FISICA GENERALE I

Annalisa Allocca

Università degli Studi di Napoli,
Compl. Univ. Monte S.Angelo – Dipartimento di Fisica
Via Cinthia, I-80126, Napoli

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare,
sez. Napoli
Studio: 1G16, Edificio 6
+39-081-676345
annalisa.allocca@unina.it

Organizzazione

- **Sito web:** www.docenti.unina.it/annalisa.allocca
  - La registrazione al sito si può effettuare inserendo numero di matricola e pin oppure tramite SPID per chi non fosse ancora in possesso di matricola
  - Il materiale didattico si trova sulla pagina web

- **Libri di testo adottati:**
  - Mazzoldi, Nigro, Voci «Elementi di Fisica – Meccanica e Termodinamica» Vol. 1 - Edises Napoli
  - Halliday, Resnick, Walker «Fondamenti di Fisica» - Ambrosiana Milano
  - Serway, Jewett «Principi di Fisica» - Edises Napoli

Argomenti di oggi:

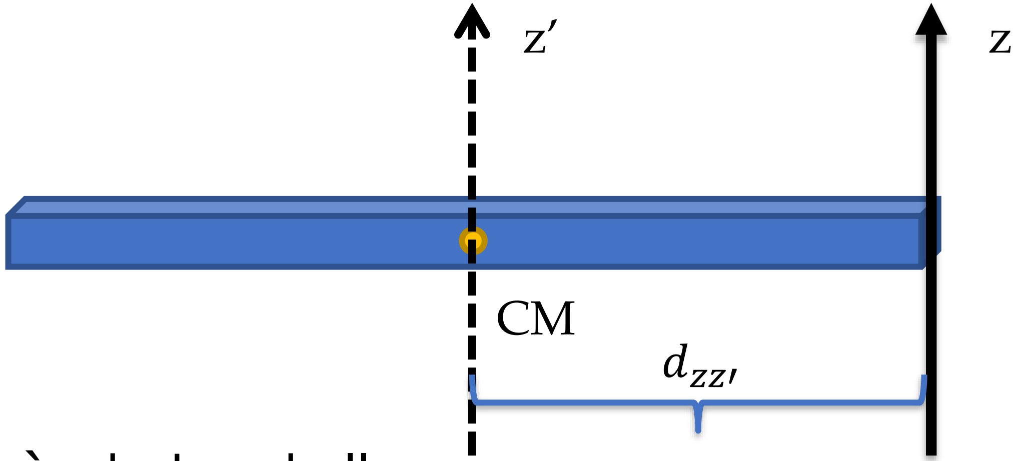
- Dinamica del corpo rigido
  - Moto di rotolamento puro
- Dinamica degli urti

Mazzoldi, Nigro, Voci, cap 6, 7

Teorema di Huygens-Steiner e teorema di Koenig

Riprendiamo l'espressione dell'energia cinetica e applichiamo il teorema di Huygens-Steiner

$$E_k = \frac{1}{2} I_{z'} \omega^2 + \frac{1}{2} m v_{CM}^2 = \boxed{\frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} m v_{CM}^2}$$



L'energia cinetica totale di un corpo rigido è data dalla somma dell'**energia cinetica rotazionale** intorno ad un asse passante per il centro di massa più l'**energia cinetica traslazionale** del centro di massa

Notare che ω e v_{CM} **non** sono indipendenti ($v_{CM} = \omega\, d_{zz'}$)

Moto di puro rotolamento

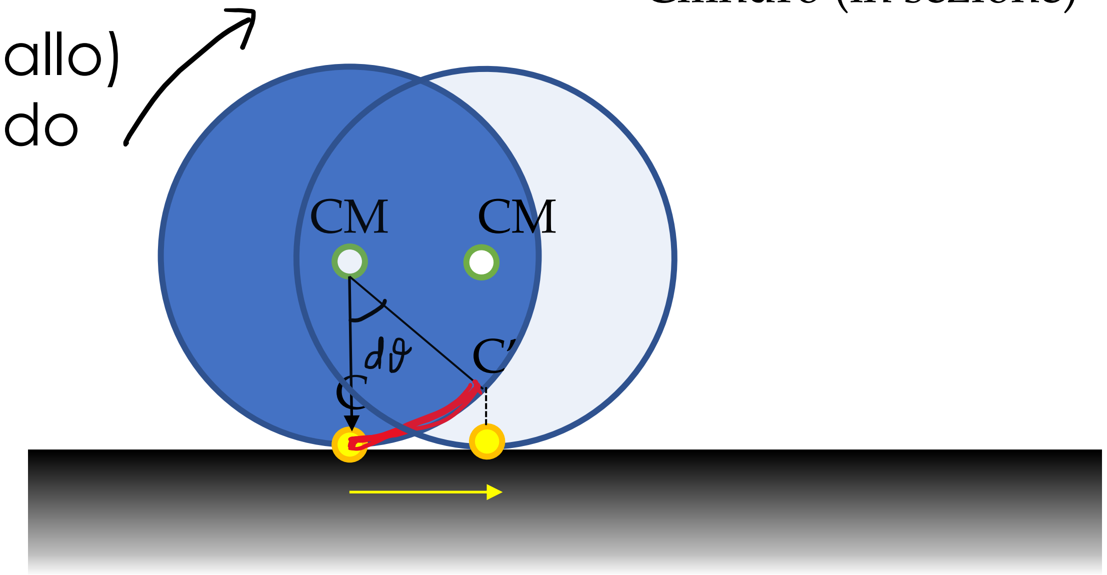
Moto di puro rotolamento

Fino ad ora abbiamo considerato il moto di un corpo rigido in rotazione attorno ad un asse fisso. Ora studiamo il caso in cui **l'asse di rotazione non è fisso**, ossia il **moto di rotolamento.**

Esempi: ruota di una bicicletta, yo-yo, pallina che rotola senza strisciare su un piano, …

Cilindro (in sezione)

L'asse di rotazione (individuato dal pallino giallo) passa per il punto di contatto tra il corpo rigido e il piano d'appoggio.



$$d\vartheta = \frac{\overline{CC'}}{R}$$

Moto di puro rotolamento

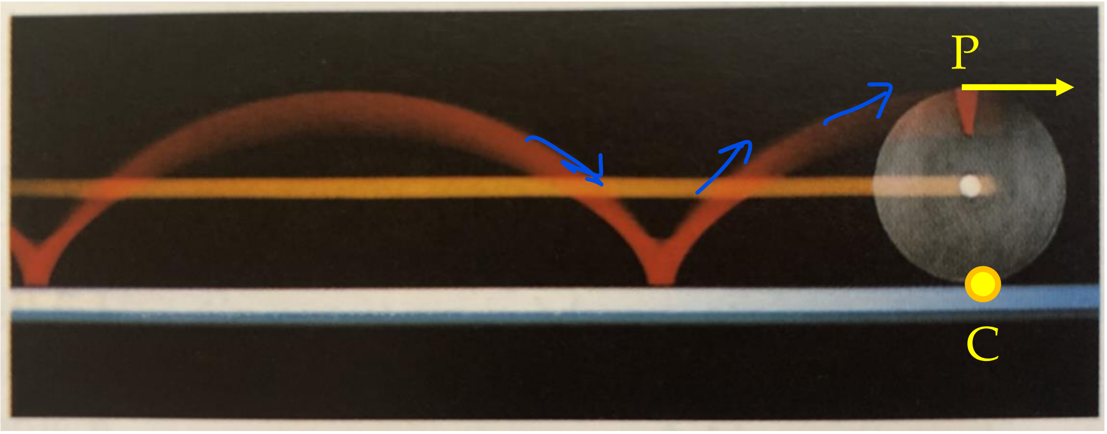
Consideriamo solo corpi che rotolano su una superficie **senza slittare:**

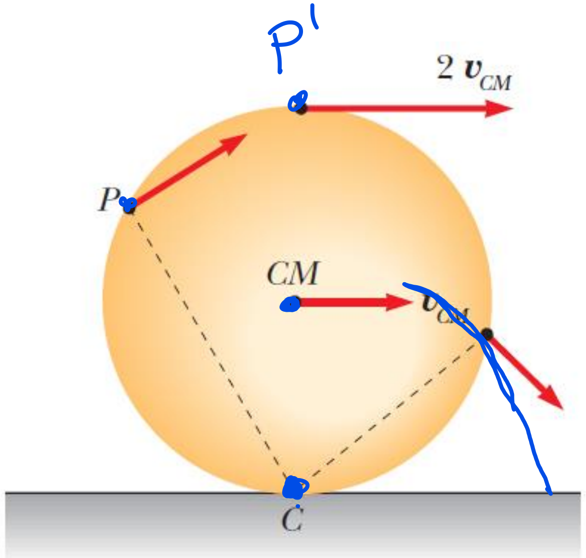
- Il centro del cilindro segue una traiettoria rettilinea parallela alla superficie
- Un punto sul bordo segue una traiettoria più complessa

Analizziamo questo moto come traslazione del centro di massa e rotazione degli altri punti intorno allo stesso centro

Moto di puro rotolamento

Il corpo ruota con velocità angolare $\vec{\omega}$ rispetto ad un asse fisso passante per il punto C che cambia istante per istante, man mano che il corpo avanza





Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

$$\omega = \frac{v}{R}$$

$$v_{CM} = \omega R$$

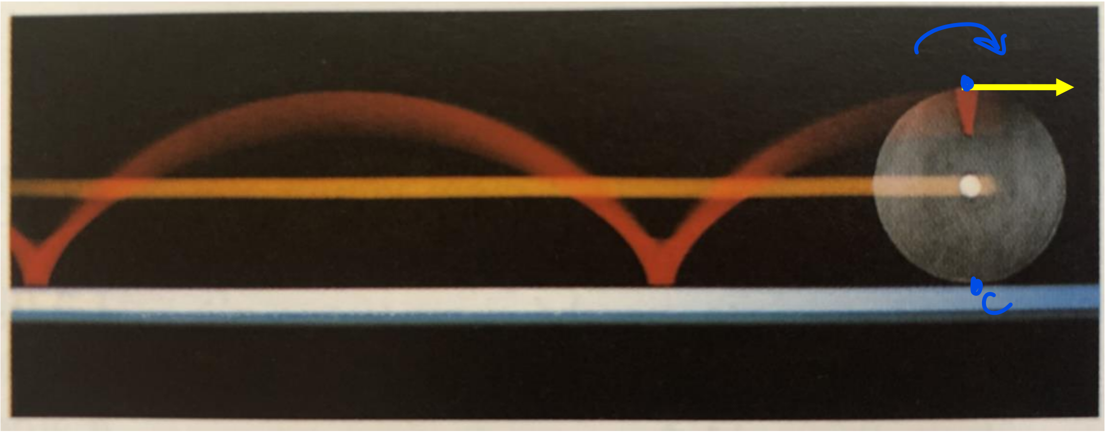
$$v_{P'} = \omega \cdot 2R = 2 v_{CM}$$

La velocità di ciascun punto è perpendicolare alla congiungente con l'asse

$$v_P = |\overline{PC}|\omega$$

Moto di puro rotolamento

Il corpo ruota intorno all'asse con velocità angolare $\vec{\omega}$ rispetto ad un asse fisso passante per il punto P che cambia istante per istante, man mano che il corpo avanza



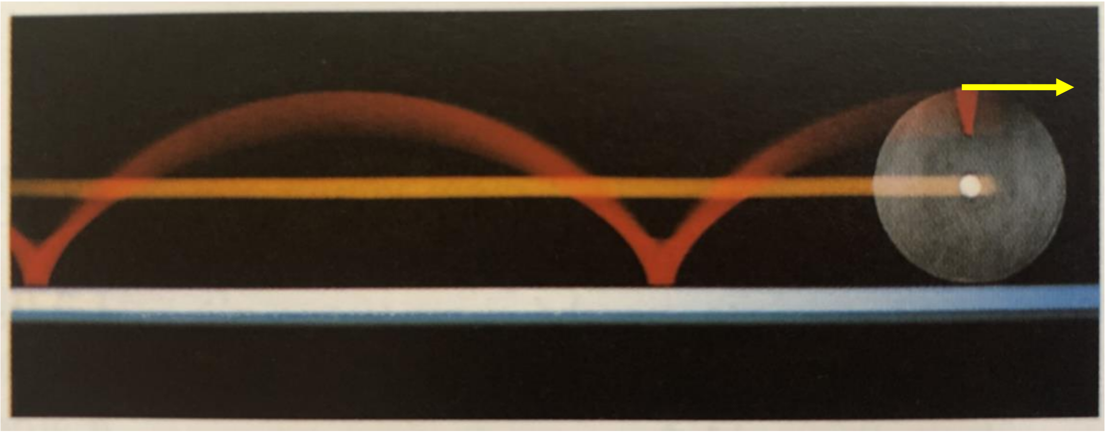
$$\underbrace{\cancel{\bar{v}_c}}_{0} = \underbrace{\cancel{\bar{v}_c'}}_{0} + \bar{v}_{cr} + \bar{\omega} \times \bar{r}$$

$$\Rightarrow \bar{v}_{cr} = -\bar{\omega} \times \bar{r}$$

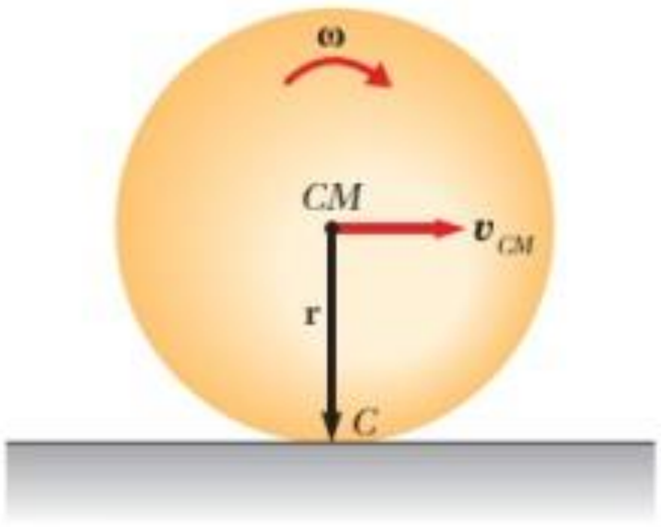
Moto di puro rotolamento

Il corpo ruota intorno all'asse con velocità angolare $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ rispetto ad un asse fisso passante per il punto P che cambia istante per istante, man mano che il corpo avanza

$$\vec{\boldsymbol{v}}_{CM} = -\vec{\boldsymbol{\omega}} \times \vec{\boldsymbol{r}}$$



$$v_{CM} = \omega r$$
$$a_{CM} = \alpha r$$



La successione di rotazioni infinitesime corrisponde ad una **rototraslazione**, in cui il centro di massa avanza con una velocità $\boldsymbol{v}_{CM}$ e il corpo ruota con una velocità angolare ω **rispetto al centro di massa**

Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Moto di puro rotolamento

Caso I: corpo che rotola senza strisciare su una superficie orizzontale sotto l'azione della forza **F**

I Eq. card $\sum \bar{F} = m\bar{a}_{cm}$

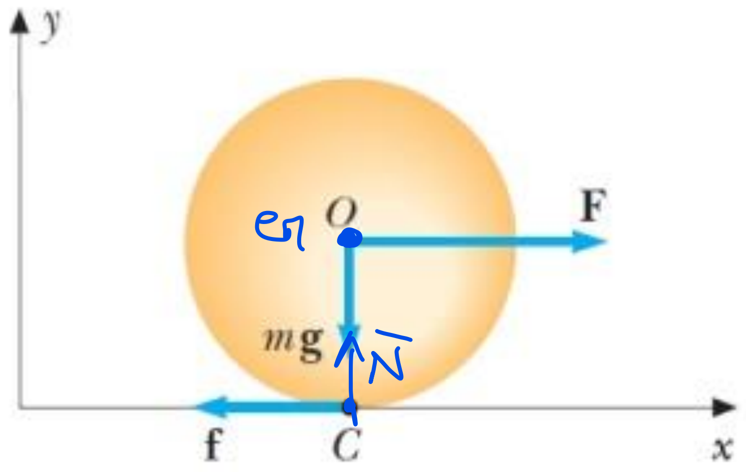
$$\begin{cases} \sum F_x = F - f = m a_{cm} \leftarrow \\ \sum F_y = -mg + N = 0 \end{cases}$$

II Eq. card $\sum \bar{M} = I\bar{\alpha} \leftarrow$

$$\alpha = \frac{a_{cm}}{r}$$

$$\bar{M}_{cm} = \bar{r} \times \bar{f}$$

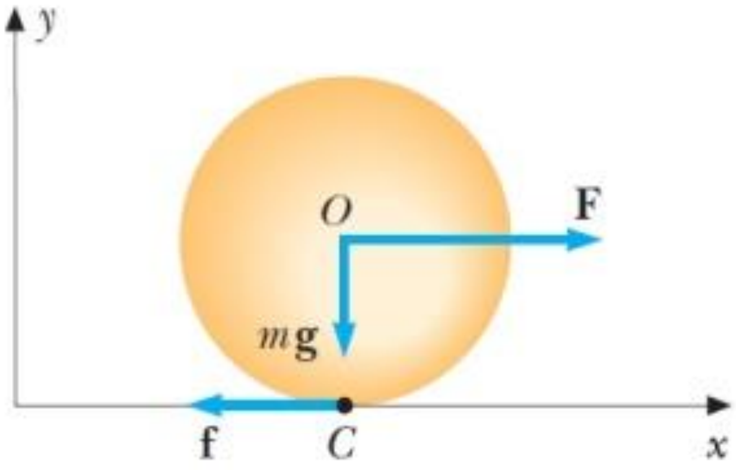
$$\begin{cases} M = r f = I\alpha = I\frac{a_{cm}}{r} \\ F - f = m a_{cm} \end{cases}$$



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Moto di puro rotolamento

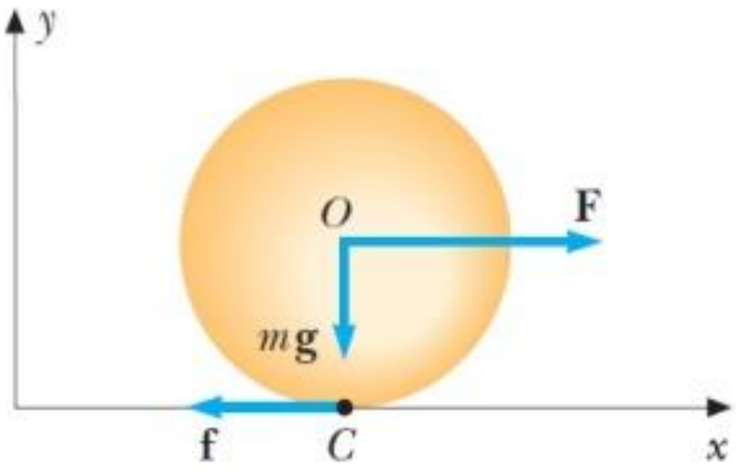
Caso I: corpo che rotola senza strisciare su una superficie orizzontale sotto l'azione della forza **F**



EdiSES
Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Moto di puro rotolamento

Caso I: corpo che rotola senza strisciare su una superficie orizzontale sotto l'azione della forza **F**



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

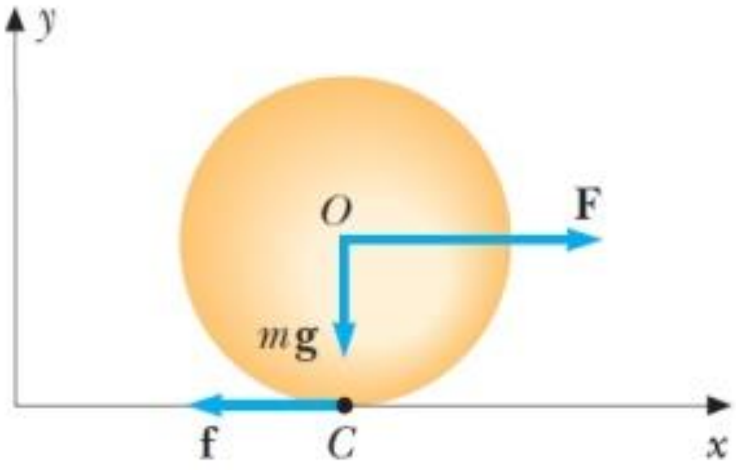
Moto di puro rotolamento

Caso I: corpo che rotola senza strisciare su una superficie orizzontale sotto l'azione della forza **F**

$$a_{CM} = \frac{F}{m\left(1 + \frac{I}{mr^2}\right)}, \qquad f = \frac{F}{1 + \frac{mr^2}{I}} \leq \mu_s N$$

$$F \leq \mu_S mg\left(1 + \frac{mr^2}{I}\right) = F_{lim}$$

La forza di attrito si oppone al moto



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Moto di puro rotolamento

Caso II: applico un momento costante **M** (ad esempio tramite un motore) scelto il centro di massa come polo

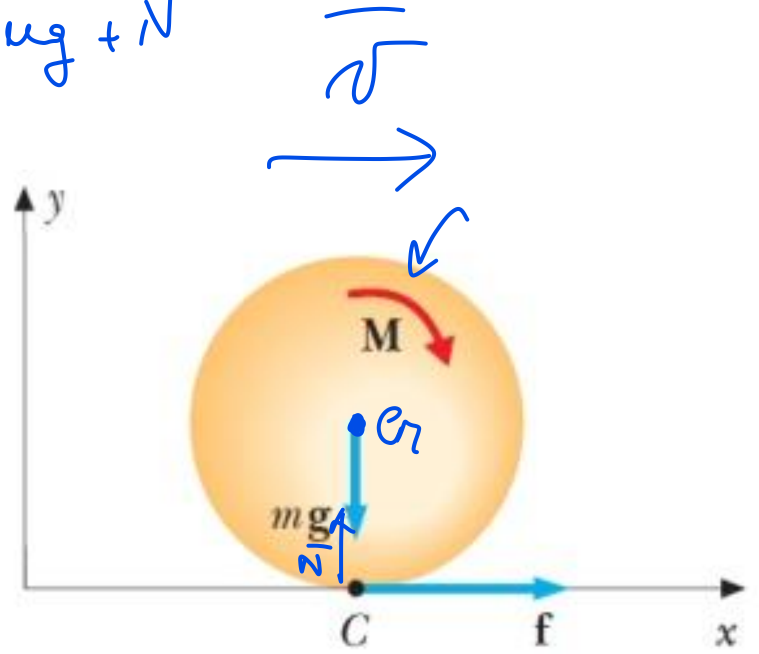
I eq. card. $\bar{F} = m\bar{a}_{cm} = m\bar{g} + \bar{N} + \bar{f}$

$$\begin{cases} \sum F_x = f = m a_{cm} \\ \sum F_y = 0 = -mg + N \end{cases}$$

II eq. card. $\bar{M} = I\bar{\alpha}$

$$\bar{M}_{tot} = \bar{r} \times \bar{f} + \bar{M}$$

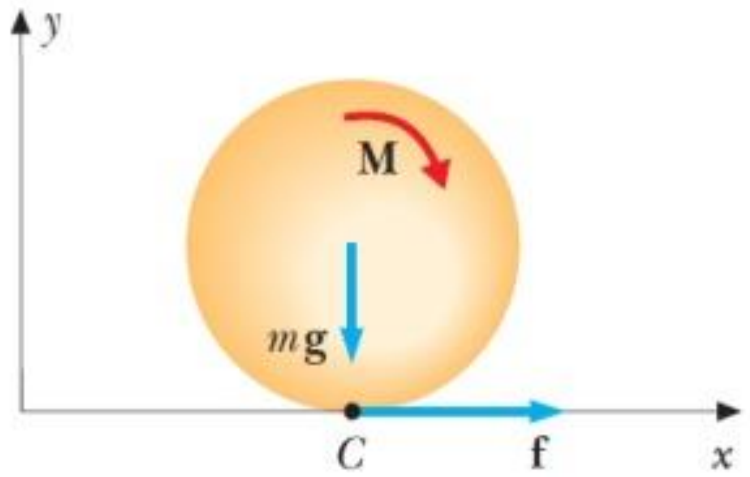
$$M_{tot} = rf - M = -I\alpha = -I\frac{a_{cm}}{r}$$



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Moto di puro rotolamento

Caso II: applico un momento costante **M** (ad esempio tramite un motore) scelto il centro di massa come polo



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

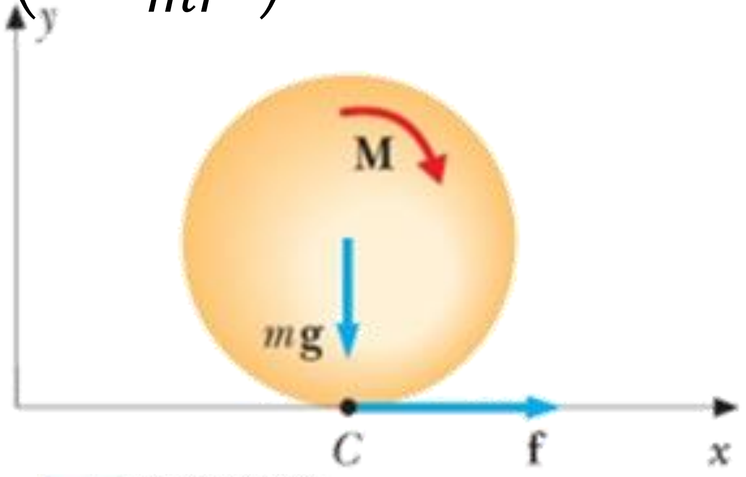
Moto di puro rotolamento

Caso II: applico un momento costante **M** (ad esempio tramite un motore) scelto il centro di massa come polo

$$a_{CM} = \frac{M}{mr\left(1 + \frac{I}{mr^2}\right)}, \qquad f = \frac{M}{r\left(1 + \frac{I}{mr^2}\right)}$$

$$M \leq \mu_S mgr\left(1 + \frac{I}{mr^2}\right) = M_{lim}$$

La forza di attrito favorisce il moto: quando un motore fa girare una ruota, è la forza di attrito che spinge la ruota in avanti



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Moto di puro rotolamento

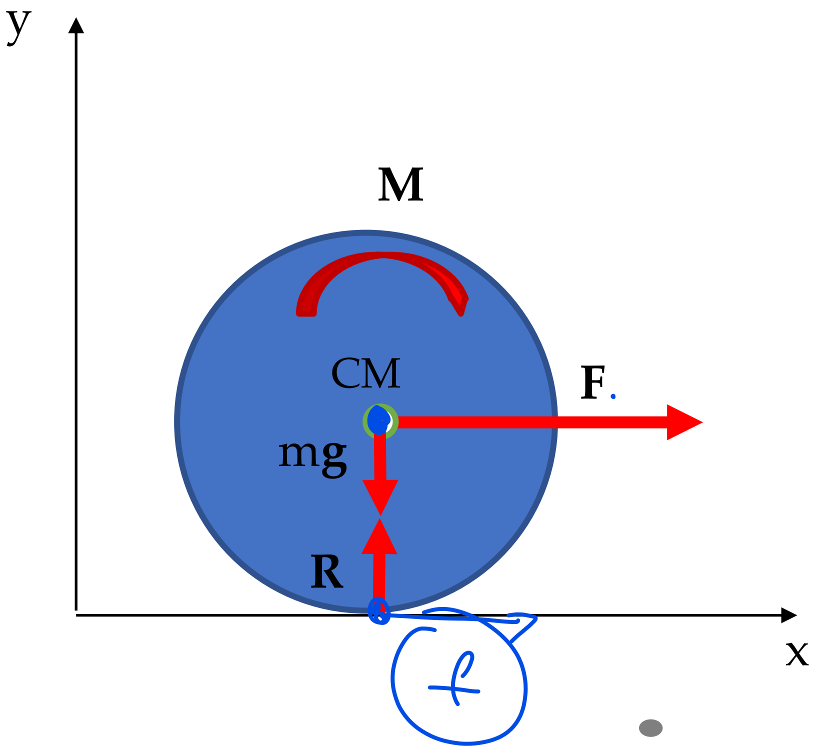
Caso generale: applico sia una forza **F** sia un momento costante **M**

Non sappiamo a priori il verso della forza d'attrito, lo imponiamo ad es. positivo lungo l'asse x e poi studiamo le varie condizioni

I $\quad \vec{F} = m\vec{a}_{cm}$

$$\begin{cases} \sum F_x = F + f = m a_{cm} \\ \sum F_y = 0 = R - mg \end{cases}$$

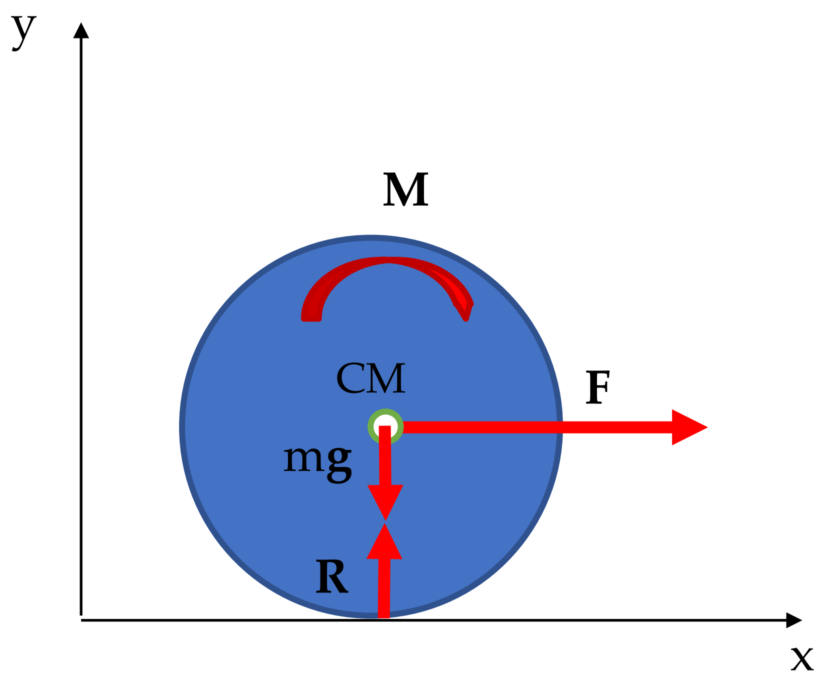
II $\quad -M + rf = -I\alpha$



Moto di puro rotolamento

Caso generale: applico sia una forza **F** sia un momento costante **M**

Non sappiamo a priori il verso della forza d'attrito, lo imponiamo ad es. positivo lungo l'asse x e poi studiamo le varie condizioni



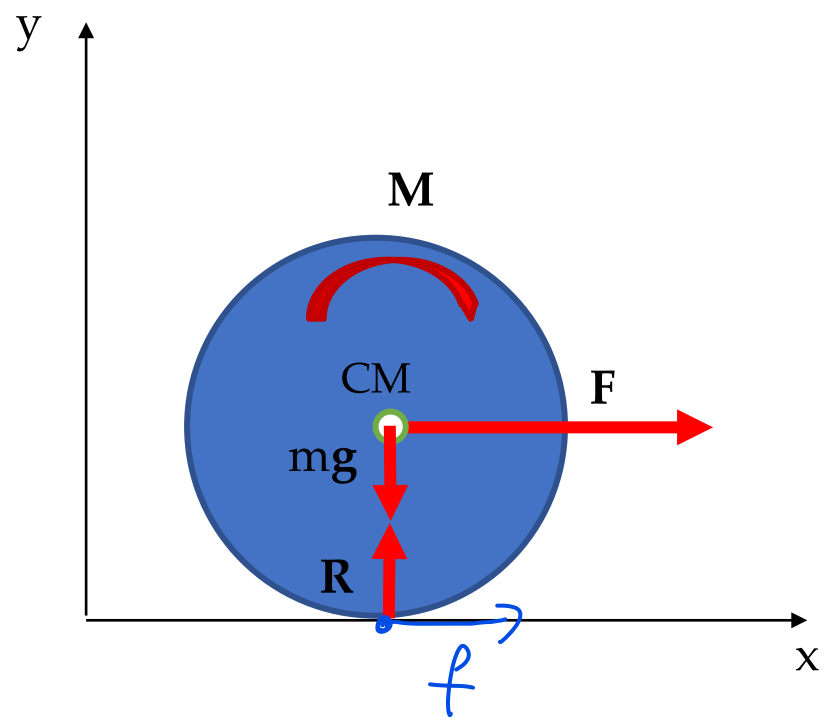
Moto di puro rotolamento

Caso generale: applico sia una forza **F** sia un momento costante **M**

Non sappiamo a priori il verso della forza d'attrito, lo imponiamo ad es. positivo lungo l'asse x e poi studiamo le varie condizioni

$$f = \frac{\frac{M}{r} - \frac{I}{mr^2}F}{1 + \frac{I}{mr^2}}$$

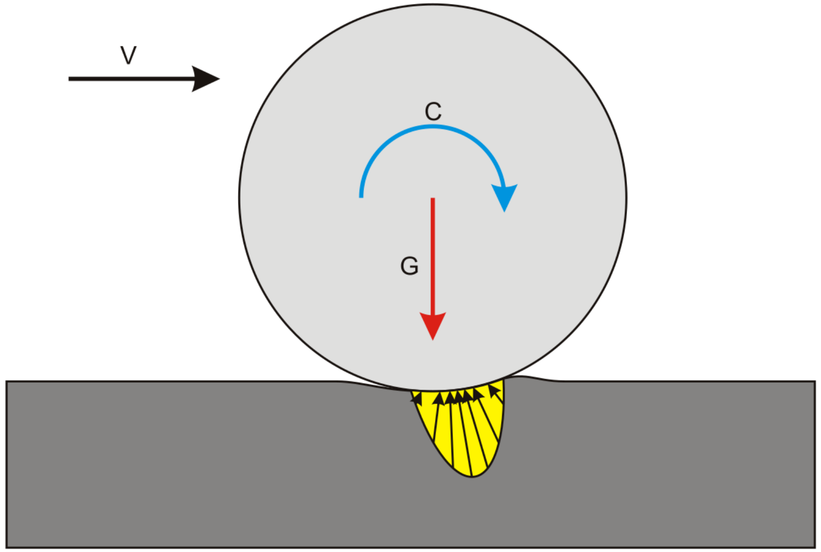
$$a_{CM} = \frac{1}{m}\frac{F + \frac{M}{r}}{1 + \frac{I}{mr^2}}$$



Conservazione dell’energia meccanica. Attrito volvente

Poiché la forza di attrito nel moto di puro rotolamento agisce su un punto fermo, (attrito statico), il lavoro che compie è nullo. Pertanto, **nel moto di rotolamento puro l’energia meccanica si conserva.**

In realtà, si osserva che dopo un certo tratto il moto di un corpo che rotola si arresta → esiste un’altra forma di attrito, detto **attrito volvente** che viene attribuito alla deformazione locale del corpo e che si può schematizzare come un momento frenante della reazione normale



$M_v = \hbar mg$ con $\hbar$≡coefficiente di attrito volvente

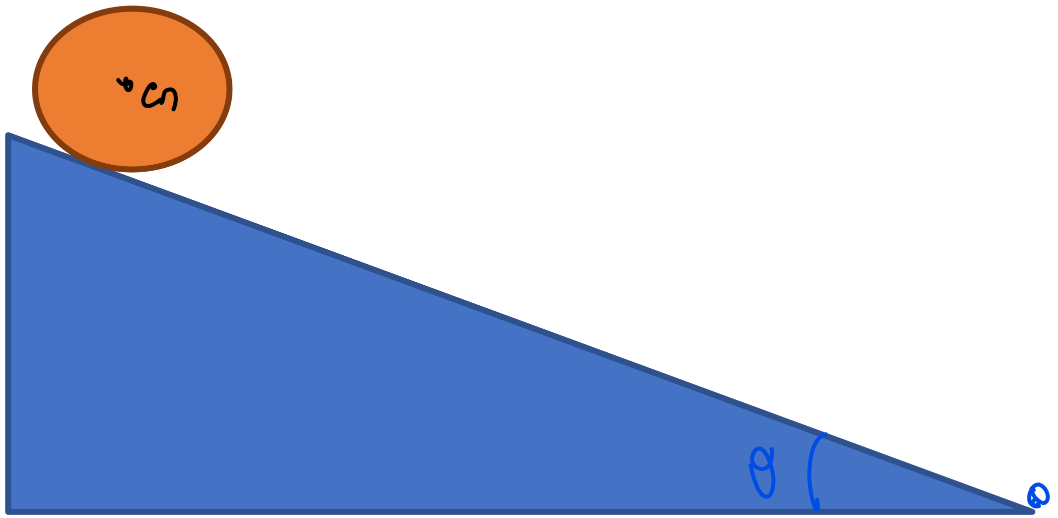
Corpo che rotola lungo un piano inclinato

Una sfera di massa m = 24 kg parte da ferma dalla cima di un piano inclinato scabro di altezza h = 3.5 m scendendo rotolando senza strisciare; sapendo che l'angolo di inclinazione del piano è θ = 23° e che il coefficiente di attrito statico fra la sfera e il piano è μs = 0.30, determinare

① la velocità con cui la sfera arriva in fondo al piano;

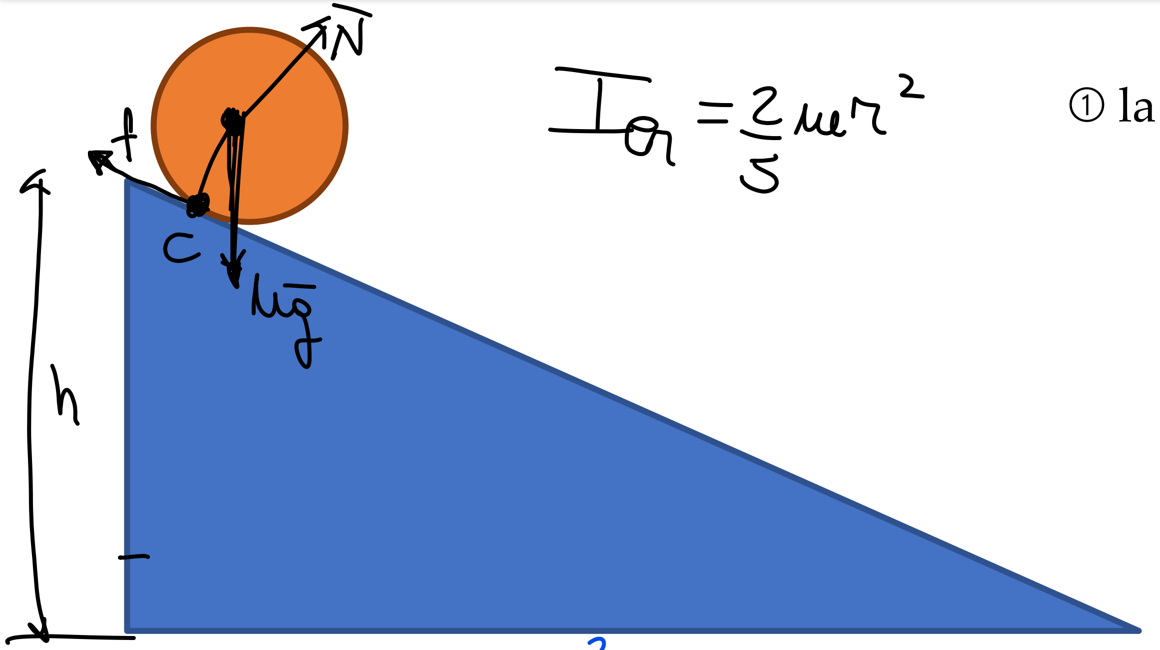
② il modulo della forza di attrito statico agente sulla sfera;

③ l'angolo di inclinazione massimo che consente il rotolamento senza strisciare.



$$I_{CM} = \frac{2}{5} m r^2$$

Corpo che rotola lungo un piano inclinato



$$I_{cm} = \frac{2}{5} m r^2$$

① la velocità con cui la sfera arriva in fondo al piano;

$$E_{m_i} = E_{m_f}$$

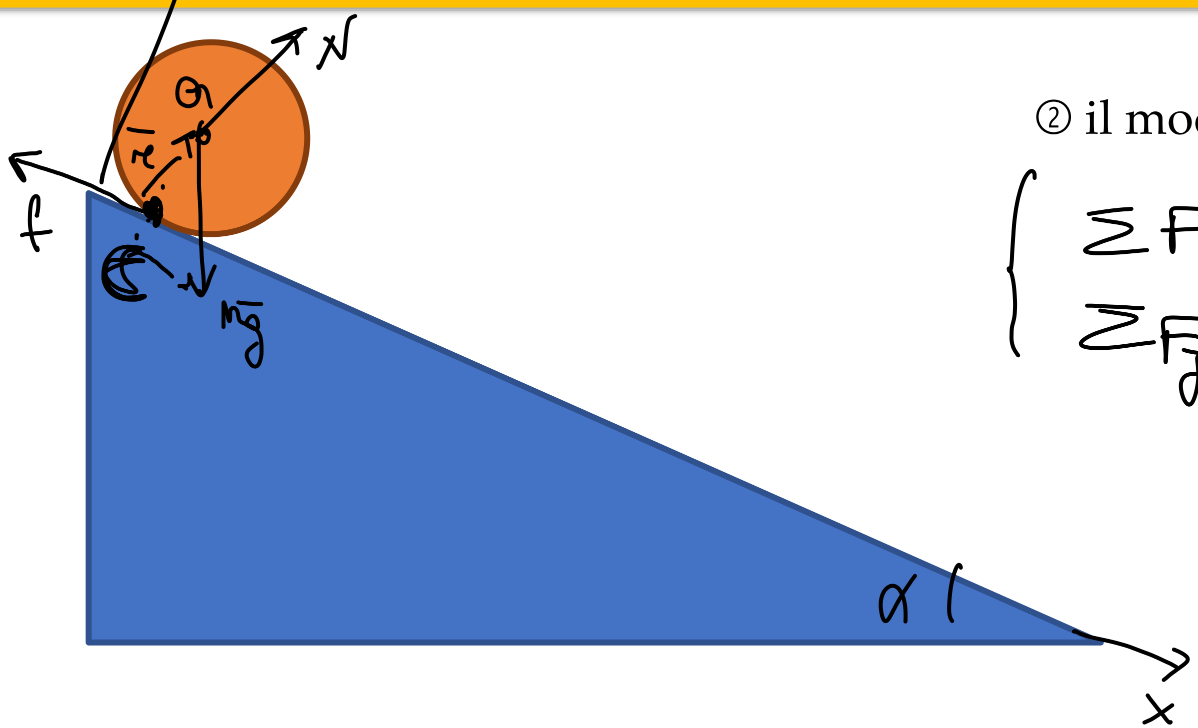
$$E_{m_i} = mgh$$

$$E_{m_f} = \frac{1}{2} I_c \omega^2 = \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2 + \frac{1}{2} m v_{cm}^2$$

$$E_{m_f} = \frac{1}{5} m r^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m v_{cm}^2 = \frac{7}{10} m v_{cm}^2 = mgh \Rightarrow v_{cm} = \sqrt{\frac{10gh}{7}}$$

v_{cm}^2

Corpo che rotola lungo un piano inclinato



② il modulo della forza di attrito statico agente sulla sfera;

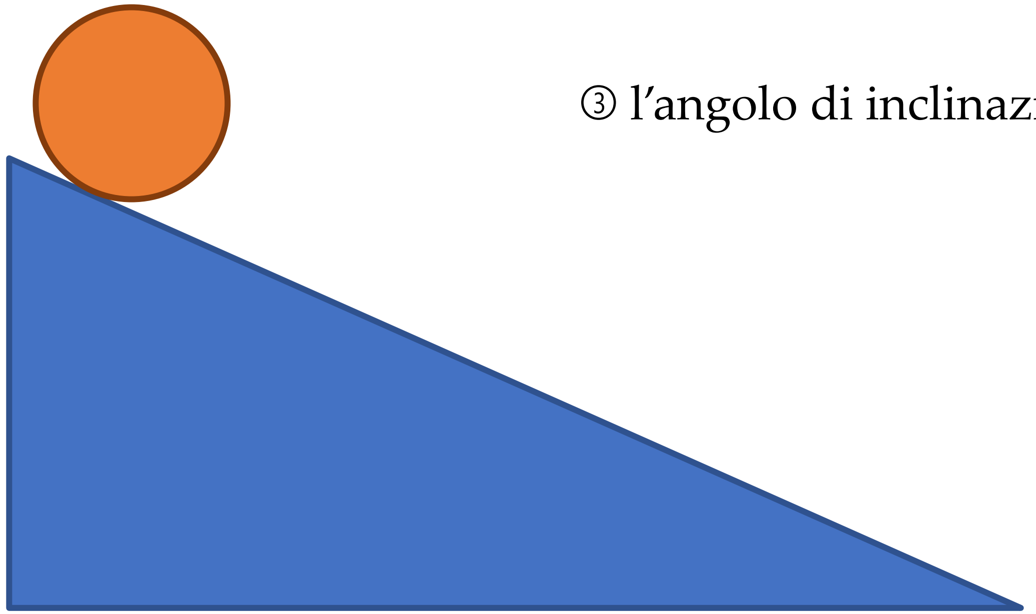
$$\begin{cases} \Sigma F_x = mg\sin\alpha - f = m a_{cm} \\ \Sigma F_y = -mg\cos\alpha + N = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha \end{cases}$$

$$\bar{M} = I\bar{\alpha}$$

$$\bar{M}_c = \bar{r} \times m\bar{g} \qquad M_c = r\,mg\sin\alpha$$

$$= I\alpha = I\frac{a_{cm}}{r}$$

Corpo che rotola lungo un piano inclinato

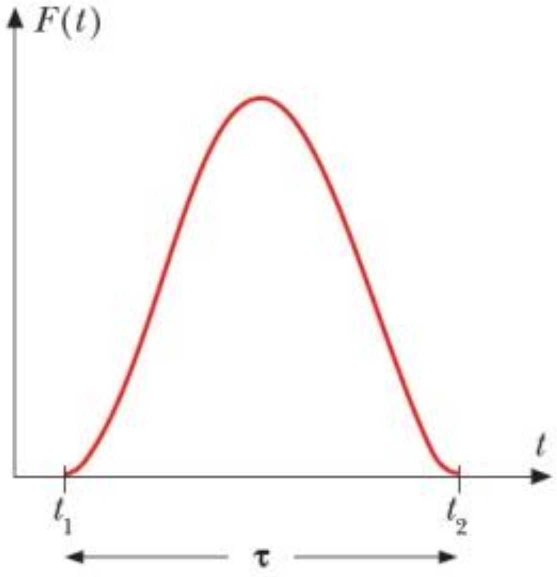


③ l’angolo di inclinazione massimo che consente il rotolamento senza strisciare

Dinamica degli urti

Gli urti

In un *urto* la **forza** esterna applicata ad un corpo è applicata per un **tempo molto breve** rispetto al tempo di osservazione (***forza impulsiva***) e la quantità di moto del corpo colpito varia repentinamente



Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

Andamento della forza impulsiva nell'intervallo di tempo $\tau = t_2 - t_1$

$$J = \int_{t_1}^{t_2} F(t)dt$$

Quantità di moto – Impulso di una forza

Teorema dell'impulso

Impulso di una forza

$$\vec{\boldsymbol{J}} = \int_{t_0}^{t} \vec{\boldsymbol{F}}\,dt = \int_{\vec{\boldsymbol{p}}_0}^{\vec{\boldsymbol{p}}} d\vec{\boldsymbol{p}} = \vec{\boldsymbol{p}} - \vec{\boldsymbol{p}}_{\boldsymbol{0}} = \Delta\vec{\boldsymbol{p}}$$

Variazione della quantità di moto

Equazione vettoriale

Unità di misura:

$$[J] = kg \cdot m \cdot s^{-1} = (kg \cdot m \cdot s^{-2}) \cdot s = N \cdot s$$

Mazzoldi, Nigro, Voci, par 2.4

Gli urti

Le forze che si manifestano durante l'urto sono **forze interne** al sistema → **conservazione della quantità di moto <u>totale</u>** (la quantità di moto del singolo corpo varia!)

Gli urti

Le forze che si manifestano durante l'urto sono **forze interne** al sistema
→ **conservazione della quantità di moto totale**

Per un sistema di due particelle di massa m_1 e m_2:

$$\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{in}} = m_1\vec{\boldsymbol{v}}_{1,in} + m_2\vec{\boldsymbol{v}}_{2,in} = m_1\vec{\boldsymbol{v}}_{1,fin} + m_2\vec{\boldsymbol{v}}_{2,fin} = \vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{fin}}$$

Per il centro di massa:

$$\vec{\boldsymbol{P}} = (m_1 + m_2)\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{CM}} = \mathbf{costante}$$

Gli urti

Quello che varia è la quantità di moto delle singole particelle:

Gli urti

Quello che varia è la quantità di moto delle singole particelle:

$$m_1\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{1,fin}} - m_1\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{1,in}} = \vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{21}} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{21}}(t)dt$$

$$m_2\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{2,fin}} - m_2\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{2,in}} = \vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{12}} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{12}}(t)dt$$

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{21}} = -\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{12}} \qquad \vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{21}} = -\vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{12}}$$

Gli urti

La quantità di moto totale si conserva anche in presenza di forze esterne se non sono impulsive, per cui il contributo della variazione della quantità di moto dovuta alle forze esterne è trascurabile:

$$\Delta\vec{\boldsymbol{P}}^{\boldsymbol{ext}} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{\boldsymbol{F}}^{ext}(t)dt = \vec{\boldsymbol{F}}_m^{ext}\tau$$

Solo forze esterne impulsive di intensità paragonabile alla forza implicata nell'urto avrebbe effetto sulla quantità di moto, ma non sono casi che trattiamo

Gli urti

Interazioni tra punti materiali con un'intensità molto grande rispetto alle eventuali forze esterne presenti

- Un urto comporta lo scambio di quantità di moto tra due punti sotto forma di impulsi dovuti alle forze interne tra i punti stessi

- Nell'urto la quantità di moto totale del sistema si conserva

Gli urti

- Non è noto a priori se le forze interne che si sviluppano negli urti sono conservative, quindi **non possiamo assumere a priori la conservazione dell’energia meccanica**

Gli urti

- Poiché la posizione dei punti non varia *nell'urto,* si può assumere che non vari l'energia potenziale, quindi possiamo dire che **non possiamo assumere a priori la conservazione dell'energia cinetica**

Gli urti

- Poiché la posizione dei punti non varia *nell'urto*, si può assumere che non vari l'energia potenziale, quindi possiamo dire che **non possiamo assumere a priori la conservazione dell'energia cinetica**

Per il II teorema di Koenig:

$$E_k = \boxed{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{CM}^2} + \boxed{E_{k'}}$$

Energia cinetica *rispetto* al centro di massa: può variare in presenza di forze interne non conservative

Energia cinetica del centro di massa → costante nell'urto

Sistema del laboratorio e sistema del centro di massa

- Sistema di riferimento del <u>laboratorio</u>: sistema di riferimento **inerziale** in cui è posto il dispositivo per effettuare la misura dell'urto

- Sistema di riferimento del <u>centro di massa</u>: sistema di riferimento **centrato nel centro di massa** del sistema di particelle con gli assi paralleli a quelli del sistema inerziale

Nel sistema di riferimento del centro di massa:

- Quantità di moto totale

- Energia cinetica del centro di massa

Nel sistema di riferimento del centro di massa:

- Quantità di moto totale

$$\vec{\boldsymbol{P}} = m_1\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{1}} + m_2\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{2}} = m_1\vec{\boldsymbol{v}}'_{\boldsymbol{1}} + m_2\vec{\boldsymbol{v}}'_{\boldsymbol{2}} + (m_1 + m_{\boldsymbol{2}})\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{CM}} = 0$$
$$\Longrightarrow\ \vec{\boldsymbol{p}}'_{\boldsymbol{1}} = -\vec{\boldsymbol{p}}'_{\boldsymbol{2}}$$

- Energia cinetica del centro di massa

In generale, l’energia cinetica non si conserva, a parte un caso particolare

$$E'_{k,in} \neq E'_{k,fin}$$

Gli urti

- **Urto elastico**: si conservano quantità di moto ed energia cinetica del sistema

- **Urto anelastico:** si conserva la quantità di moto ma non l'energia cinetica.

- **Urto completamente anelastico:** si conserva la quantità di moto ma non l'energia cinetica. In particolare, l'energia cinetica rispetto al centro di massa è zero, che equivale a dire che i due corpi restano uniti dopo l'urto. In questo caso la posizione delle due particelle coincide con quella del centro di massa