

Lezione 10-11

Fisica I – Ingegneria Automazione e Informatica
Università di Napoli "Federico II"
prof. Nicola R. Napolitano

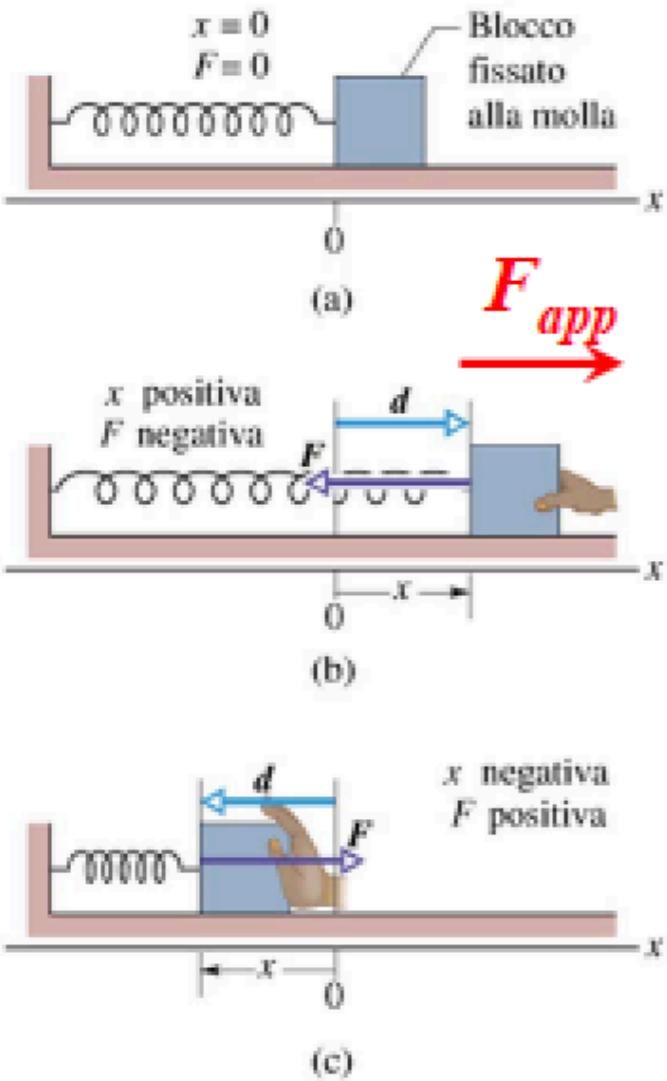
Riepilogo della lezione precedente

- 1) Lavoro come energia trasferita da una forza
- 2) Teorema dell'energia cinetica (o delle forze vive)
- 3) Lavoro del campo gravitazionale (lavoro nullo su percorso chiuso)
- 4) Interpretazione grafica del lavoro di una forza variabile

In questa lezione

- 1) Lavoro della forza elastica
- 2) Lavoro di forze esterne
- 3) Conservazione dell' energia totale di un sistema
- 4) Energia potenziale e forze conservative

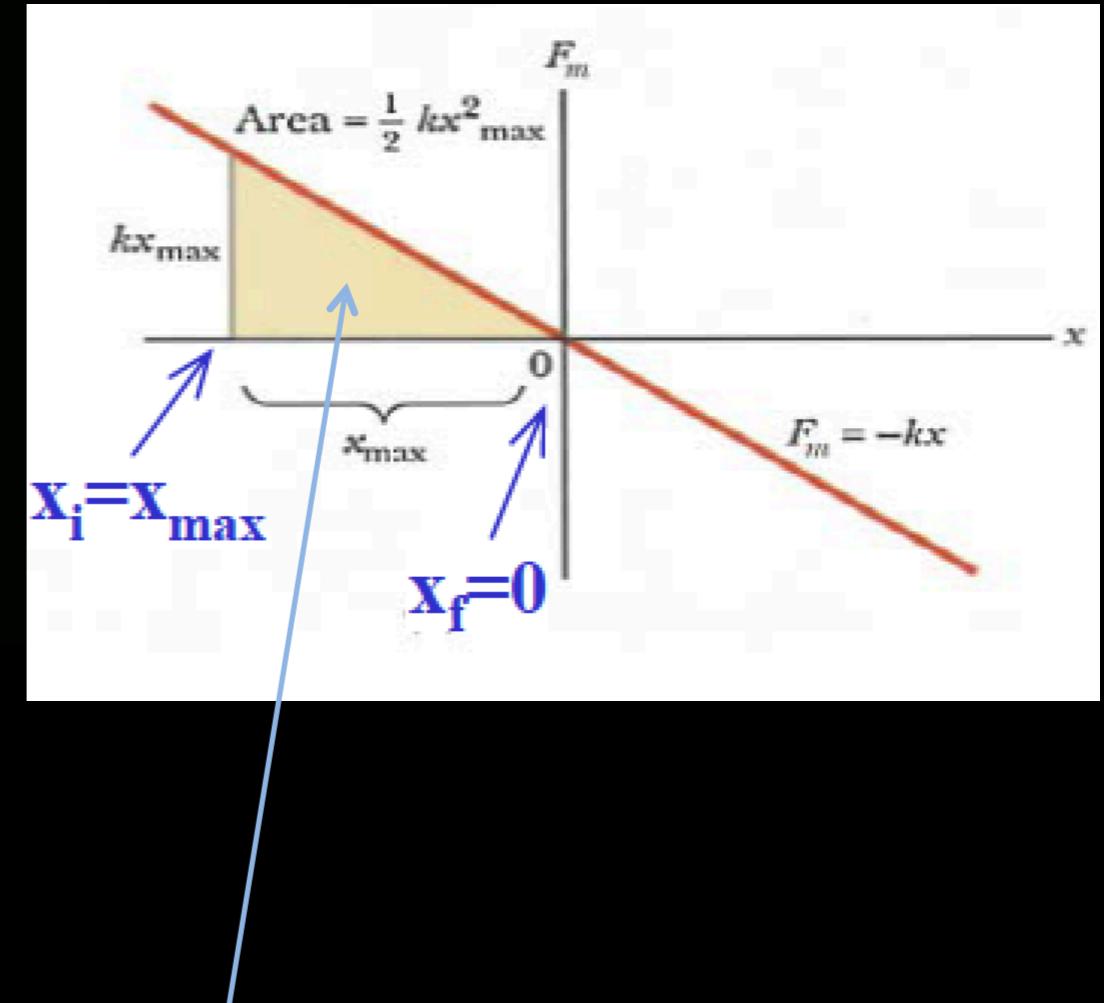
esempio: lavoro svolto da una molla [forza variabile]



forza di richiamo
[legge di Hooke]

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

forza variabile
con la posizione



Il lavoro corrisponde all'area sottesa dalla funzione che definisce la forza variabile (in questo caso una retta con coeff. angolar negativo)

lavoro fatto dalla molla tra le posizioni x_i ed x_f :

$$L_m = \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = \frac{1}{2} kx_i^2 - \frac{1}{2} kx_f^2 \quad [\text{se } x_i = x_f \Rightarrow L_m = 0]$$

lavoro fatto da forza applicata \vec{F}_{app} tra le posizioni 0 ed x_a :

$$\vec{F}_{app} = -\vec{F}_m = -(-kx) = kx$$

$$L_{app} = \int_0^{x_a} (kx) dx = \frac{1}{2} kx_a^2$$

**lavoro uguale e contrario
alla molla !!!**

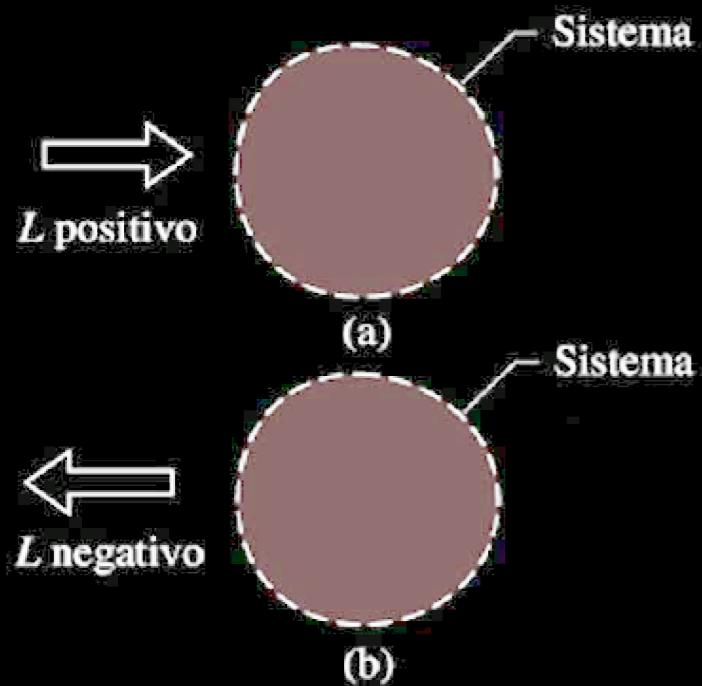
Lavoro svolto da Forza Esterna

[Sistema **NON** isolato]

lavoro :

energia trasferita a o da un sistema

per mezzo di una forza esterna che agisce su di esso



- ✖ sistema **semplice** [corpo puntiforme]: F modifica **solo K**
- ✖ sistema **complesso**: F modifica K ed **energia interna E_{int}**

$$L = ?$$

Se un sistema compie lavoro negativo, l'ambiente deve compiere un lavoro uguale ed opposto per compensare questa perdita di energia (per esempio braccio e mela nel campo gravitazionale, molla e forza in un sistema con elastico).

Attenzione:

$$L_{tot} = \Delta K$$

$$\vec{F}_{ris} \cdot \vec{s} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

forza risultante =
somma di tutte le forze agenti sull'oggetto

*Il teorema dell'energia cinetica è valido
solo se **L** è il **lavoro totale** compiuto sull'oggetto:*

*si deve considerare il lavoro compiuto
da tutte le forze*

$$\begin{aligned}\vec{F}_1 &\Rightarrow L_1, \vec{F}_2 \Rightarrow L_2, \dots \vec{F}_n \Rightarrow L_n \\ L_{tot} &= L_1 + L_2 + \dots L_n \\ &= (\vec{F}_1 \cdot \vec{s} + \vec{F}_2 \cdot \vec{s} + \dots \vec{F}_n \cdot \vec{s}) \\ &= \vec{F}_{ris} \cdot \vec{s}\end{aligned}$$

Potenza

rapidità con cui viene svolto il **lavoro**:

✗ potenza **media**

$$\bar{P} = \frac{L}{\Delta t}$$

✗ potenza **istantanea**

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{L}{\Delta t} = \frac{dL}{dt}$$

rapidità con cui la **forza** sviluppa il **lavoro**:

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{d(\vec{F} \cdot \vec{s})}{dt} = \frac{F \cos \theta dx}{dt} = F \cos \theta \frac{dx}{dt} = Fv \cos \theta$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

dimensioni e **unità** di misura:

$$[P] = \frac{[L]}{[T]}$$

$$1 \text{ Watt} = 1 \text{ W} = \frac{J}{s}$$

$$1 \text{ cavallo-vapore} = 1 \text{ CV} = 735.5 \text{ W}$$

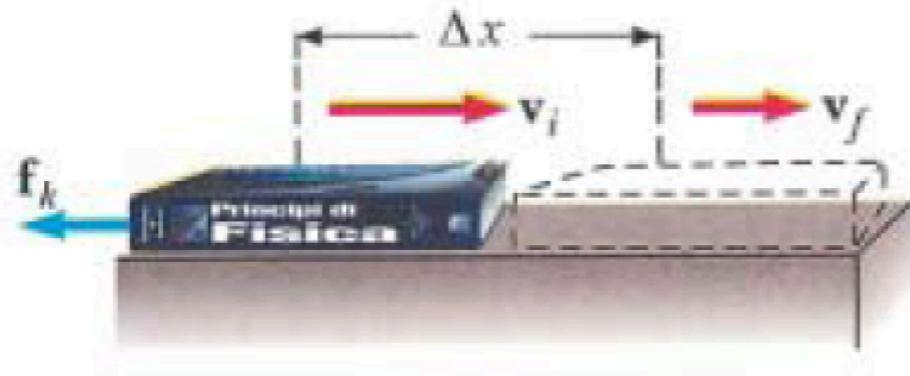
$$1 \text{ Watt ora} = 1 \text{ Wh} = (1 \text{ W})(3600 \text{ s}) = 3.6 \cdot 10^3 \text{ J} = 3.6 \text{ kJ}$$

in generale:

la **potenza** è definita per ogni trasferimento di **energia**

$$P = \frac{dE}{dt}$$

esempio 1: corpo puntiforme



libro che scorre su **superficie** con attrito
 v_i = velocità iniziale
 v_f = velocità finale

- il libro perde velocità per effetto della **forza di attrito**

$$L_{attrito} = \vec{f}_k \cdot \vec{\Delta x} = -f_k \Delta x = \Delta K$$

esempio 2: corpo esteso

considero come sistema la **superficie**:

- ▶ la forza di attrito del blocco compie lavoro **sulla** superficie
- ▶ la **superficie non si muove**
[violazione del teorema dell' **energia cinetica** per sistemi complessi !!!]

⇒ **la superficie si riscalda**

**lavoro svolto ha aumentato la temperatura
non la velocità del sistema**

N.B.

lavoro svolto dal libro corrisponde a **trasferimento di energia** al sistema
Tale energia appare come **energia interna** e **NON** cinetica

energia interna [E_{int}] = energia associata a
def temperatura del sistema

$$L_{\text{attrito}} = \vec{f}_k \cdot \vec{\Delta x} = -f_k \Delta x = -\Delta E_{\text{int}}$$

Se applichiamo una forza F allora possiamo scrivere il lavoro complessivo come

$$L = (\vec{F} - \vec{f}_a) \cdot \vec{\Delta s} = (F - f_a) \Delta s = \Delta K$$

$$L_F + L_{\text{att}} = \Delta K \rightarrow L_f = -L_{\text{att}} + \Delta K = \Delta E_{\text{int}} + \Delta K$$

ovvero possiamo scrivere (generalizzando) che il lavoro delle forze esterne

$$L_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{int}} + \Delta K = \Delta E_{\text{sistema}}$$

dove $\Delta E_{\text{sistema}}$ contiene tutte le forme di energia che caratterizzano il sistema

Conservazione dell'energia in generale

*l'energia non si può né creare né distruggere
l'energia si conserva*

*l'energia totale di un sistema può variare
solo se viene trasferita energia
dal di fuori o al di fuori del sistema*

$$\Delta E_{sistema} = \sum E_{trasferite}$$

equazione di continuità

$$\underbrace{\Delta E_{sistema}}_{\Delta E_{sistema} = L + Q + E_{OM} + E_{TM} + E_{TE} + E_{RE}} = L + Q + E_{OM} + E_{TM} + E_{TE} + E_{RE}$$

- ▶ energia non può essere né creata né distrutta
- ▶ energia si può **trasformare** da una forma in un'altra,
- ▶ ma **E_{tot}** = **costante**, sempre
- ▶ energia dell'**Universo** è costante

equazione di continuità contiene
teorema energia cinetica

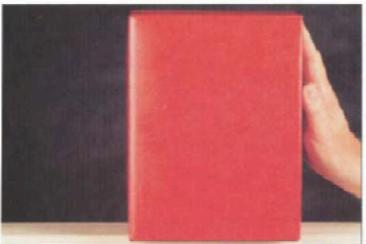
$$\Delta K = L$$

Metodi per Trasferire Energia

[Sistema NON isolato]

lavoro:

applico forza a sistema e
cambio suo punto di applicazione
[genera variazione
energia cinetica o energia interna]



calore:

trasferisco energia mediante
urti microscopici [conduzione termica]
[esempio: il manico del cucchiaio si riscalda
a causa del rapido movimento di elettroni
nella cavità del cucchiaio. Il moto si propaga]



trasmissione elettrica:

trasferimento di energia per mezzo
di corrente elettrica

[esempio: modo di trasferimento
di energia ad elettrodomestici]



onde meccaniche:

trasferisco energia mediante
perturbazione ondosa in aria o altro mezzo

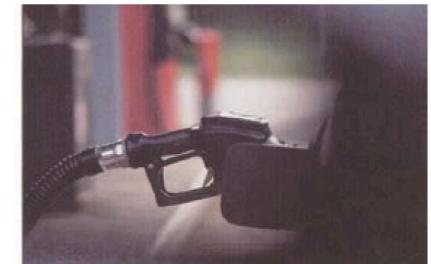
[esempio: suono, onde radio,
onde sismiche, onde marine]



trasferimento di materia:

materia attraversa il contorno del sistema
trasportando con sé energia

[esempio: pieno delle auto,
trasporto di energia nelle stanze
per mezzo di aria calda]



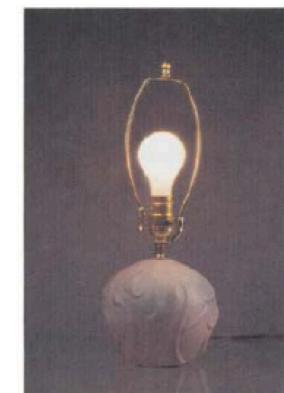
radiazione elettromagnetica:

trasferimento di energia per mezzo
di onde elettromagnetiche come la luce,
le microonde, le onde radio ...

NON necessita di molecole dell'ambiente
circostante al sistema.

propagazione anche ne vuoto !!

[esempio: forno a microonde,
energia luminosa]



Energia Potenziale

forme di energia

sistema semplice

[particella o corpo puntiforme]

energia cinetica $K \rightarrow$ associata al moto

sistema complesso

[due o più oggetti interagenti mediante forza interna]

energia cinetica $K \rightarrow$ associata al moto

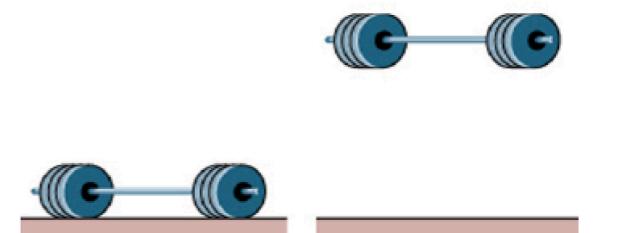
energia potenziale $U \rightarrow$ associata alla **configurazione**
[**posizione**] del sistema

energia interna $E_{int} \rightarrow$ associata alla temperatura

⇒ un oggetto può compiere **lavoro** utilizzando:



energia **cinetica**



energia derivante dalla **posizione**

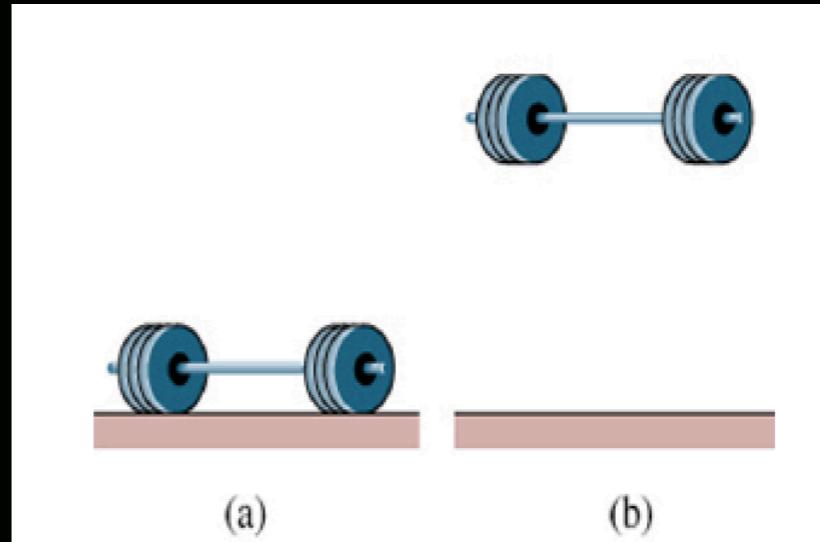
energia potenziale: energia immagazzinata dal **sistema** che può essere convertita in energia cinetica o altre forme di energia

✖ energia potenziale gravitazionale

*energia associata allo stato di separazione tra i corpi
che si attirano reciprocamente
per effetto della **forza di gravità***

esempio:

sollevando dei pesi
modifico le posizioni
relative del sistema Terra-pesi.
Il lavoro svolto aumenta
**energia potenziale
gravitazionale**



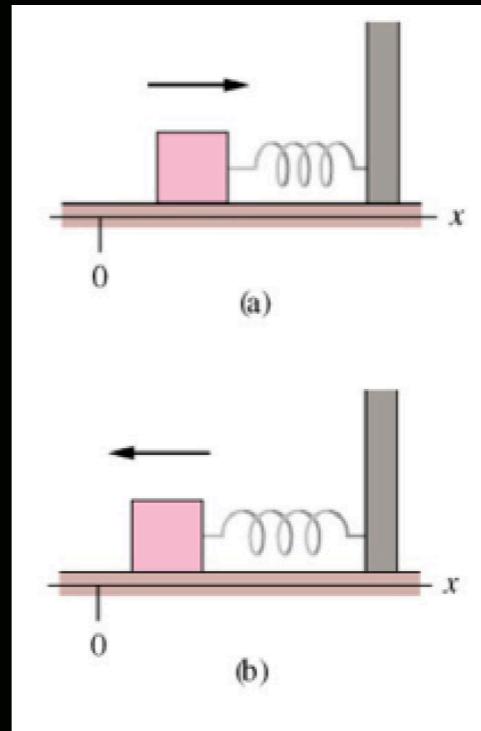
× energia potenziale elastica

*energia associata allo stato di compressione o decompressione di un sistema elastico [tipo molla].
La **forza in gioco** è quella della **molla**.*

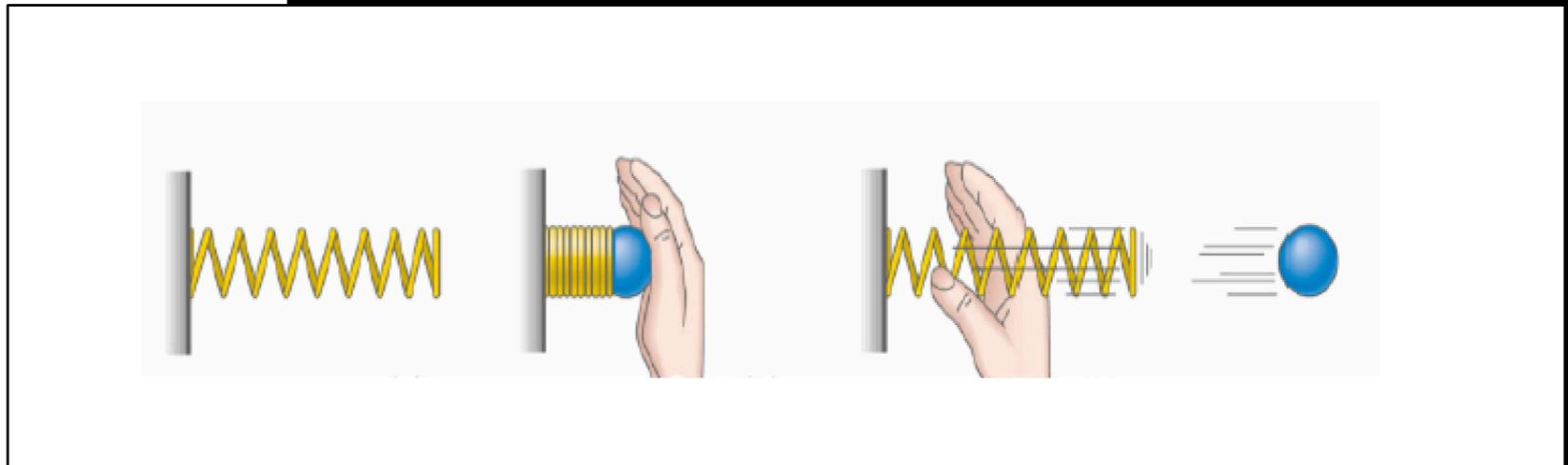
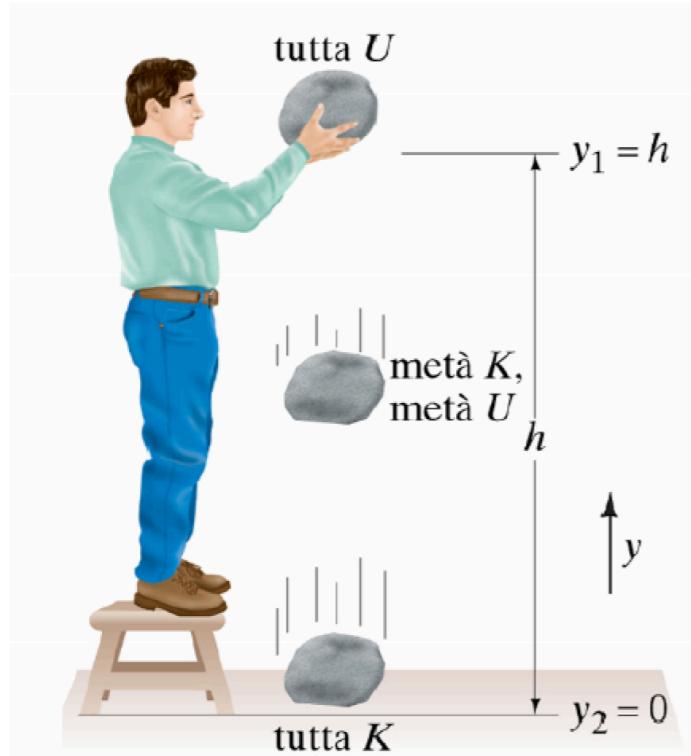
esempio:

stirando o comprimendo una molla cambio le posizioni relative delle spire della molla.

Il lavoro svolto aumenta **energia potenziale elastica** della molla



(energia immagazzinata
a seguito di un cambiamento di posizione)



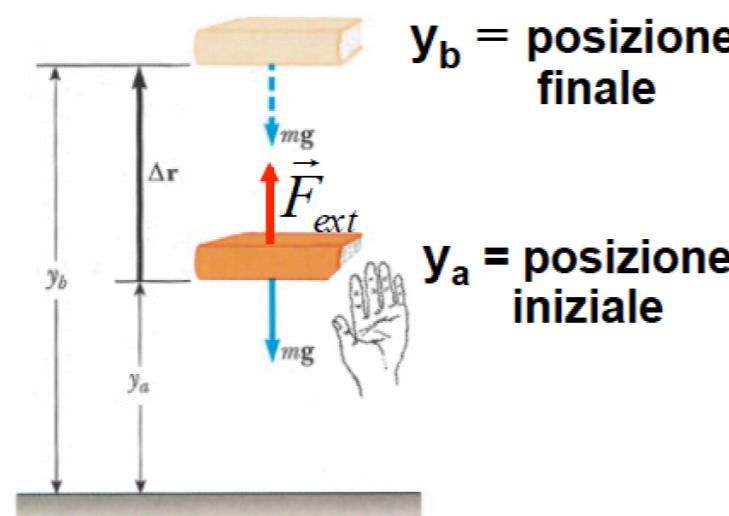
Energia Potenziale di un Sistema

sistema:

Terra-libro

interazione:

forza gravitazionale



agente esterno (mano) solleva il libro di $\Delta y \Rightarrow$ compie **lavoro L**

equazione di continuità

$$L_{ext} = \Delta E_{sistema} = \cancel{\Delta K} + \cancel{\Delta E_{int}} + \boxed{\Delta U}$$

libro
fermo

libro e Terra
NON si scaldano

energia potenziale
[energia
immagazzinata]

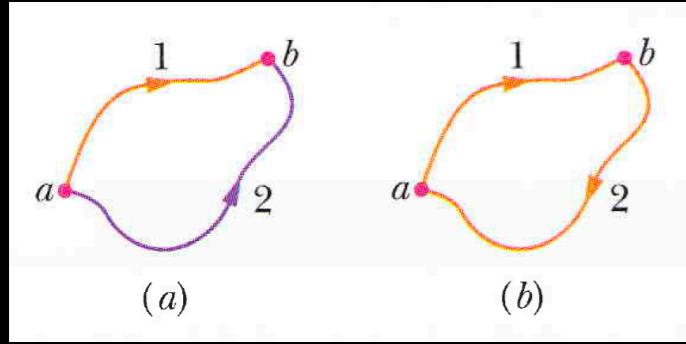
energia potenziale:

se rilascio il libro da y_b , libro cade con energia cinetica
origine energia cinetica \rightarrow lavoro fatto per sollevarlo

*in y_b energia del sistema ha **potenziale capacità**
di diventare energia cinetica*

Il lavoro di forze conservative e' indipendente dal tragitto

1) Un sistema di forze e' conservativo se il lavoro non dipende dal percorso ma solo dal punto iniziale e finale. In particolare il lavoro su un circuito chiuso e' nullo.



$$W_{ab,1} + W_{ba,2} = 0,$$

$$W_{ab,1} = -W_{ba,2}.$$

$$W_{ab,2} = -W_{ba,2}.$$

da cui

$$W_{ab,1} = W_{ab,2},$$

2) Se il lavoro dipende dal punto iniziale e finale allora si puo' definire una funzione in questi due punti che e' detta potenziale. definito come

$$\Delta U = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx.$$

Ossia il lavoro della forza $L = -\Delta U$

deduzione espressione per energia potenziale gravitazionale

$$\begin{aligned} L_{ext} &= \vec{F}_{ext} \cdot \Delta \vec{r} = -m\vec{g} \cdot \Delta \vec{r} \\ &= mg \vec{j} \cdot (\vec{y}_b - \vec{y}_a) \vec{j} = mg y_b - mg y_a = \Delta U_g \end{aligned}$$

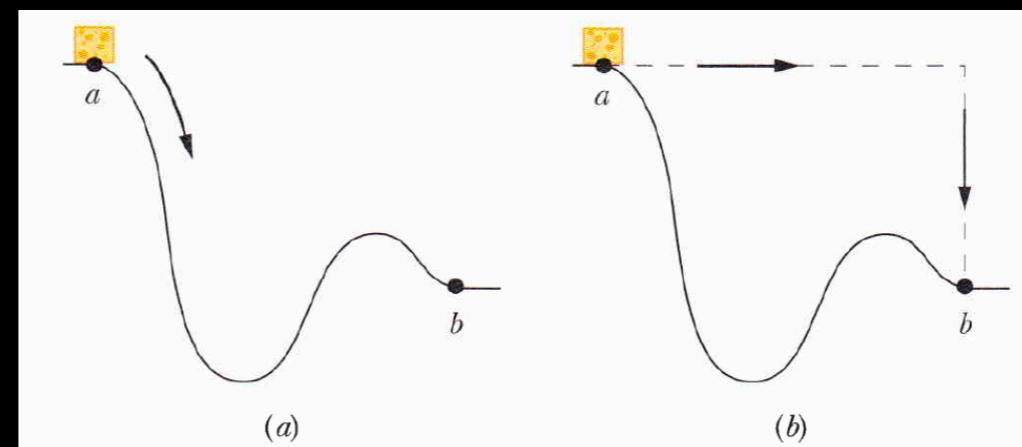
Attenzione! Il lavoro corrisponde ad una variazione dell'energia potenziale e quindi $L_{ext} = U_b - U_a$ dove in ogni punto possiamo definire il valore dell'energia potenziale gravitazionale.

$$U_g = mg y$$

energia potenziale gravitazionale
[si sceglie come riferimento
 $y_i=0$ e quindi $U_i=0$]

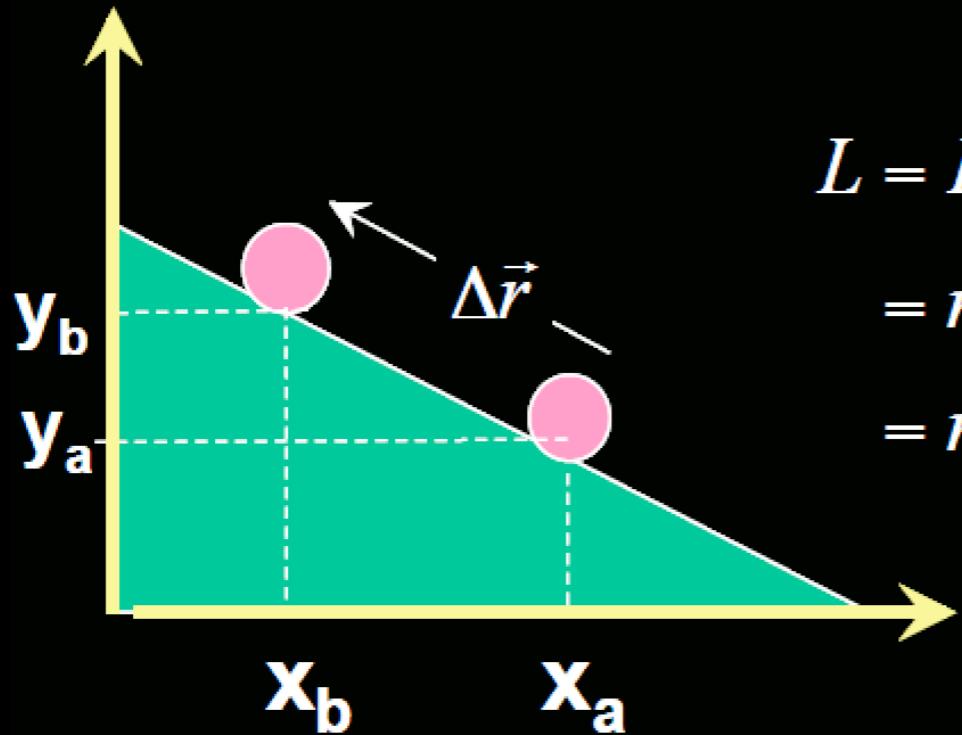
→ **N.B.** vale solo per **g=cost**
(vicini alla superficie della Terra)

Esempio:



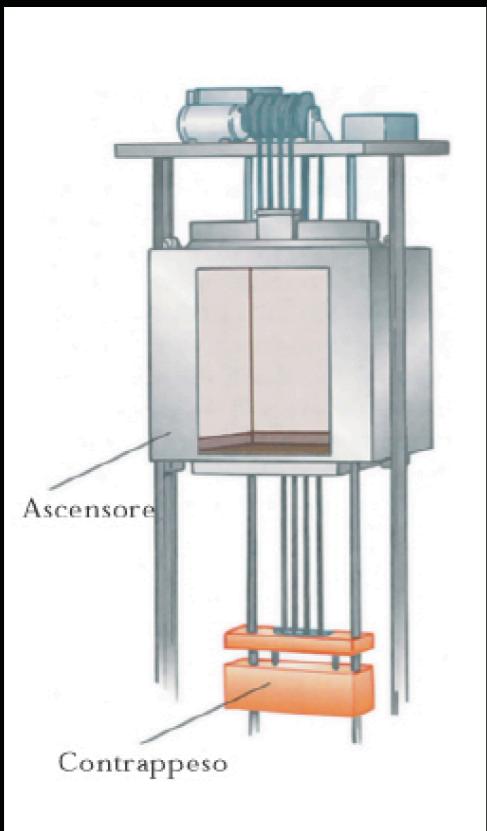
energia potenziale gravitazionale:

- ✗ dipende da posizione verticale y [quota], rispetto a posizione di riferimento ($y = 0$)
- ✗ non dipende dalla posizione orizzontale



$$\begin{aligned} L &= \vec{F}_{ext} \cdot \Delta \vec{r} = -m\vec{g} \cdot \Delta \vec{r} \\ &= mg \vec{j} \cdot [(x_b - x_a)\vec{i} + (y_b - y_a)\vec{j}] \\ &= mg y_b - mg y_a = \Delta U_g \end{aligned}$$

esempio: contrappeso di un ascensore



quale è la funzione
dei **contrappesi**
di un **ascensore** ?

lavoro svolto dal **motore**:

$$L_{ext} = \vec{F}_{ext} \cdot \Delta \vec{r} = \Delta U_g$$

senza contrappeso:

- ▶ motore deve sollevare peso ascensore e suoi occupanti
- ▶ grande aumento energia potenziale ascensore-Terra
- ▶ **grande spesa** di energia dal motore

con contrappeso:

- ▶ minore variazione **netta** della distanza (ascensore+contrappesi) – Terra
- ▶ minore variazione energia potenziale
- ▶ **minore lavoro** del motore

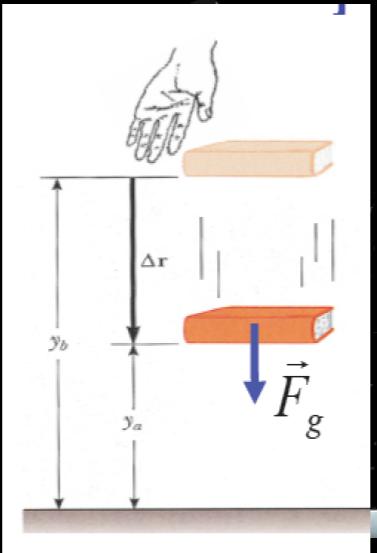
Ricapitoliamo

Sistema Isolato

[sistema **senza** trasferimento di energia attraverso il contorno]

studio lavoro
svolto **sul libro**
(dalla forza peso)
quando cade:

$$\begin{aligned} L_{\text{gravità}} &= \vec{F}_g \cdot \Delta \vec{r} = m \vec{g} \cdot \Delta \vec{r} \\ &= -mg \vec{j} \cdot (y_a - y_b) \vec{j} \\ &= mg y_b - mg y_a \end{aligned}$$



y_b = posizione iniziale

y_a = posizione finale

$L_{\text{gravità}} = \Delta K_{\text{libro}} = \Delta K$ teorema energia cinetica

$$mg y_b - mg y_a = -(mg y_a - mg y_b) = -(U_f - U_i) = -\Delta U_g$$

$$L_{\text{gravità}} = \Delta K = -\Delta U_g$$

$$\Delta K + \Delta U_g = 0 \quad \text{nella forma equazione continuità}$$

$$(K_f - K_i) + (U_f - U_i) = 0 \longrightarrow K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mg y_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mg y_i$$

$$E_{\text{mecc}} \underset{\text{def}}{=} K + U_g = \text{costante}$$

*l'energia meccanica per un sistema **isolato** si conserva*

Conservazione Energia Meccanica

energia cinetica ed energia potenziale:

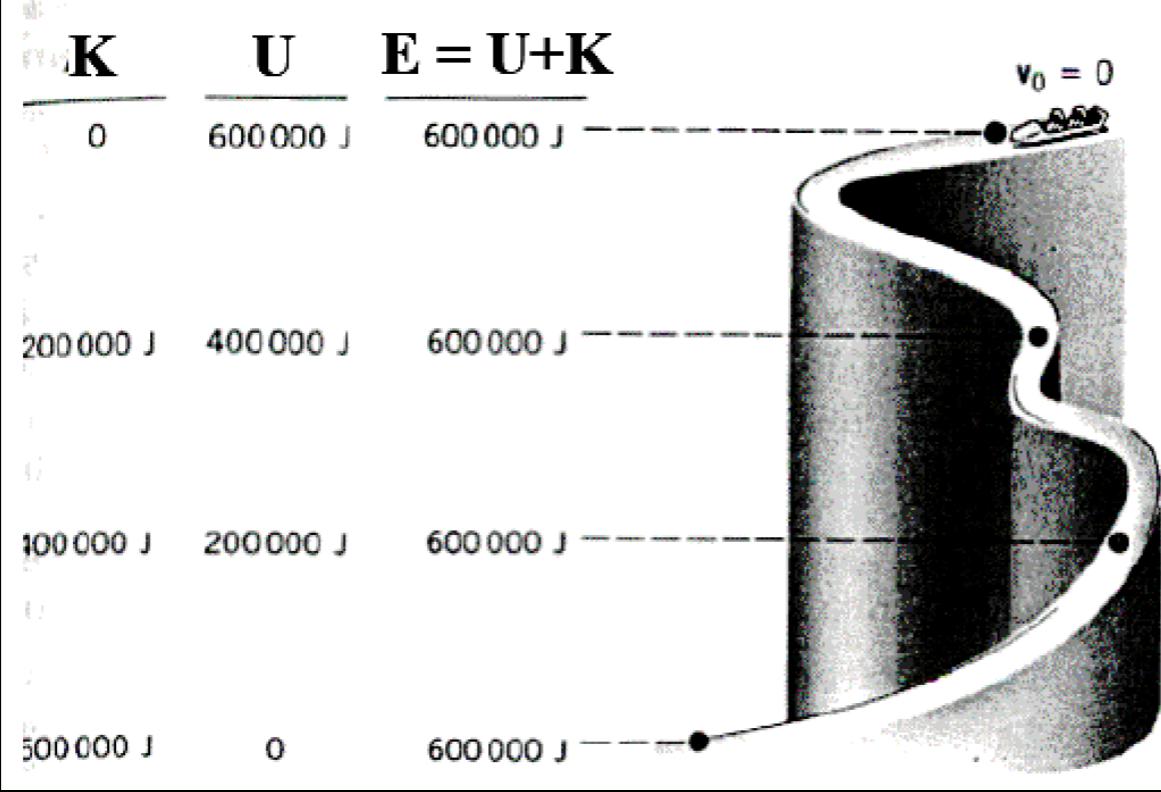
- ✖ quantità molto legate tra loro
- ✖ entrambe esprimono il **lavoro** fatto per andare tra due punti A e B

$$L(A \rightarrow B) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = K_B - K_A$$

$$L(A \rightarrow B) = -(U(B) - U(A)) = U(A) - U(B)$$

$$K_B - K_A = U(A) - U(B)$$

$$K_B + U(B) = U(A) + K_A$$



corpo in caduta:

a mano a mano che diminuisce di quota

- ✖ aumenta **velocità**
- ✖ diminuisce **energia potenziale**

è come se l' energia potenziale si trasformasse in energia cinetica

$$E_{\text{mecc}} \underset{\text{def}}{=} K + U$$

energia meccanica

*in un sistema isolato in cui agiscono solo forze conservative l'**energia meccanica** di un corpo si conserva in ogni punto della traiettoria*

[N.B. da qui nasce il termine **forze conservative**]

esempi: conservazione energia meccanica

in una cascata:



← **energia potenziale gravitazionale**
del sistema acqua – Terra
si converte in
← **energia cinetica** acqua

in un salto:

in salita:

converto
energia cinetica in
energia potenziale



in discesa:

converto
energia potenziale in
energia cinetica

Sistema Isolato:

3 differenti tecniche per calcolare il lavoro

1 definizione

$$L = \int_{l(A,B)} \overline{F} \cdot \overline{ds}$$

processo di integrazione in più dimensioni
(spesso complesso o
non risolvibile analiticamente)

2 teorema lavoro - energia cinetica (per corpo puntiforme)

$$L = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

banale se si conoscono
velocità iniziale e finale

3 mediante energia potenziale (per forze conservative)

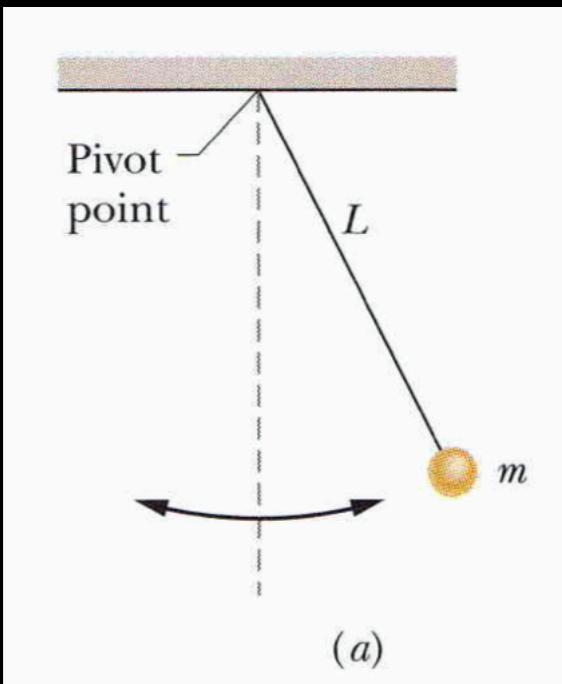
$$L = -(U(B) - U(A))$$

devo sapere **solo** ed **esclusivamente**
il valore dell' energia potenziale
nei due punti A e B

eSEMPIO: ciclo completo di oscillazioni del pendolo

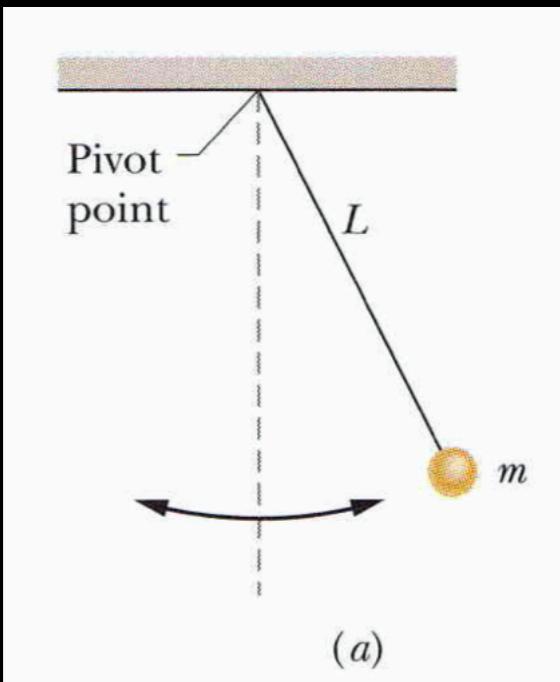


Il Pendolo semplice



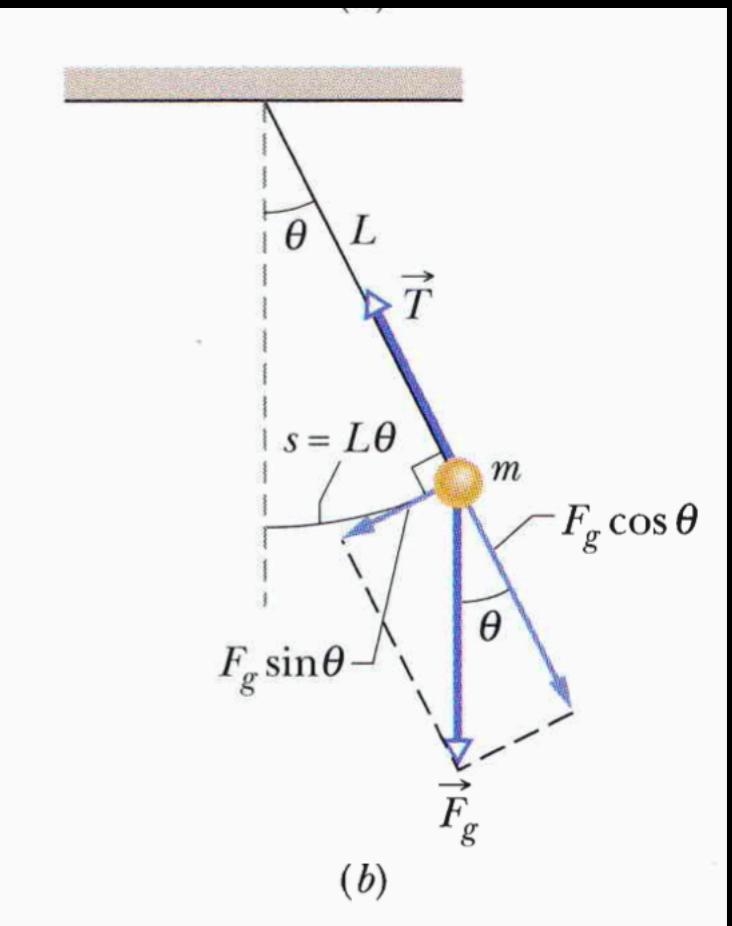
Qual'e' lo schema delle forze?

Il Pendolo semplice



Qual'e' lo schema delle forze?

...dove abbiamo usato un sistema di assi cartesiani allineato con l'asse y lungo il filo del pendolo



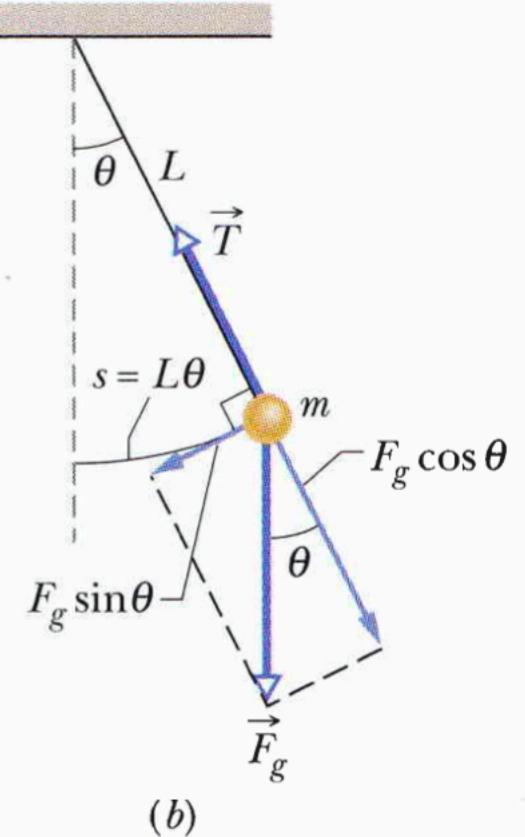
Il Pendolo semplice

Vogliamo calcolare lo spostamento del pendolo lungo direzione circolare $s(t)$ o equivalentemente l'ampiezza dell'oscillazione $x(t)$ del pendolo perché da esse possiamo poi derivare tutte le altre quantità. Per fare questo occorre scrivere la seconda legge di Newton.

Ci mettiamo innanzitutto nel caso delle piccole oscillazioni per cui $\theta \ll 1\text{ rad}$ e $\sin \theta \sim \theta = s/L$ dove L è la lunghezza del filo del pendolo (vedi figura a lato).

A questo punto possiamo scrivere l'equazione del moto lungo la tangente della traiettoria circolare compiuta dal pendolo

$$ma = -mg \sin \theta = -mgs/L \quad \text{ossia} \quad a(t) = -\frac{g}{L}s(t)$$



da cui utilizzando la definizione di accelerazione lungo la tangente

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -\frac{g}{L}s(t) \quad \text{che è la stessa equazione della molla} \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x(t)$$

[NB si poteva anche usare il sistema di riferimento orientato lungo la verticale che avrebbe portato ad un'equazione analoga per le $x(t)$ nelle ipotesi di piccole oscillazioni]

Il Pendolo semplice

Come per la molla possiamo riscrivere l'equazione come

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

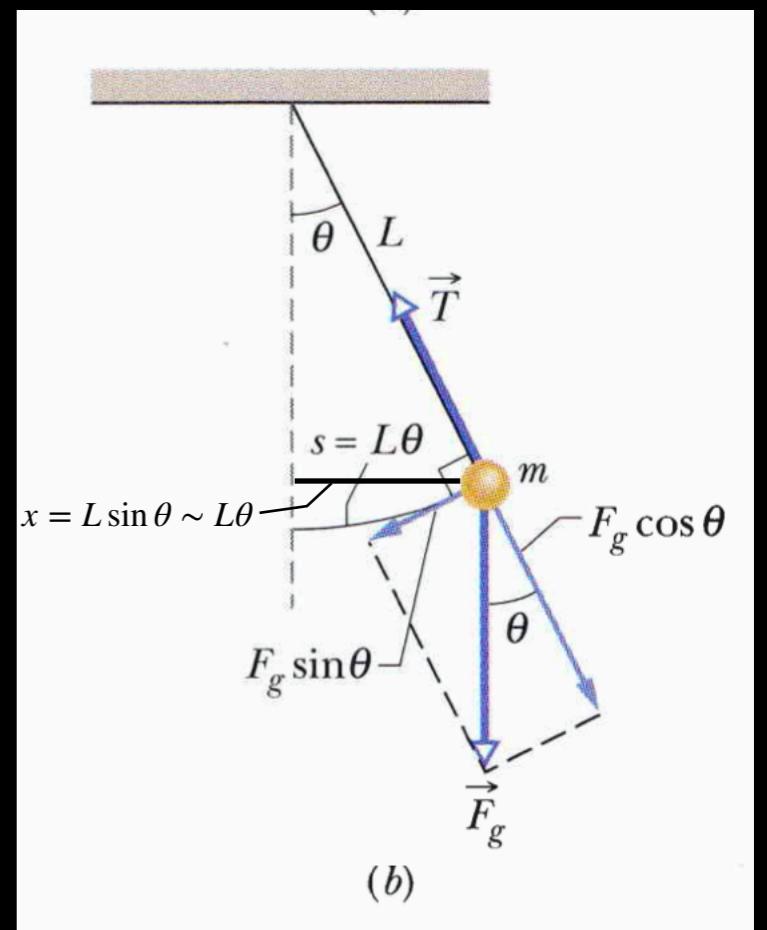
con pulsazione $\omega = \frac{g}{L}$ e periodo $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ e con ampiezza

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

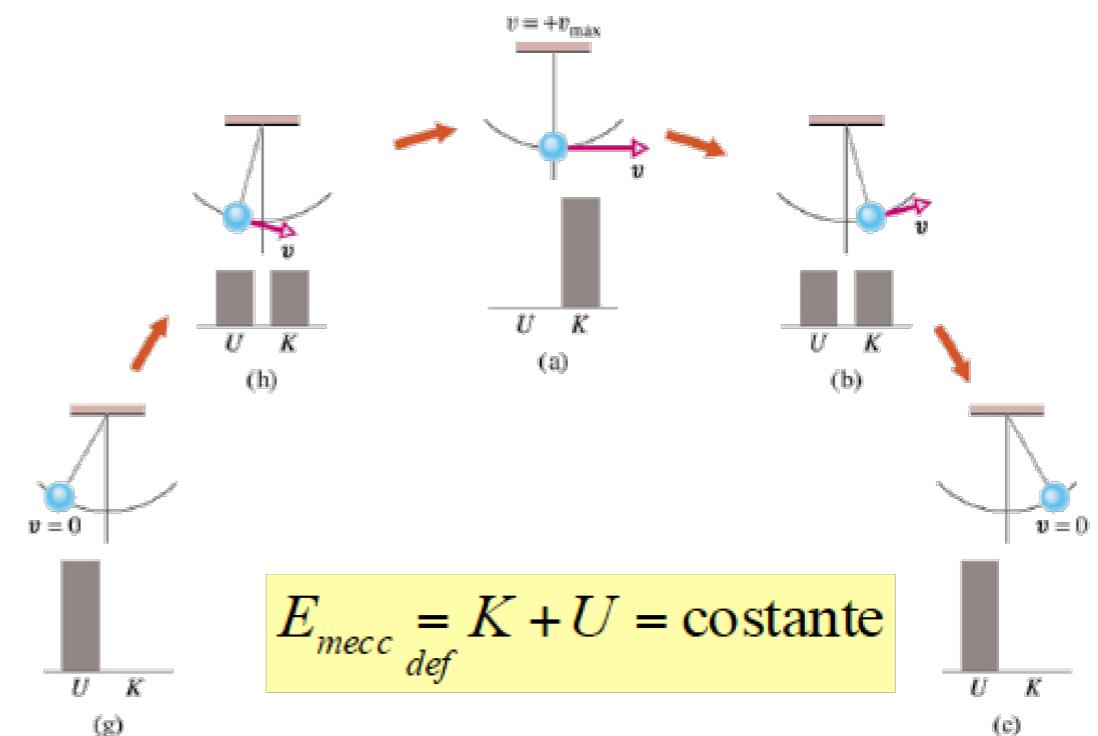
con A e φ_0 **costanti** arbitrarie
[dipendono dalle condizioni iniziali
del problema]

e velocità

$$v(t) = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$$

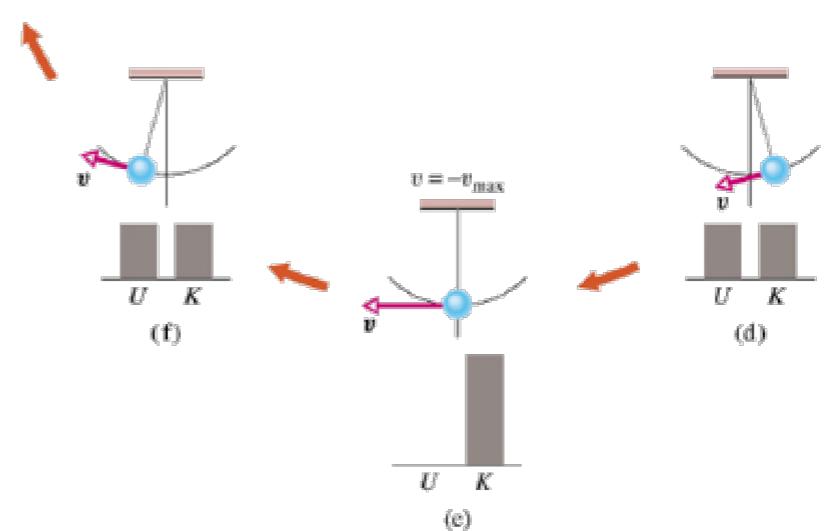


esempio: ciclo completo di oscillazioni del pendolo



[N.B. in presenza di forze di **attrito** (resistenza dell'aria, ...)

E_{mecc} è dissipata \Rightarrow il pendolo si ferma]



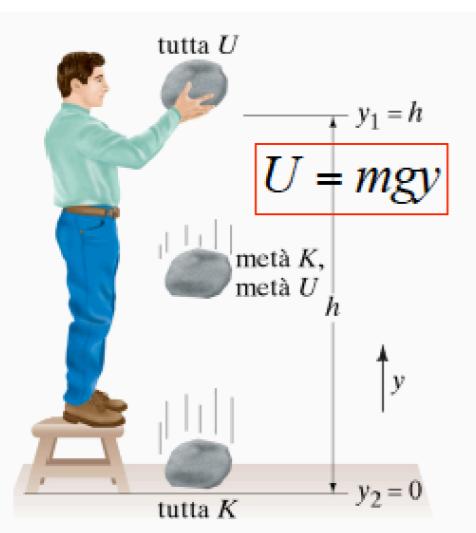
**NON tutte le forze
conservano l' energia meccanica !!!**



Forze Conservative e NON

➤ **forze conservative:**

lavoro compiuto è immagazzinato in **forma di energia** (detta **potenziale**) che può essere liberata successivamente



- posso definire energia potenziale U
- $U = f(y)$ $L = -\Delta U$
- si conserva energia meccanica

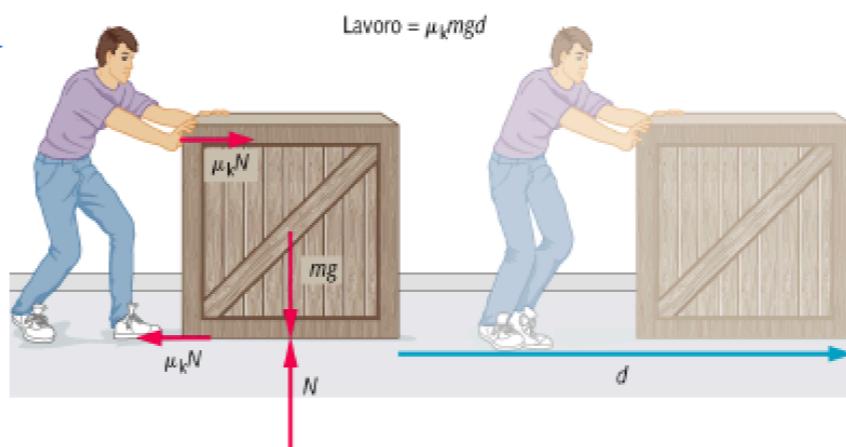
$$E_{mecc} = K + U = \text{costante}$$

$$L_{cons} = -\Delta U = \Delta K$$

$$\Delta(K + U) = \Delta E_{mecc} = 0$$

➤ **forze NON conservative:**

lavoro compiuto **NON** può essere recuperato come energia cinetica ma è trasformato in altra forma di energia (**esempio**: calore, rumore, ...)

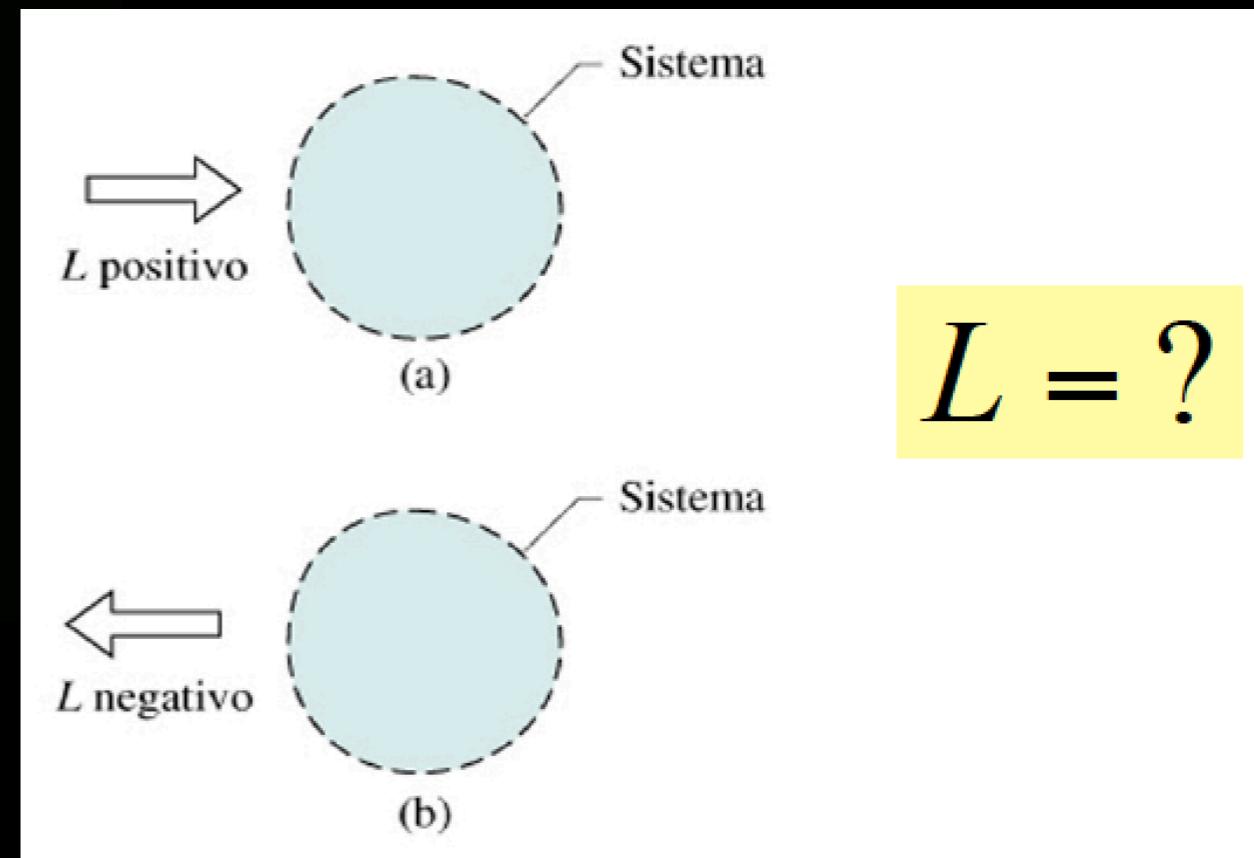


- **NON** posso definire energia potenziale U
- **NON** si conserva energia meccanica

Lavoro svolto da Forza Esterna

[Sistema NON isolato]

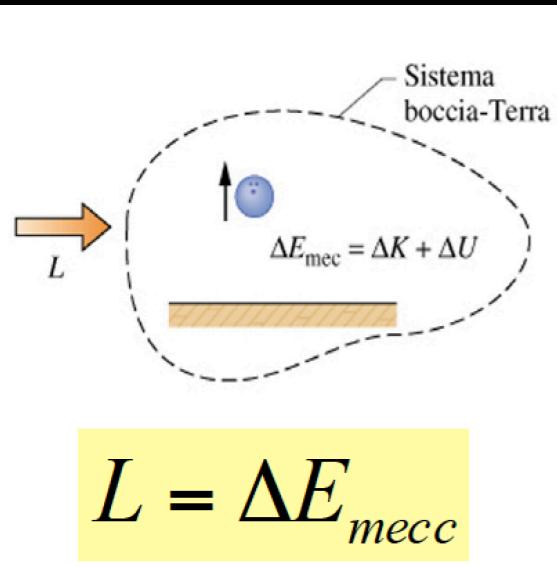
*lavoro :
energia trasferita a o da un sistema
per mezzo di una forza esterna che agisce su di esso*



- ✗ sistema **semplice** [corpo puntiforme]: F modifica **solo K**
- ✗ sistema **complesso**: F modifica K , U ed **energia interna E_{int}**

Sistema NON isolato

1. sistema senza attrito



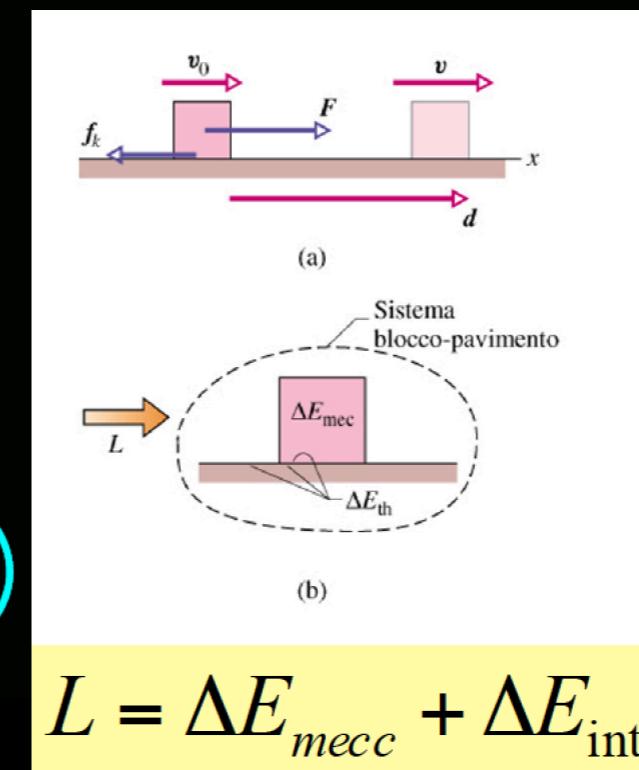
lancio in aria una boccia
[compio lavoro **sul** sistema]

$$L = \Delta K + \Delta U$$

varia
velocità
boccia

varia
distanza
Terra-boccia

2. sistema con attrito



$$F - f_d = ma \implies a = \text{cost}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ad$$

$$Fd = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + f_d d$$

$$Fd = \Delta K + f_d d = \Delta K + \Delta E_{int}$$

in **generale** [es. blocco su rampa]:

$$Fd = \Delta K + \Delta U + \Delta E_{int}$$

× potenziale gravitazionale

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \approx -\frac{1}{r^2}$$
 è **conservativa** \Rightarrow ammette **potenziale**

$$U_f - U_i = - \int_{r_i}^{r_f} F(r) dr = G m_1 m_2 \int_{r_i}^{r_f} \frac{1}{r^2} dr = G m_1 m_2 \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_i}^{r_f}$$

$$U_f - U_i = -G m_1 m_2 \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right)$$

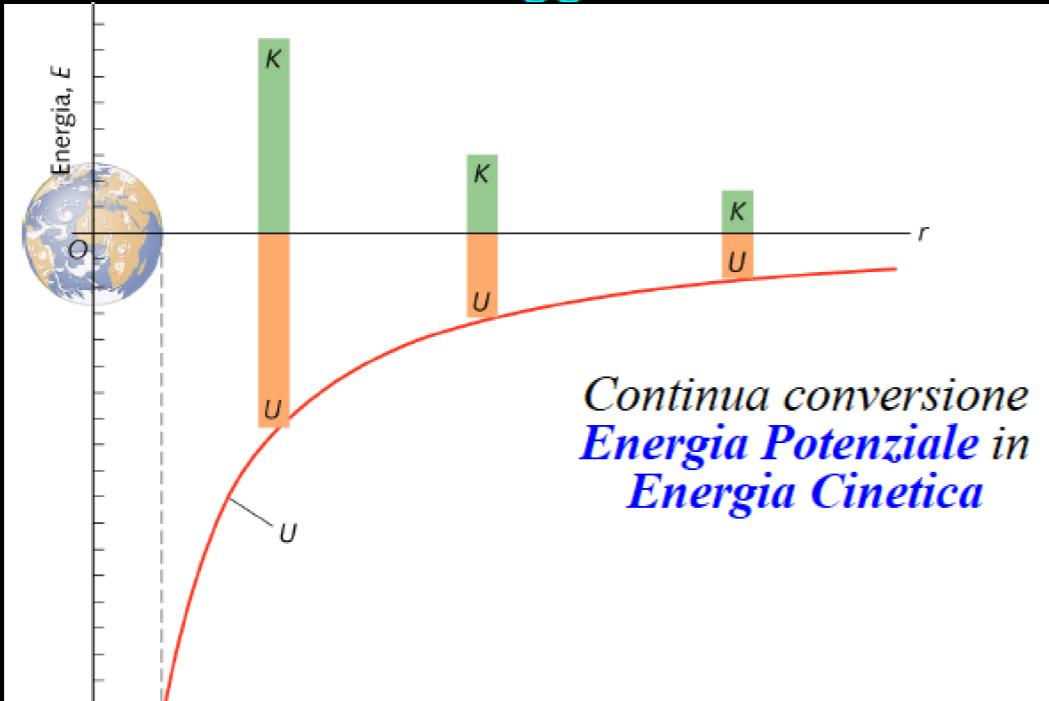
se scelgo come riferimento
 $r_i = \infty$ e quindi $U_i = 0$

$$U(r) = -\frac{G m_1 m_2}{r} \approx -\frac{1}{r}$$
 è **negativo**
(forza attrattiva)

N.B. in prossimità della superficie terrestre:

$$\Delta U_g = -GM_T m \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right) = GM_T m \left(\frac{r_f - r_i}{r_f r_i} \right) = GM_T m \frac{\Delta y}{R_T^2} = mg\Delta y$$

**Applicazione: Energia Potenziale e Cinetica
di oggetto che cade verso la Terra** [$v_i = 0$, r_i molto grande]



velocità di caduta del proiettile

$$E_{mecc,i} = E_{mecc,f}$$
$$-\frac{GM_T m}{r_i} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{GM_T m}{R_T}$$

applicazioni: velocità di fuga

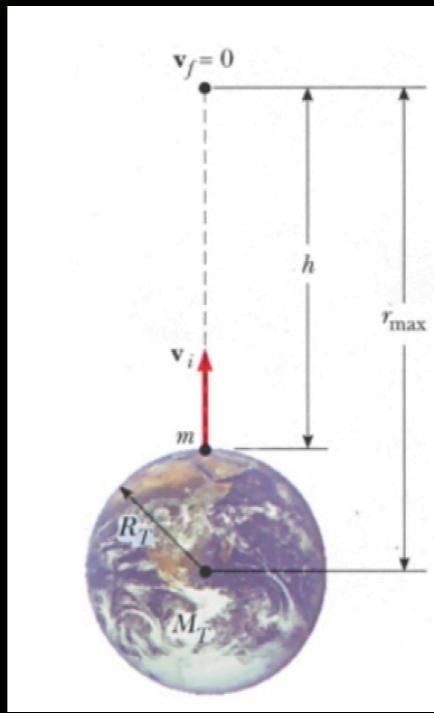
$$E_{mecc} = K + U = \text{costante}$$

in generale il proiettile:

- ▶ **rallenta** (converte K in U , h aumenta)
- ▶ **si arresta** ($K = 0$, $E_{mecc} = U$)
- ▶ **ricade** (converte U in K , h diminuisce)

esiste un valore **minimo** di v_i per cui il proiettile **non** torna indietro

proiettile lanciato in aria
massa **m**, velocità **v_i**



$$v_f = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = 11200 \text{ m/s} = 11.2 \text{ km/s}$$

$$E_{mecc,i} = E_{mecc,f}$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GM_T m}{R_T} = -\frac{GM_T m}{r_{\max}} \Rightarrow v_i^2 = 2GM_T \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{r_{\max}} \right)$$

$v_{fuga} =$ **velocità minima** che il corpo deve avere per continuare a muoversi **allontanandosi sempre**

$$v_i \xrightarrow[r_{\max} \rightarrow \infty]{} v_{fuga}$$

$$v_{fuga} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

Pianeta	v_f (km/s)
Terra	11.2
Luna	2.3
Sole	618
Marte	5.0
Giove	60

NON dipende da **massa oggetto!!**
[è la stessa per **molecola** o **navicella spaziale**]

Link: [Teoria cinetica dei gas, composizione atmosfera](#)

Ricerca Analitica di una Forza

Il lavoro fatto da una **forza conservativa** è pari alla **variazione di energia potenziale** fra punto iniziale e finale del percorso

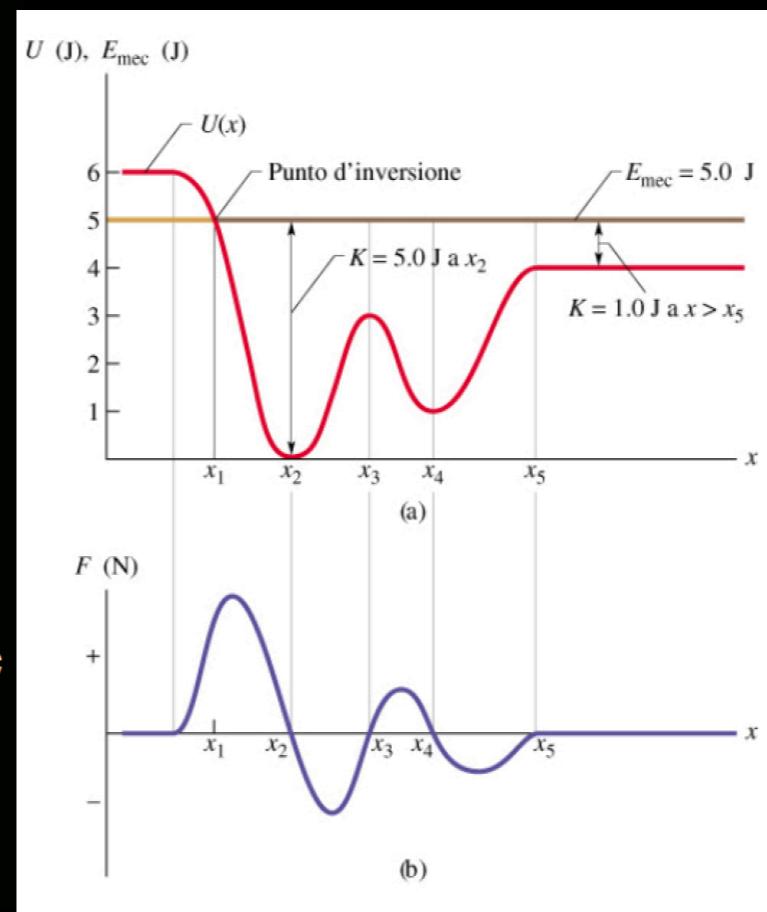
$$L = -(U(B) - U(A)) = -\Delta U$$

$$L = F(x) \Delta x$$

$$F(x) = -\frac{\Delta U}{\Delta x}$$

$$F(x) = -\frac{dU}{dx}$$

una **forza conservativa** è uguale alla **derivata cambiata di segno** dell'**energia potenziale**



$$E_{mecc} = K(x) + U(x)$$

$$= \text{costante}$$

$$K(x) = E_{mecc} - U(x)$$

sistema in **equilibrio**:

$$F(x) = 0$$

$x > x_5$ eq. indifferente (U cost)

$x = x_2$ eq. stabile (U min)

$x = x_4$ eq. stabile (U min)

$x = x_3$ eq. instabile (U max)

Strategia per risoluzione problemi

[sistema isolato e **NON**]

Applico il principio di conservazione dell' energia:

1. definisco il sistema (uno o più oggetti)
2. determino se si ha trasferimento di energia attraverso il contorno del sistema.
se sì: sistema **NON** isolato
se no: sistema isolato
$$\Delta E_{sistema} = \sum H$$
$$\Delta E_{sistema} = 0$$
3. se il sistema è **isolato**:
scelgo posizione di riferimento per energia potenziale gravitazionale e per energia potenziale elastica
4. individuo eventuali forze non conservative

5. ricordo che se sono presenti attrito o forza di resistenza dell' aria
energia meccanica NON si conserva
6. se ho solo **forze conservative**:

$$E_{mecc} = K + U = \text{costante}$$

7. in presenza di **forze NON conservative** E_{mecc} non si conserva.:

$$E_{sistema} = \text{costante} = K + U + E_{int}$$

è dovuta a forze **NON conservative !!**

Applico teorema forze vive:

$$\Delta K = \sum L_{forzeattive}$$

Un esercizio?