La statistica descrittiva

(Parte II: Le variabili numeriche)

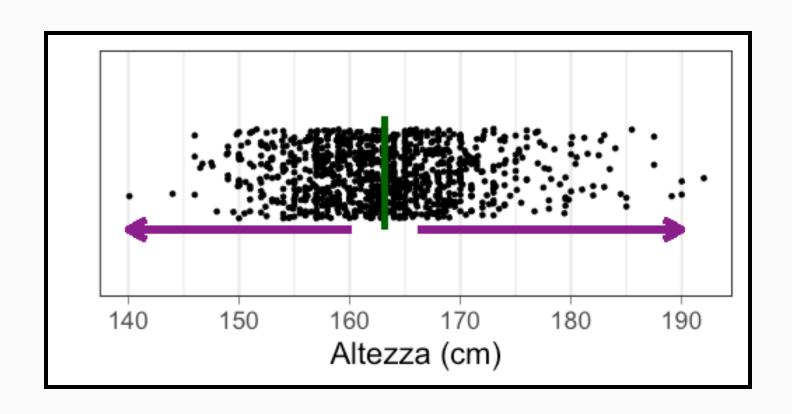
Obiettivi di apprendimento

- Saper calcolare e interpretare misure di centralità, dispersione e correlazione
- Saper visualizzare dati numerici
- Saper interpretare tabelle e figure in articoli scientifici

Le fasi della ricerca



Misure di centralità e dispersione



Misure di centralità: la moda

© L'elemento più frequente

 $x = \{1, 1, 1, 3, 4, 4, 7, 8, 8, 9, 9\}$ moda(x) = 1

Esercizio #1

Qual è la moda dei seguenti insiemi?

$$y = \{1, 1, 1, 3, 4, 4, 4, 7, 8, 8, 9, 9\}$$

 $\text{moda}(y) = ?$

$$z = \{1, 3, 4, 7, 8, 9, 11, 17, 21, 42\}$$

 $\text{moda}(z) = ?$

Qual è la moda dei seguenti insiemi?

$$y = \{1, 1, 1, 3, 4, 4, 4, 7, 8, 8, 9, 9\}$$

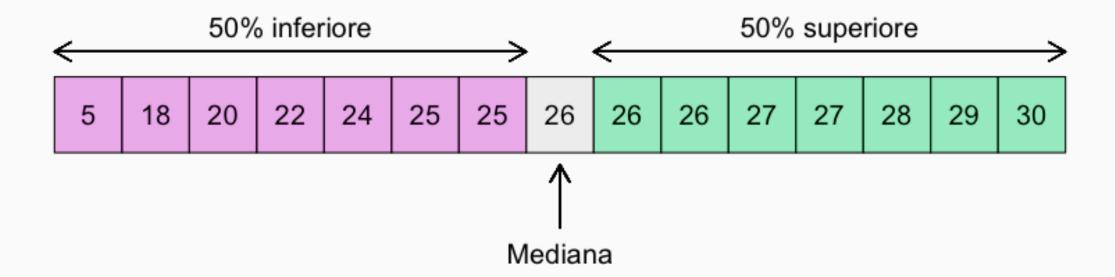
 $\operatorname{moda}(y) = 1 \wedge 4$

$$z = \{1, 3, 4, 7, 8, 9, 11, 17, 21, 42\}$$

moda (z) = Non esiste

Misure di centralità: la mediana

Il valore "in mezzo"



I dati devono essere ordinati!

Esercizio #2

Quali sono le mediane di questi insiemi?

```
y = \{6, 34, 40, 55, 75\}

mediana(y) = ?

z = \{6, 34, 40, 55, 175\}

mediana(z) = ?
```

Quali sono le mediane di questi insiemi?

$$y = \{6, 34, 40, 55, 75\}$$
 $ext{mediana}(y) = y_3 = 40$
 $z = \{6, 34, 40, 55, 175\}$
 $ext{mediana}(z) = ?$

I dati devono essere ordinati!

Quali sono le mediane di questi insiemi?

$$y = \{6, 34, 40, 55, 75\}$$

mediana $(y) = y_3 = 40$

$$z = \{6, 34, 40, 55, 175\}$$

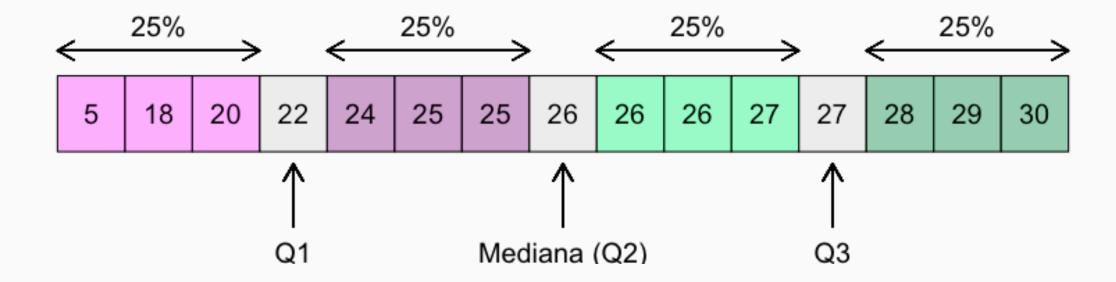
mediana $(z) = z_3 = 40$

I dati devono essere ordinati!

Mediana e valori anomali

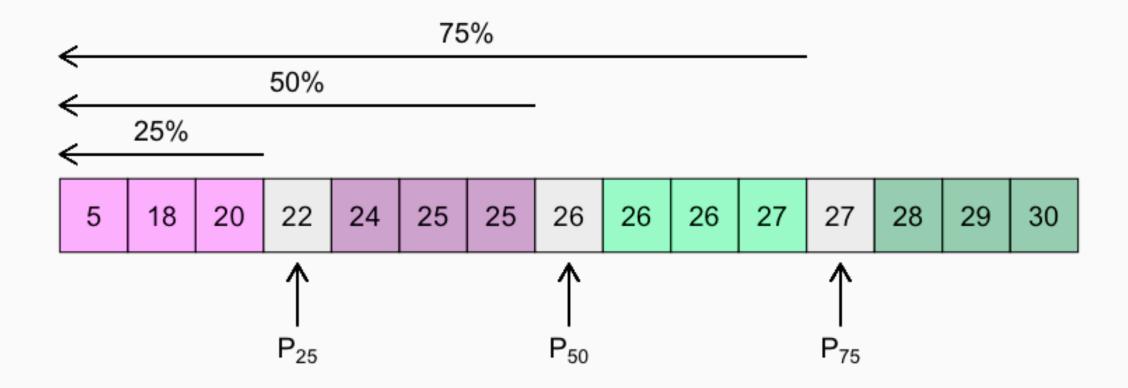


Quartili



🚺 I dati devono essere ordinati!

Percentili





Esercizio #3

? Maria ha ricevuto un punteggo di 70 a un esame, posizionandosi nel 45^o percentile.

L'esame è andato...

- a) bene: Maria ha ricevuto un voto superiore a più metà delle persone che hanno dato quell'esame
- b) non benissimo: Maria ha ricevuto un voto inferiore a più metà delle persone che hanno dato quell'esame
- c) non ho abbastanza elementi per decidere

? Maria ha ricevuto un punteggo di 70 a un esame, posizionandosi nel 45^o percentile.

L'esame è andato...

- a) bene: Maria ha ricevuto un voto superiore a più metà delle persone che hanno dato quell'esame
- b) non benissimo: Maria ha ricevuto un voto inferiore a più metà delle persone che hanno dato quell'esame
- c) non ho abbastanza elementi per decidere

Misure di centralità: la media

Media aritmetica

$$ar{x}=rac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^n x_i
ight)=rac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$$

$$x = \{4, 36, 45, 50, 75\}$$

$$ar{x} = rac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i
ight) = rac{4+36+45+50+75}{5} = 42$$

Esercizio #4

Quali sono le medie di questi insiemi?

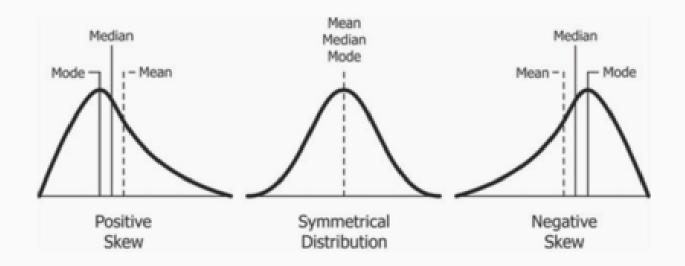
Quali sono le medie di questi insiemi?

$$egin{aligned} y &= \{6, 34, 40, 55, 75\} \ ar{y} &= rac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n y_i
ight) = rac{6+34+40+55+75}{5} = 42 \ z &= \{6, 34, 40, 55, 175\} \ ar{z} &= rac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n z_i
ight) = rac{4+36+45+50+175}{5} = 62 \end{aligned}$$

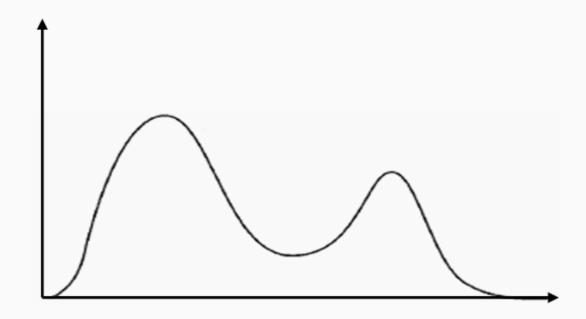
Media e valori anomali



La forma delle distribuzioni



La forma delle distribuzioni



Esercizio 5

Nei risultati di uno studio è riportata la seguente frase:

The mean length of stay was 22.4 days (median: 14 days).

La distribuzione empirica ha una forma...

- a) simmetrica
- b) asimmetrica a destra
- c) asimmetrica a sinistra
- d) nessuna delle precedenti

? Nei risultati di uno studio è riportata la seguente frase:

The mean length of stay was 22.4 days (median: 14 days).

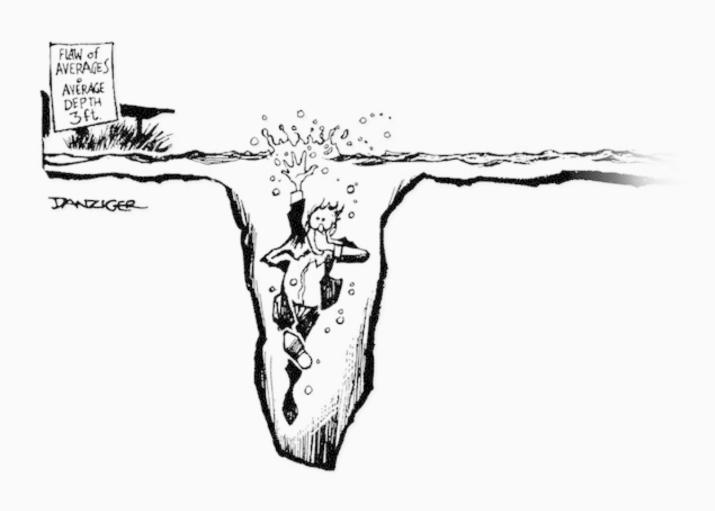
La distribuzione empirica ha una forma...

- a) simmetrica
- b) asimmetrica a destra

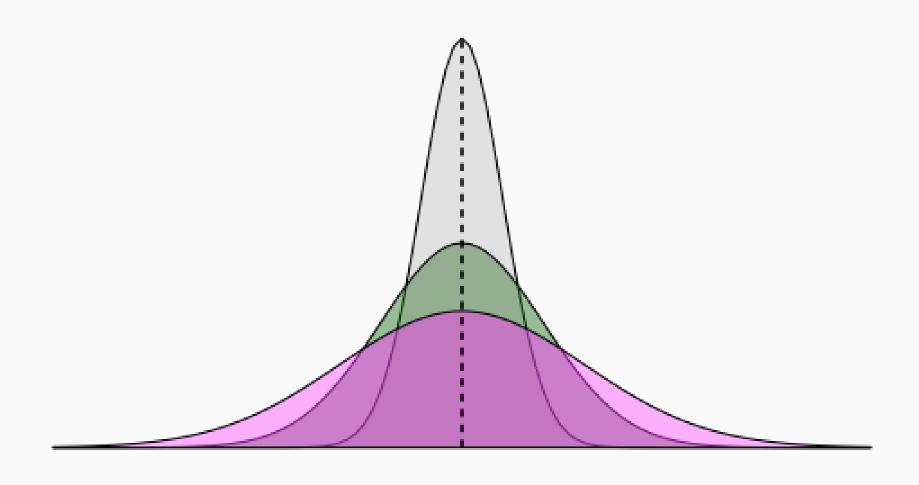


- c) asimmetrica a sinistra
- d) nessuna delle precedenti

Misure di dispersione



Misure di dispersione



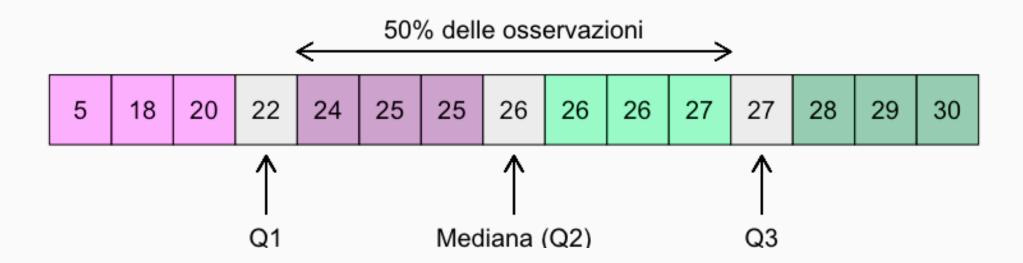
Misure di dispersione: range

5	18	20	22	24	25	25	26	26	26	27	27	28	29	30

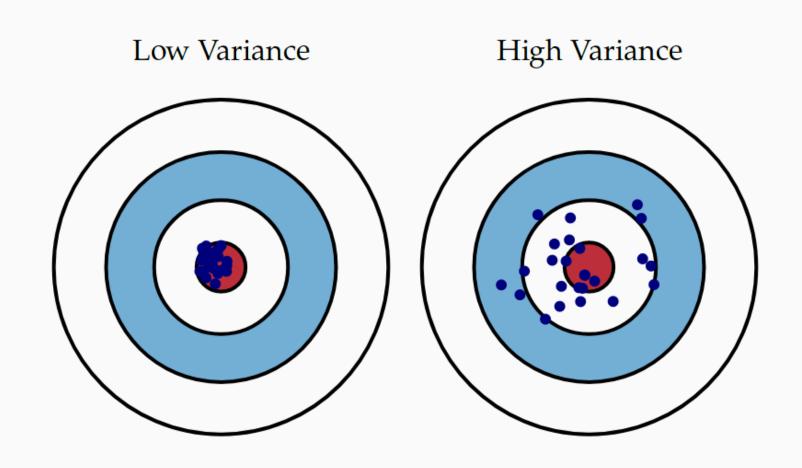
$$range(x) = 30 - 5 = 25$$

Misure di dispersione: range interquantile

$$\bigcirc$$
 IQR = Q3 - Q1



Misure di dispersione: varianza



Misure di dispersione: varianza

$$s^2=rac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n(x_i-ar{x})^2$$
 dove $ar{x}=rac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^nx_i
ight)$

$$x = \{1, 2, 3\}$$
 $\bar{x} = \frac{1+2+3}{3} = 2$ $s = \frac{1}{3-1} \times [(1-2)^2 + (2-2)^2 + (3-2)^2] = \frac{1}{2} \times [1^2 + 0^2 + 1^2] = \frac{1}{2} \times 2 = 1$

Misure di dispersione: deviazione standard

$$s=\sqrt{s^2}=\sqrt{rac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n(x_i-ar{x})^2}$$
 dove $ar{x}=rac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^nx_i
ight)$

$$x = \{1, 2, 3\}$$
 $\bar{x} = \frac{1+2+3}{3} = 2$

$$s = \sqrt{rac{1}{3-1} imes [(1-2)^2 + (2-2)^2 + (3-2)^2]} = \ = \sqrt{rac{1}{2} imes [1^2 + 0^2 + 1^2]} = \sqrt{rac{1}{2} imes 2} = \sqrt{1} = 1$$

Esercizio #6

- Il range è sensibile alla posizione centrale della distribuzione empirica
 a) Vero b) Falso
- La mediana si calcola sommando i valori e dividendoli per il loro numero
 a) Vero
 b) Falso
- La mediana è il valore che ha metà dei dati inferiori e metà superiori a esso
 a) Vero
 b) Falso
- La mediana, rispetto alla media, è più sensibile ai valori estremi
 a) Vero
 b) Falso
- Due distribuzioni con la stessa media hanno la stessa deviazione standard
 a) Vero
 b) Falso

- ? Il range è sensibile alla posizione centrale della distribuzione empirica
 a) Vero b) Falso
- La mediana si calcola sommando i valori e dividendoli per il loro numero
 a) Vero
 b) Falso
- La mediana è il valore che ha metà dei dati inferiori e metà superiori a esso
 a) Vero
 b) Falso
- La mediana, rispetto alla media, è più sensibile ai valori estremi
 a) Vero
 b) Falso
- Due distribuzioni con la stessa media hanno la stessa deviazione standard
 a) Vero
 b) Falso

- ? Il range è sensibile alla posizione centrale della distribuzione empirica
 a) Vero b) Falso
- La mediana si calcola sommando i valori e dividendoli per il loro numero
 a) Vero
 b) Falso
- La mediana è il valore che ha metà dei dati inferiori e metà superiori a esso
 a) Vero
 b) Falso
- La mediana, rispetto alla media, è più sensibile ai valori estremi
 a) Vero
 b) Falso
- Due distribuzioni con la stessa media hanno la stessa deviazione standard
 a) Vero
 b) Falso

- Il range è sensibile alla posizione centrale della distribuzione empirica
 a) Vero b) Falso
- La mediana si calcola sommando i valori e dividendoli per il loro numero
 a) Vero
 b) Falso
- La mediana è il valore che ha metà dei dati inferiori e metà superiori a esso
 a) Vero b) Falso
- La mediana, rispetto alla media, è più sensibile ai valori estremi
 a) Vero
 b) Falso
- Due distribuzioni con la stessa media hanno la stessa deviazione standard
 a) Vero
 b) Falso

- Il range è sensibile alla posizione centrale della distribuzione empirica
 a) Vero b) Falso
- La mediana si calcola sommando i valori e dividendoli per il loro numero
 a) Vero
 b) Falso
- La mediana è il valore che ha metà dei dati inferiori e metà superiori a esso
 a) Vero b) Falso
- La mediana, rispetto alla media, è più sensibile ai valori estremi
 a) Vero
 b) Falso
- Due distribuzioni con la stessa media hanno la stessa deviazione standard
 a) Vero
 b) Falso

Esercizio #6 -- Soluzione

- Il range è sensibile alla posizione centrale della distribuzione empirica
 a) Vero b) Falso
- La mediana si calcola sommando i valori e dividendoli per il loro numero
 a) Vero
 b) Falso
- La mediana è il valore che ha metà dei dati inferiori e metà superiori a esso
 a) Vero b) Falso
- ? La mediana, rispetto alla media, è più sensibile ai valori estremi
 a) Vero b) Falso
- Due distribuzioni con la stessa media hanno la stessa deviazione standard
 a) Vero
 b) Falso

I valori estremi

TABLE 3. Length of In-Patient Stay, by Surgical Procedure			
		Length of stay, d	
Procedure	No. of procedures	Mean ± SD	Median (IQR)
Breast surgery	1,338	3.3 ± 4.4	3 (0-5)
Coronary artery bypass graft	570	9.6 ± 15.2	8 (7-9)
Cesarean section	4,831	4.9 ± 6.4	4 (3-5)
Repair of fractured neck of femur	2,303	13.8 ± 12.2	10 (7-17)
Hip replacement	6,432	8.7 ± 5.9	7 (6-9)
Abdominal hysterectomy	1,484	5.4 ± 4.0	5 (4-6)
Knee replacement	4,483	8.2 ± 5.0	7 (6-9)
Major vascular surgery	269	22.4 ± 23.1	14 (8-30)
Overall	21,710	7.8 ± 8.0	6 (4- 9)

The mean length of stay was 7.8 days but was greatly influenced by 2 patients with lengths of stay of almost 1 year. The median length of stay was 6 days, with 90% of patients discharged within 14 days after the procedure. Table 3 displays measures of central tendency (mean and median values) and dispersion (SDs and interquartile ranges) for the length of stay for each type of surgical procedure.

Reilly, J. et al.. Procedure-Specific Surgical Site Infection Rates and Postdischarge Surveillance in Scotland, Infection Control and Hospital Epidemiology, 2006, doi:10.1086/509839

Nei risultati di uno studio è riportata la seguente frase:

Coronary-artery calcium scores averaged 68.9±244.2 (range 0 to 1526) in patients and 8.8±41.8 (range 0 to 243.4) in controls.

Come descrivereste in Table 1 questa variabile?

- a) con media e deviazione standard
- b) con mediana e interquantile range
- c) con mediana e deviazione standard
- d) non ho abbastanza elementi per decidere

Esercizio #7 -- Soluzione

? Nei risultati di uno studio è riportata la seguente frase:

Coronary-artery calcium scores averaged 68.9±244.2 (range 0 to 1526) in patients and 8.8±41.8 (range 0 to 243.4) in controls.

Come descrivereste in Table 1 questa variabile?

- a) con media e deviazione standard
- b) con mediana e interquantile range
- c) con mediana e deviazione standard
- d) non ho abbastanza elementi per decidere

Table 1. Demographic Characteristics of the Participants			
Characteristic	All Participants (N=277)		
	Oxytocin (N = 139)	Placebo (N=138)	
Age			
Mean — yr	10.4±4.1	10.4±4.0	
Distribution — no. (%)			
3–6 yr	34 (24)	35 (25)	
7–11 yr	54 (39)	53 (38)	
12–17 yr	51 (37)	50 (36)	
Sex — no. (%)			
Male	122 (88)	120 (87)	
Female	17 (12)	18 (13)	

- Qual è la percentuale di bambine e ragazze nel gruppo di intervento?
 - a) 13%
 - b) 12%
 - c) 18%
 - d) 17%
 - e) Non è possibile capirlo dalla tabella

Esercizio #8 -- Soluzione

Table 1. Demographic Characteristics of the Participants			
Characteristic	All Participants (N=277)		
	Oxytocin (N=139)	Placebo (N=138)	
Age			
Mean — yr	10.4±4.1	10.4±4.0	
Distribution — no. (%)			
3–6 yr	34 (24)	35 (25)	
7–11 yr	54 (39)	53 (38)	
12–17 yr	51 (37)	50 (36)	
Sex — no. (%)			
Male	122 (88)	120 (87)	
Female	17 (12)	18 (13)	

Qual è la percentuale di bambine e ragazze nel gruppo di intervento?

- a) 13%
- b) 12%
- c) 18%
- d) 17%
- e) Non è possibile capirlo dalla tabella

Table 1. Demographic Characteristics of the Participants			
Characteristic	All Participants (N=277)		
	Oxytocin (N=139)	Placebo (N=138)	
Age			
Mean — yr	10.4±4.1	10.4±4.0	
Distribution — no. (%	6)		
3–6 yr	34 (24)	35 (25)	
7–11 yr	54 (39)	53 (38)	
12–17 yr	51 (37)	50 (36)	
Sex — no. (%)			
Male	122 (88)	120 (87)	
Female	17 (12)	18 (13)	

- ? In questo studio, l'età è stata raccolta come una variabile...
 - a) categorica
 - b) ordinale
 - c) numerica
 - d) non è possibile dirlo

Esercizio #9 -- Soluzione

Table 1. Demographic Characteristics of the Participants			
Characteristic	All Participants (N=277)		
	Oxytocin (N=139)	Placebo (N=138)	
Age			
Mean — yr	10.4±4.1	10.4±4.0	
Distribution — no. (%)			
3–6 yr	34 (24)	35 (25)	
7–11 yr	54 (39)	53 (38)	
12–17 yr	51 (37)	50 (36)	
Sex — no. (%)			
Male	122 (88)	120 (87)	
Female	17 (12)	18 (13)	

? In questo studio, l'età è stata raccolta come una variabile...

- a) categorica
- b) ordinale
- c) numerica
- d) non è possibile dirlo

Table 1. Demographic Characteristics of the Participants			
Characteristic	All Participants (N=277)		
	Oxytocin (N=139)	Placebo (N=138)	
Age			
Mean — yr	10.4±4.1	10.4±4.0	
Distribution — no. (%)		
3–6 yr	34 (24)	35 (25)	
7–11 yr	54 (39)	53 (38)	
12–17 yr	51 (37)	50 (36)	
Sex — no. (%)			
Male	122 (88)	120 (87)	
Female	17 (12)	18 (13)	

- Qual è l'età media dei pazienti nel gruppo di controllo?
 - a) 10.4
 - b) 4.1
 - c) 4.0
 - d) Non è possibile capirlo dalla tabella

Esercizio #10 -- Soluzione

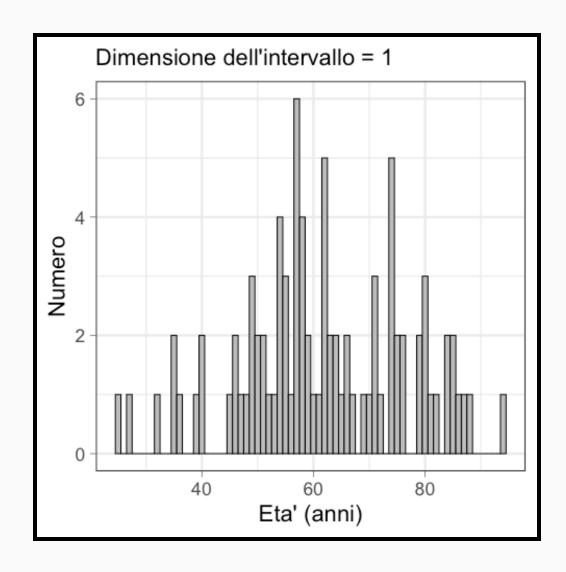
Table 1. Demographic Characteristics of the Participants			
Characteristic	All Participants (N=277)		
	Oxytocin (N=139)	Placebo (N=138)	
Age			
Mean — yr	10.4±4.1	10.4±4.0	
Distribution — no. (%)			
3–6 yr	34 (24)	35 (25)	
7–11 yr	54 (39)	53 (38)	
12–17 yr	51 (37)	50 (36)	
Sex — no. (%)			
Male	122 (88)	120 (87)	
Female	17 (12)	18 (13)	

Qual è l'età media dei pazienti nel gruppo di controllo?

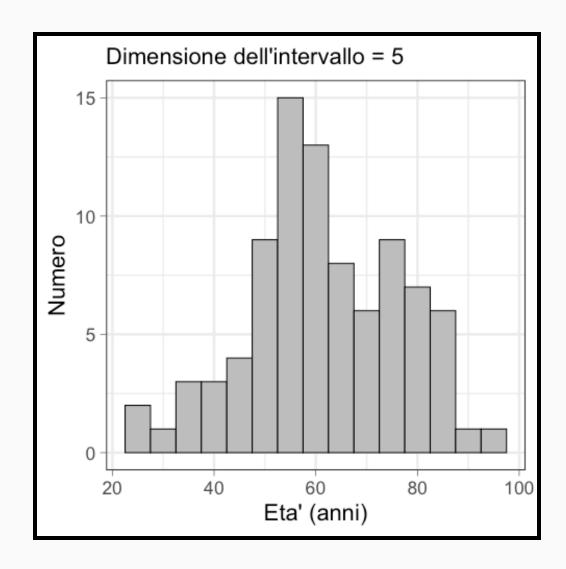
- a) 10.4
- b) 4.1
- c) 4.0
- d) Non è possibile capirlo dalla tabella

La visualizzazione dei dati numerici

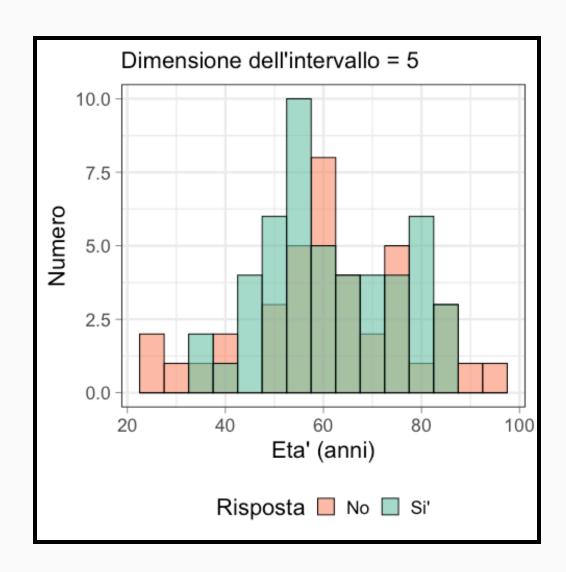
Istogramma



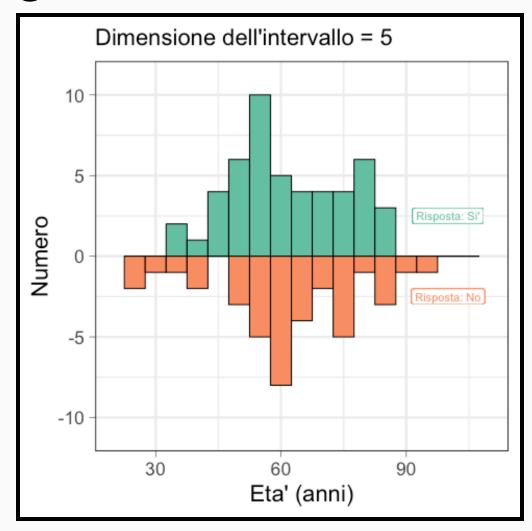
Istogramma

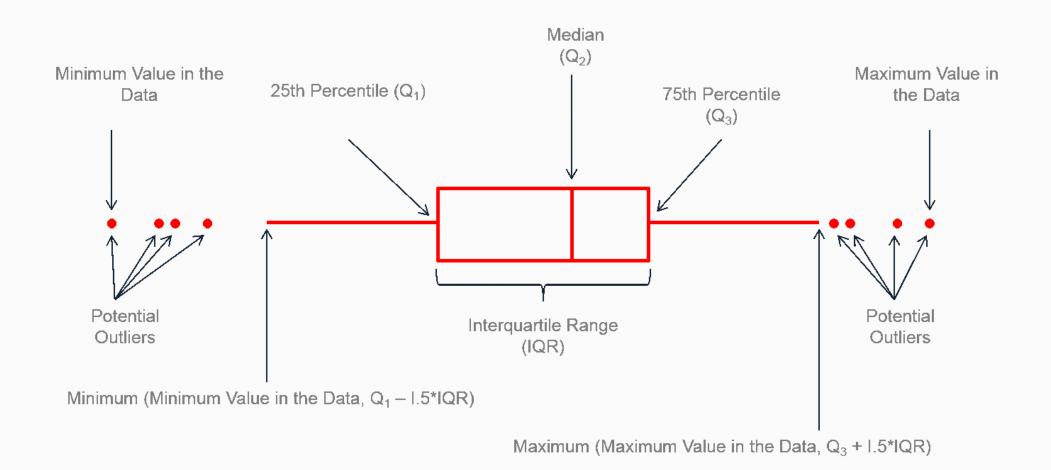


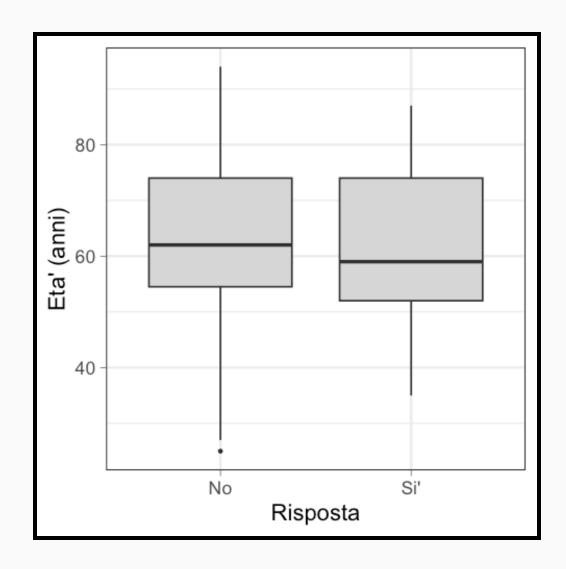
Istogramma

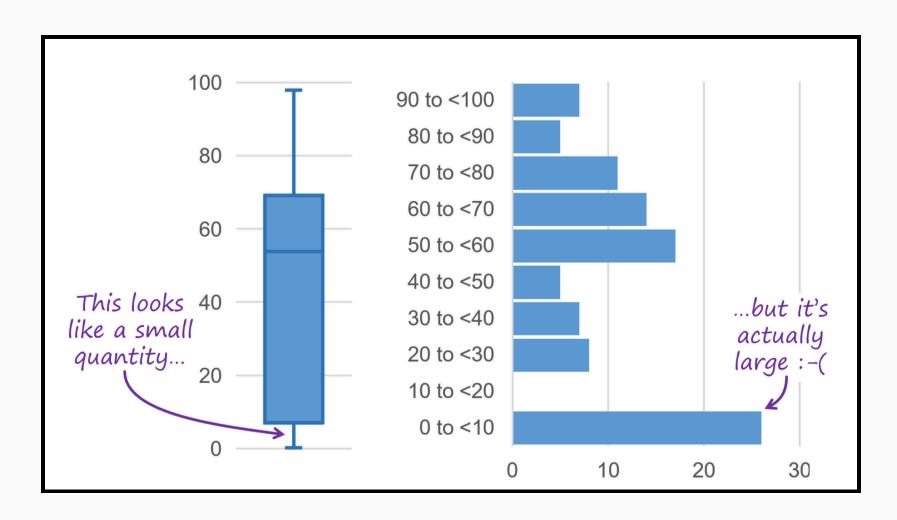


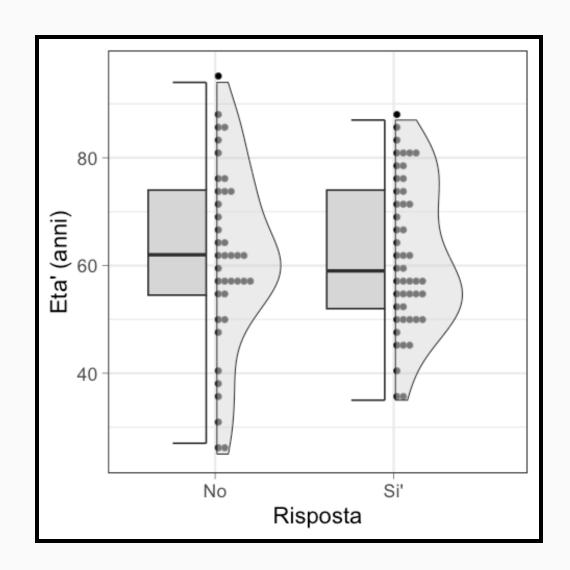
Miami plot/Mirror histogram











Quanti partner (etero)sessuali le persone in Gran Bretagna riferiscono di aver avuto nella loro vita?

Quanti partner (etero)sessuali le persone in Gran Bretagna riferiscono di aver avuto nella loro vita?

? Cosa ci dicono queste statistiche?

	Uomini 35-44	Donne 35-44
Moda	1	1
Range	0-500	0-550
Media	14.3	8.5
SD	24.2	19.7
Mediana	8	5
IQR	4-18	3-10

Think

02:00

Quanti partner (etero)sessuali le persone in Gran Bretagna riferiscono di aver avuto nella loro vita?

? Cosa ci dicono queste statistiche?

	Uomini 35-44	Donne 35-44
Moda	1	1
Range	0-500	0-550
Media	14.3	8.5
SD	24.2	19.7
Mediana	8	5
IQR	4-18	3-10

Pair

Quanti partner (etero)sessuali le persone in Gran Bretagna riferiscono di aver avuto nella loro vita?

? Cosa ci dicono queste statistiche?

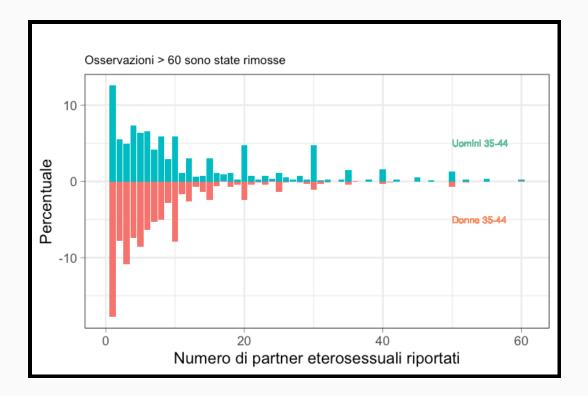
	Uomini 35-44	Donne 35-44
Moda	1	1
Range	0-500	0-550
Media	14.3	8.5
SD	24.2	19.7
Mediana	8	5
IQR	4-18	3-10

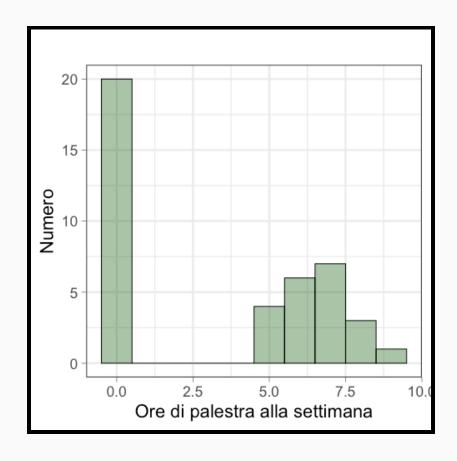
Share

05:00

Esercizio #11 (bis)

Il grafico della distribuzione conferma quello che abbiamo detto? Aggiunge informazione?



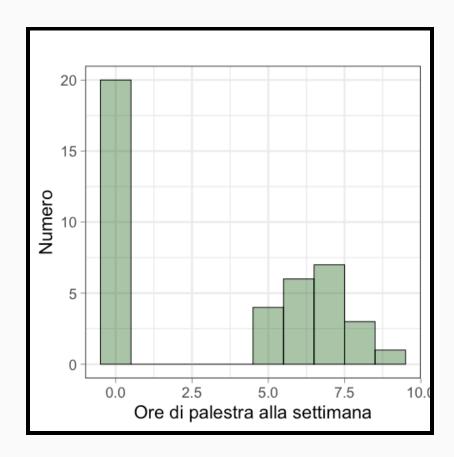


Questi dati sono stati raccolti intevistando 41 genitori in un parco giochi.

Qual è il modo migliore per descriverli?

- a) Gli intervistati spendono tra le 0 e le 9 ore in palestra, con una media di 3.4 \pm 3.4 ore (mediana: 5 ore; moda: 0 ore).
- b) Circa la metà degli intervistati ha riportato di non essere andata in palestra. I rimanenti spendono in palestra tra le 5 e le 9 ore, con una media di 6.6 ± 1.1 ore (mediana: 7 ore)

Esercizio #12 -- Soluzione



Questi dati sono stati raccolti intevistando 41 genitori in un parco giochi.

Qual è il modo migliore per descriverli?

- a) Gli intervistati spendono tra le 0 e le 9 ore in palestra, con una media di 3.4 \pm 3.4 ore (mediana: 5 ore; moda: 0 ore).
- b) Circa la metà degli intervistati ha riportato di non essere andata in palestra. I rimanenti spendono in palestra tra le 5 e le 9 ore, con una media di 6.6 ± 1.1 ore (mediana: 7 ore)

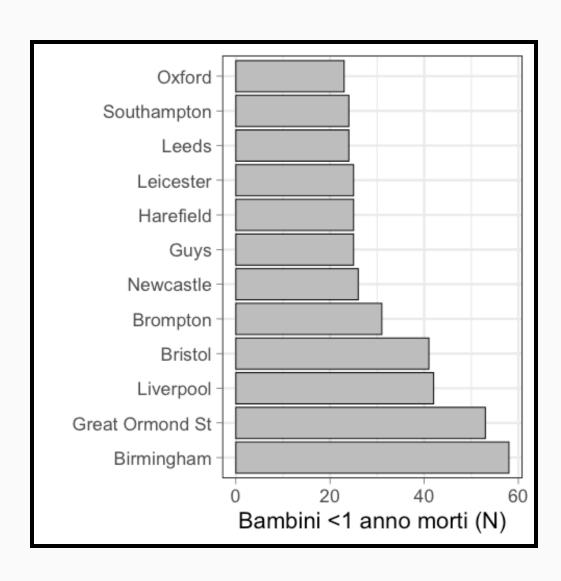
La relazione tra due variabili numeriche

Cosa è successo ai bambini sottoposti a interventi cardiochirugici in alcuni ospedali britannici tra il 1984 e il 1995?

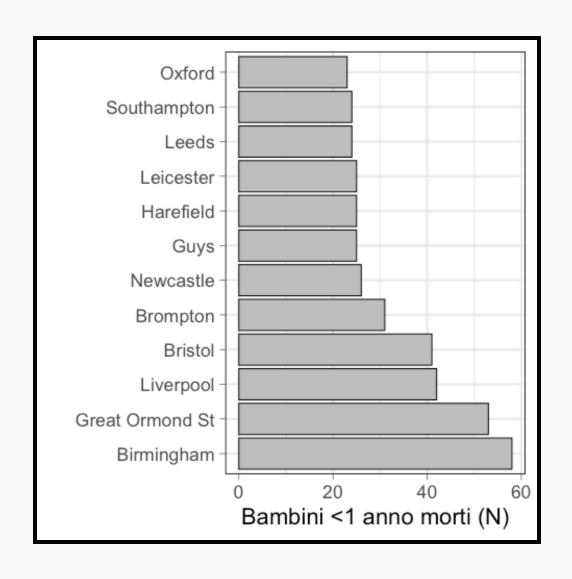
Ospedale	Interventi	Sopravvissuti (N)	Morti (N)	Sopravvissuti (%)	Morti (%)
Bristol	143	102	41	71.3	28.7
Leicester	187	162	25	86.6	13.4
Leeds	323	299	24	92.6	7.4
Oxford	122	99	23	81.1	18.9
Guys	164	139	25	84.8	15.2
Liverpool	405	363	42	89.6	10.4
Southampton	239	215	24	90.0	10.0
Great Ormond St	482	429	53	89.0	11.0
Newcastle	195	169	26	86.7	13.3
Harefield	177	152	25	85.9	14.1
Birmingham	581	523	58	90.0	10.0
Brompton	301	270	31	89.7	10.3

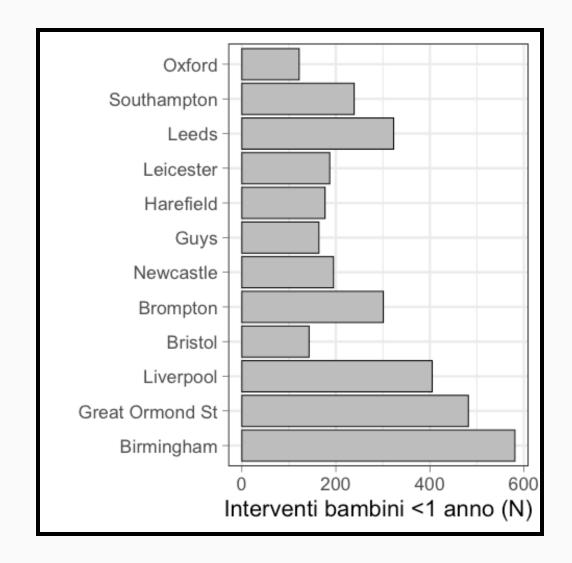
D.J. Spiegelhalter et al., Commissioned Analysis of Surgical Performance Using Routine Data: Lessons from the Bristol Inquiry, 2002, Journal of the Royal Statistical Society Series A: Statistics in Society

Visualizziamo di dati



Visualizziamo di dati



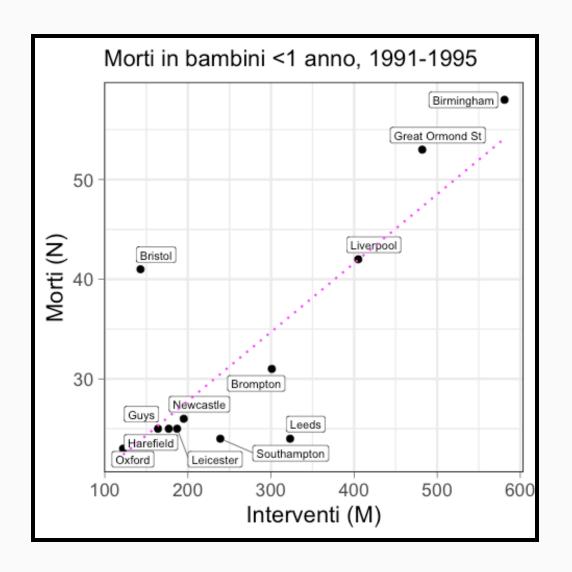


La relazione tra due variabili numeriche

Pearson's correlation coefficient

•
$$ho=0.82$$

• ho=0.82• $ho_{
m no\ Bristol}=0.93$

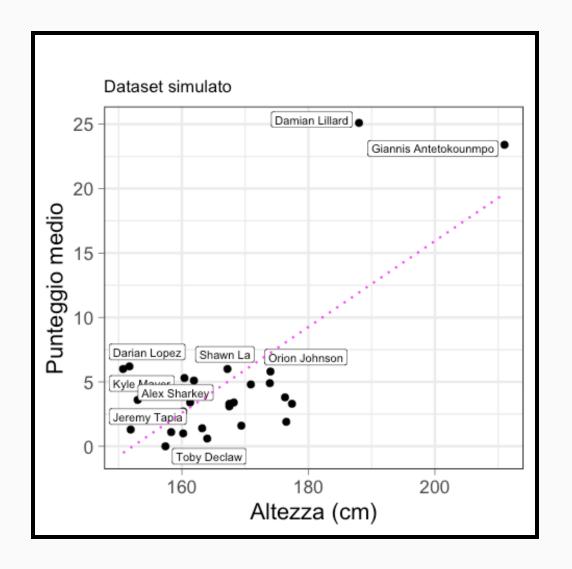


Correlazione & valori estremi

Pearson's correlation coefficient

•
$$\rho = 0.72$$

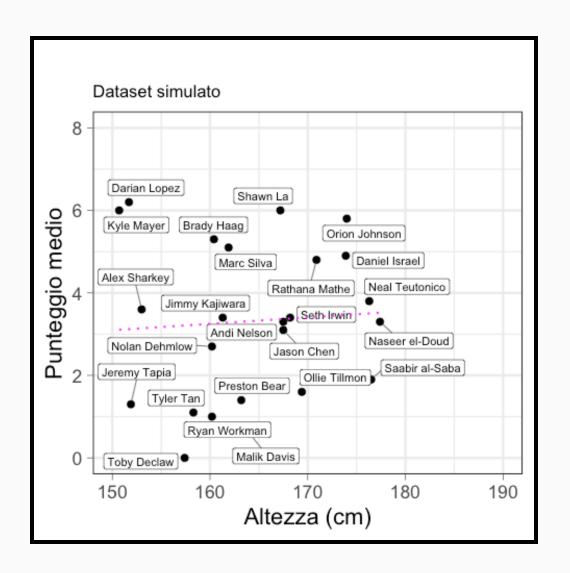




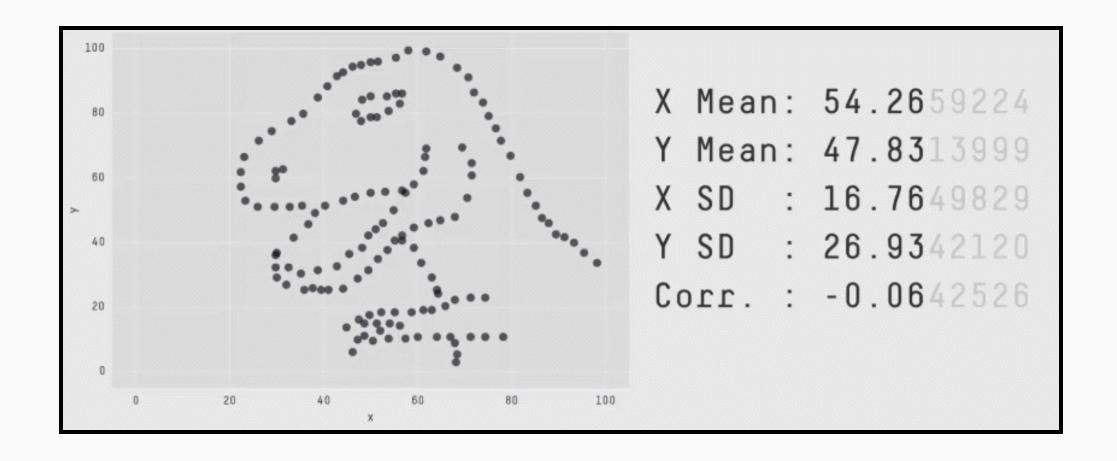
Correlazione & valori estremi

Pearson's correlation coefficient

- $\rho = 0.72$
- $ho_{
 m no~outliers}=0.07$



Perché visualizzare i dati?



Datasaurus Dozen, Matejka, J &; Fitzmaurice, G. Same Stats, Different Graphs: Generating Datasets with Varied Appearance and Identical Statistics through Simulated Annealing, Proceedings of the 2017 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems, doi:10.1145/3025453.3025912

Parametri vs statistiche

	Parametro	Statistica
Numerosità	N	n
Media	μ	$ar{x}$
Deviazione Standard	σ	s
Proporzione	π	p

? La media nella popolazione viene indicata con...

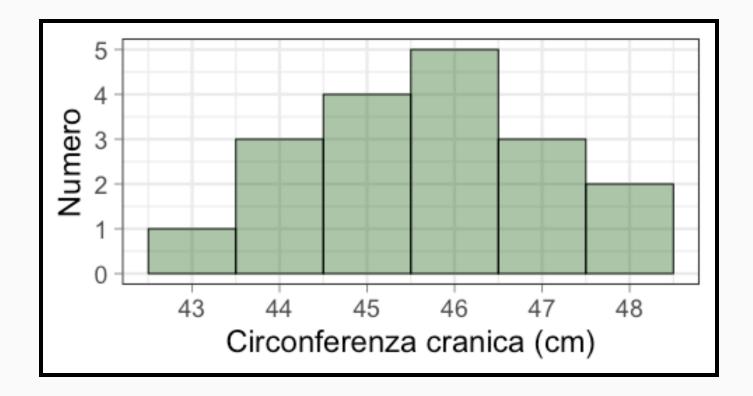
- a) M
- b) m
- c) μ
- d) $ar{x}$

Esercizio #13 -- Soluzione

? La media nella popolazione viene indicata con...

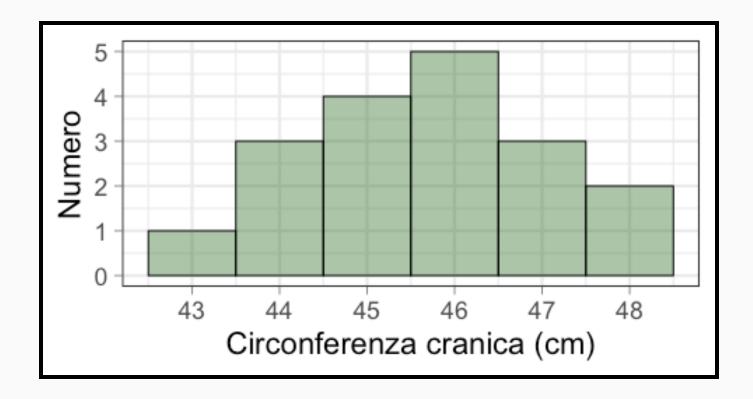
- a) M
- b) m
- c) μ
- d) $ar{x}$

In uno studio sull'età neonatale, 18 pediatri misurano la circonferenza cranica di un bambolotto che simula un bambino di un anno



A cosa è dovuta questa variabilità?

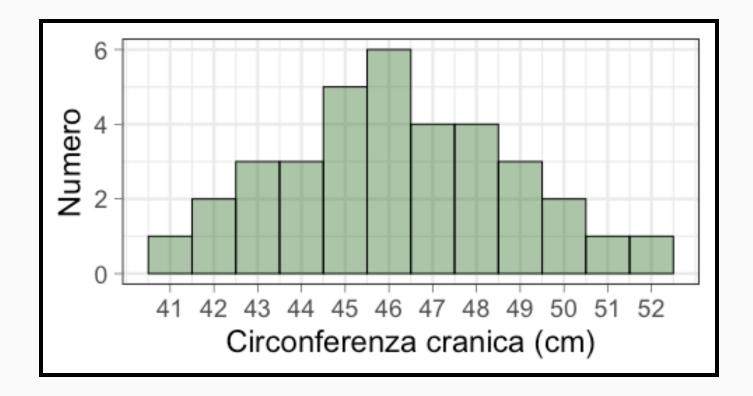
In uno studio sull'età neonatale, 18 pediatri misurano la circonferenza cranica di un bambolotto che simula un bambino di un anno



A cosa è dovuta questa variabilità?

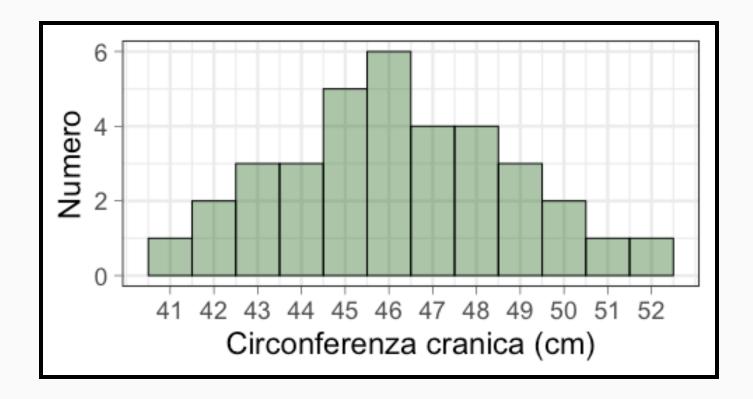
Errori di misurazione

Nello stesso studio, un pediatria misura la circonferenza cranica di 35 bambini di un anno



A cosa è dovuta questa variabilità?

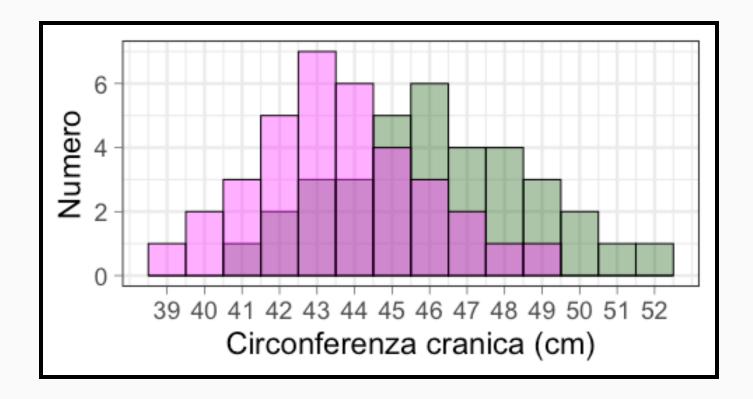
Nello stesso studio, un pediatria misura la circonferenza cranica di 35 bambini di un anno



A cosa è dovuta questa variabilità?

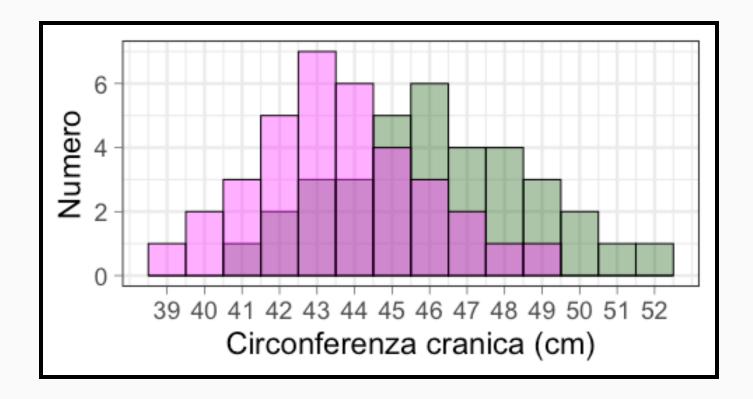
Differenze individuali

Nello stesso studio, lo stesso pediatra misura altri 35 bambini di un anno che vivono in famiglie di stato socioeconomico molto basso



A cosa è dovuta questa variabilità?

Nello stesso studio, lo stesso pediatra misura altri 35 bambini di un anno che vivono in famiglie di stato socioeconomico molto basso

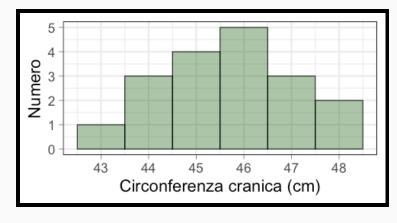


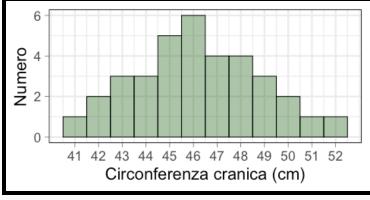
A cosa è dovuta questa variabilità?

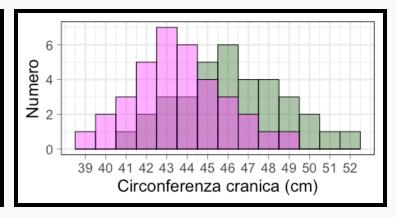
Diversa condizione sperimentale?

Perché dobbiamo conoscere la differenza?

Vedremo come determinare se la variabilità è generata dalle condizioni sperimentali o se è generata da differenze individuali e/o da errori di misurazione







Cosa abbiamo imparato in questa lezione?

- Le variabili numeriche possono essere rappresentate con misure di centralità, dispersione e correlazione (statistiche)
- Alcune statistiche sono "falsate" se le distribuzioni empiriche sono asimmetriche e/o includono valori estremi e possono nascondere dettagli importanti dei dati
- Le variabili numeriche possono essere rappresentate graficamente in diversi modi, ma alcune possono nascondere dettagli importanti delle distribuzioni empiriche
- Visualizzare i dati è importante per interpretarli
- Il campione viene rappresentato con le statistiche, la popolazione con i parametri
- La variabilità che osserviamo può essere causata da errori di misurazione, differenze individuali e/o di condizione sperimentale