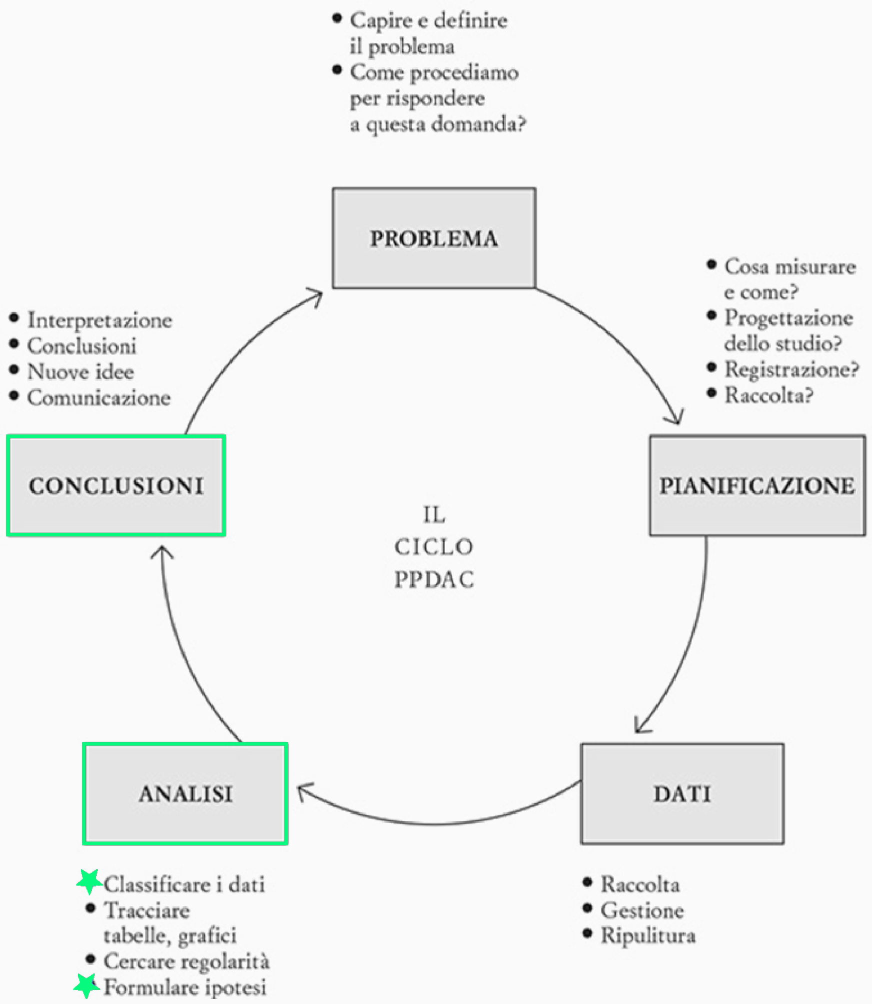
La distribuzione Normale

Obiettivi di apprendimento

- Conoscere le caratteristiche della distribuzione Normale e Normale Standardizzata
- Calcolare e interpretare lo z-score
- Determinare la proporzione di individui in una popolazione che possiedono una determinata caratteristica
- Calcolare la probabilità che un individuo di una popolazione presenti una determinata caratteristica

Le fasi della ricerca



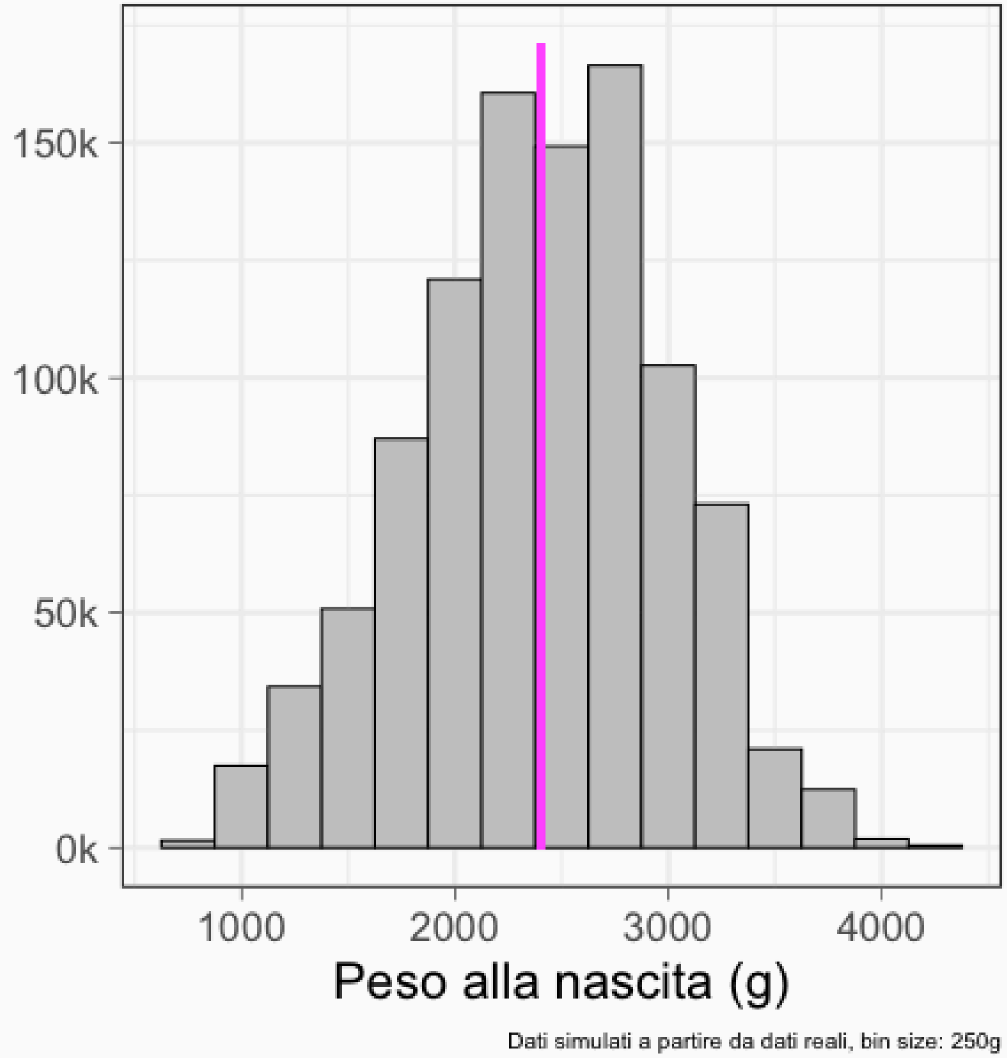
Spiegelhalter, D., *The Art of Statistics: Learning From Data*, Pelican, 2019 (Edizione Italiana: Einaudi, 2020)

La distribuzione della popolazione

Qual è la distribuzione del peso
alla nascita per i gemelli inglesi?

La distribuzione della popolazione

Qual è la distribuzione del peso alla nascita per i gemelli inglesi?

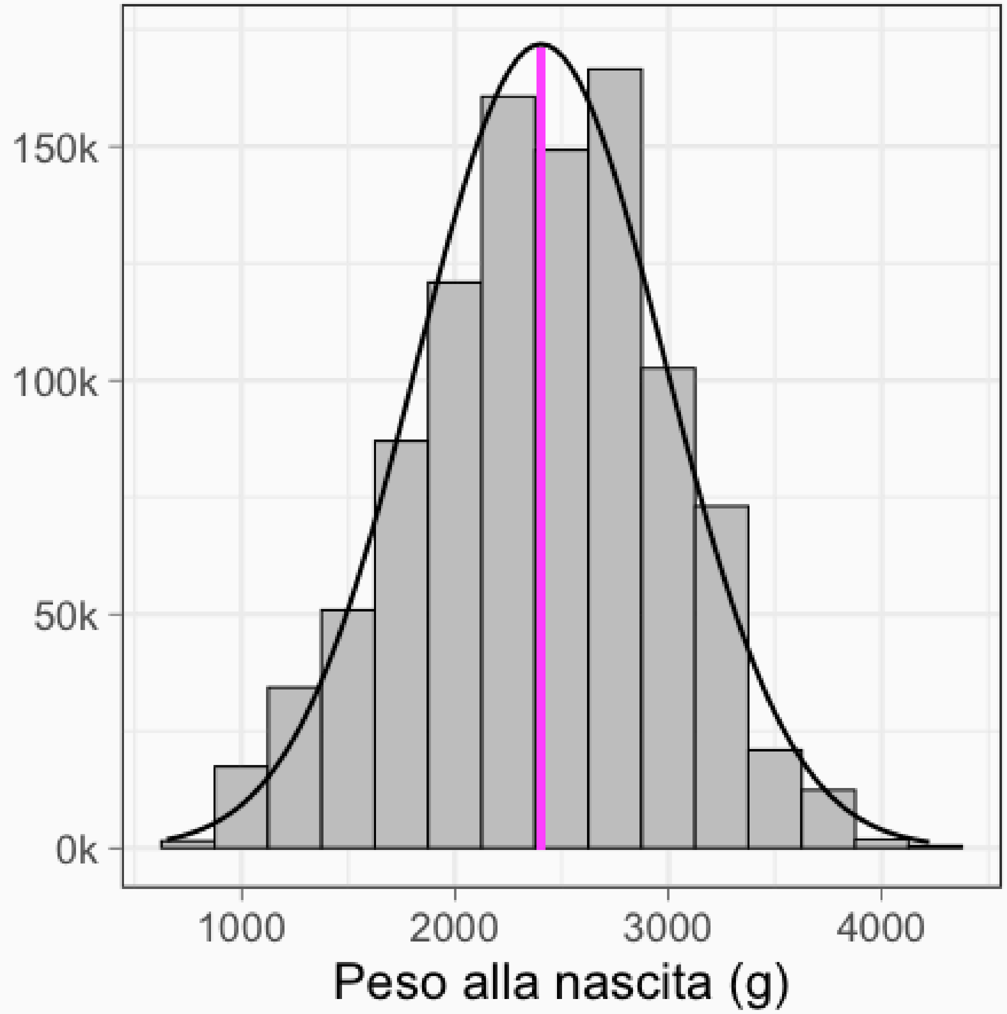


$$N = 1\text{M}$$
$$mediana = 2400\text{ g}$$
$$\mu = 2400\text{ g};\ \sigma = 580\text{ g}$$

La distribuzione della popolazione

Qual è la distribuzione del peso alla nascita per i gemelli inglesi?

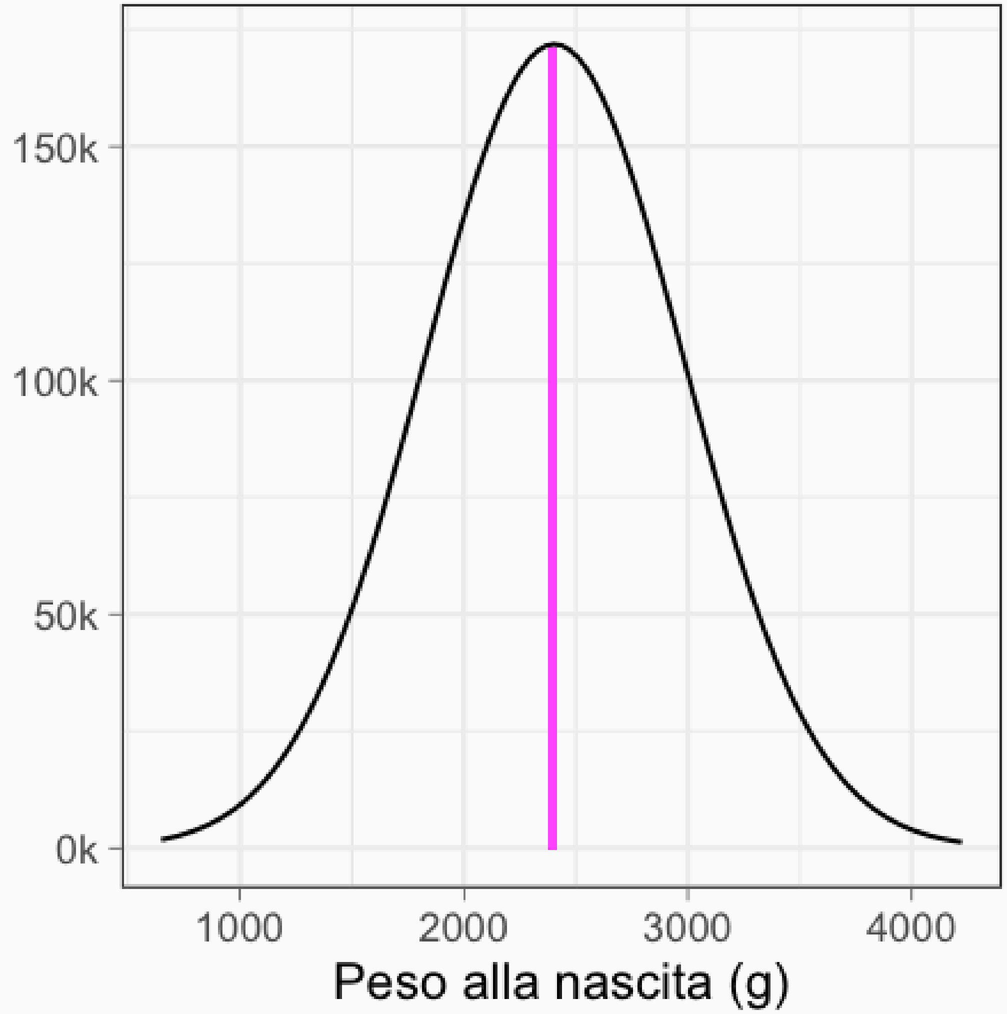
$$N = 1\text{M}$$
$$mediana = 2400\ \text{g}$$
$$\mu = 2400\ \text{g};\ \sigma = 580\ \text{g}$$



Dati simulati a partire da dati reali, bin size: 250g

La distribuzione Normale

- $\mathcal{N} = (\mu, \sigma^2)$
- $\text{moda} \equiv \text{media} \equiv \text{mediana}$
- Simmetrica

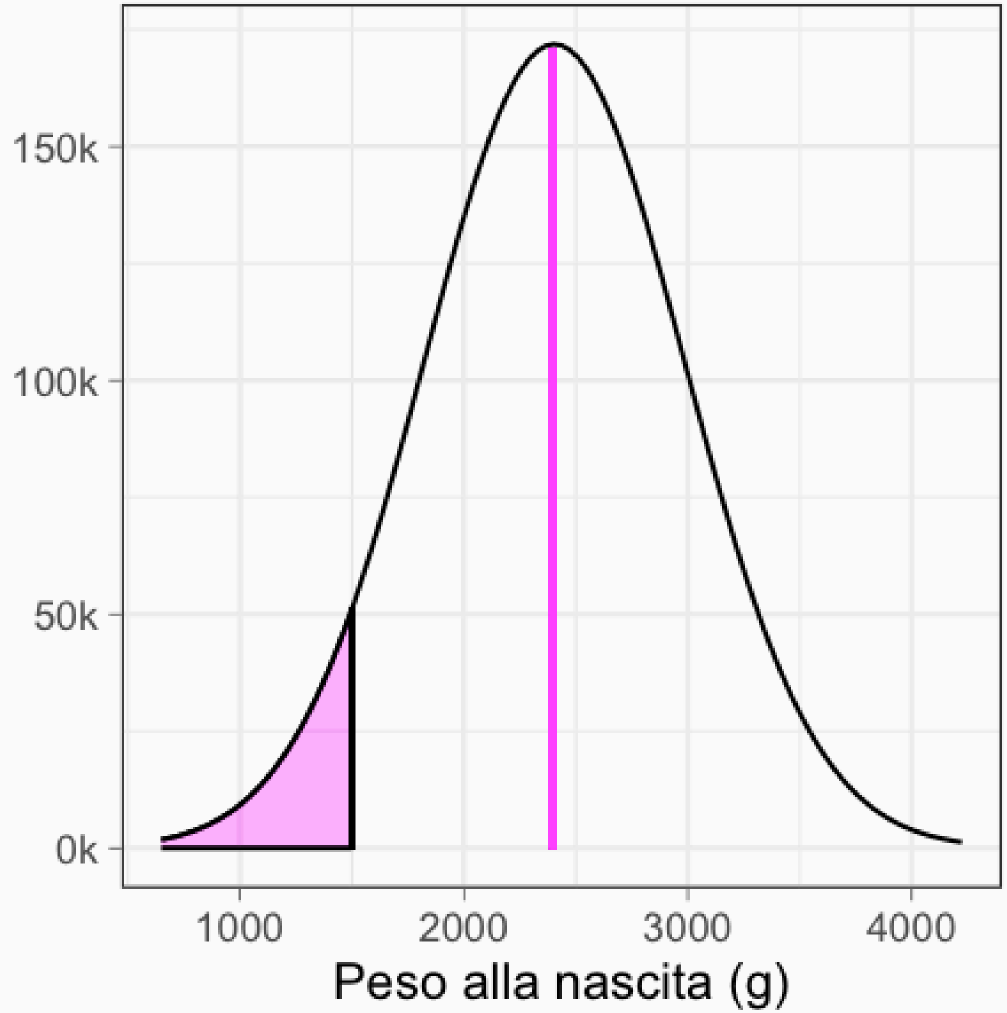


Dati simulati a partire da dati reali, bin size: 250g

La distribuzione Normale

- Area sottesa alla curva $= 1$
- proporzione $\equiv$ probabilità

$$\text{neonati di peso molto basso se} < 1500 \text{ g}$$
$$\text{neonati di peso molto basso} = 6\%$$
$$\mathcal{P}(\text{neonati di peso molto basso}) = 0.06$$

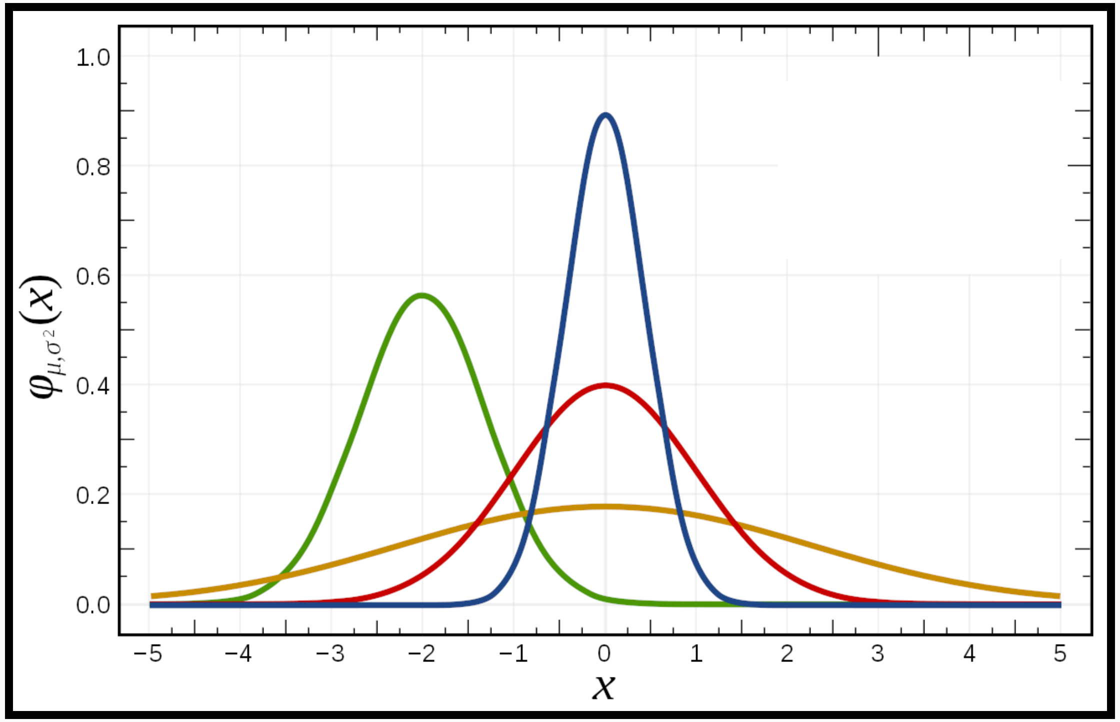


Dati simulati a partire da dati reali, bin size: 250g

Esercizio #1

? Qual è la curva con la media più grande?

a) Verde
b) Blu
c) Gialla
d) Non lo posso sapere
e) Nessuna delle precedenti

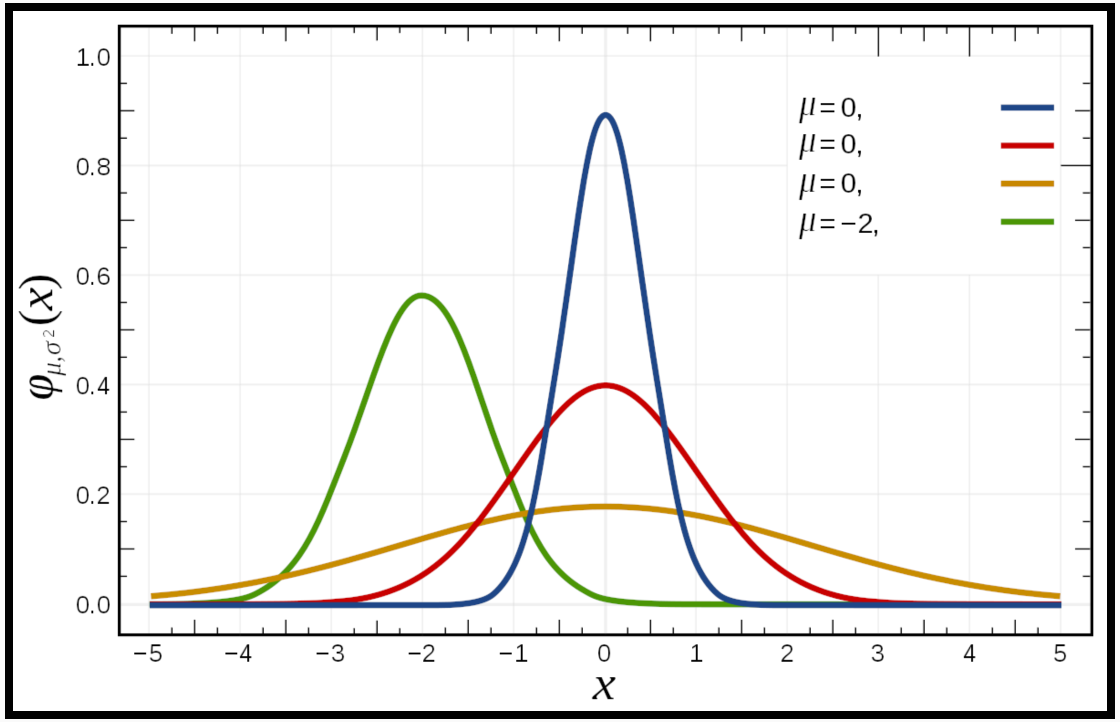


00:30

Esercizio #1 -- Soluzione

❓ Qual è la curva con la media più grande?

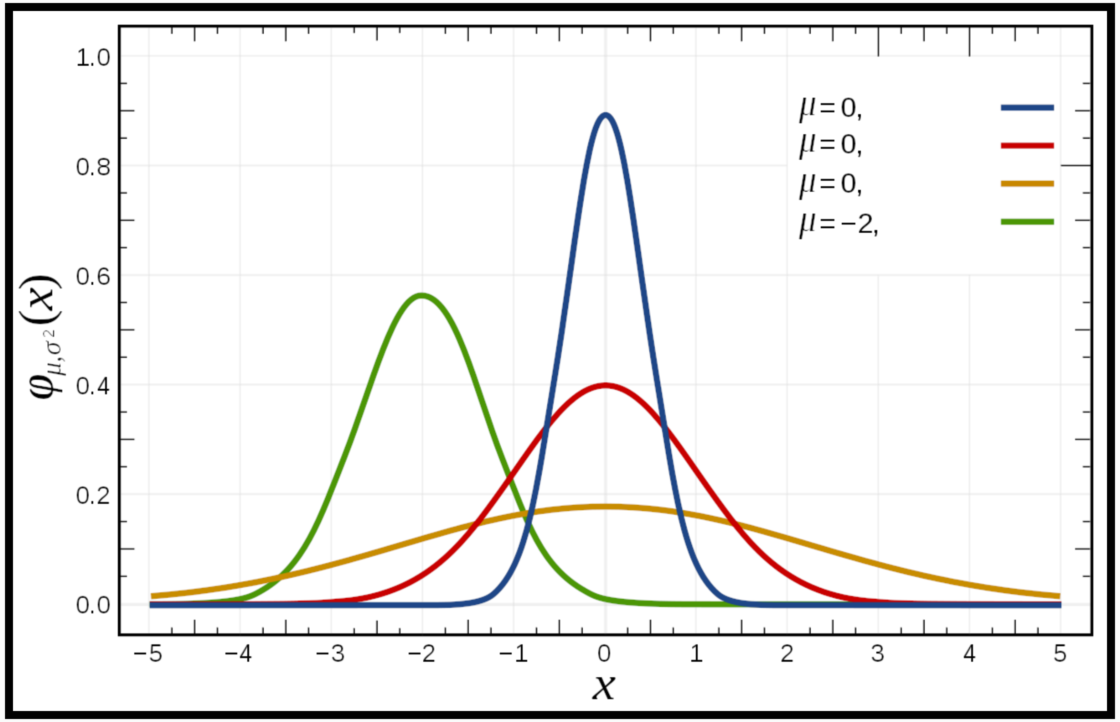
a) Verde
b) Blu
c) Gialla
d) Non lo posso sapere
e) Nessuna delle precedenti ✅



Esercizio #2

? Qual è la curva con la deviazione standard più grande?

a) Verde
b) Blu
c) Gialla
d) Non lo posso sapere
e) Nessuna delle precedenti

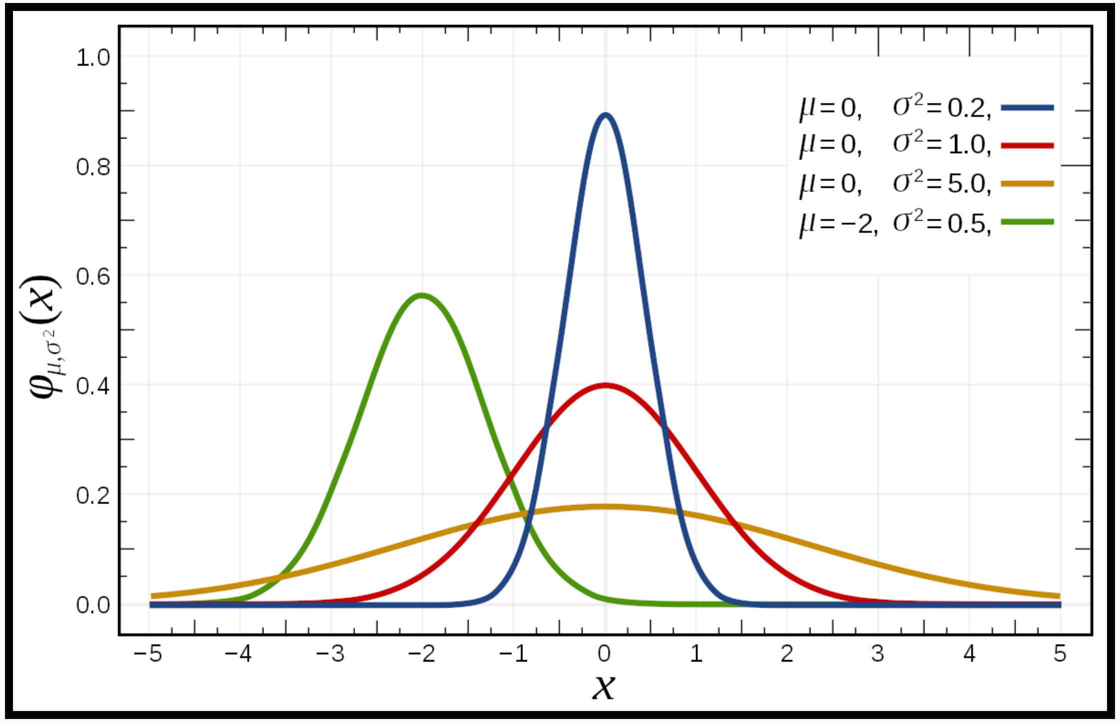


00:30

Esercizio #2 -- Soluzione

❓ Qual è la curva con la deviazione standard più grande?

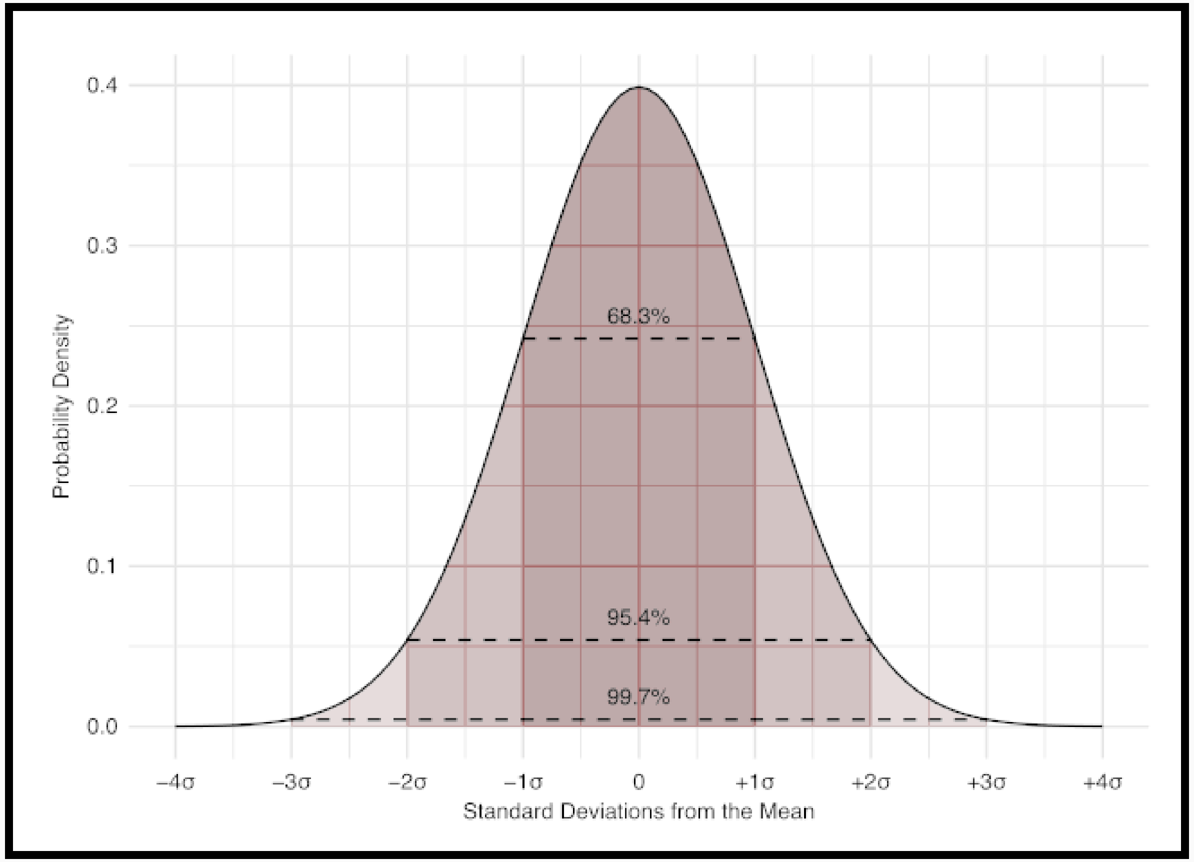
a) Verde
b) Blu
c) Gialla ✅
d) Non lo posso sapere
e) Nessuna delle precedenti



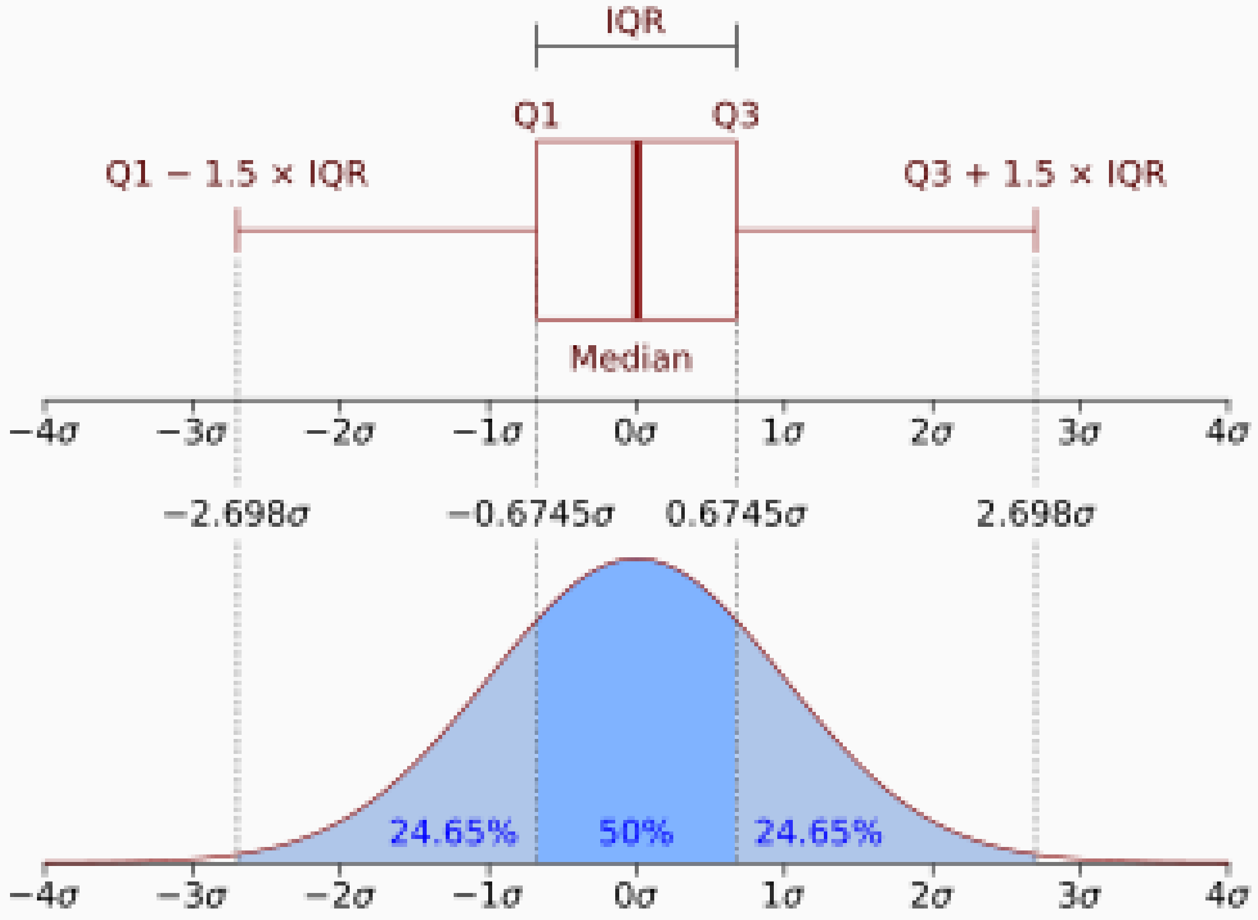
La distribuzione Normale

- Regola del 3 σ:
  - 68% dei valori osservati sono a 1 σ dalla media
  - 95% sono a 2 σ
  - 99.7% sono a 3 σ

- Regola empirica:
  - valori $< 2\sigma$ sono "*comuni*"
  - valori $> 2\sigma$ sono "*inusuali*"
  - valori $> 3\sigma$ sono "*estremi*"



I valori estremi



Esercizio #3

❓ L'altezza della popolazione maschile italiana si distribuisce secondo una normale con media 170 cm e deviazione standard 9.5 cm

E' possibile calcolate i seguenti valori? Se sì, quali sono?

a) La mediana
b) La proporzione di italiani con altezza $> 170\ \mathrm{cm}$
c) I "range" di altezze considerabili come "inusuali" o "estremi"
d) L'altezza più comune
e) L'italiano più alto di sempre

03:00

Esercizio #3 -- Soluzione

? L'altezza della popolazione maschile italiana si distribuisce secondo una normale con media 170 cm e deviazione standard 9.5 cm

E' possibile calcolate i seguenti valori? Se sì, quali sono?

a) La mediana $\rightarrow$ coincide con la media $= 170 \text{ cm}$
b) La proporzione di italiani con altezza > 170

Esercizio #3 -- Soluzione

❓ L'altezza della popolazione maschile italiana si distribuisce secondo una normale con media 170 cm e deviazione standard 9.5 cm

E' possibile calcolate i seguenti valori? Se sì, quali sono?

a) La mediana $\rightarrow$ 170cm
b) La proporzione di italiani con altezza > 170 cm $\rightarrow$ sono quelli a destra della mediana, la metà dell'area sottesa dalla curva $= 50\%$
c) I "range" di altezze considerabili come "inusuali" o "estremi"

Esercizio #3 -- Soluzione

? L'altezza della popolazione maschile italiana si distribuisce secondo una normale con media 170 cm e deviazione standard 9.5 cm

E' possibile calcolate i seguenti valori? Se sì, quali sono?

a) La mediana $\rightarrow$ 170cm

b) La proporzione di italiani con altezza $> 170\ \mathrm{cm} \rightarrow 50\%$

c) I "range" di altezze considerabili come "inusuali" o "estremi" $\rightarrow$ sono quelli > 2 deviazioni standard dalla media $= 170 - 9.5 \times 2 = 151\ \mathrm{cm}$ e $170 + 9.5 \times 2 = 189\ \mathrm{cm}$

d) L'altezza più comune

Esercizio #3 -- Soluzione

❓ L'altezza della popolazione maschile italiana si distribuisce secondo una normale con media 170 cm e deviazione standard 9.5 cm

E' possibile calcolate i seguenti valori? Se sì, quali sono?

a) La mediana $\rightarrow$ 170cm
b) La proporzione di italiani con altezza $> 170 \text{ cm} \rightarrow 50\%$
c) I "range" di altezze considerabili come "inusuali" o "estremi"
$\rightarrow \quad < 151 \text{ cm e } > 189 \text{ cm}$
d) L'altezza più comune $\rightarrow$ è la moda, che coincide con la media e la mediana $= 170 \text{ cm}$
e) L'italiano più alto di sempre

Esercizio #3 -- Soluzione

? L'altezza della popolazione maschile italiana si distribuisce secondo una normale con media 170 cm e deviazione standard 9.5 cm

E' possibile calcolate i seguenti valori? Se sì, quali sono?

a) La mediana $\rightarrow$ 170cm
b) La proporzione di italiani con altezza > 170 cm $\rightarrow 50\%$
c) I "range" di altezze considerabili come "inusuali" o "estremi"
$\rightarrow \;\; < 151$ cm e $\; > 189$ cm
d) L'altezza più comune $\rightarrow 170$ cm
e) L'italiano più alto di sempre $\rightarrow$ non si può calcolare

Esercizio #4

Table 1. Demographic Characteristics of the Participants

Characteristic	All Participants (N=277)	
	Oxytocin (N=139)	Placebo (N=138)
Age		
Mean — yr	10.4±4.1	10.4±4.0
Distribution — no. (%)		
3–6 yr	34 (24)	35 (25)
7–11 yr	54 (39)	53 (38)
12–17 yr	51 (37)	50 (36)
Sex — no. (%)		
Male	122 (88)	120 (87)
Female	17 (12)	18 (13)

Sikich, L. *et al.*, *Intranasal Oxytocin in Children and Adolescents with Autism Spectrum Disorder*, NEJM, 2021

? Indicativamente, in quale range di età è compreso il 68% dei pazienti nel gruppo di intervento?

a) $3 - 17$ anni
b) $6.3 - 14.5$ anni
c) $4.1 - 16.7$ anni
d) Non è possibile dirlo

02:00

Esercizio #4 -- Soluzione

Table 1. **Demographic Characteristics of the Participants**

Characteristic	All Participants (N=277)	
	Oxytocin (N=139)	Placebo (N=138)
Age		
Mean — yr	10.4±4.1	10.4±4.0
Distribution — no. (%)		
3–6 yr	34 (24)	35 (25)
7–11 yr	54 (39)	53 (38)
12–17 yr	51 (37)	50 (36)
Sex — no. (%)		
Male	122 (88)	120 (87)
Female	17 (12)	18 (13)

Sikich, L. *et al.*, *Intranasal Oxytocin in Children and Adolescents with Autism Spectrum Disorder*, NEJM, 2021

❓ Indicativamente, in quale range di età è compreso il 68% dei pazienti nel gruppo di intervento?

a) $3 - 17$ anni
b) $6.3 - 14.5$ anni ✅
c) $4.1 - 16.7$ anni
d) Non è possibile dirlo

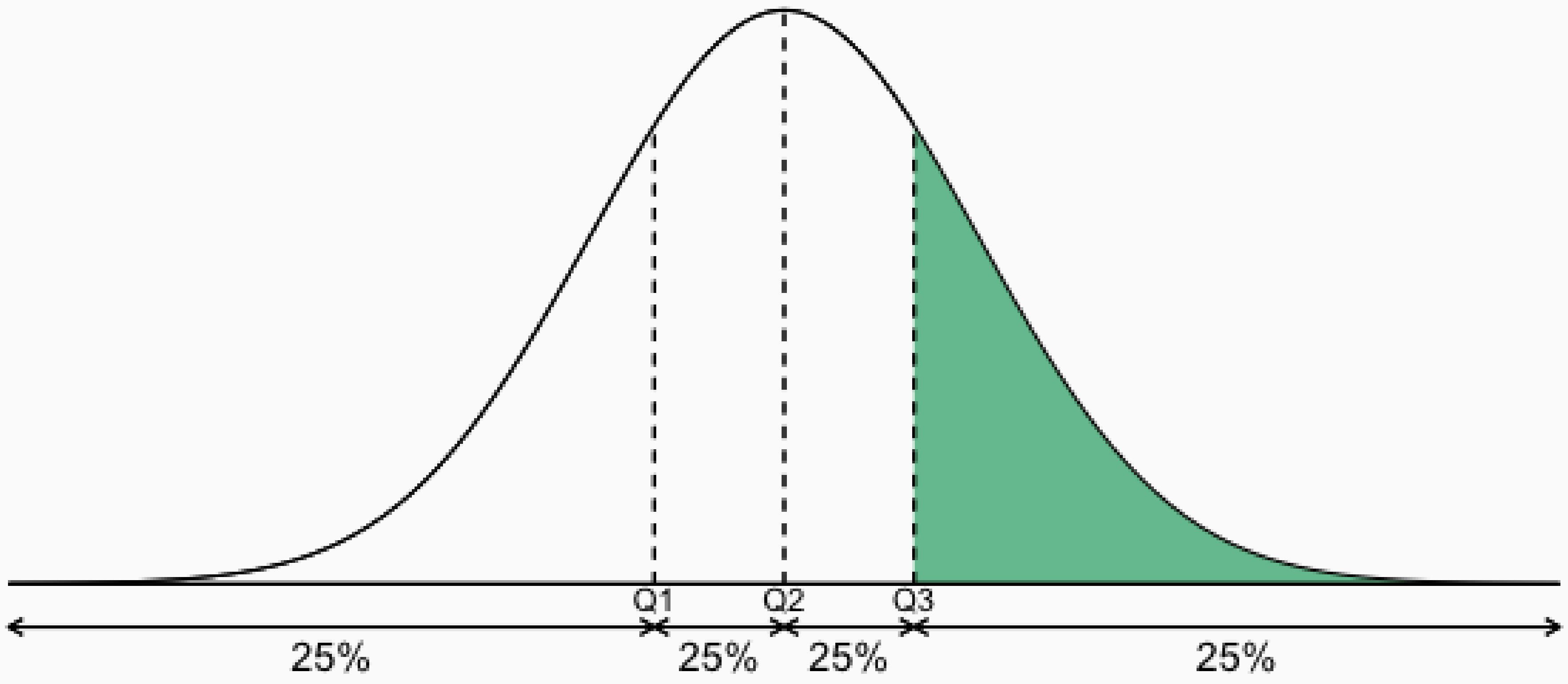
Esercizio #5

? Con quale probabilità si potrà trovare nella popolazione soggetti con valori superiori al terzo quartile?

a) 25%
b) 50%
c) 75%
d) Servono più informazioni per poter rispondere

00:30

Esercizio #5 -- Soluzione



Esercizio #5 -- Soluzione

❓ Con quale probabilità si potrà trovare nella popolazione soggetti con valori superiori al terzo quartile?

a) 25% ✅
b) 50%
c) 75%
d) Servono più informazioni per poter rispondere

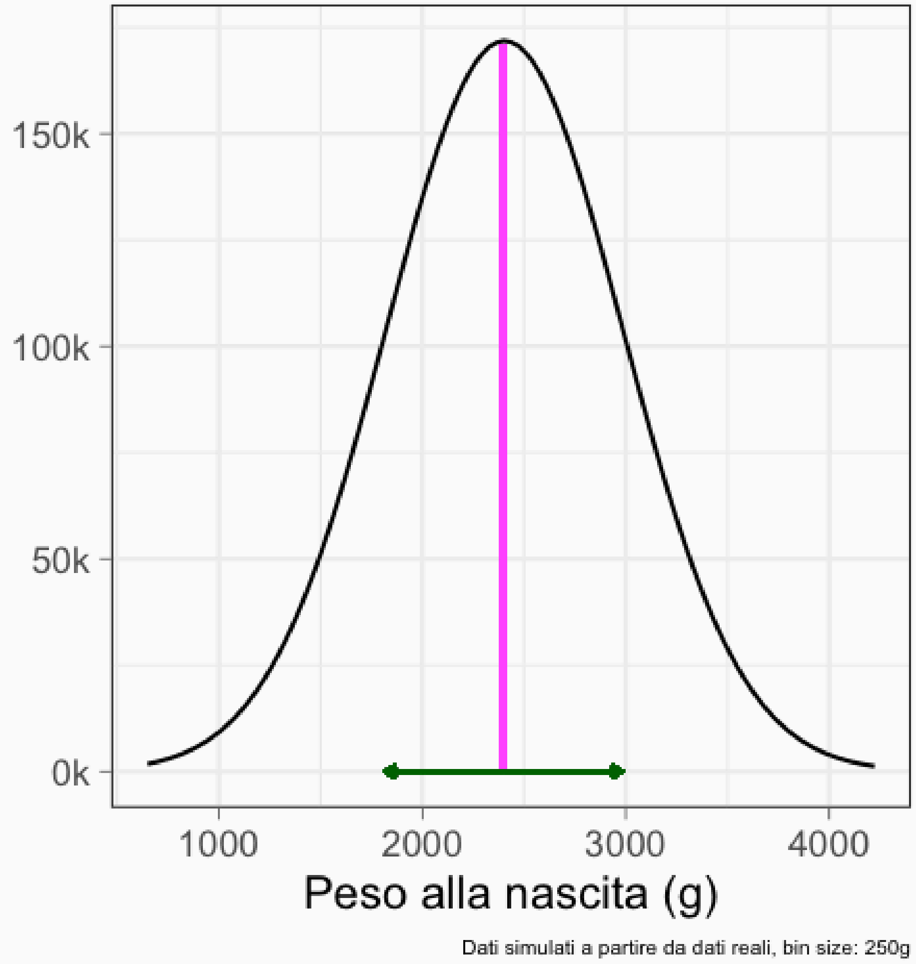
Caratterizzare una singola osservazione

Supponiamo di avere presa in cura un neonato (gemello) che pesa 1450g.

Come si caratterizza rispetto all'intera popolazione dei neonati (gemelli)?

Facciamo un passo indietro...

- La media ci dice qual è il centro di una distribuzione
- La deviazione standard ci dice qual è la distanza "tipica" dalla media



Caratterizzare una singola osservazione

Supponiamo di avere presa in cura un neonato (gemello) che pesa 1450g

- La media ci dice qual è il centro di una distribuzione

$$x = 1450 \text{ g} < \mu = 2400 \text{ g} \quad \rightarrow \quad x - \mu = 1450 \text{ g} - 2400 \text{ g} = -950 \text{ g}$$

$\rightarrow$ il neonato pesa meno della media

Caratterizzare una singola osservazione

Supponiamo di avere presa in cura un neonato (gemello) che pesa 1450g

- La media ci dice qual è il centro di una distribuzione

$$x = 1450\text{ g} < \mu = 2400\text{ g} \quad \rightarrow \quad x - \mu = 1450\text{ g} - 2400\text{ g} = -950\text{ g}$$

$\rightarrow$ il neonato pesa meno della media

- La deviazione standard ci dice qual è la distanza "tipica" dalla media

$$|x - \mu| = 950\text{ g} > \sigma = 580\text{ g}$$

$\rightarrow$ il peso è a una distanza maggiore di quella "tipica"

Caratterizzare una singola osservazione

Supponiamo di avere presa in cura un neonato (gemello) che pesa 1450g

- La media ci dice qual è il centro di una distribuzione

$$x = 1450\ \mathrm{g} < \mu = 2400\ \mathrm{g} \quad \rightarrow \quad x - \mu = 1450\ \mathrm{g} - 2400\ \mathrm{g} = -950\ \mathrm{g}$$

$\rightarrow$ il neonato pesa meno della media

- La deviazione standard ci dice qual è la distanza "tipica" dalla media

$$|x - \mu| = 950\ \mathrm{g} > \sigma = 580\ \mathrm{g} \quad \rightarrow \quad \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{-950\ \mathrm{g}}{580\ \mathrm{g}} = -1.87$$

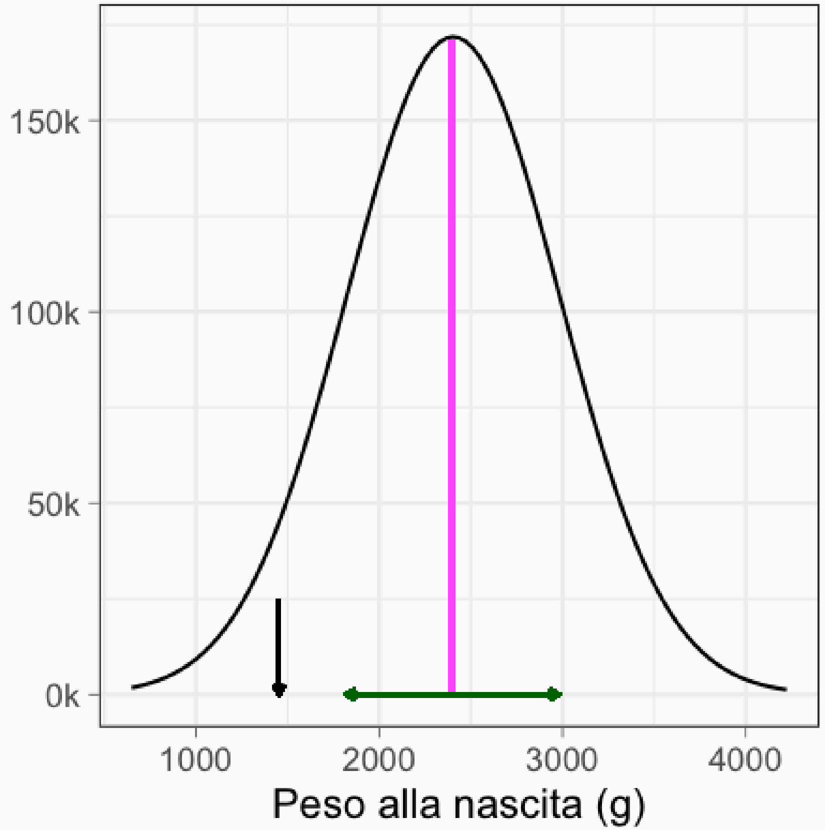
$\rightarrow$ il peso è a una distanza maggiore di quella "tipica"

$\rightarrow$ è un peso (quasi) "inusuale"

Caratterizzare una singola osservazione

Supponiamo di avere presa in cura un neonato (gemello) che pesa 1450g

- La media ci dice qual è il centro di una distribuzione
  - $\rightarrow$ il neonato pesa meno della media
- La deviazione standard ci dice qual è la distanza "tipica" dalla media
  - $\rightarrow$ il peso è a una distanza "atipica"
  - $\rightarrow$ è un peso (quasi) "inusuale"



Dati simulati a partire da dati reali, bin size: 250g

Lo z-score

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

- ci dice se un'osservazione è maggiore o minore della media della popolazione
- ci dice se la deviazione di un'osservazione dalla media è grande o piccola rispetto alla deviazione tipica nella popolazione

Esercizio #6

? Quale delle seguenti z-score rappresenta l'osservazione più atipica?

a) -3.20
b) -0.41
c) $+1.10$
d) $+2.40$

? L'osservazione è superiore alla media?

e) Sì   f) No

00:15

Esercizio #6 -- Soluzione

❓ Quale delle seguenti z-score rappresenta l'osservazione più atipica?

a) -3.20 ✅
b) -0.41
c) $+1.10$
d) $+2.40$

❓ L'osservazione è superiore alla media?

e) Sì f) No

Esercizio #6 -- Soluzione

❓ Quale delle seguenti z-score rappresenta l'osservazione più atipica?

a) -3.20 ✅
b) -0.41
c) $+1.10$
d) $+2.40$

❓ L'osservazione è superiore alla media?

e) Sì f) No ✅

Esercizio #7

❓ Maria ha subito un trauma cranico a seguito di un incidente e il neurologo che l'ha presa in cura la sottopone a 3 test.

1. Maria deve ascoltare delle parole e ripeterle (memory test). Maria ne ricorda 6, la popolazione generale 7, con una deviazione standard di 1.3 parole

2. Maria deve identificare degli oggetti da dei disegni (object naming test). Maria ne riconosce 7, la popolazione generale 10, con una deviazione standard di 0.59 oggetti

3. Maria ha un elenco di colori scritti con inchiostri diversi e deve dire di quale colore è ciascun inchiostro il più velocemente possibile (Stroop test). Maria impiega 15.7 secondi, la popolazione generale 16.2, con una deviazione standard di 1.3 secondi

Nelle prossime viste, il neurologo deve concentrarsi sulla memoria, sull'abilita di nominare le cose o sull'attenzione di Maria?

05:00

Esercizio #7 -- Soluzione

❓ Maria ha subito un trauma cranico a seguito di un incidente e il neurologo che l'ha presa in cura la sottopone a 3 test.

1. Memory test. $x = 6; \quad \mu = 7, \quad \sigma = 1.3$
   $z = \frac{6-7}{1.3} = -0.77$

2. Object naming test. $x = 7; \quad \mu = 10, \quad \sigma = 0.59$
   $z = \frac{7-10}{0.59} = -5.09$

3. Stroop test. $x = 15.7; \quad \mu = 16.2, \quad \sigma = 1.3$
   $z = \frac{15.7-16.2}{1.3} = -0.39$

Nelle prossime viste, il neurologo deve concentrarsi sulla memoria, sull'abilita di nominare le cose o sull'attenzione di Maria?

Esercizio #7 -- Soluzione

? Maria ha subito un trauma cranico a seguito di un incidente e il neurologo che l'ha presa in cura la sottopone a 3 test.

1. Memory test. $x = 6; \quad \mu = 7, \quad \sigma = 1.3$

   $z = \frac{6-7}{1.3} = -0.77$

2. Object naming test. $x = 7; \quad \mu = 10, \quad \sigma = 0.59$

   $z = \frac{7-10}{0.59} = -5.09$

3. Stroop test. $x = 15.7; \quad \mu = 16.2, \quad \sigma = 1.3$

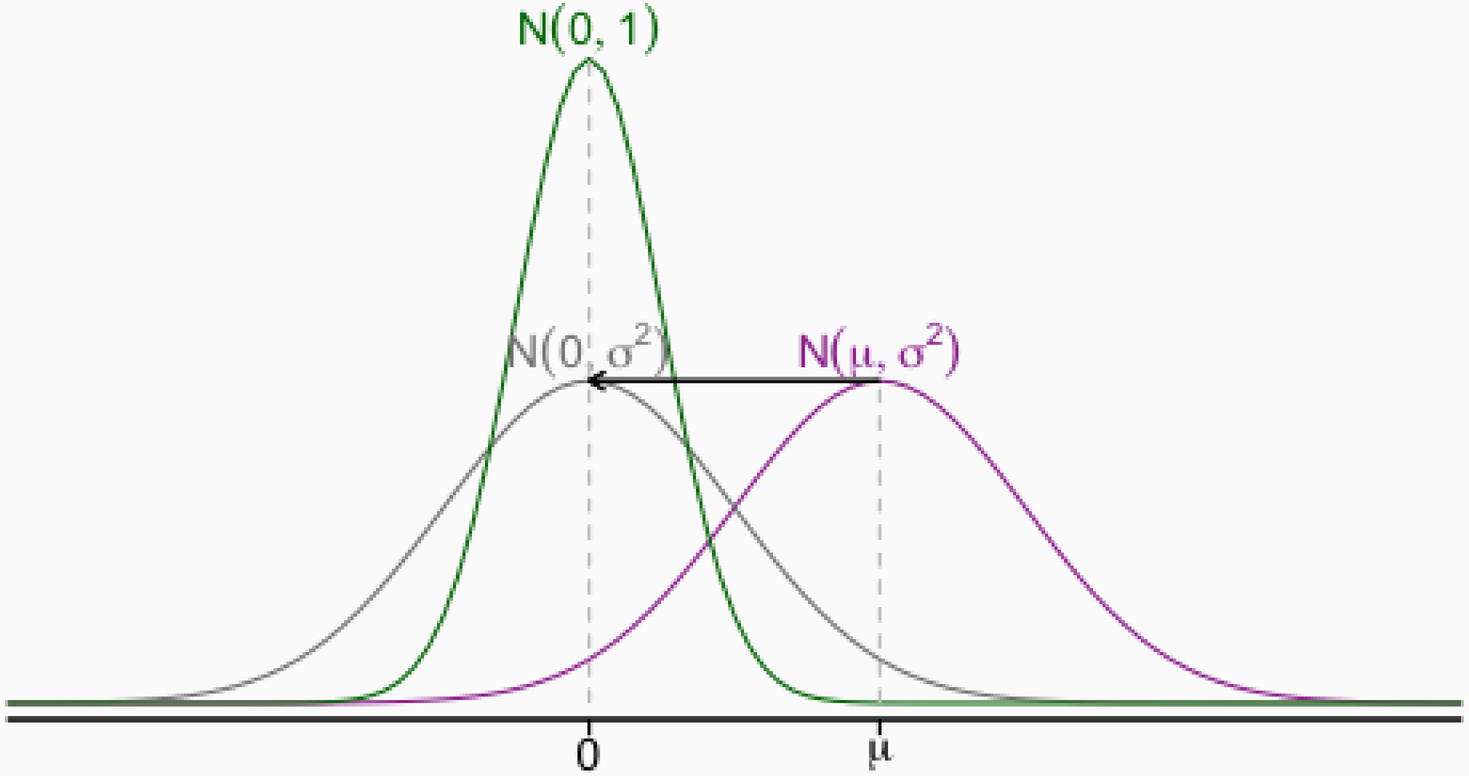
   $z = \frac{15.7-16.2}{1.3} = -0.39$

Nelle prossime viste, il neurologo deve concentrarsi sulla memoria, sull'abilita di nominare le cose o sull'attenzione di Maria?

$\rightarrow$ sull'abilita di nominare le cose

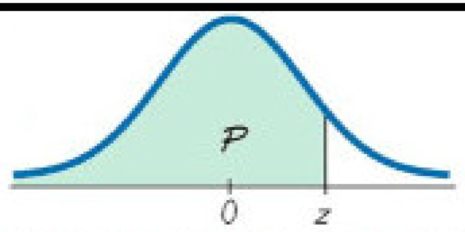
La standardizzazione

- $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$
- $\mathcal{N} = (\mu, \sigma^2) \rightarrow Z = (0, 1)$



La distribuzione Normale standardizzata

- $Z = (0, 1)$
- Area sottesa alla curva $= 1$
- proporzione $\equiv$ probabilità

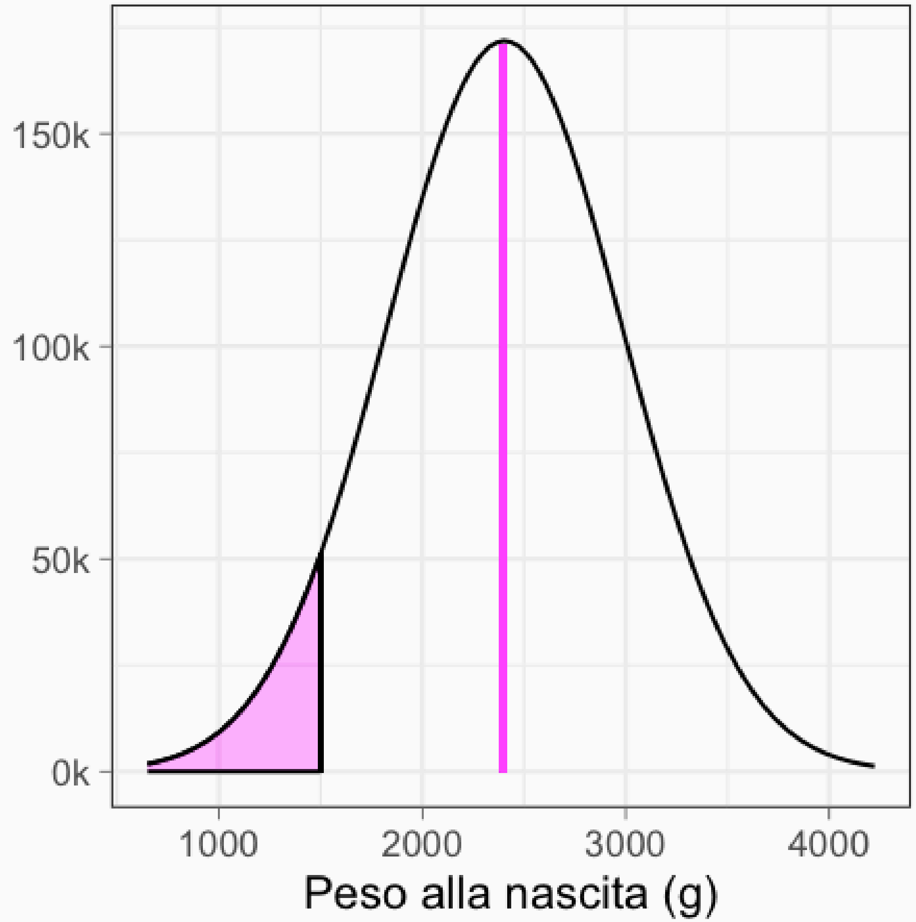


z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441

Proporzione $\equiv$ probabilità

- 6% dei gemelli nascono con un peso molto basso
- La probabilità di nascere con un peso molto basso è 0.06

Ma come è stato calcolato?



Dati simulati a partire da dati reali, bin size: 250g

Calcoliamo la probabilità/proporzione

Qual è la probabilità, per un gemello, di nascere con un peso molto basso?

$$\mathcal{N} = (2400, 580^2)$$

Calcoliamo la probabilità/proporzione

Qual è la probabilità, per un gemello, di nascere con un peso molto basso?

$$\mathcal{N} = (2400, 580^2)$$

1. Calcoliamo lo z-score
   $z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{1500-2400}{580} = \frac{-900}{580} = -1.55$

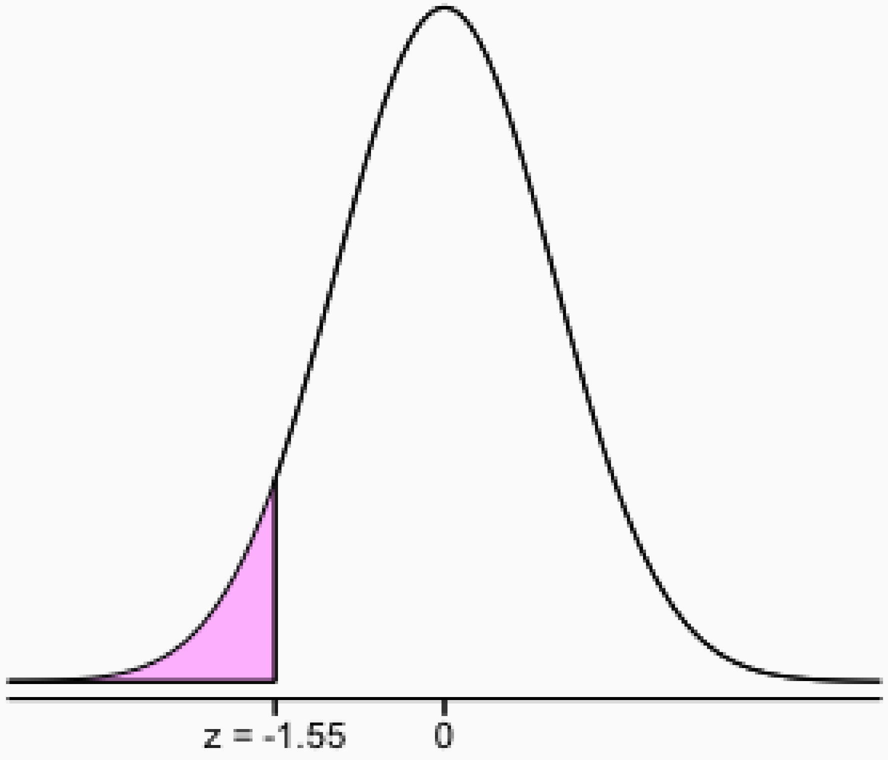
Calcoliamo la probabilità/proporzione

Qual è la probabilità, per un gemello, di nascere con un peso molto basso?

$$\mathcal{N} = (2400, 580^2)$$

1. Calcoliamo lo z-score
   $z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{1500-2400}{580} = \frac{-900}{580} = -1.55$

2. Identifichiamo l'area



Calcoliamo la probabilità/proporzione

Qual è la probabilità, per un gemello, di nascere con un peso molto basso?

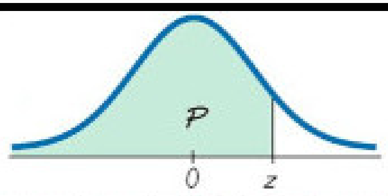
$$\mathcal{N} = (2400, 580^2)$$

1. Calcoliamo lo z-score

   $$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{1500-2400}{580} = \frac{-900}{580} = -1.55$$

2. Identifichiamo l'area

3. Cerchiamo lo z-score sulle tavole e ragioniamo sull'area identificata



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441

Calcoliamo la probabilità/proporzione

Qual è la probabilità, per un gemello, di nascere con un peso molto basso?

$$\mathcal{N} = (2400, 580^2)$$

1. Calcoliamo lo z-score

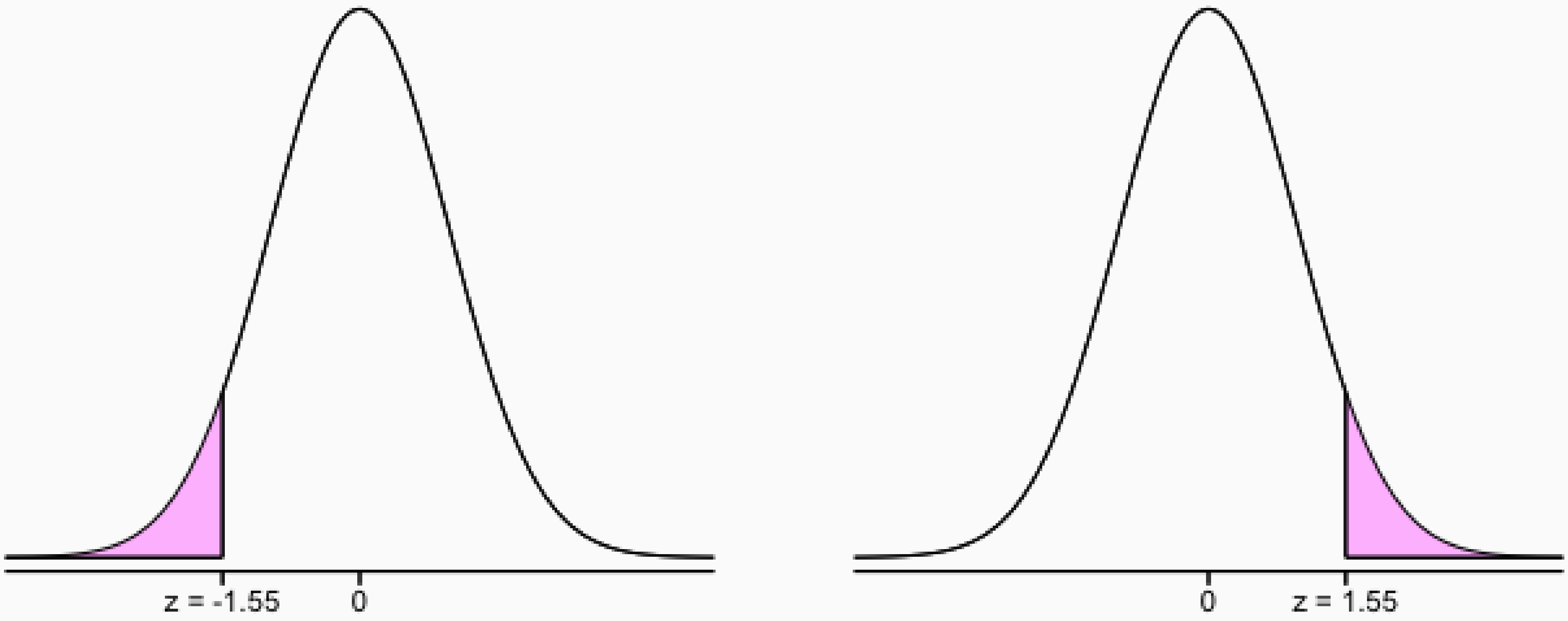
   $$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{1500-2400}{580} = \frac{-900}{580} = -1.55$$

2. Identifichiamo l'area

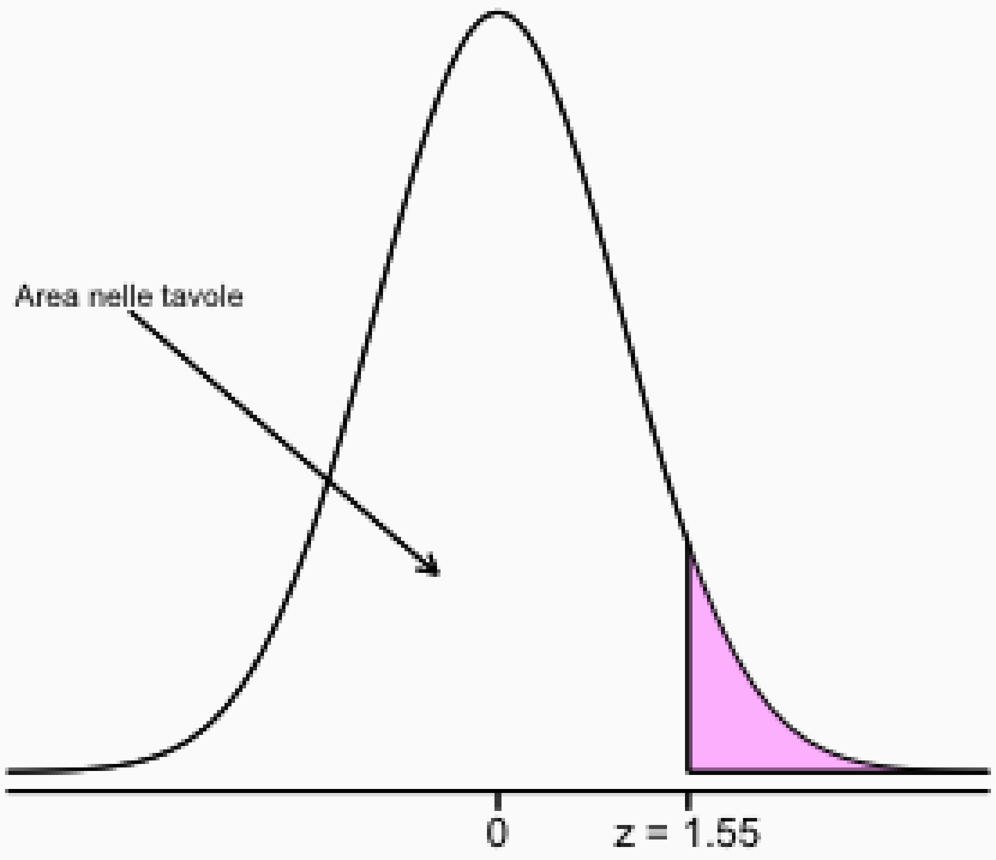
3. Cerchiamo lo z-score sulle tavole e ragioniamo sull'area identificata
   $\rightarrow$ non ci sono z-score negativi

Ragioniamo sulle aree...

Ragioniamo sulle aree…



Ragioniamo sulle aree...



Calcoliamo la probabilità/proporzione

Qual è la probabilità, per un gemello, di nascere con un peso molto basso?

$$\mathcal{N} = (2400, 580^2)$$

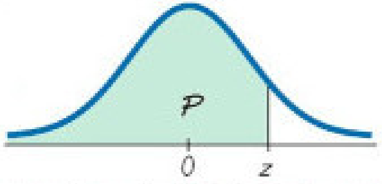
1. Calcoliamo lo z-score

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{1500-2400}{580} = \frac{-900}{580} = -1.55$$

2. Identifichiamo l'area

3. Cerchiamo lo z-score sulle tavole e ragioniamo sull'area identificata

$$\mathcal{P} = 1 - 0.9394 = 0.0606 \rightarrow 6.06\%$$

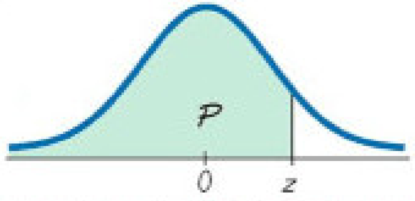


z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	[illegible]	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	[illegible]	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	[illegible]	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	[illegible]	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	[illegible]	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	[illegible]	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	[illegible]	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	[illegible]	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	[illegible]	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	[illegible]	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	[illegible]	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	[illegible]	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	[illegible]	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	[illegible]	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	[illegible]	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441

Esercizio #8

? Non sapendo che il bambino ha un gemello, il pediatra dice alla madre che un peso alla nascita inferiore ai 2500g è inusuale. La madre deve preoccuparsi?

$$\mathcal{N} = (2400, 580^2)$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441

05:00

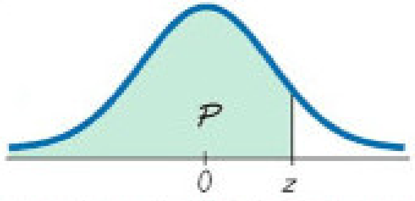
Esercizio #8 -- Soluzione

❓ Non sapendo che il bambino ha un gemello, il pediatra dice alla madre che un peso alla nascita inferiore ai 2500g è inusuale. La madre deve preoccuparsi?

$$\mathcal{N} = (2400, 580^2)$$

1. Calcoliamo lo z-score

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{2500-2400}{580} = \frac{100}{580} = 0.17$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441

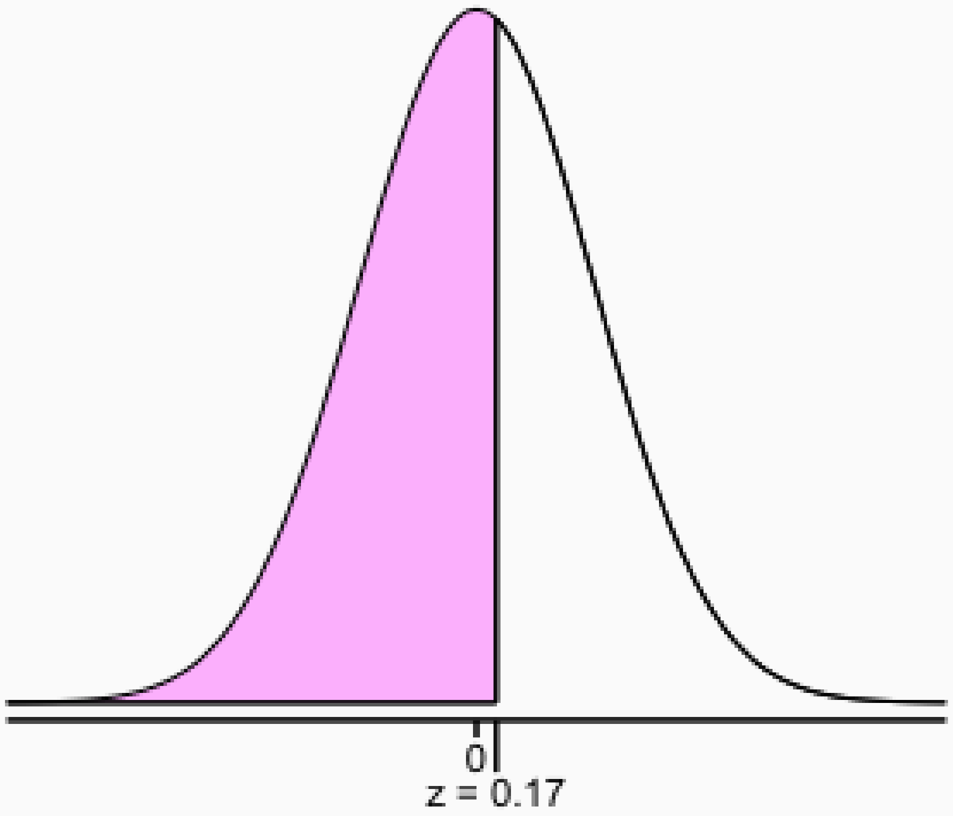
Esercizio #8 -- Soluzione

? Non sapendo che il bambino ha un gemello, il pediatra dice alla madre che un peso alla nascita inferiore ai 2500g è inusuale. La madre deve preoccuparsi?

1. Calcoliamo lo z-score

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{2500-2400}{580} = \frac{100}{580} = 0.17$$

2. Identifichiamo l'area



Esercizio #8 -- Soluzione

❓ Non sapendo che il bambino ha un gemello, il pediatra dice alla madre che un peso alla nascita inferiore ai 2500g è inusuale. La madre deve preoccuparsi?

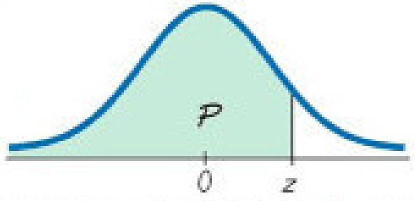
1. Calcoliamo lo z-score

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{2500-2400}{580} = \frac{100}{580} = 0.17$$

2. Identifichiamo l'area

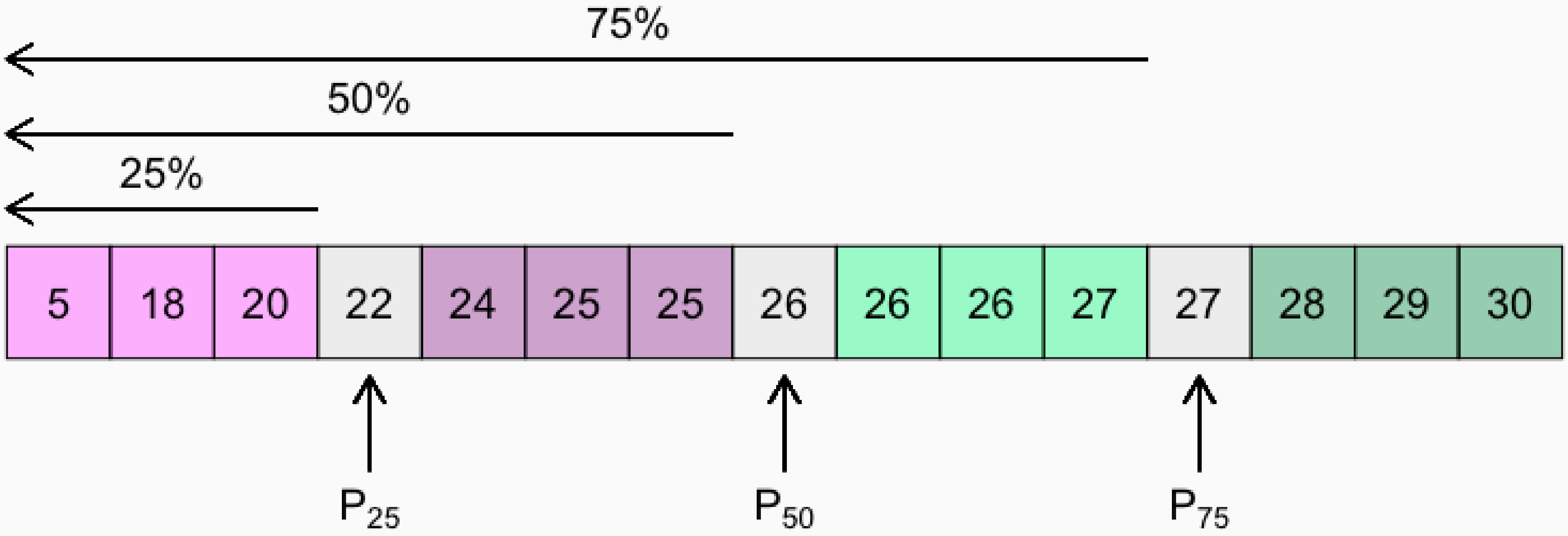
3. Cerchiamo lo z-score sulle tavole e ragioniamo sull'area identificata

$$\mathcal{P} = 0.5675 \approx 0.57 \rightarrow 57\%$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441

Percentili



$\mathcal{P} = 0.57$ ci dice che il nostro bambino è nel 57^o percentile

Cosa abbiamo imparato?

- Molti fenomeni naturali seguono una distribuzione Normale
- La distribuzione Normale è definita dalla media e dalla deviazione standard e corrisponde a una distribuzione di probabilità
- La distribuzione Normale di una popolazione ci consente di determinare sia la probabilità di osservare un certo valore, sia la sua frequenza attesa
- Se i dati seguono una distribuzione Normale, (circa) il 68% dei valori si trova entro 1 deviazione standard dalla media, il 95% entro 2 e il 99.7% entro 3
- Lo z-score ci permette di collocare un'osservazione rispetto alla popolazione di riferimento e di confrontare dati provenienti da distribuzioni anche molto diverse tra loro