel 1666

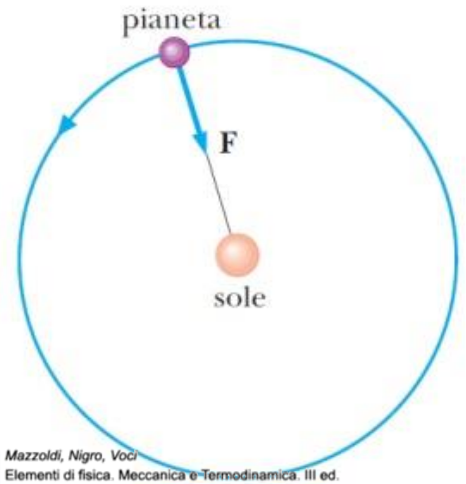


Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Teoria della gravitazione universale

Le tre leggi di Keplero danno la descrizione cinematica del moto dei pianeti, mentre la spiegazione dinamica venne formulata da Newton nel 1666:

- Approssimiamo l'orbita da ellittica a circolare, e dalla costanza della velocità areale ricaviamo che si tratta di un moto circolare uniforme
- In questo moto, l'accelerazione centripeta è l'unica possibile
- Dalla terza legge di Keplero ricaviamo $T^2 = kr^3$



$$\boxed{F = \frac{4\pi^2}{k}\frac{m}{r^2}}$$

La forza esercitata dal sole sui pianeti è inversamente proporzionale al quadrato della distanza dal sole

Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Teoria della gravitazione universale

Teoria della gravitazione universale

Forza esercitata dal Sole sulla Terra

$$F_{ST} = \frac{4\pi^2}{k_T}\frac{m_T}{r^2}$$

Forza esercitata dalla Terra sul Sole

$$F_{TS} = \frac{4\pi^2}{k_S}\frac{m_S}{r^2}$$

Per il principio di azione e reazione le due forze sono uguali

Definendo la costante $G = \frac{4\pi^2}{m_T k_S} = \frac{4\pi^2}{m_S k_T}$ la forza Sole-Terra diventa:

$$\boxed{G = 6.67 \cdot \frac{10^{-11} m^3}{kg\ s^2}}$$

$$\boxed{F = G\frac{m_S m_T}{r^2}}$$

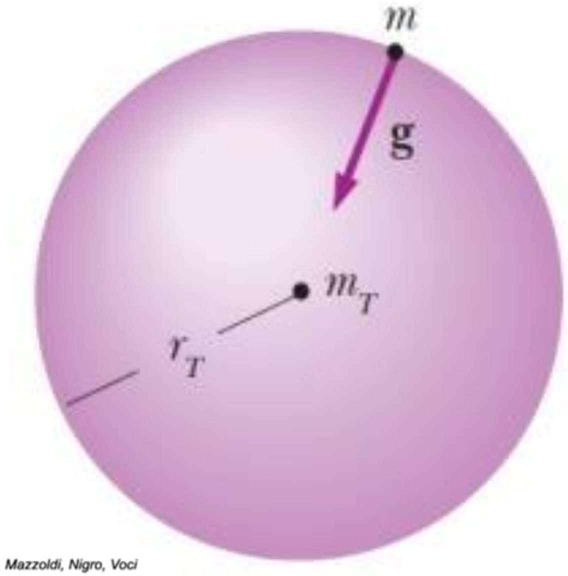
La costante G è detta *costante di gravitazione universale* e non dipende dalle masse in gioco né dalla geometria del sistema

Legge di gravitazione universale

Teoria della gravitazione universale

La legge di gravitazione universale vale anche tra due corpi qualunque, e in particolare vale tra un corpo di massa *m* e la Terra:

Si dimostra che è come se tutta la massa della Terra fosse concentrata nel suo centro



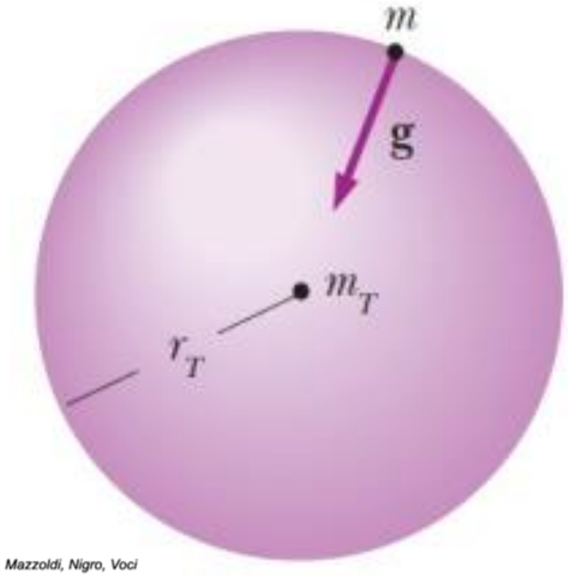
Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Teoria della gravitazione universale

La legge di gravitazione universale vale anche tra due corpi qualunque, e in particolare vale tra un corpo di massa *m* e la Terra:

Si dimostra che è come se tutta la massa della Terra fosse concentrata nel suo centro

$$F = G\frac{mm_T}{r_T^2}$$



Allo stesso tempo sappiamo che la forza di attrazione di un corpo da parte della Terra è $F = mg$, quindi poiché le due forze sono uguali, deve essere:

$$g = G\frac{m_T}{r_T^2}$$

Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Massa inerziale e massa gravitazionale

Abbiamo posto l'eguaglianza

$$F = ma = G\frac{mm_T}{r_T^2}$$

che implica eguagliare la massa inerziale (quella presente nella II equazione di Newton) con la massa gravitazionale della legge di gravitazione universale:

$$m_I a = G\frac{m_G m_{T,G}}{r_T^2}$$

Massa inerziale e massa gravitazionale sono uguali

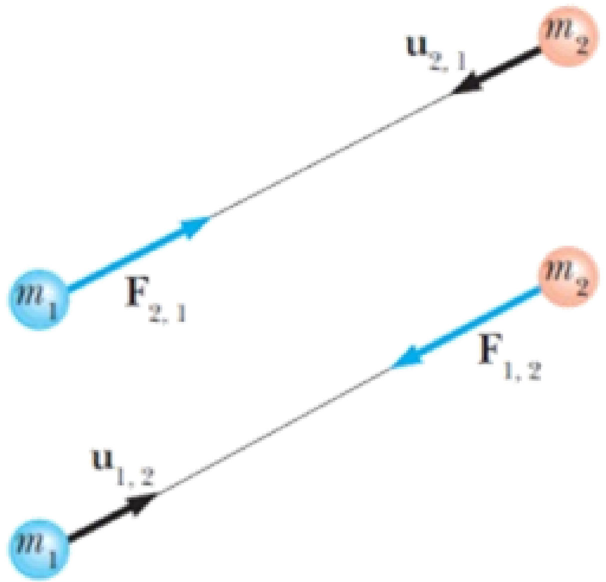
Teoria della gravitazione universale

- La forza gravitazionale non è una forza di contatto, ma si manifesta a distanza

- L'intensità della forza gravitazionale tra due corpi è proporzionale all'inverso del quadrato della loro distanza $\frac{1}{r^2}$ e si dice che il raggio d'azione è infinito

Forza gravitazionale

Scriviamo la forza gravitazionale tra due masse m_1 e m_2 in termini vettoriali:



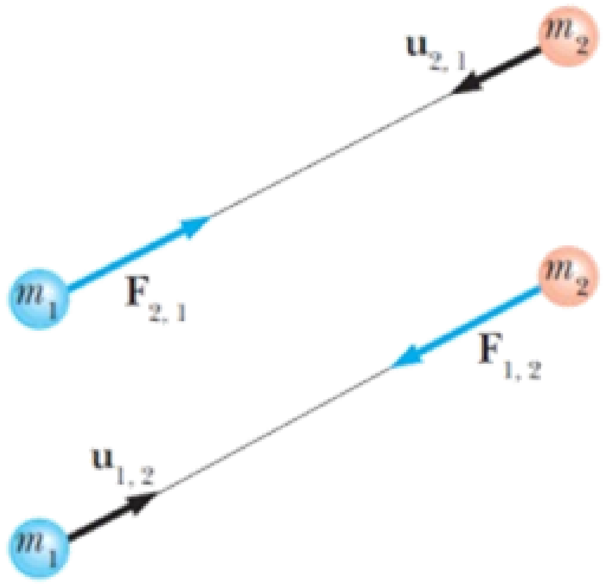
Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Forza gravitazionale

Scriviamo la forza gravitazionale tra due masse m_1 e m_2 in termini vettoriali:

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\mathbf{1,2}} = -G\,\frac{m_1 m_2}{r_2}\,\vec{\boldsymbol{u}}_{\mathbf{1,2}}$$

Il segno negativo viene fuori dal fatto che la forza ha verso opposto al versore che indica la congiungente tra i due corpi



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Energia potenziale gravitazionale

Si dimostra che la forza gravitazionale è conservativa perché è una forza centrale. Vediamo come si scrive:

$$W = \int_A^B -G\frac{m_1 m_2}{r^2}dr = -Gm_1m_2\left(-\frac{1}{r_B}+\frac{1}{r_A}\right) = E_{p,A} - E_{p,B}$$

In generale:

$$E_p = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

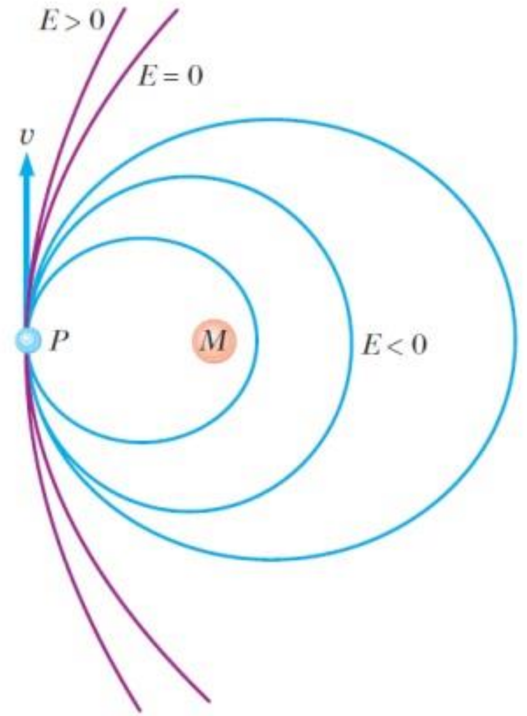
Moto di un corpo sottoposto alla forza gravitazionale

- Orbita iperbolica
- Orbita parabolica

Orbite **aperte** (energia cinetica tale da non poter essere catturato dall'attrazione gravitazionale del pianeta M)

- Orbita ellittica

Orbita **chiusa**



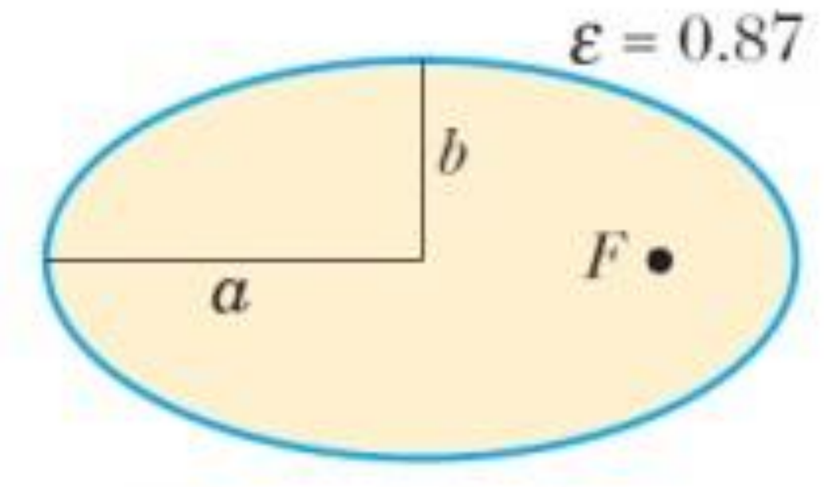
Per un satellite artificiale lanciato da M, la velocità con cui raggiungerà il punto P determinerà il tipo di orbita (se la velocità è troppo bassa, il satellite ricadrà sul pianeta)

Moto di un corpo sottoposto alla forza gravitazionale

Eccentricità dell'orbita

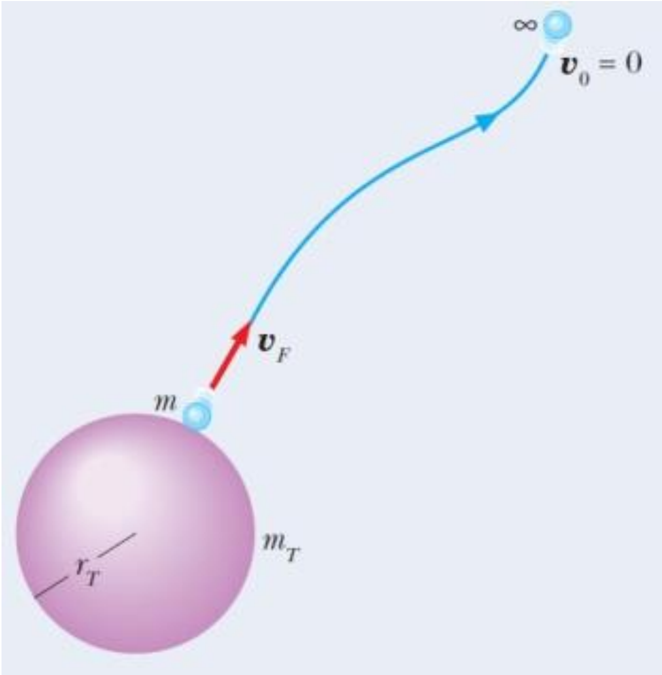
$$\epsilon^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

Sempre minore di 1, al minimo vale zero (circonferenza)



Esempio: la velocità di fuga

Calcolare la velocità di fuga di un corpo dalla terra, ossia la velocità minima che deve possedere un corpo posto sulla superficie terrestre per allontanarsi indefinitamente dalla terra.



Da Newton ad Einstein

Le leggi di gravitazione di Newton danno una spiegazione dinamica delle leggi di Keplero. Poiché non dipendono da informazioni specifiche sui singoli pianeti, Newton immaginò che avessero una valenza universale, per questo le chiamò **leggi di gravitazione universale.**

Nel 1915, Einstein pubblica la Teoria della Relatività Generale, che fornisce una formulazione più generale dell'interazione gravitazionale, valida per qualsiasi valore del campo e per corpi che si muovono a qualunque velocità, purché inferiore alla velocità della luce nel vuoto

Da Newton ad Einstein

Newton

- Lo spazio è **piatto**, il tempo è **assoluto**
- La gravità è una **forza di attrazione** tra due masse

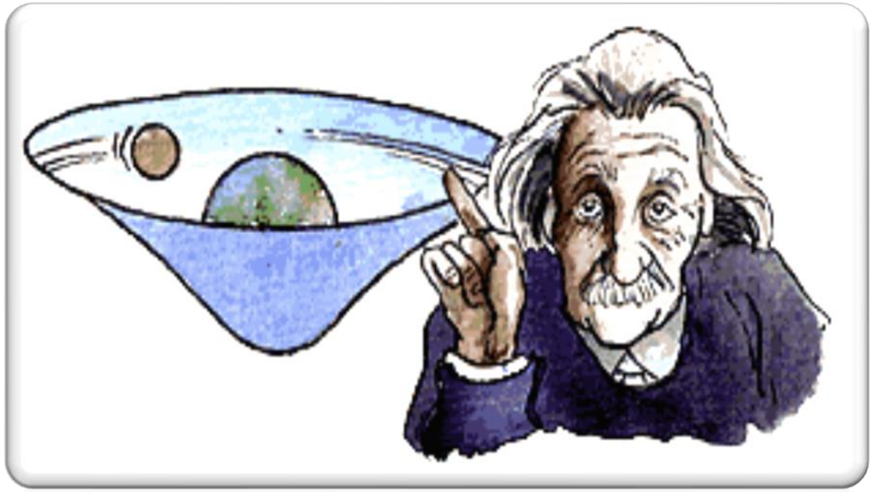
Da Newton ad Einstein

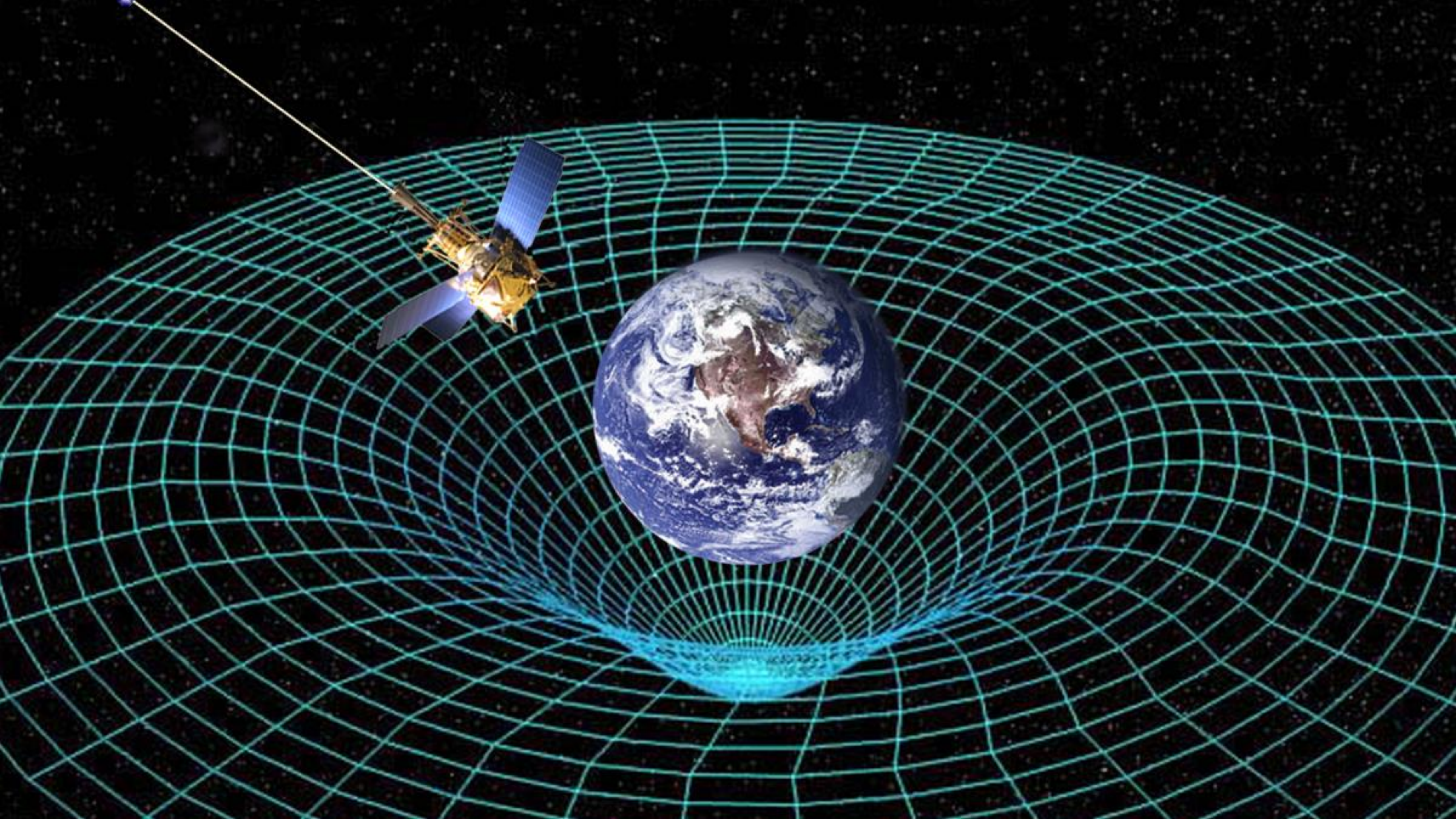
Newton

- Lo spazio è **piatto**, il tempo è **assoluto**
- La gravità è una **forza di attrazione** tra due masse

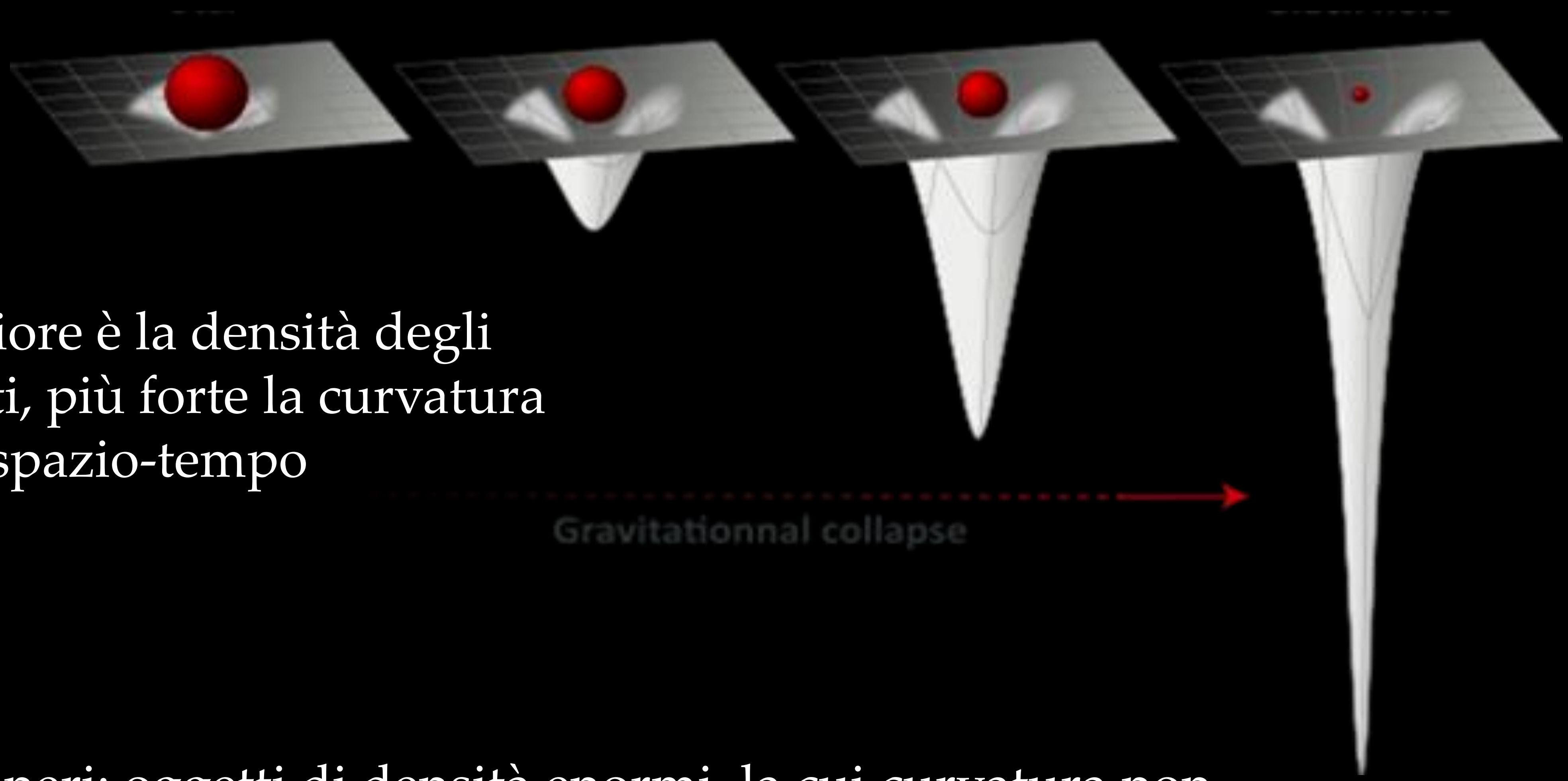
Einstein

- Spazio e tempo sono **connessi**
- Le masse **curvano** lo spazio-tempo e la gravità è una conseguenza di tale curvatura





Relatività Generale



Maggiore è la densità degli oggetti, più forte la curvatura dello spazio-tempo

Buchi neri: oggetti di densità enormi, la cui curvatura non consente neanche alla luce di sfuggire dal campo gravitazionale

Relatività Generale

Una delle prove della validità della Relatività Generale è la deflessione dei raggi luminosi

Relatività Generale

Un'altra prova della validità della teoria è l'esistenza delle onde gravitazionali, la cui scoperta avvenuta il 14 Settembre 2015 è stata anche la prima prova diretta dell'esistenza dei buchi neri