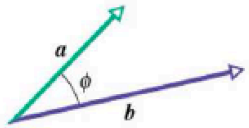
Lezione 3

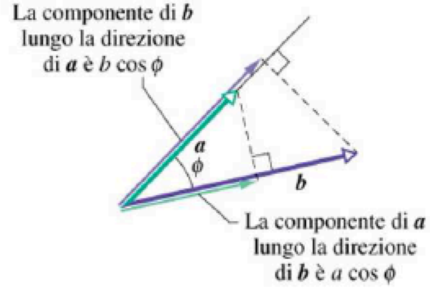
Fisica I – Ingegneria Automazione e Informatica

Università di Napoli "Federico II"
prof. Nicola R. Napolitano

Prodotto Scalare



(a)



(b)

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = ab\cos\phi$$

•Casi notevoli

$\phi = 0^o$ ($\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$ paralleli) $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = ab\cos(0^o) = ab$
$\phi = 180^o$ ($\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$ opposti) $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = ab\cos(180^o) = -ab$
$\phi = \pm 90^o$ ($\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$ perpendicolari) $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = ab\cos(\pm 90^o) = 0$

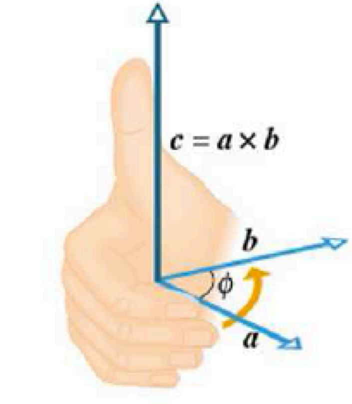
•Prodotto scalare in componenti (3 dimensioni)

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

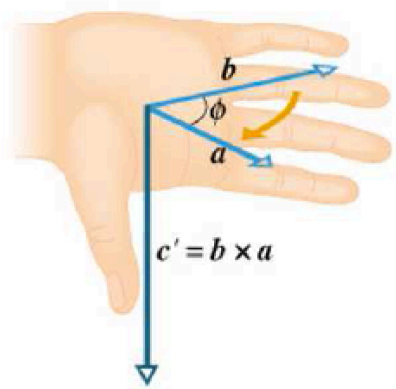
•Proprietà commutativa

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \mathbf{b}\cdot\mathbf{a}$$

Prodotto Vettoriale



(a)



(b)

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$$

$$c = ab \sin\phi$$ MODULO

La direzione di
c è perpendicolare al piano individuato da **a** e **b**. Il suo verso si ricava con la regola della mano destra.

Non sussiste la proprietà commutativa:

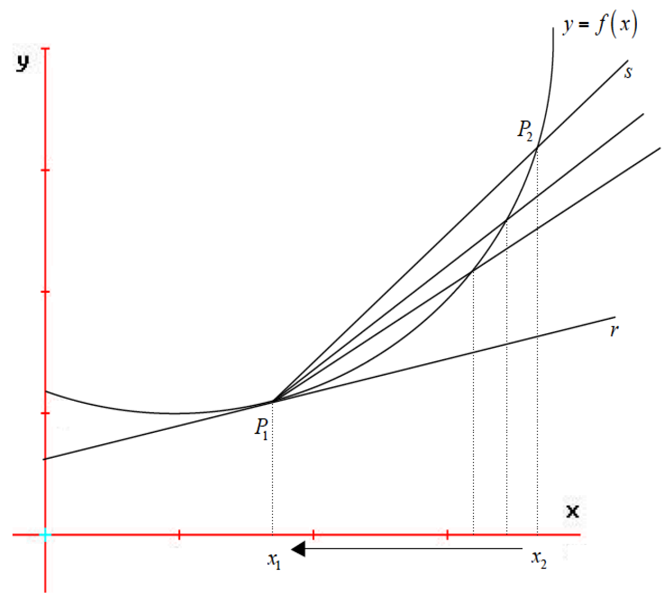
$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -(\mathbf{b} \times \mathbf{a})$$?

•Casi notevoli

$\phi = 0^o$ (**a** e **b** paralleli) $\mathbf{a}\times\mathbf{b} = ab \sin(0^o) = 0$

$\phi = 180^o$ (**a** e **b** opposti) $\mathbf{a}\times\mathbf{b} = ab \sin(180^o) = 0$

$\phi = \pm 90^o$ (**a** e **b** perpendicolari) $\mathbf{a}\times\mathbf{b} = ab \sin(\pm 90^o) = \pm ab$



Dunque, quando l'incremento in x tende a zero, la corda tende a coincidere con la tangente, ovvero l'inclinazione della corda tenderà verso l'inclinazione della tangente.
Poiché il rapporto incrementale precedentemente definito non è altro che l'inclinazione della corda passante per i punti $P_1 = (x_1, f(x_1))$ e $P_2 = (x_2, f(x_2))$, allora, quando x_2 si avvicina sempre più ad x_1, cioè quando $(x_2 - x_1)$ tende a zero, l'espressione del rapporto incrementale si avvicina al limite, precisamente:

$$\lim_{(x_2 - x_1) \to 0} \left(\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \right) = l$$

che rappresenta proprio l'inclinazione della tangente nel punto $P_1 = (x_1, f(x_1))$.

Coefficiente angolare della tangente

Definiremo tale limite come la *derivata prima* della funzione $f(x)$ e la indicheremo con una della seguenti notazioni:

$$D(y) \quad \text{oppure} \quad y' \quad \text{oppure} \quad \frac{dy}{dx} \quad \text{oppure} \quad f'(x)$$

Cinematica del punto materiale

Punto materiale: corpo idealizzato che ha massa, ma dimensioni puntiformi. Questo significa che si possono trascurare moti interni come vibrazioni o rotazioni. Corpi infinitamente piccoli (elettroni) rispondono naturalmente a questa definizione, ma in generale corpi che hanno dimensioni molto più piccole rispetto alle scale su cui le proprie grandezze vengono considerate lo possono essere comunque correttamente considerati (per esempio il moto delle **stelle** - dimensioni del sole 1.4×10^6 km - nelle **galassie** - dimensioni tipiche $\sim 10^{17}$ km).

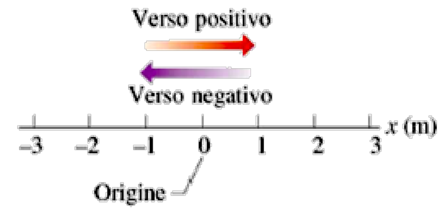
Moto Unidimensionale

- Spostamento: $x(t)$
- Velocità : $v(t)$
- Accelerazione: $a(t)$

in funzione del tempo t

Moto Unidimensionale

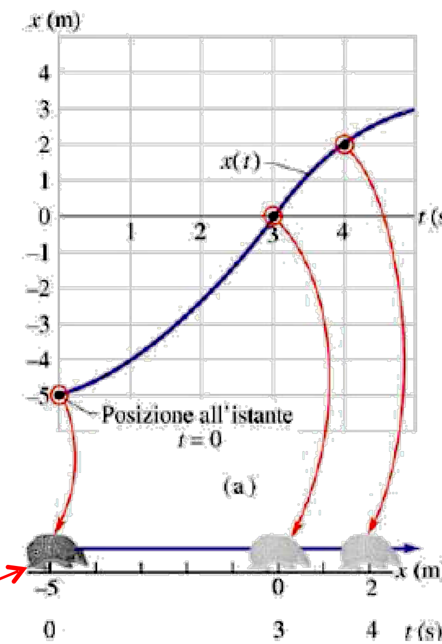
Il cambiamento di posizione di un corpo da un punto x_1 a uno x_2 è detto **spostamento** (grandezza vettoriale).



$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Es. se la particella si sposta da $x_1 = 5$ m a $x_2 = 12$ m, allora $\Delta x = (12\text{ m}) - (5\text{m}) = 7$ m.
Se si sposta da $x_1 = -5$ m a $x_2 = 12$ m, allora $\Delta x = (12\text{ m}) - (-5\text{ m}) = 12\text{ m} + 5\text{ m} = 17$ m

Grafico della posizione *x* in funzione del tempo *t*:
curva *x(t)*



Armadillo!!

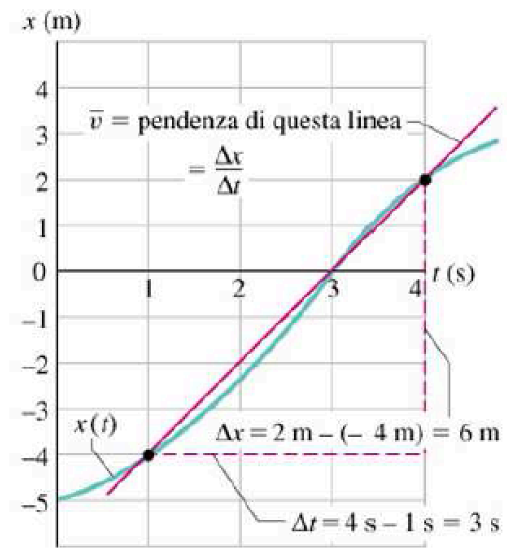
Velocità Media e Istantanea

Rapporto fra lo spostamento Δx che si verifica in un intervallo di tempo Δt e l'intervallo stesso:

$$\boxed{v_M = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}$$

$[v] = [lt^{-1}]$

In un grafico in funzione di t, v_M è la pendenza della retta che unisce due punti sulla curva x(t): uno corrisponde a x_2 e t_2, l'altro a x_1 e t_1.

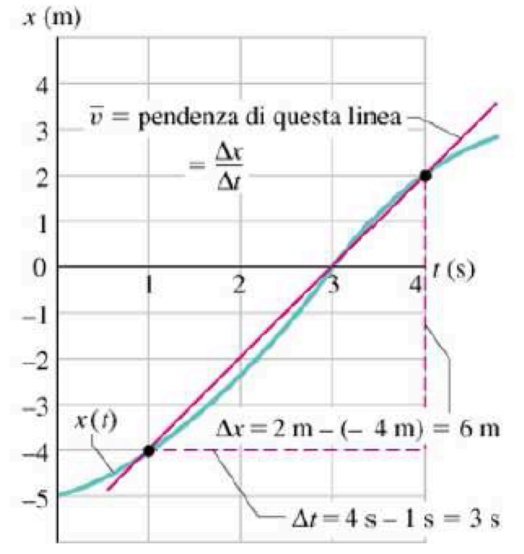


Che succede in questo esempio?
Che succede se nel tragitto c'e' un urto?

Velocità Media e Istantanea

Rapporto fra lo spostamento Δx che si verifica in un intervallo di tempo Δt e l'intervallo stesso:

$$\boxed{v_M = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}$$



$[v] = [lt^{-1}]$

In un grafico in funzione di t, v_M è la pendenza della retta che unisce due punti sulla curva x(t): uno corrisponde a x_2 e t_2, l'altro a x_1 e t_1.

La velocità istantanea si ottiene restringendo l'intervallo di tempo Δt in modo che si avvicini sempre più allo zero.

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}}$$

L'accelerazione

Quando la velocità di una particella varia si dice che la particella è sottoposta a un'**accelerazione**. Per il moto lungo un asse l'accelerazione media durante un intervallo di tempo Δt viene definita come:

$$\boxed{a_M = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}} \qquad [a] = [v][t^{-1}] = [lt^{-2}]$$

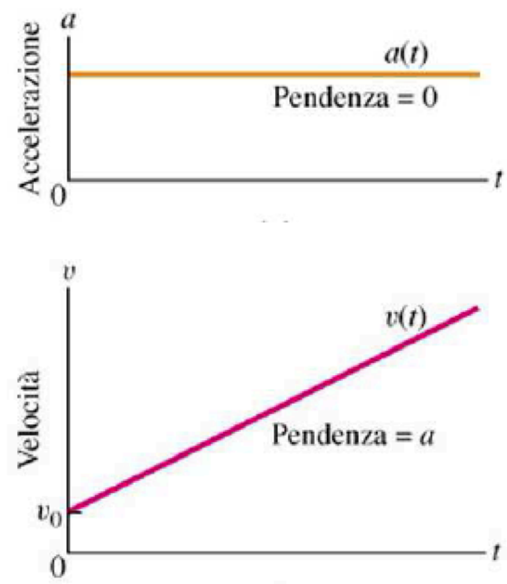
in cui la particella ha velocità v_1 all'istante t_1 e velocità v_2 all'istante t_2. L'**accelerazione istantanea** è la derivata della velocità rispetto al tempo. Rappresenta inoltre la derivata seconda della sua posizione x(t) rispetto al tempo.

$$\boxed{a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}}$$

Accelerazione Costante (moto uniformemente accelerato)

Quando l'accelerazione è costante la distinzione tra accelerazione media e istantanea perde di significato e possiamo scrivere (considerando una velocità v_o all'istante t=0 e v all'istante t):

$$\boxed{a = a_M = \frac{v - v_o}{t - 0}} \Longrightarrow \boxed{v = v_o + at}$$



L'accelerazione e' costante ma la velocita' non lo e'

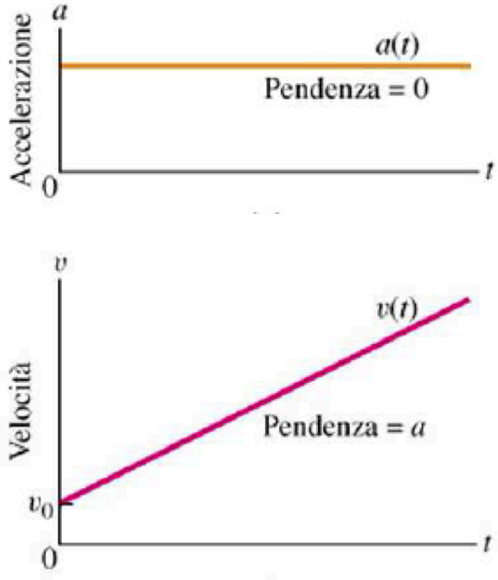
Accelerazione Costante (moto uniformemente accelerato)

Quando l'accelerazione è costante la distinzione tra accelerazione media e istantanea perde di significato e possiamo scrivere (considerando una velocità v_o all'istante t=0 e v all'istante t):

$$\boxed{a = a_M = \frac{v - v_o}{t - 0}} \Rightarrow \boxed{v = v_o + at}$$

In modo simile possiamo riscrivere:

$$\boxed{v_M = \frac{s - s_o}{t - 0}} \Rightarrow \boxed{s = s_o + v_M t}$$



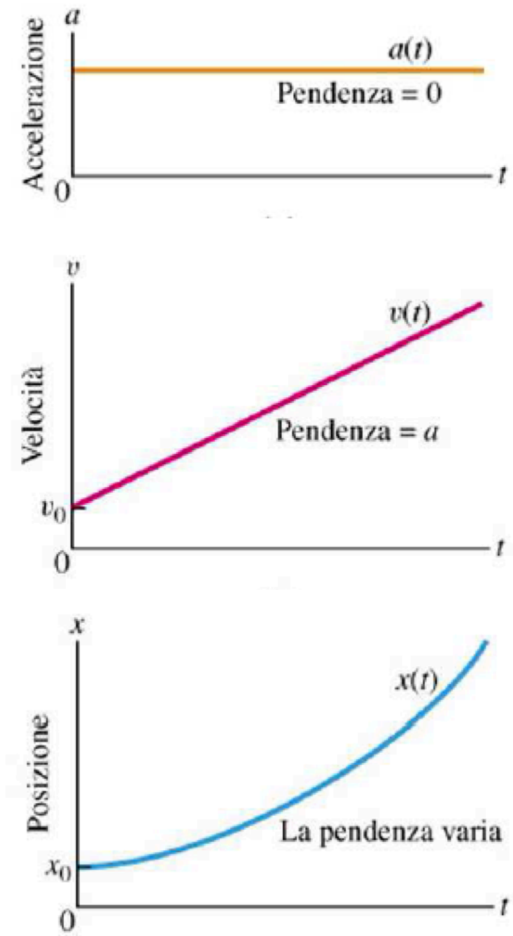
Se a > 0 (o < 0) il moto si dice uniformemente accelerato (o ritardato).

Accelerazione Costante (moto uniformemente accelerato)

Quando l'accelerazione è costante la distinzione tra accelerazione media e istantanea perde di significato e possiamo scrivere (considerando una velocità v_o all'istante t=0 e v all'istante t):

$$\boxed{a = a_M = \frac{v - v_o}{t - 0}} \qquad \boxed{v = v_o + at}$$

E lo spostamento?



(a)

Esempio 1 – il camionista sprovveduto

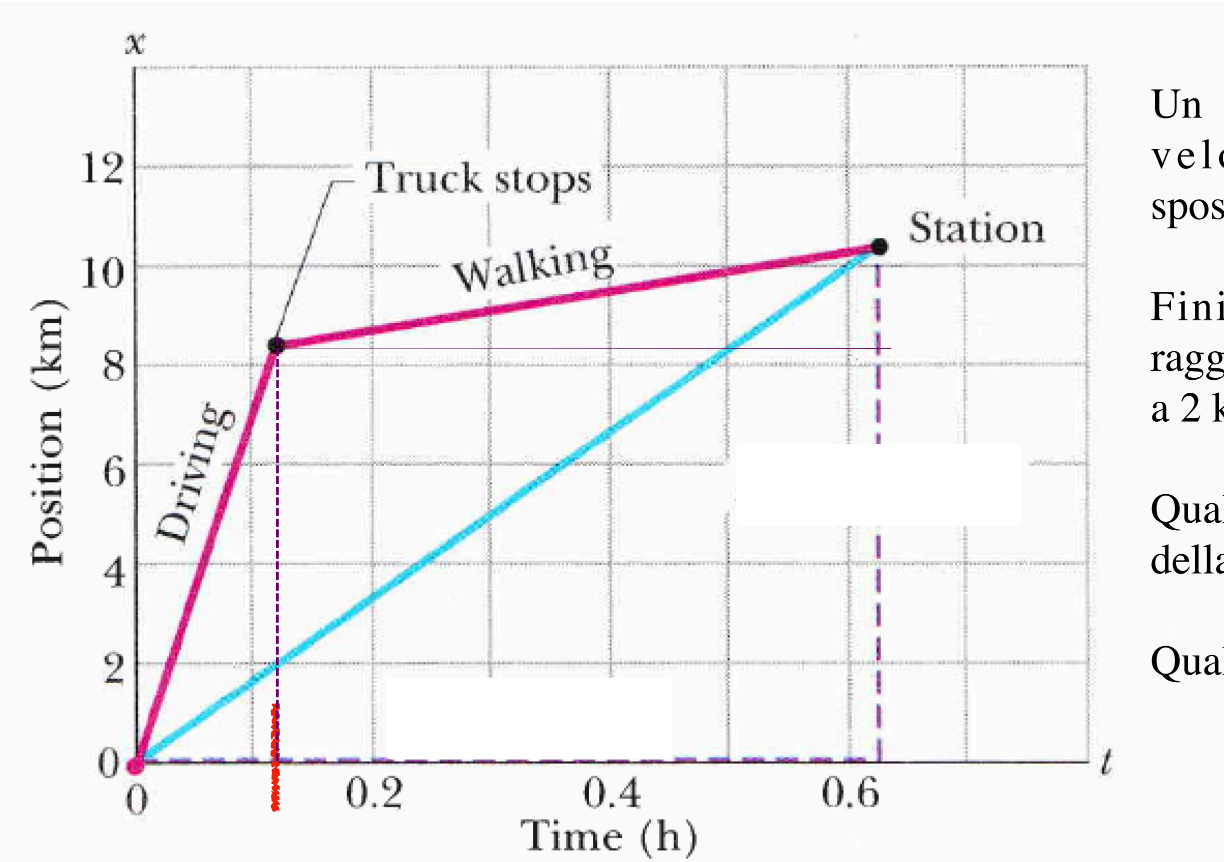
Un camion viaggia per 7.2 minuti alla velocità di 70 km/h. Qual'e' lo spostamento?

Finisce la benzina e il camionista raggiunge in 30 min la stazione di servizio a 2 km di distanza.

Qual'è lo spostamento totale dal momento della partenza all'arrivo alla stazione?

Quale la velocità media?

Esempio 1 – il camionista sprovveduto



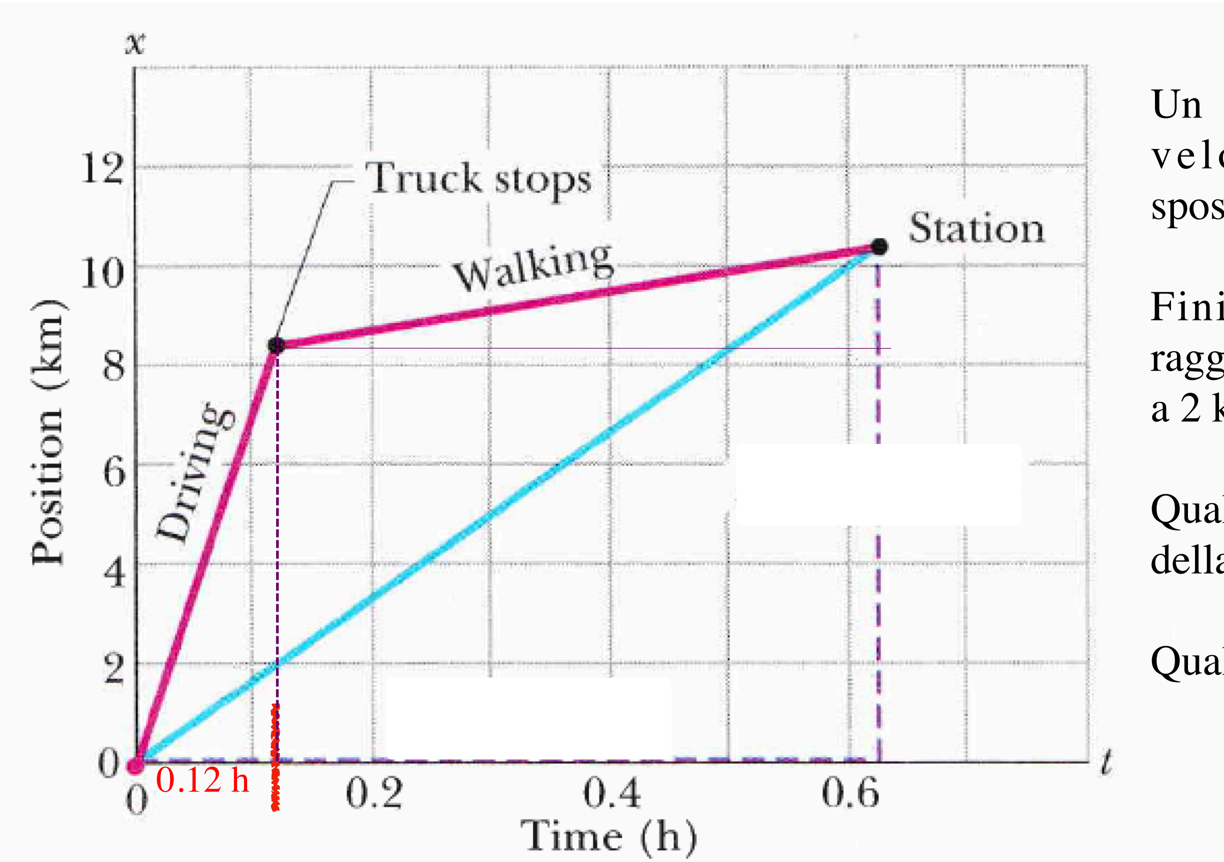
Un camion viaggia per 7.2 minuti alla velocità di 70 km/h. Qual'e' lo spostamento?

Finisce la benzina e il camionista raggiunge in 30 min la stazione di servizio a 2 km di distanza.

Qual'è lo spostamento totale dal momento della partenza all'arrivo alla stazione?

Quale la velocità media?

Esempio 1 – il camionista sprovveduto



Un camion viaggia per 7.2 minuti alla velocità di 70 km/h. Qual'e' lo spostamento?

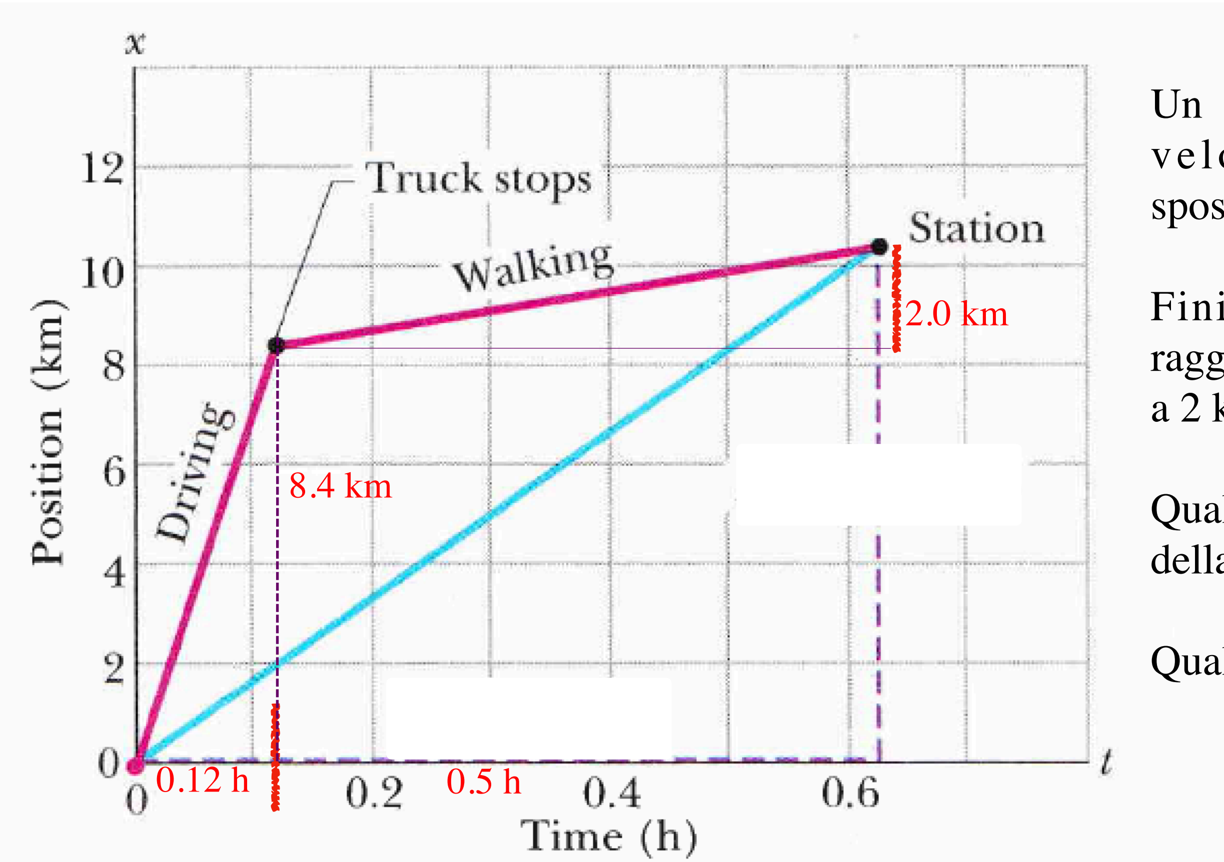
Finisce la benzina e il camionista raggiunge in 30 min la stazione di servizio a 2 km di distanza.

Qual'è lo spostamento totale dal momento della partenza all'arrivo alla stazione?

Quale la velocità media?

x=v*t=70(km/h)*0.12(h)=8.4km

Esempio 1 – il camionista sprovveduto



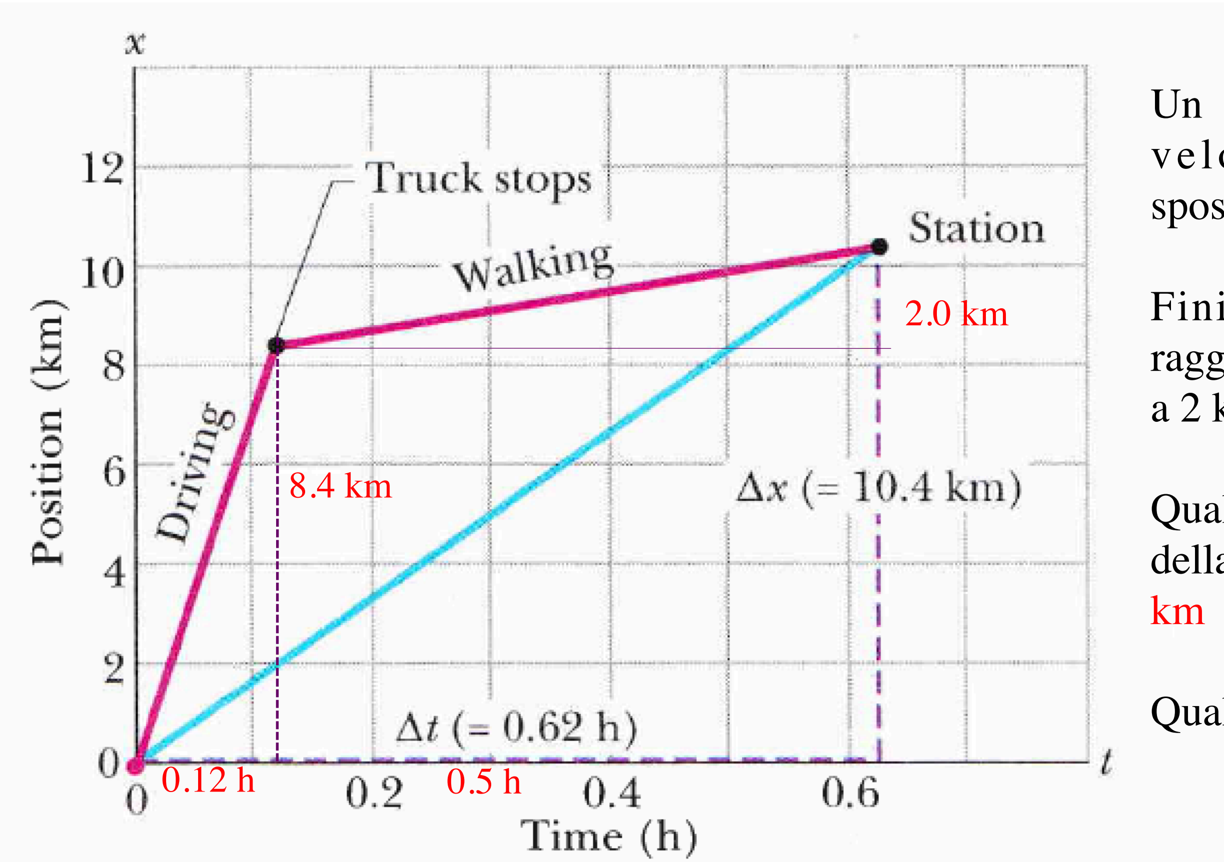
Un camion viaggia per 7.2 minuti alla velocità di 70 km/h. Qual'e' lo spostamento? 8.4 km

Finisce la benzina e il camionista raggiunge in 30 min la stazione di servizio a 2 km di distanza.

Qual'è lo spostamento totale dal momento della partenza all'arrivo alla stazione?

Quale la velocità media?

Esempio 1 – il camionista sprovveduto



Un camion viaggia per 7.2 minuti alla velocità di 70 km/h. Qual'e' lo spostamento?

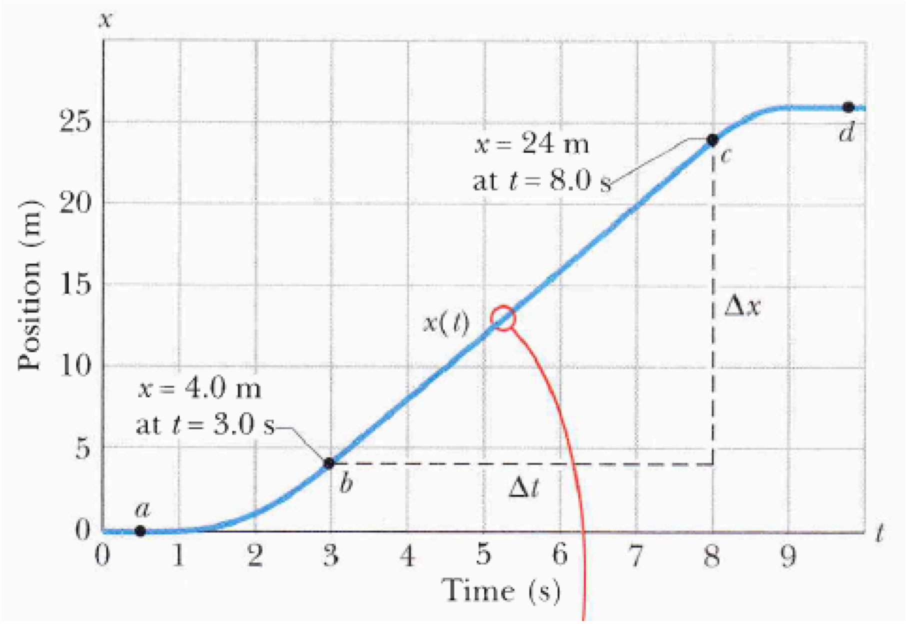
Finisce la benzina e il camionista raggiunge in 30 min la stazione di servizio a 2 km di distanza.

Qual'è lo spostamento totale dal momento della partenza all'arrivo alla stazione? 10.4 km

Quale la velocità media? 16.8 km/h

v_media=x_tot/t_tot=10.4km/[(0.5+0.12)h]=16.8 km/h

Esempio 2 – L'ascensore



$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}}$$

A lato abbiamo la curva del moto di un ascensore inizialmente fermo, che poi inizia a muoversi verso l'alto e che poi si arresta. Tracciare la curva v(t).
Se conoscessimo x(t) potremmo calcolare la derivata e disegnare la funzione velocità.

Siccome non è data la forma funzionale di x(t), notiamo che:

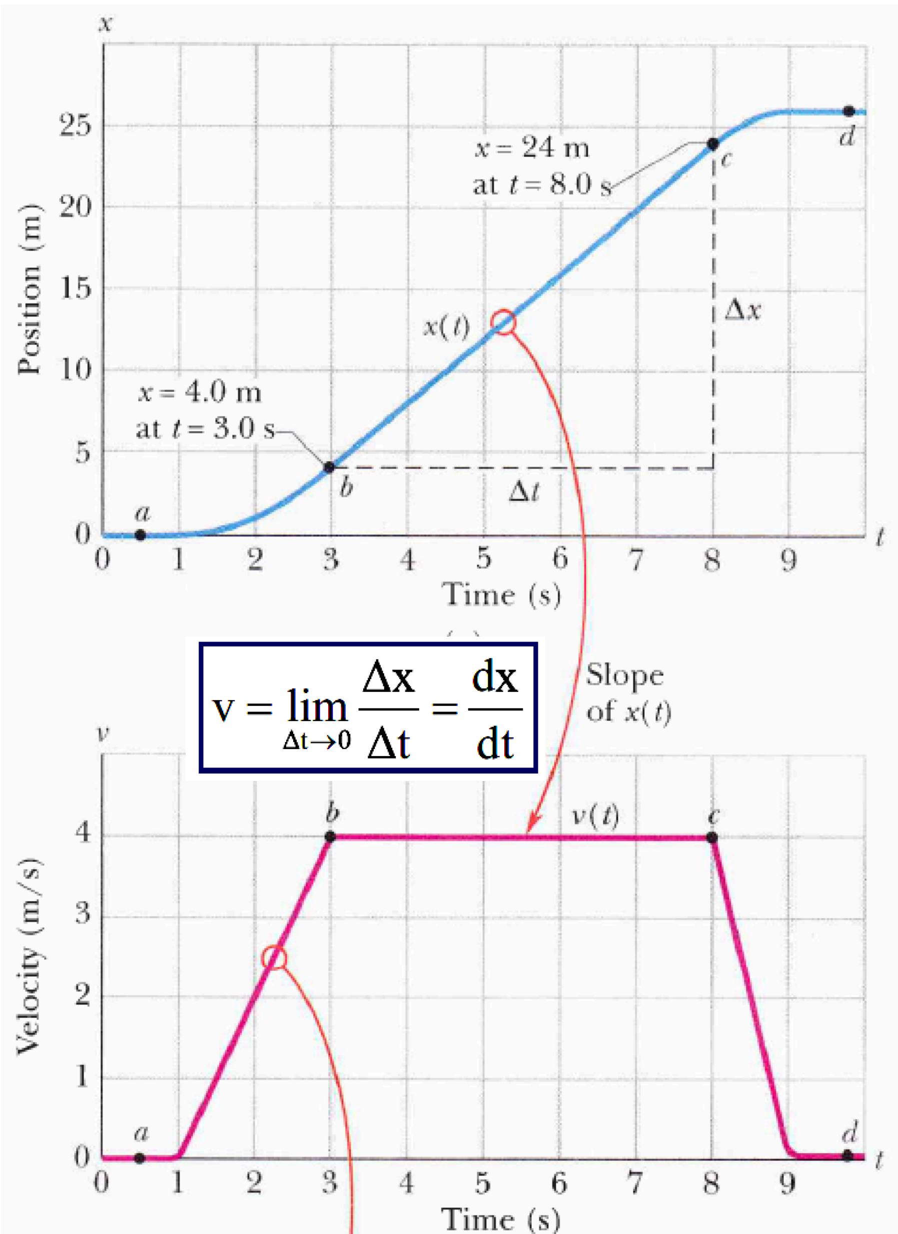
1) l'ascensore ha posizione costante a $t<1$ e $t>9$: qual'è la sua velocità?

2) l'ascensore incrementa la sua posizione in maniera lineare tra t=3s e t=8s. Che tipo di velocità? Quale il suo valore medio? E quale il suo valore istantaneo a t=4s e t=7s. Verificarlo analiticamente.

3) Disegnare la funzione velocità interpolando linearmente i tratti con spostamento non lineare.

4) che succede alla velocità in questi tratti?

Esempio 2 – L'ascensore



$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

A lato abbiamo la curva del moto di un ascensore inizialmente fermo, che poi inizia a muoversi verso l'alto e che poi si arresta. Tracciare la curva v(t).
Se conoscessimo x(t) potremmo calcolare la derivata e disegnare la funzione velocità.

Siccome non è data la forma funzionale di x(t), notiamo che:

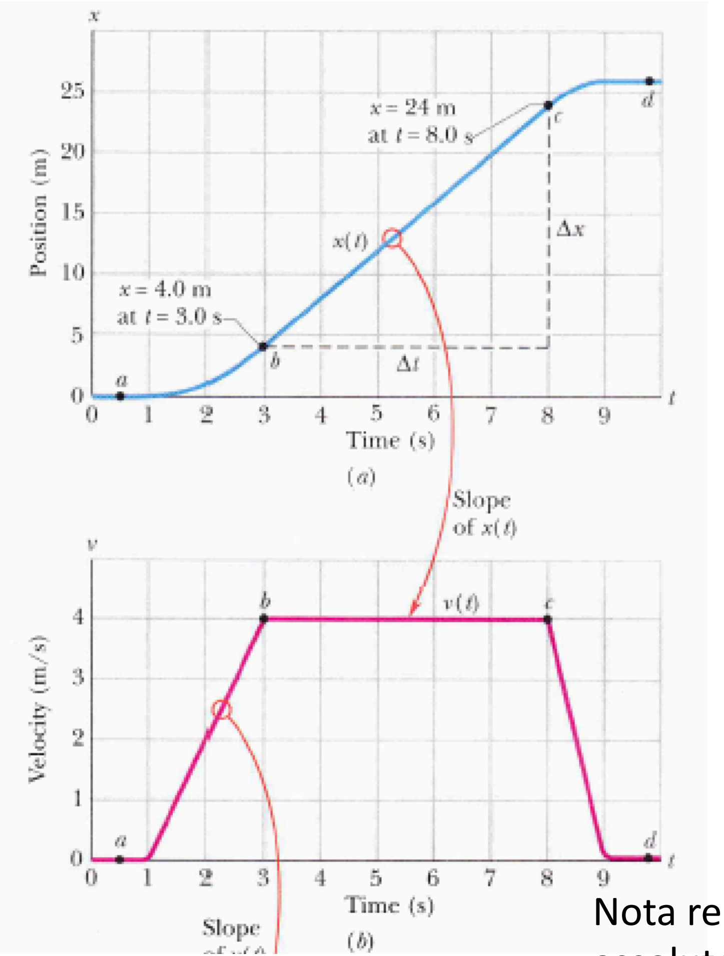
1) l'ascensore ha posizione costante a $t<1$ e $t>9$: qual'è la sua velocità?

2) l'ascensore incrementa la sua posizione in maniera lineare tra t=3s e t=8s. Che tipo di velocità? Quale il suo valore medio? E quale il suo valore istantaneo a t=4s e t=7s. Verificarlo analiticamente.

3) Disegnare la funzione velocità interpolando linearmente i tratti con spostamento non lineare.

4) che succede alla velocità in questi tratti?

L'accelerazione

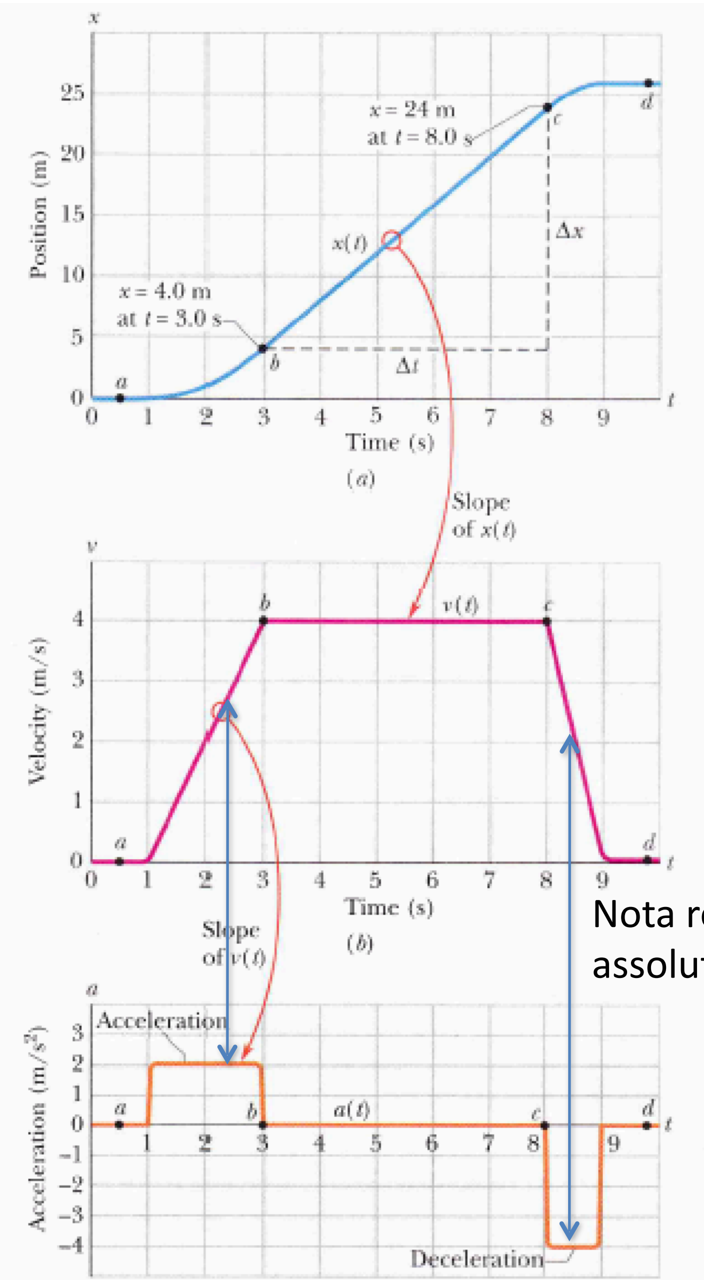


$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Nota relazione tra pendenza e valore assoluto dell'accelerazione

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

L’accelerazione

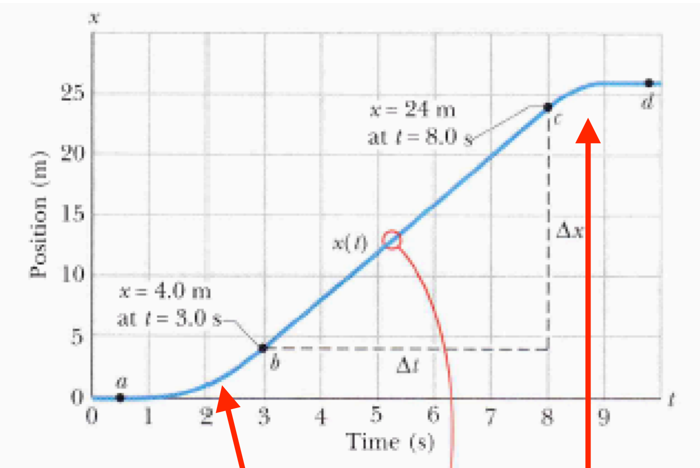


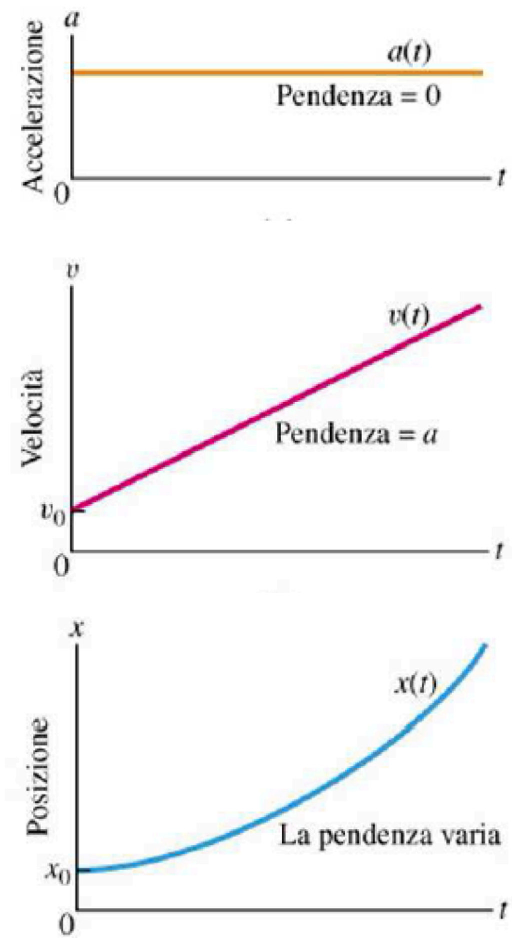
$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Nota relazione tra pendenza e valore assoluto dell’accelerazione

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

L'accelerazione





che forma ha la funzione posizione in corrispondenza del ramo uniformemente accelerato (e decelerato)??

Accelerazione Costante (moto uniformemente accelerato)

Assumiamo $t_0 = 0$ allora la velocità e' $v = at + v_o$

Si dimostra che

$$\boxed{s - s_o = v_o t + \frac{1}{2} a t^2}$$

usando $v = at + v_0$

$$\boxed{v^2 - v^2_o = 2a(s - s_o)}$$

Un caso particolare

Moto rettilineo uniforme: avviene a velocità **v = costante**.

Ne seguono le espressioni per l'accelerazione

$$\mathbf{a = 0}$$

e per lo spazio

$$\mathbf{s = s_0 + vt.}$$

sulla Terra? che accelerazione?

Sulla Terra, tutti i corpi sono soggetti alla stessa accelerazione di gravità **g**, definita da un vettore diretto verso il centro della Terra e di modulo costante, circa **9,8 m/s²** sulla superficie terrestre. Tale valore è lo stesso per qualsiasi oggetto ed è indipendente dalle sue caratterische quali massa, densità o forma.

Per effetto della gravità, e trascurando la resistenza dell'aria, ogni corpo non vincolato è soggetto allo stesso tipo di moto (**uniformemente accelerato**) indipendentemente dal suo stato di moto iniziale.

Qualche richiamo di Matematica

Differentiation Formulas:

1. $\frac{d}{dx}(x) = 1$
2. $\frac{d}{dx}(ax) = a$
3. $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$
4. $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$
5. $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$
6. $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$
7. $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x$
8. $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$
9. $\frac{d}{dx}(\csc x) = -\csc x(\cot x)$
10. $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$
11. $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$
12. $\frac{d}{dx}(a^x) = (\ln a)a^x$
13. $\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
14. $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$
15. $\frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$

Qualche richiamo di Matematica

Integrali indefiniti

Definizione Siano I un intervallo e $f : I \to \mathbb{R}$. Una funzione $F : I \to \mathbb{R}$ si chiama **primitiva** di f in I se F è derivabile in I e $F'(x) = f(x)$ per ogni $x \in I$.

Esempi

- Consideriamo la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = e^x$. Ovviamente la funzione $F(x) = e^x$ è primitiva di f in tutto $\mathbb{R}$, dato che quest'ultima è derivabile e $D(e^x) = e^x$ in tutto $\mathbb{R}$.

- Consideriamo la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^2$. La funzione $F(x) = x^3/3$ è primitiva di f in tutto $\mathbb{R}$, dato che è derivabile e $D(x^3/3) = x^2$ in tutto $\mathbb{R}$.

- Consideriamo la funzione $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \frac{1}{x}$. La funzione $F(x) = \ln x$ è primitiva di f in $(0, +\infty)$, dato che è derivabile e $D(\ln x) = \frac{1}{x}$ in $(0, +\infty)$.

Qualche richiamo di Matematica

Integrali indefiniti

Definizione Siano I un intervallo e $f : I \to \mathbb{R}$. L'insieme delle primitive di f in I si chiama **integrale indefinito** di f in I e viene indicato con uno dei simboli

$$\int f \qquad \text{oppure} \qquad \int f(x)\,\mathrm{d}x.$$

se F è una primitiva di f allora

$$\int f = \{F + c : c \in \mathbb{R}\}.$$

Per non appesantire la notazione, si scrive anche

$$\int f = F + c \qquad \text{oppure} \qquad \int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) + c.$$ [1]

Tecniche di'integrazione

- linearità dell'integrale
- integrazione per sostituzione
- integrazione per parti

Qualche richiamo di Matematica

Differentiation Formulas:

1. $\frac{d}{dx}(x) = 1$
2. $\frac{d}{dx}(ax) = a$
3. $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$
4. $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$
5. $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$
6. $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$
7. $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x$
8. $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$
9. $\frac{d}{dx}(\csc x) = -\csc x(\cot x)$
10. $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$
11. $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$
12. $\frac{d}{dx}(a^x) = (\ln a)a^x$
13. $\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
14. $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$
15. $\frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$

Integration Formulas:

1. $\int 1\,dx = x + C$
2. $\int a\,dx = ax + C$
3. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ n \neq -1$
4. $\int \sin x\,dx = -\cos x + C$
5. $\int \cos x\,dx = \sin x + C$
6. $\int \sec^2 x\,dx = \tan x + C$
7. $\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + C$
8. $\int \sec x(\tan x)\,dx = \sec x + C$
9. $\int \csc x(\cot x)\,dx = -\csc x + C$
10. $\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$
11. $\int e^x dx = e^x + C$
12. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ a > 0,\ a \neq 1$
13. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \sin^{-1} x + C$
14. $\int \frac{1}{1+x^2}dx = \tan^{-1} x + C$
15. $\int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}dx = \sec^{-1} x + C$

Riepilogo equazione del moto

Equazioni del moto ad accelerazione costante[a]

Equazione	Grandezza mancante
$v = v_0 + at$	$x - x_0$
$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	v
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	t
$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	a
$x - x_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$	v_0

[a] Prima di utilizzare le equazioni di questa tabella occorre assicurarsi che l'accelerazione sia effettivamente costante.

Nel S.I. le unità di misura della velocità e dell'accelerazione sono misurate in **m/s** e **m/s²** rispettivamente.

Si noti che 1 m/s equivale a 3.6 km/h.

Ovvero 1 km/h = 1000m/3600s = (1/3.6) m/s

Esempio: lanciatore palla

Un lanciatore lancia una palla verso l’alto (moto unidimensionale) con velocità iniziale 12 m/s. Quanto tempo impiega la palla per raggiungere la massima altezza?

KEY IDEAS (1) Once the ball leaves the pitcher and before it returns to his hand, its acceleration is the free-fall acceleration $a = -g$. Because this is constant, Table 2-1 applies to the motion. (2) The velocity v at the maximum height must be 0.

Calculation: Knowing v, a, and the initial velocity $v_0 = 12$ m/s, and seeking t, we solve Eq. 2-11, which con-

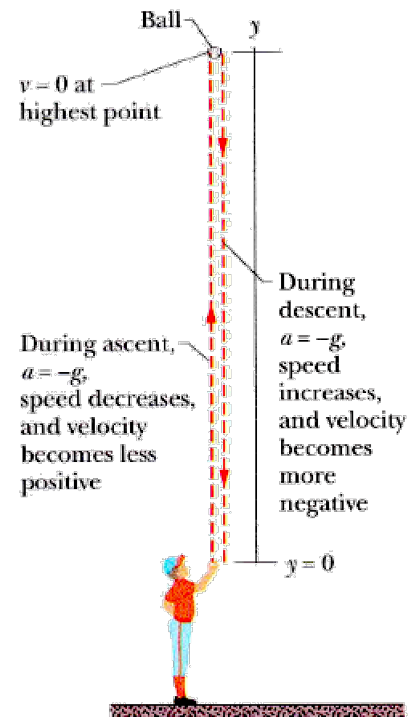


FIG. 2-12 A pitcher tosses a baseball straight up into the air. The equations of free fall apply for rising as well as for falling objects, provided any effects from the air can be neglected

Riepilogo equazione del moto

Equazioni del moto ad accelerazione costante[a]

Equazione	Grandezza mancante
$v = v_0 + at$	$x - x_0$
$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	v
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	t
$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	a
$x - x_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$	v_0

[a] Prima di utilizzare le equazioni di questa tabella occorre assicurarsi che l'accelerazione sia effettivamente costante.

Nel S.I. le unità di misura della velocità e dell'accelerazione sono misurate in **m/s** e **m/s²** rispettivamente.

Si noti che 1 m/s equivale a 3.6 km/h.

Ovvero 1 km/h = 1000m/3600s = (1/3.6) m/s

Esempio: lanciatore palla

Un lanciatore lancia una palla verso l'alto (moto unidimensionale) con velocità iniziale 12 m/s. Quanto tempo impiega la palla per raggiungere la massima altezza?

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 12 \text{ m/s}}{-9.8 \text{ m/s}^2} = 1.2 \text{ s}.$$

KEY IDEAS (1) Once the ball leaves the pitcher and before it returns to his hand, its acceleration is the free-fall acceleration $a = -g$. Because this is constant, Table 2-1 applies to the motion. (2) The velocity v at the maximum height must be 0.

Calculation: Knowing v, a, and the initial velocity $v_0 = 12$ m/s, and seeking t, we solve Eq. 2-11, which con-

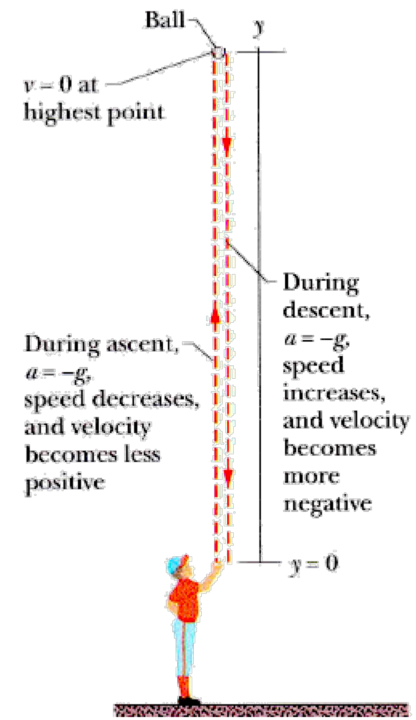


FIG. 2-12 A pitcher tosses a baseball straight up into the air. The equations of free fall apply for rising as well as for falling objects, provided any effects from the air can be neglected.

Esempio: lanciatore palla

Un lanciatore lancia una palla verso l'alto (moto unidimensionale) con velocità iniziale 12 m/s. Quanto tempo impiega la palla per raggiungere la massima altezza?

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 12\ \mathrm{m/s}}{-9.8\ \mathrm{m/s^2}} = 1.2\ \mathrm{s}.$$

Qual e' l'altezza massima al di sopra del punto di rilascio?

KEY IDEAS (1) Once the ball leaves the pitcher and before it returns to his hand, its acceleration is the free-fall acceleration $a = -g$. Because this is constant, Table 2-1 applies to the motion. (2) The velocity v at the maximum height must be 0.

Calculation: Knowing v, a, and the initial velocity $v_0 = 12$ m/s, and seeking t, we solve Eq. 2-11, which con-

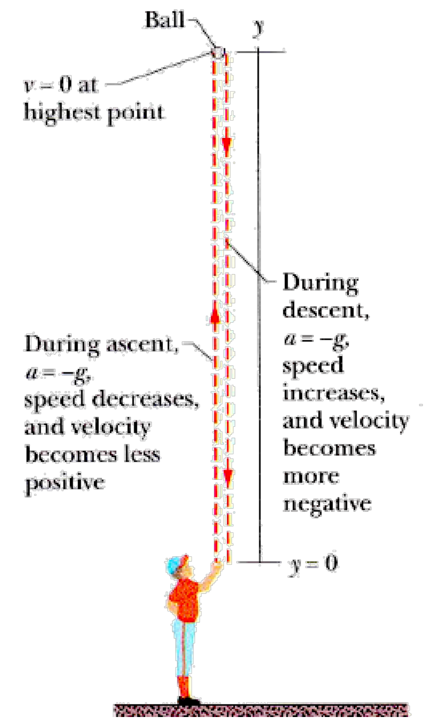


FIG. 2-12 A pitcher tosses a baseball straight up into the air. The equations of free fall apply for rising as well as for falling objects, provided any effects from the air can be neglected.

Riepilogo equazione del moto

Equazioni del moto ad accelerazione costante[a]

Equazione	Grandezza mancante
$v = v_0 + at$	$x - x_0$
$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	v
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	t
$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	a
$x - x_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$	v_0

[a] Prima di utilizzare le equazioni di questa tabella occorre assicurarsi che l'accelerazione sia effettivamente costante.

Nel S.I. le unità di misura della velocità e dell'accelerazione sono misurate in **m/s** e **m/s^2** rispettivamente.

Si noti che 1 m/s equivale a 3.6 km/h.

Ovvero 1 km/h = 1000m/3600s = (1/3.6) m/s

Esempio: lanciatore palla

Un lanciatore lancia una palla verso l'alto (moto unidimensionale) con velocità iniziale 12 m/s. Quanto tempo impiega la palla per raggiungere la massima altezza?

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 12\ \text{m/s}}{-9.8\ \text{m/s}^2} = 1.2\ \text{s}.$$

Qual e' l'altezza massima al di sopra del punto di rilascio?

$$y = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (12\ \text{m/s})^2}{2(-9.8\ \text{m/s}^2)} = 7.3\ \text{m}$$

KEY IDEAS (1) Once the ball leaves the pitcher and before it returns to his hand, its acceleration is the free-fall acceleration $a = -g$. Because this is constant, Table 2-1 applies to the motion. (2) The velocity v at the maximum height must be 0.

Calculation: Knowing v, a, and the initial velocity $v_0 = 12$ m/s, and seeking t, we solve Eq. 2-11, which con-

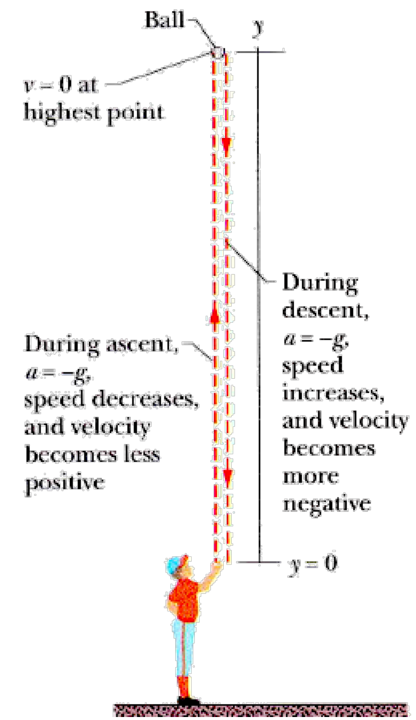


FIG. 2-12 A pitcher tosses a baseball straight up into the air. The equations of free fall apply for rising as well as for falling objects, provided any effects from the air can be neglected

Esempio: lanciatore palla

Un lanciatore lancia una palla verso l'alto (moto unidimensionale) con velocità iniziale 12 m/s. Quanto tempo impiega la palla per raggiungere la massima altezza?

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 12\ \text{m/s}}{-9.8\ \text{m/s}^2} = 1.2\ \text{s}.$$

Qual e' l'altezza massima al di sopra del punto di rilascio?

$$y = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (12\ \text{m/s})^2}{2(-9.8\ \text{m/s}^2)} = 7.3\ \text{m}$$

Quanto tempo occorre alla palla per raggiungere un'altezza di 5.0 m al di sopra del punto di rilascio?

KEY IDEAS (1) Once the ball leaves the pitcher and before it returns to his hand, its acceleration is the free-fall acceleration $a = -g$. Because this is constant, Table 2-1 applies to the motion. (2) The velocity v at the maximum height must be 0.

Calculation: Knowing v, a, and the initial velocity $v_0 = 12$ m/s, and seeking t, we solve Eq. 2-11, which con-

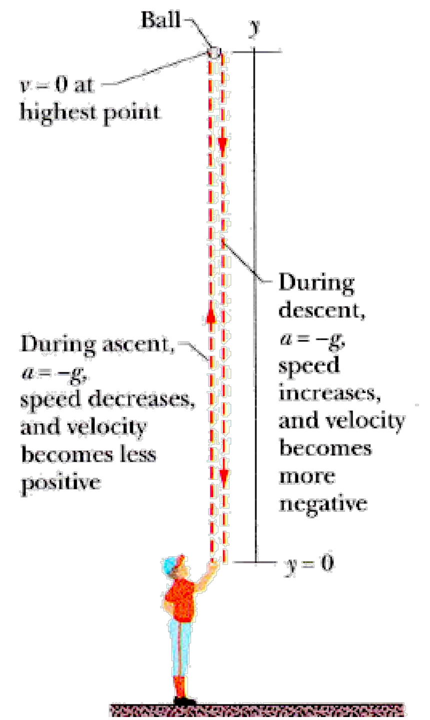


FIG. 2-12 A pitcher tosses a baseball straight up into the air. The equations of free fall apply for rising as well as for falling objects, provided any effects from the air can be neglected.

Riepilogo equazione del moto

Equazioni del moto ad accelerazione costante[a]

Equazione	Grandezza mancante
$v = v_0 + at$	$x - x_0$
$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	v
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	t
$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	a
$x - x_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$	v_0

[a] Prima di utilizzare le equazioni di questa tabella occorre assicurarsi che l'accelerazione sia effettivamente costante.

Nel S.I. le unità di misura della velocità e dell'accelerazione sono misurate in **m/s** e **m/s²** rispettivamente.

Si noti che 1 m/s equivale a 3.6 km/h.

Ovvero 1 km/h = 1000m/3600s = (1/3.6) m/s

Esempio: lanciatore palla

Un lanciatore lancia una palla verso l'alto (moto unidimensionale) con velocità iniziale 12 m/s. Quanto tempo impiega la palla per raggiungere la massima altezza?

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 12\text{ m/s}}{-9.8\text{ m/s}^2} = 1.2\text{ s}.$$

Qual e' l'altezza massima al di sopra del punto di rilascio?

$$y = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (12\text{ m/s})^2}{2(-9.8\text{ m/s}^2)} = 7.3\text{ m}$$

Quanto tempo occorre alla palla per raggiungere un'altezza di 5.0 m al di sopra del punto di rilascio?

$$y = v_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2,$$

or $$5.0\text{ m} = (12\text{ m/s})t - (\tfrac{1}{2})(9.8\text{ m/s}^2)t^2.$$

Omettendo le unita' di misura che abbiamo verificato essere corrette:

$$4.9t^2 - 12t + 5.0 = 0.$$

Risolvendo l'equazione di secondo grado

$$t = 0.53\text{ s} \quad \text{and} \quad t = 1.9\text{ s}.$$

KEY IDEAS (1) Once the ball leaves the pitcher and before it returns to his hand, its acceleration is the free-fall acceleration $a = -g$. Because this is constant, Table 2-1 applies to the motion. (2) The velocity v at the maximum height must be 0.

Calculation: Knowing v, a, and the initial velocity $v_0 = 12$ m/s, and seeking t, we solve Eq. 2-11, which con-

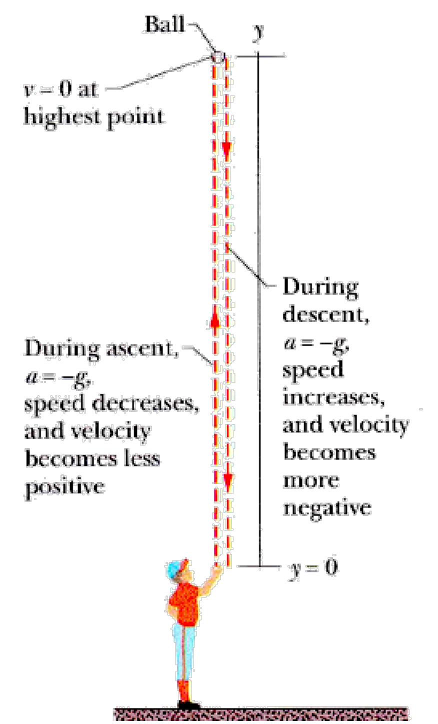
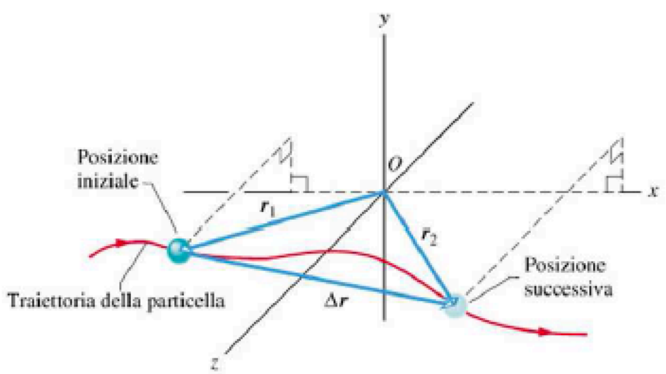


FIG. 2-12 A pitcher tosses a baseball straight up into the air. The equations of free fall apply for rising as well as for falling objects, provided any effects from the air can be neglected

Il moto in due dimensioni

Se il vettore che individua la posizione di un corpo è $\mathbf{r_1}$ al tempo t_1 e $\mathbf{r_2}$ al tempo t_2, il suo vettore spostamento $\mathbf{\Delta r}$ durante l'intervallo di tempo è:

$$\mathbf{\Delta r} = \mathbf{r_2} - \mathbf{r_1}$$



Il vettore posizione si può esprimere come somma delle sue componenti

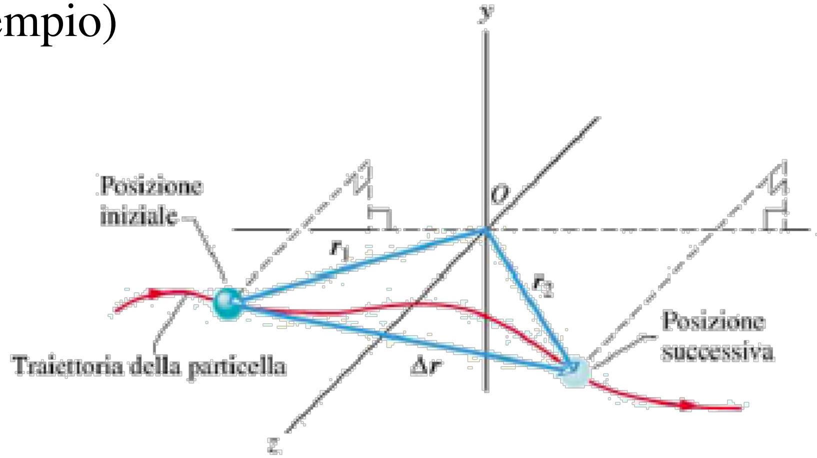
$$\vec{r} = x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}},$$

ognuna delle quali è funzione del tempo. Per esempio in 2D:

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{\mathrm{i}} + y(t)\hat{\mathrm{j}}.$$

Il vettore spostamento è dato dalla differenza tra il vettore posizione iniziale e quallo finale (verificare con la regola del parallelogramma per esempio)

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$



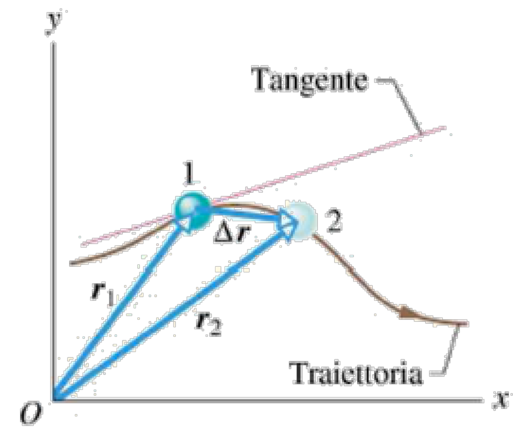
Che può essere riscritto nelle sue componenti come:

$$\Delta\vec{r} = (x_2\hat{\mathrm{i}} + y_2\hat{\mathrm{j}} + z_2\hat{\mathrm{k}}) - (x_1\hat{\mathrm{i}} + y_1\hat{\mathrm{j}} + z_1\hat{\mathrm{k}})$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{\mathrm{i}} + (y_2 - y_1)\hat{\mathrm{j}} + (z_2 - z_1)\hat{\mathrm{k}},$$

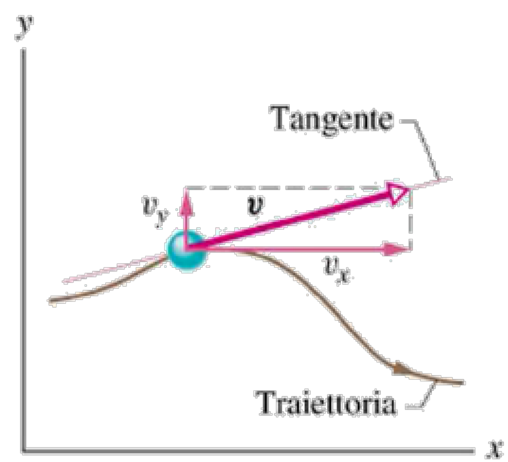
O anche

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\hat{\mathrm{i}} + \Delta y\hat{\mathrm{j}} + \Delta z\hat{\mathrm{k}}.$$



A questo punto risulta immediato definire la velocità media, espressa anche tramite le sue componenti, come rapporto della variazione della positione in un intervallo di tempo

$$\vec{v}_{\mathrm{avg}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t},$$



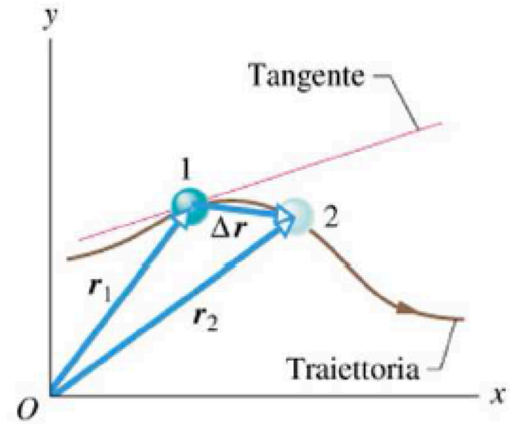
$$\vec{v}_{\mathrm{avg}} = \frac{\Delta x\hat{\mathrm{i}} + \Delta y\hat{\mathrm{j}} + \Delta z\hat{\mathrm{k}}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\,\hat{\mathrm{i}} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\,\hat{\mathrm{j}} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\,\hat{\mathrm{k}}.$$

E la velocità istantanea come limite per Δt -> 0 del rapporto incrementale del vettore posizione rispetto al tempo, ossia la derivata della traiettoria del punto materiale

$$\boxed{\vec{\mathrm{v}} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\mathrm{r}}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{\mathrm{d}\,\vec{\mathrm{r}}}{\mathrm{dt}}}$$

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}.}$$

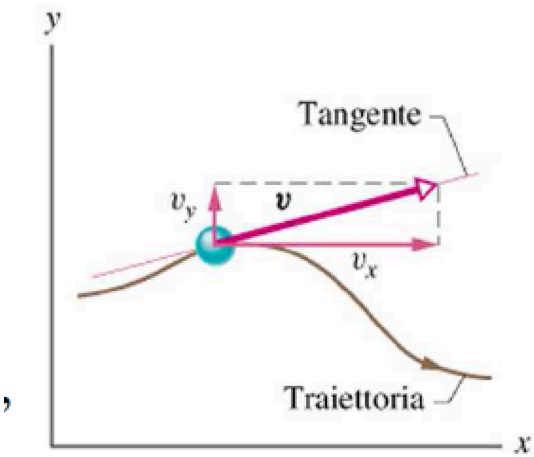
La velocità istantanea può essere scritta in funzione delle sue coordinate lungo gli assi cartsiani



$$\vec{v} = \frac{d}{dt}(x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}}) = \frac{dx}{dt}\hat{\mathrm{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathrm{j}} + \frac{dz}{dt}\hat{\mathrm{k}}$$

Ovvero

$$\vec{v} = v_x\hat{\mathrm{i}} + v_y\hat{\mathrm{j}} + v_z\hat{\mathrm{k}}.$$



dove

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad \text{and} \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

,