

Riconoscimento delle facce con l'SVD

Alessio Sentinelli 1967001

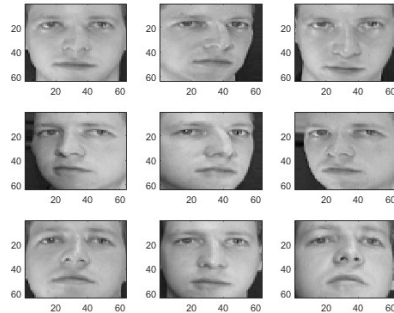
January 2023

1 Introduzione

Per questo progetto, utilizzo il dataset Olivetti Faces raccolto tra Aprile 1992 e Aprile 1994 ai laboratori AT&T di Cambridge. Questo dataset contiene immagini 64x64 pixel grayscale di 41 individui. Ogni individuo è rappresentato da 10 immagini con differenti espressioni facciali, e le foto sono prese con angoli e illuminazioni leggermente diversi tra loro (mantengono comunque sempre una posizione frontale).

2 Preprocessing

Per prima cosa carico e leggo i dati da un file txt. Per avere un'idea del contenuto del dataset visualizzo 9 immagini di un individuo.



alcune immagini del dataset

In seguito divido le immagini tra train e test set in modo da inserire per ogni individuo 9 immagini nel train set e 1 nel test set. In tal modo ogni colonna del train set rappresenta una immagine come vettore appiattito, 4096 dimensionale.

Considerando il train come 41 matrici (una per individuo), possiamo applicare a ognuna di queste la singular value decomposition:

$$A_{m,n} = U_{m,m} \Sigma_{m,n} V_{n,n}$$

Delle 3 matrici che otteniamo per ogni individuo la matrice di interesse per la nostra analisi è la matrice U. la matrice U è una matrice 4096x4096 le cui colonne sono dette autofacce. Ogni colonna è infatti ortonormale alle altre e composta da 4096 elementi.

Se prendiamo come ipotesi per l'algoritmo:

- Ogni volto (nel training o test set) può essere ben rappresentato da pochi vettori singolari

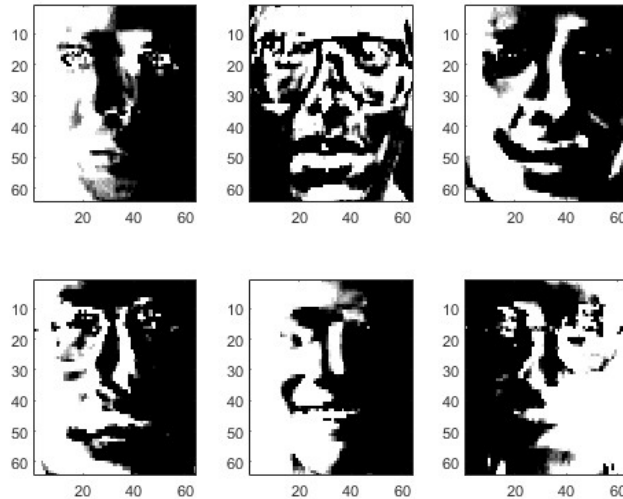
- La discriminazione tra volti di persone diverse può essere fatta usando pochi vettori singolari

possiamo usare un approssimazione della svd con k=10 valori singolari conservati. Abbiamo quindi:

$$A_k = U_{m,k} \Sigma_{k,k} V_{k,n}$$

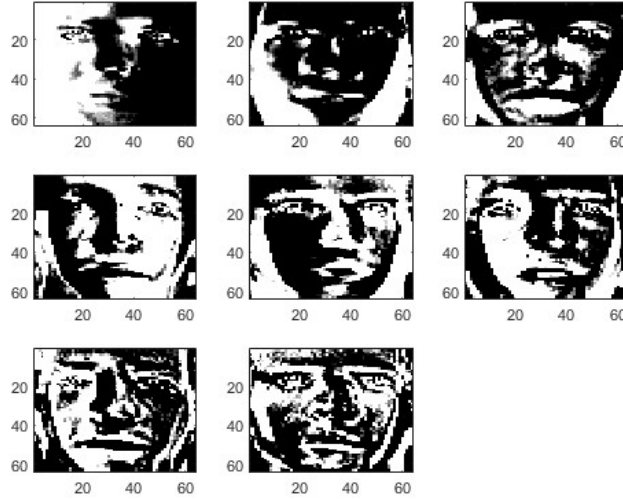
Ogni vettore singolare sinistro u_i rappresenta quindi un'immagine detta autofaccia. (via via meno importante per la nostra analisi)

Le autofacce hanno le stesse dimensioni delle foto da cui sono calcolate e possono essere visualizzate



autofacce di alcuni individui del dataset

Le prime colonne di $U_{m,k}$ danno la forma generale della faccia dell'individuo, come possiamo vedere sopra



varie autofacce dello stesso individuo

mentre i vettori successivi catturano più dettagli delle componenti del volto (come labbra, sopracciglia, naso).

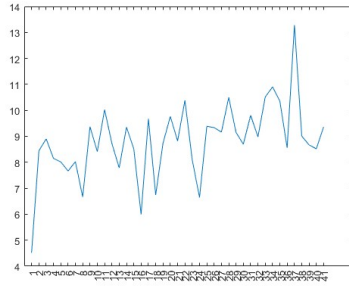
3 Test

Testiamo ora il riconoscimento volti con l'svd. Sia z l'immagine di un individuo presa dal test set, cerchiamo quale tra le U_k la rappresenti meglio. Calcoliamo quindi per ogni matrice U_k il residuo:

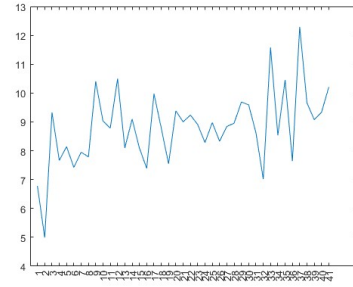
$$err = |z - U_k U_k^T z|$$

La matrice U_k che minimizza il residuo è quella dell'individuo previsto.

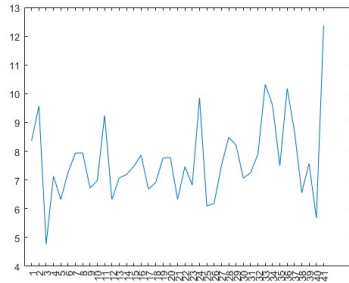
Come si può vedere dai grafici sotto la tecnica svd qui implementata riesce a riconoscere correttamente tutte le immagini del test set nonostante angoli e illuminazione siano variabili.



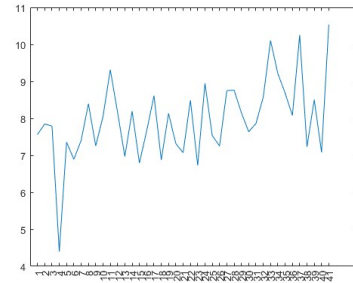
test individuo 1



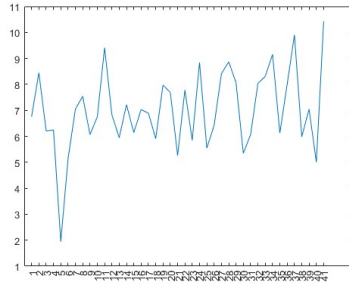
test individuo 2



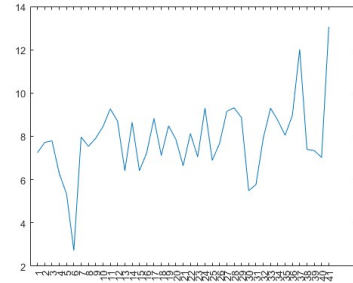
test individuo 3



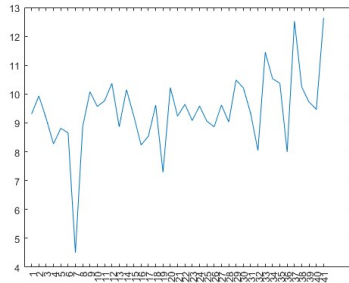
test individuo 4



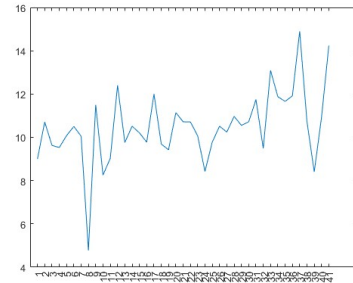
test individuo 5



test individuo 6

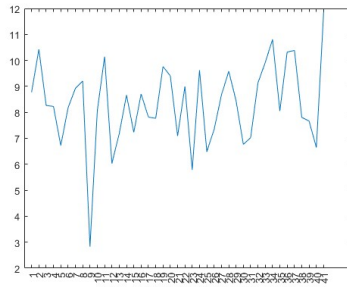


test individuo 7

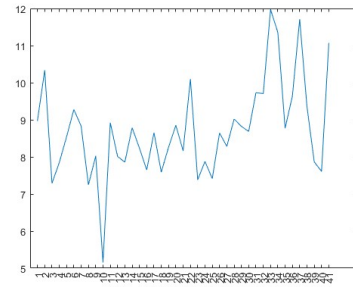


test individuo 8

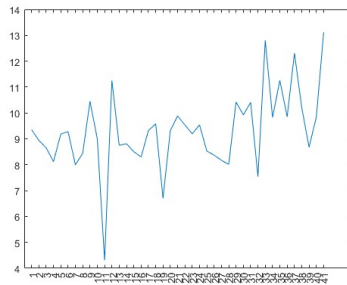
errori (asse x numero individuo, asse y errore)



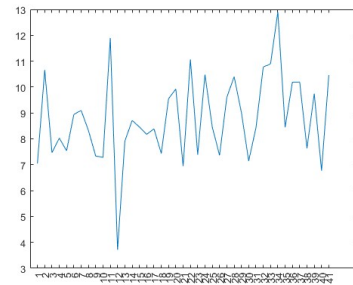
test individuo 9



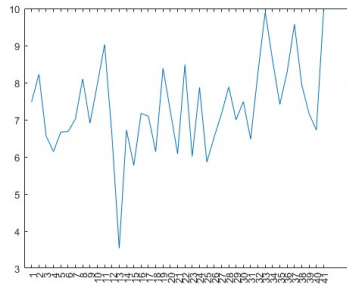
test individuo 10



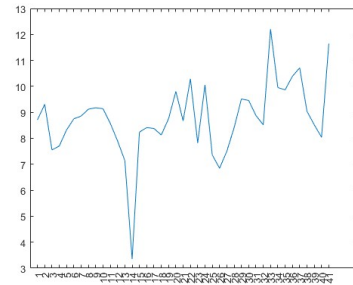
test individuo 11



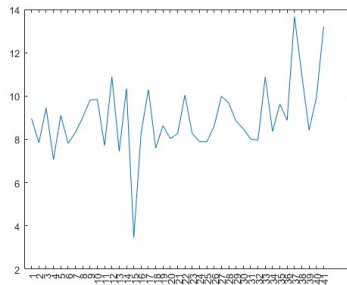
test individuo 12



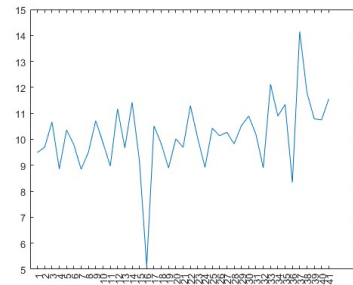
test individuo 13



test individuo 14

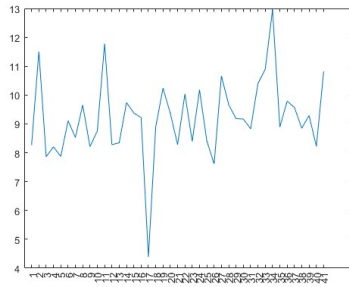


test individuo 15

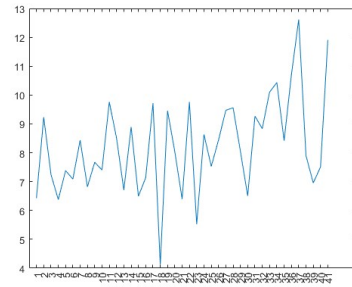


test individuo 16

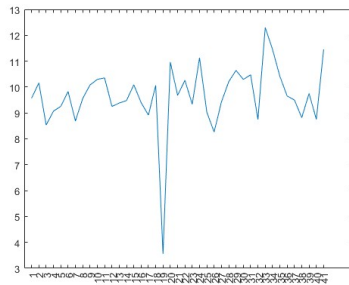
errori (asse x numero individuo, asse y errore)



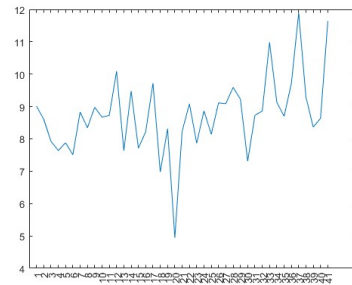
test individuo 17



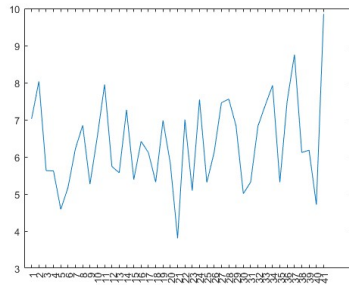
test individuo 18



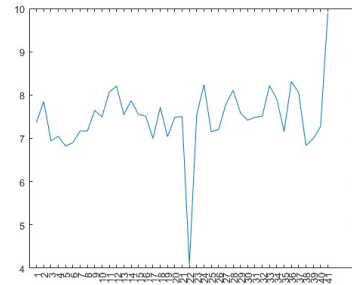
test individuo 19



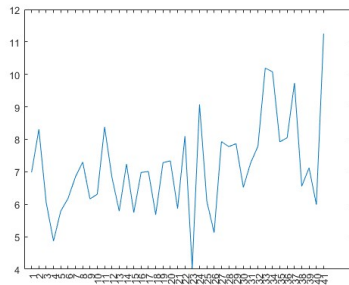
test individuo 20



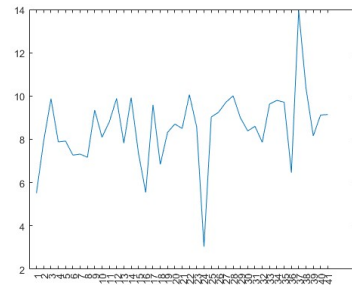
test individuo 21



test individuo 22

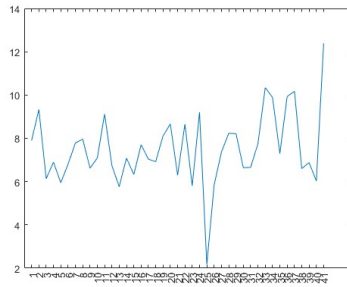


test individuo 23

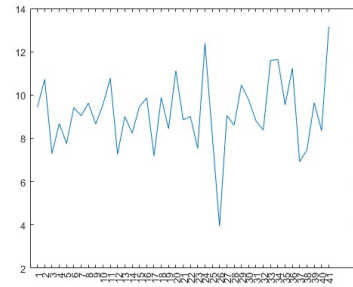


test individuo 24

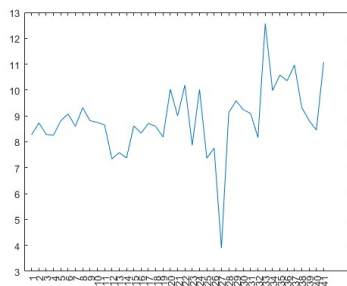
errori (asse x numero individuo, asse y errore)



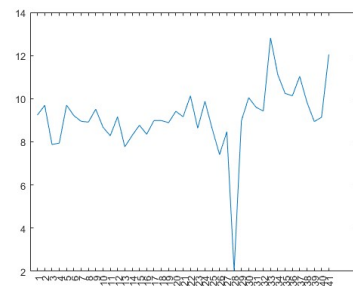
test individuo 25



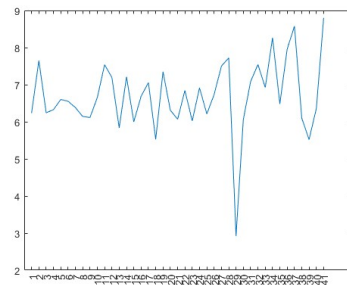
test individuo 26



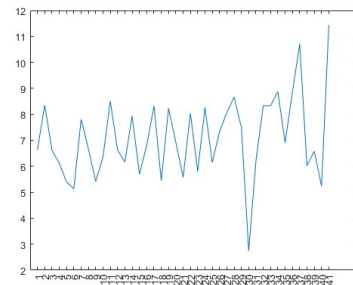
test individuo 27



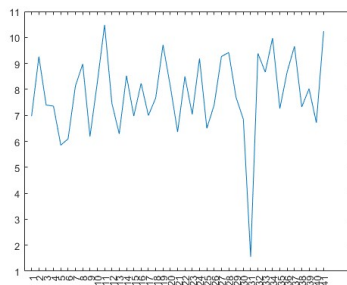
test individuo 28



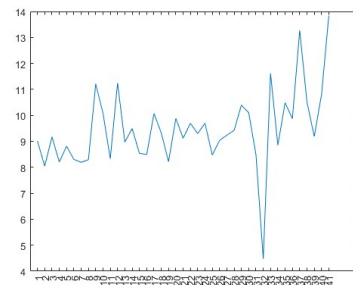
test individuo 29



test individuo 30

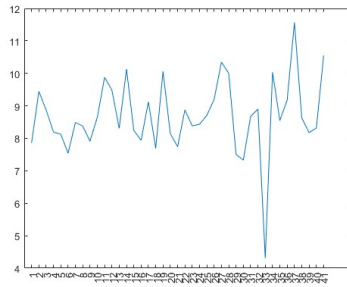


test individuo 31

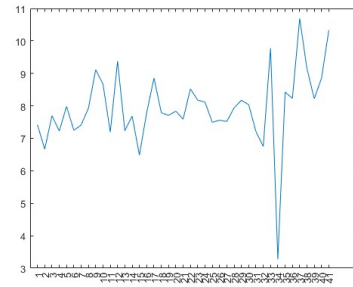


test individuo 32

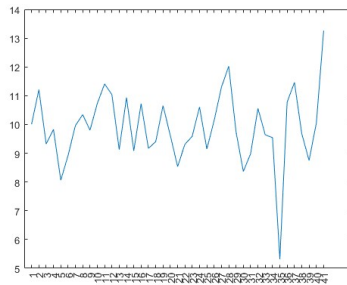
errori (asse x numero individuo, asse y errore)



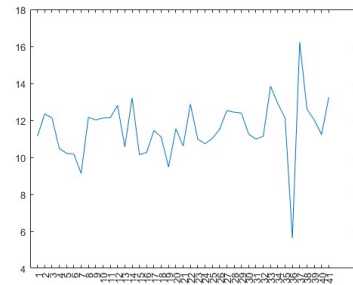
test individuo 33



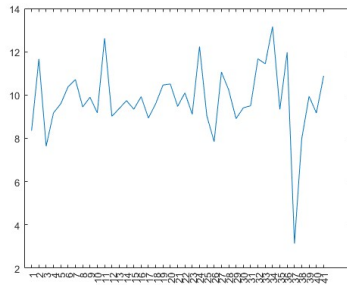
test individuo 34



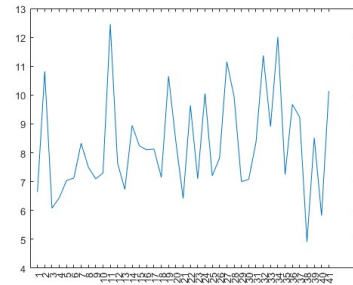
test individuo 35



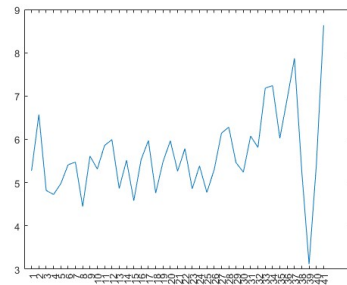
test individuo 36



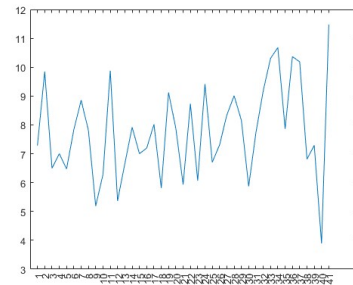
test individuo 37



test individuo 38



test individuo 39



test individuo 40

errori (asse x numero individuo, asse y errore)