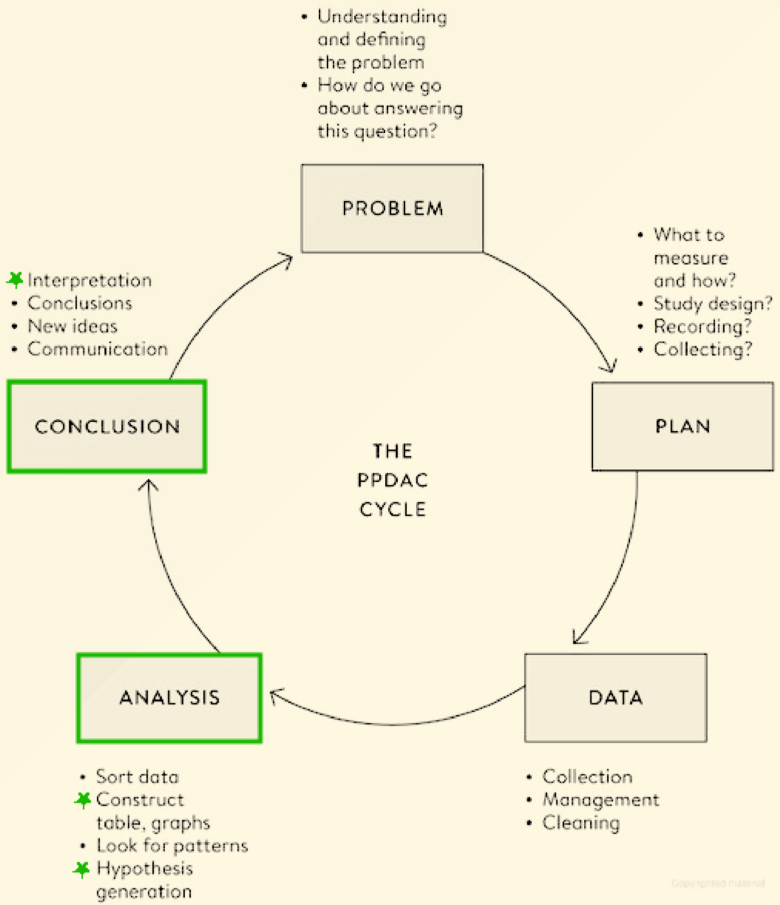
Lezione 6

La distribuzione Normale

Obiettivi di apprendimento

- Conoscere le caratteristiche della distribuzione Normale
- Conoscere le caratteristiche della distribuzione Normale Standardizzata
- Conoscere le caratteristiche della distribuzione t di Student

Le fasi della ricerca



Spiegelhalter, D., *The Art of Statistics: Learning From Data*, Pelican, 2019

Parametri *vs* statistiche

Statistica	Popolazione	Campione
Numerosità	N	n
Media	μ	$\bar{x}$
Deviazione Standard	σ	s
Proporzione	π	p

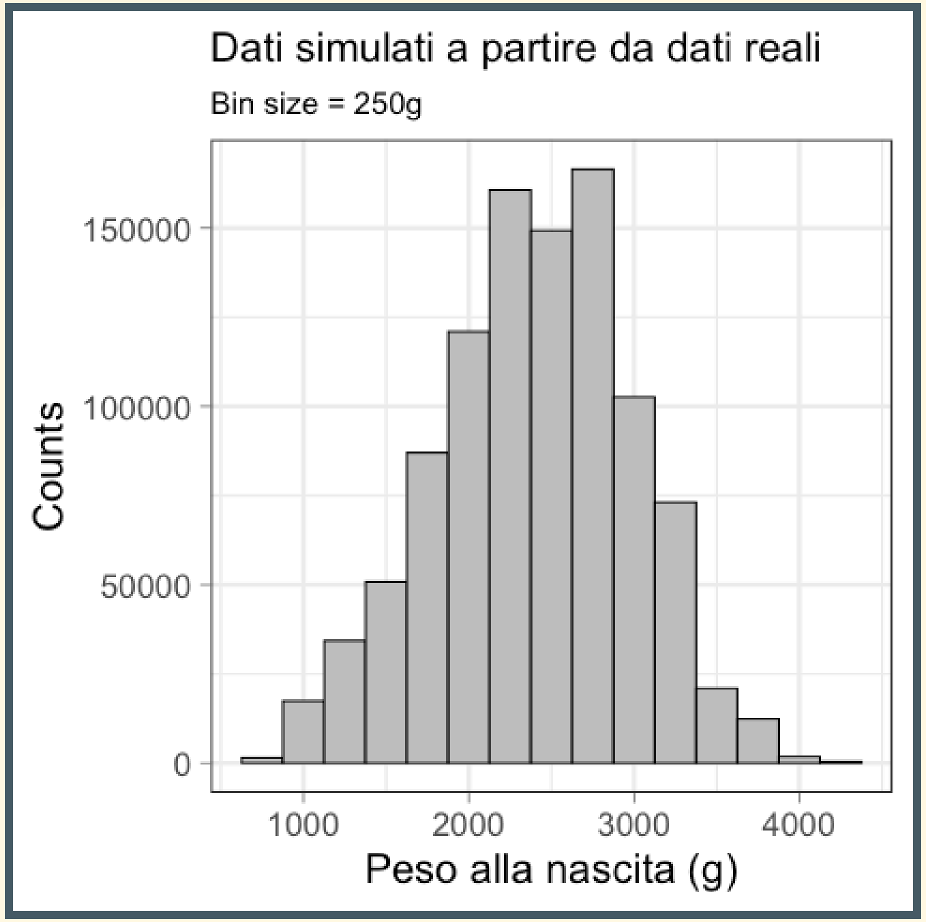
La distribuzione della popolazione

> “Qual è la distribuzione del peso alla nascita per i gemelli inglesi?”

La distribuzione della popolazione

> Qual è la distribuzione del peso alla nascita per i gemelli inglesi?

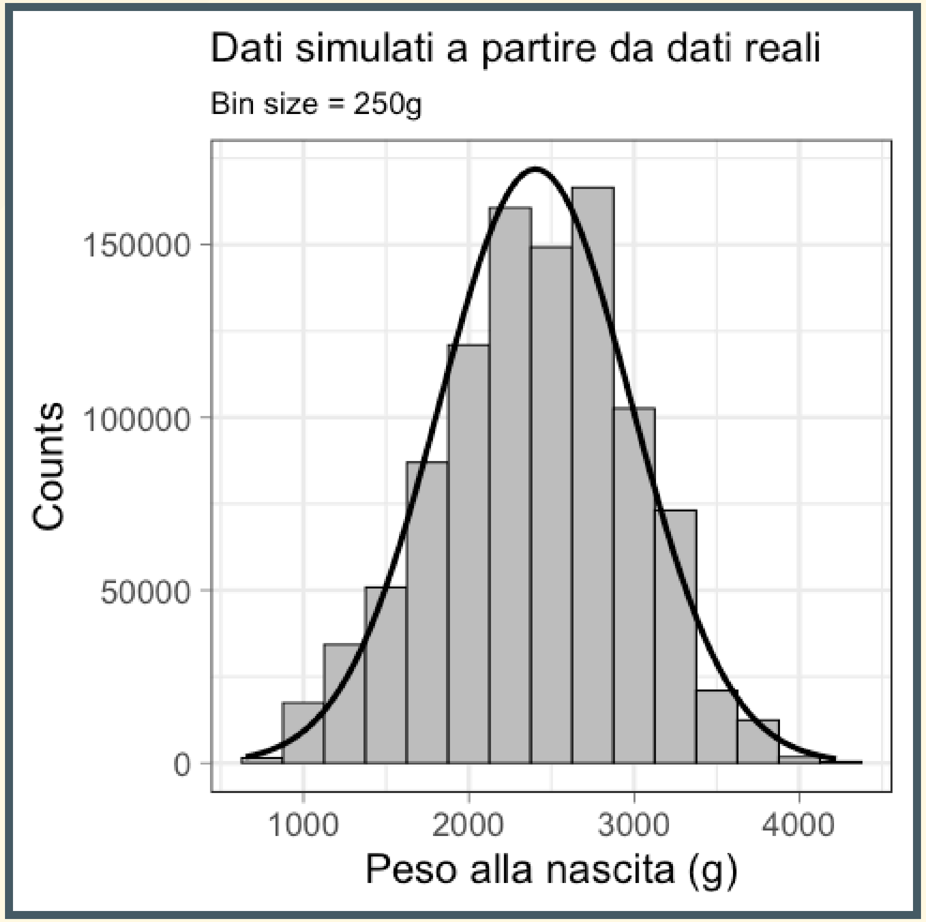
$$N = 1,000,000$$
$$\mu = 2404 \text{ g}; \ \sigma = 580 \text{ g}$$
$$mediana = 2408 \text{ g}$$



La distribuzione della popolazione

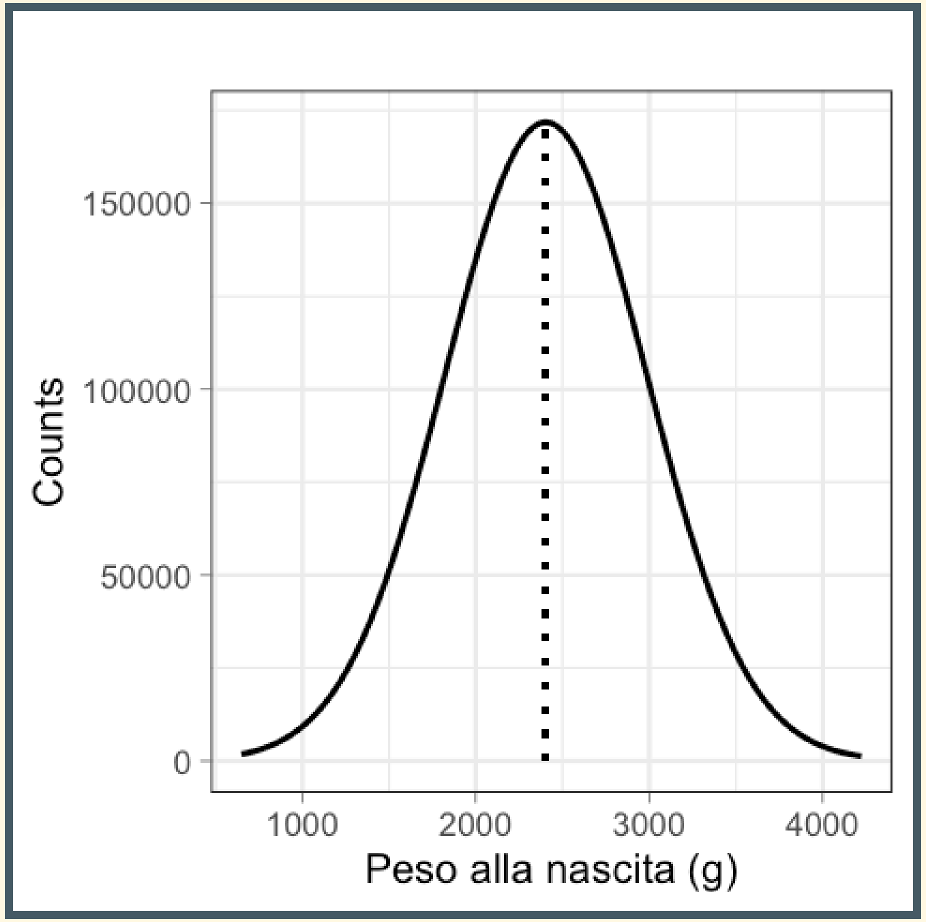
> Qual è la distribuzione del peso alla nascita per i gemelli inglesi?

$$N = 1,000,000$$
$$\mu = 2404 \text{ g};\ \sigma = 580 \text{ g}$$
$$mediana = 2408 \text{ g}$$



La distribuzione Normale

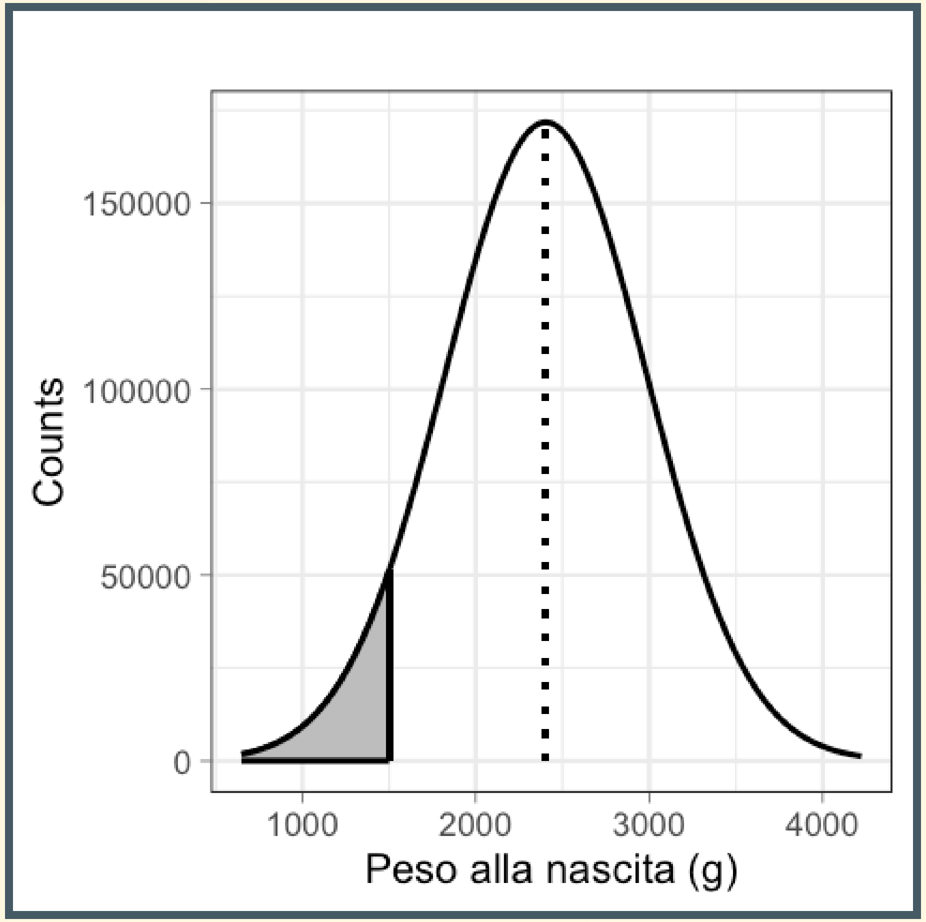
- $\mathcal{N} = (\mu, \sigma^2)$
- $\text{moda} \equiv \text{media} \equiv \text{medana}$
- Simmetrica



La distribuzione Normale

- Area sottesa alla curva $= 1$
- proporzione $\equiv$ probabilità

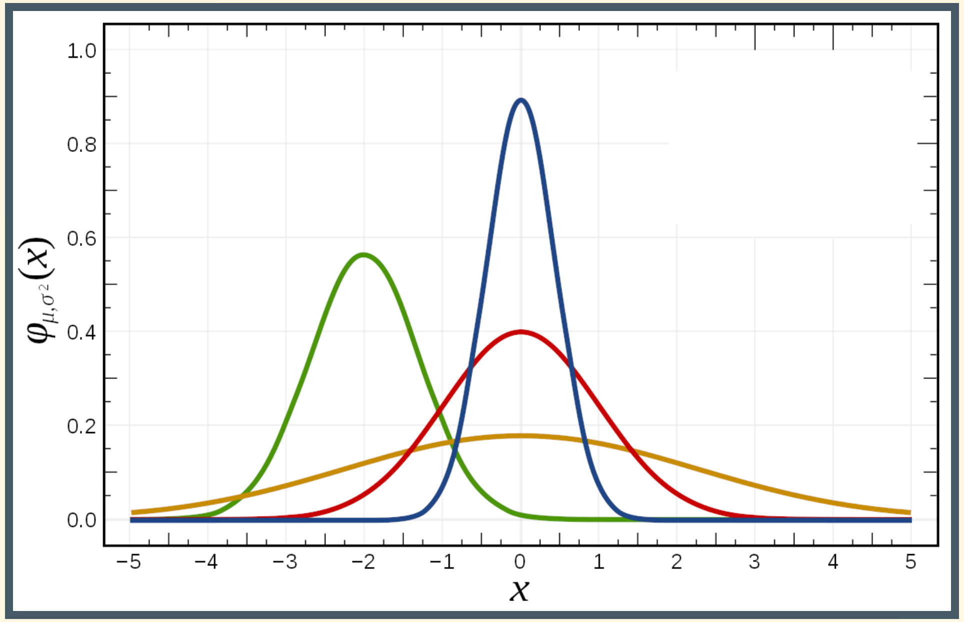
$$\text{“very low birth weight”} < 1500\ \text{g}$$
$$\text{Gemelli “very low birth weight”} = 6\%$$
$$\mathcal{P}(\text{“ß very low birth weight”}) = 0.06$$



Esercizio #1

❓ Qual è la curva con la media maggiore?

a) Verde
b) Blu
c) Gialla
d) Non lo posso sapere
e) Nessuna delle precedenti

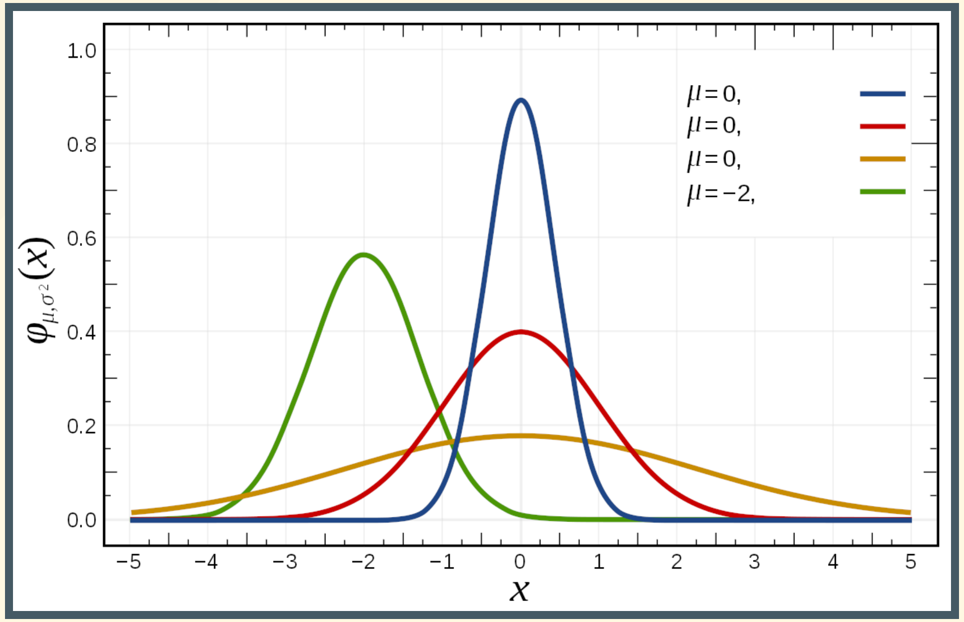


01:00

Esercizio #1 -- Soluzione

❓ Qual è la curva con la media maggiore?

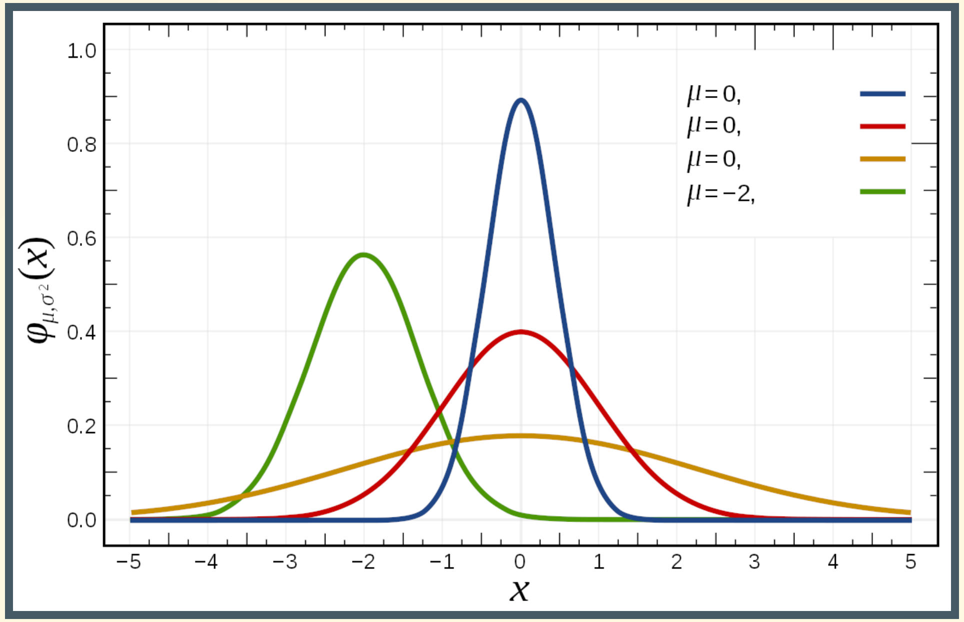
a) Verde
b) Blu
c) Gialla
d) Non lo posso sapere
e) Nessuna delle precedenti ✅



Esercizio #2

❓ Qual è la curva con la deviazione standard maggiore?

a) Verde
b) Blu
c) Gialla
d) Non lo posso sapere
e) Nessuna delle precedenti

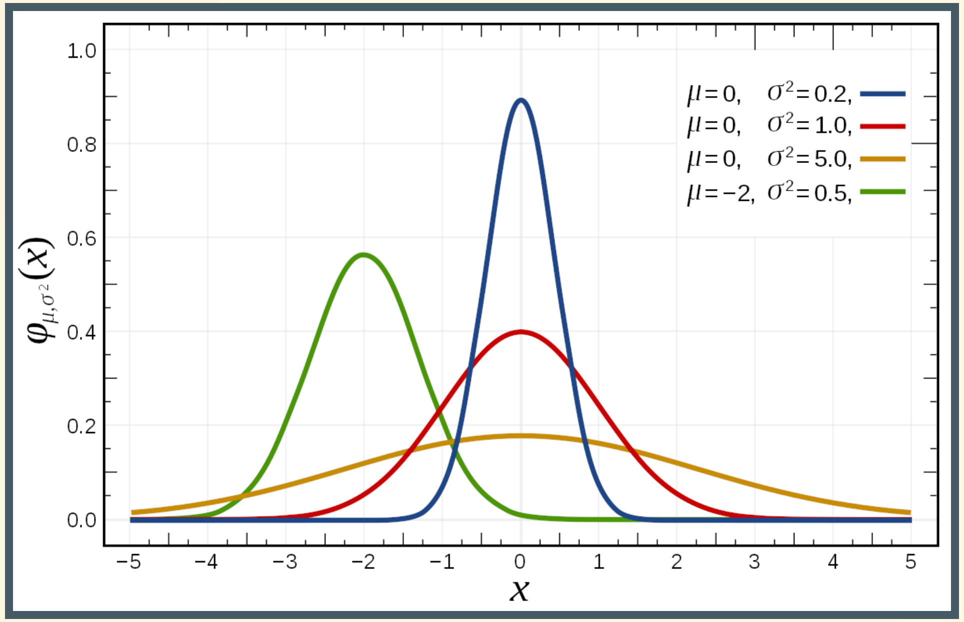


01:00

Esercizio #2 -- Soluzione

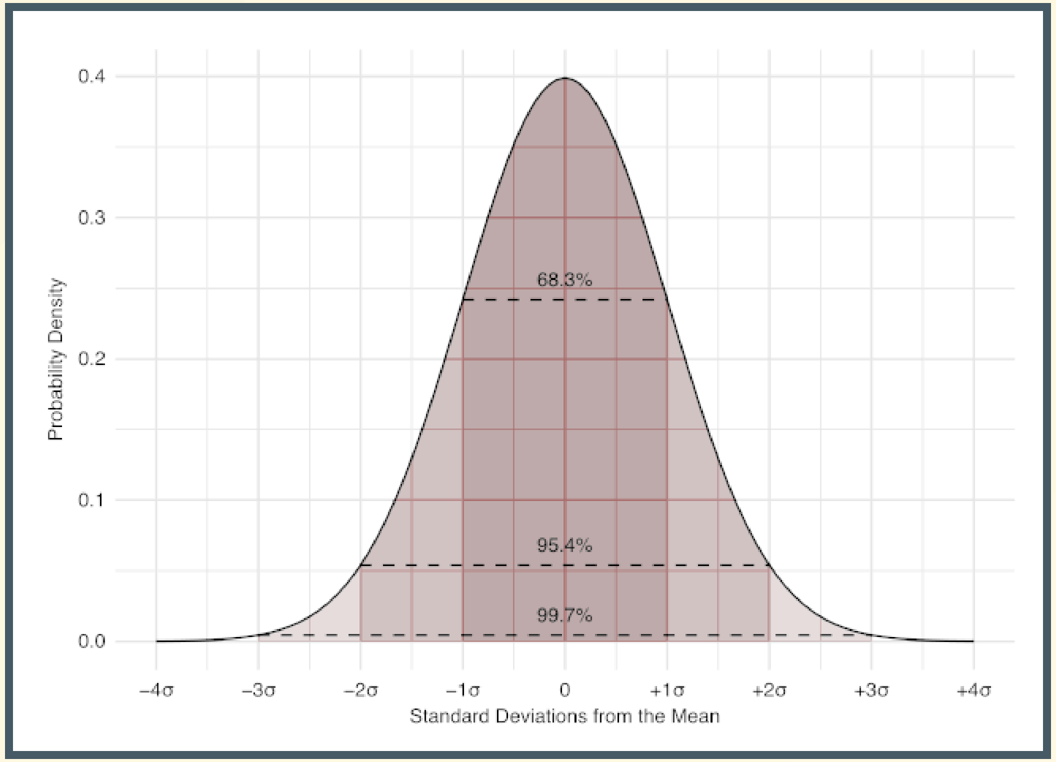
❓ Qual è la curva con la deviazione standard maggiore?

a) Verde
b) Blu
c) Gialla ✅
d) Non lo posso sapere
e) Nessuna delle precedenti

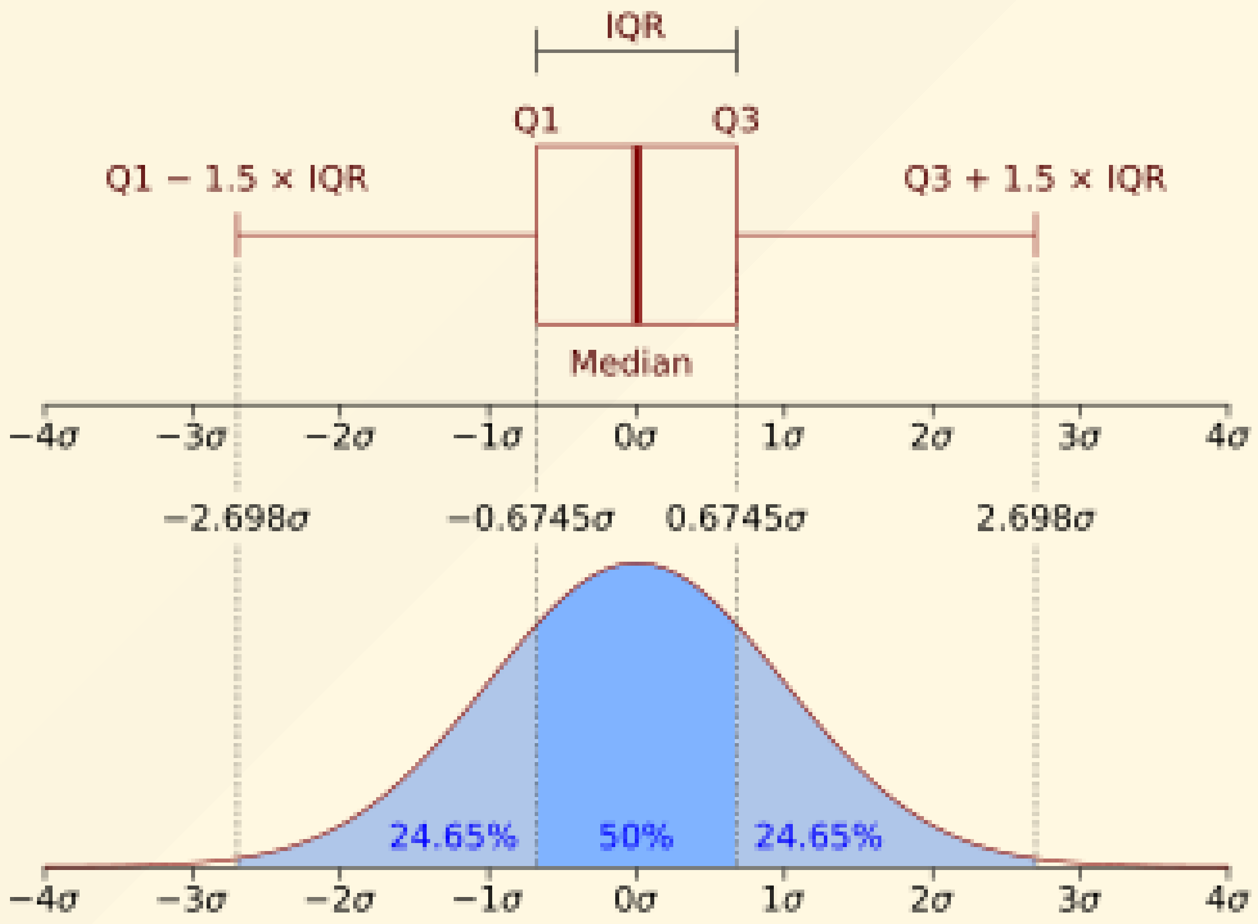


La distribuzione Normale

- Regola del 3 σ:
  - 68% dei valori osservati sono a 1 σ dalla media
  - 95% sono a 2 σ
  - 99.7% sono a 3 σ
- Regola empirica:
  - valori $< 2\sigma$ sono *"comuni"*
  - valori $> 2\sigma$ sono *"inusuali"*
  - valori $> 3\sigma$ sono *"estremi"*



I valori estremi



Esercizio #3

❓ L'altezza della popolazione maschile italiana si distribuisce secondo una normale con media 170 cm e deviazione standard 9.5 cm

E' possibile calcolate i seguenti valori? Se sì, quali sono?

a) La mediana
b) La proporzione di italiani con altezza $> 170\ \mathrm{cm}$
c) I "range" di altezze considerabili come "inusuali" o "estremi"
d) L'altezza più comune
e) L'italiano più alto di sempre

06:00

Esercizio #3 -- Soluzione

❓ L'altezza della popolazione maschile italiana si distribuisce secondo una normale con media 170 cm e deviazione standard 9.5 cm

E' possibile calcolate i seguenti valori? Se sì, quali sono?

a) La mediana $\rightarrow$ coincide con la media $= 170 \text{ cm}$
b) La proporzione di italiani con altezza > 170

Esercizio #3 -- Soluzione

? L'altezza della popolazione maschile italiana si distribuisce secondo una normale con media 170 cm e deviazione standard 9.5 cm

E' possibile calcolate i seguenti valori? Se sì, quali sono?

a) La mediana $\rightarrow$ 170cm
b) La proporzione di italiani con altezza $> 170 \text{ cm} \rightarrow$ sono quelli a destra della mediana, la metà dell'area sottesa dalla curva $= 50\%$
c) I "range" di altezze considerabili come "inusuali" o "estremi"

Esercizio #3 -- Soluzione

? L'altezza della popolazione maschile italiana si distribuisce secondo una normale con media 170 cm e deviazione standard 9.5 cm

E' possibile calcolate i seguenti valori? Se sì, quali sono?

a) La mediana $\rightarrow$ 170cm
b) La proporzione di italiani con altezza $> 170 \text{ cm} \rightarrow 50\%$
c) I "range" di altezze considerabili come "inusuali" o "estremi" $\rightarrow$ sono quelli > 2 deviazioni standard dalla media
$= 170 - 9.5 \times 2 = 151 \text{ cm} \ \wedge \ 170 + 9.5 \times 2 = 189 \text{ cm}$
d) L'altezza più comune

Esercizio #3 -- Soluzione

❓ L'altezza della popolazione maschile italiana si distribuisce secondo una normale con media 170 cm e deviazione standard 9.5 cm

E' possibile calcolate i seguenti valori? Se sì, quali sono?

a) La mediana $\rightarrow$ 170cm
b) La proporzione di italiani con altezza $> 170 \text{ cm} \rightarrow 50\%$
c) I "range" di altezze considerabili come "inusuali" o "estremi"
$\rightarrow \quad < 151 \text{ cm} \wedge > 189 \text{ cm}$
d) L'altezza più comune $\rightarrow$ è la moda, che coincide con la media e la mediana $= 170 \text{ cm}$
e) L'italiano più alto di sempre

Esercizio #3 -- Soluzione

❓ L'altezza della popolazione maschile italiana si distribuisce secondo una normale con media 170 cm e deviazione standard 9.5 cm

E' possibile calcolate i seguenti valori? Se sì, quali sono?

a) La mediana $\rightarrow$ 170cm
b) La proporzione di italiani con altezza $> 170 \text{ cm} \rightarrow 50\%$
c) I "range" di altezze considerabili come "inusuali" o "estremi"
$\rightarrow \quad < 151 \text{ cm} \wedge > 189 \text{ cm}$
d) L'altezza più comune $\rightarrow 170 \text{ cm}$
e) L'italiano più alto di sempre $\rightarrow$ non si può calcolare

Esercizio #4

Table 1. Demographic Characteristics of the Participants

Characteristic	All Participants (N=277)	
	Oxytocin (N=139)	Placebo (N=138)
Age		
Mean — yr	10.4±4.1	10.4±4.0
Distribution — no. (%)		
3–6 yr	34 (24)	35 (25)
7–11 yr	54 (39)	53 (38)
12–17 yr	51 (37)	50 (36)
Sex — no. (%)		
Male	122 (88)	120 (87)
Female	17 (12)	18 (13)

Sikich, L. *et al.*, *Intranasal Oxytocin in Children and Adolescents with Autism Spectrum Disorder*, NEJM, 2021

? Indicativamente, in quale range di età è compreso il 68% dei pazienti nel gruppo di intervento?

a) $3 - 17$ anni
b) $6.3 - 14.5$ anni
c) $4.1 - 16.7$ anni
d) Non è possibile desumerlo dalla tabella

02:00

Esercizio #4 -- Soluzione

Table 1. **Demographic Characteristics of the Participants**

Characteristic	All Participants (N=277)	
	Oxytocin (N=139)	Placebo (N=138)
Age		
Mean — yr	10.4±4.1	10.4±4.0
Distribution — no. (%)		
3–6 yr	34 (24)	35 (25)
7–11 yr	54 (39)	53 (38)
12–17 yr	51 (37)	50 (36)
Sex — no. (%)		
Male	122 (88)	120 (87)
Female	17 (12)	18 (13)

Sikich, L. *et al.*, *Intranasal Oxytocin in Children and Adolescents with Autism Spectrum Disorder*, NEJM, 2021

❓ Indicativamente, in quale range di età è compreso il 68% dei pazienti nel gruppo di intervento?

a) $3-17$ anni
b) $6.3-14.5$ anni ✅
c) $4.1-16.7$ anni
d) Non è possibile desumerlo dalla tabella

Esercizio #5

? Con quale probabilità si potrà trovare nella popolazione soggetti con valori superiori al terzo quartile?

a) 25%
b) 50%
c) 75%
d) Servono più informazioni per poter rispondere

01:00

Esercizio #5 -- Soluzione

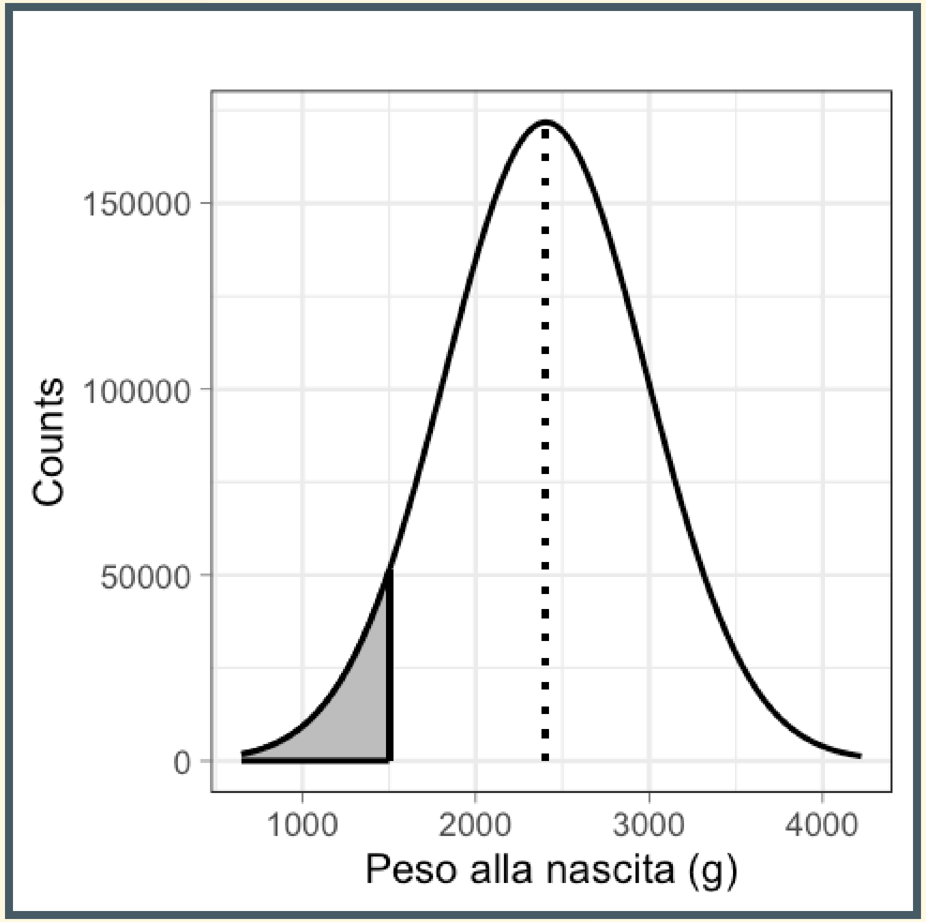
❓ Con quale probabilità si potrà trovare nella popolazione soggetti con valori superiori al terzo quartile?

a) 25% ✅
b) 50%
c) 75%
d) Servono più informazioni per poter rispondere

Proporzione ≡ probabilità

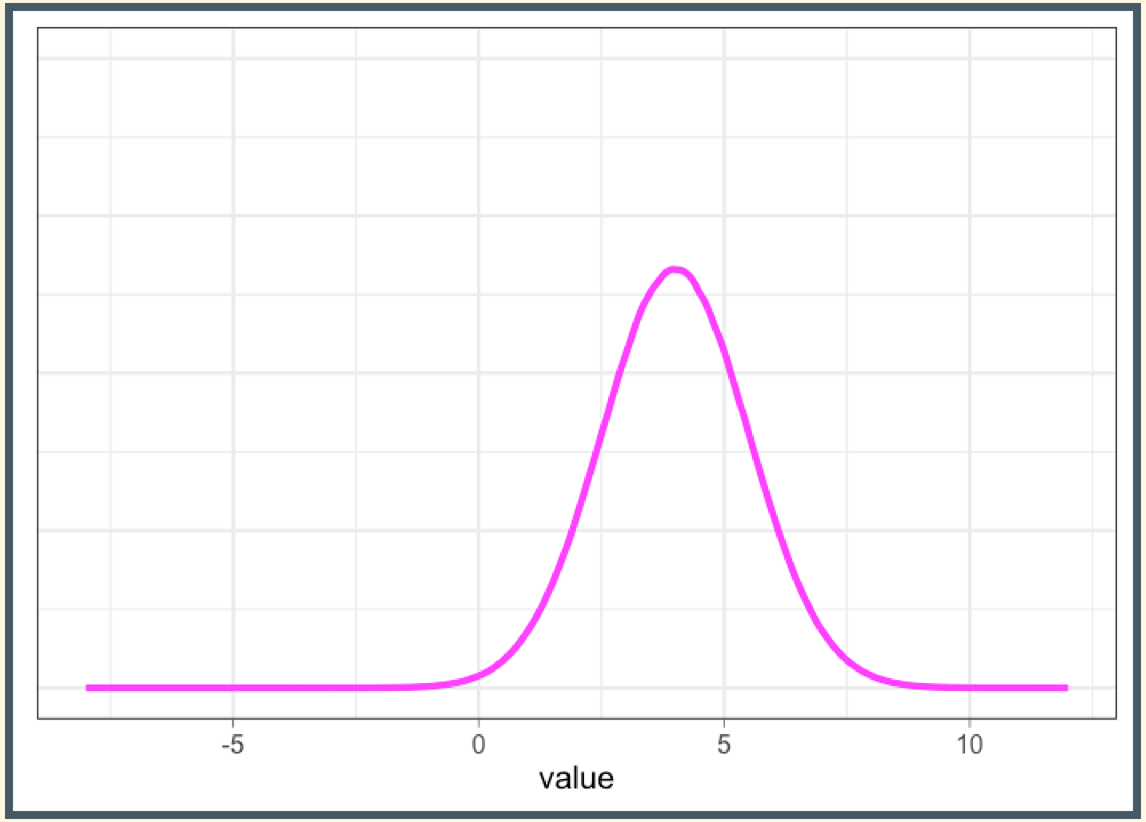
- 6% dei gemelli sono "very low birth weight"
- La probabilità essere "very low birth weight" è 0.06

Ma come è stato calcolato?



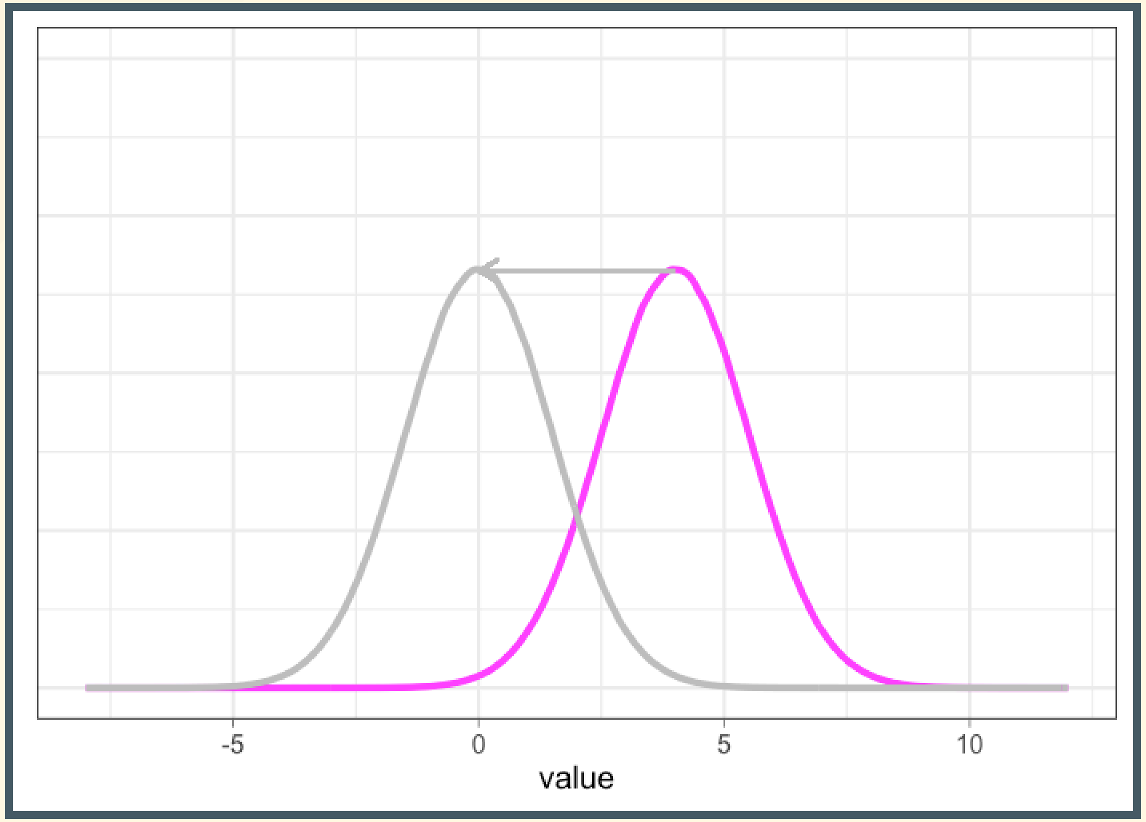
La standardizzazione

- $\mathcal{N} = (\mu, \sigma^2) \rightarrow Z = (0, 1)$



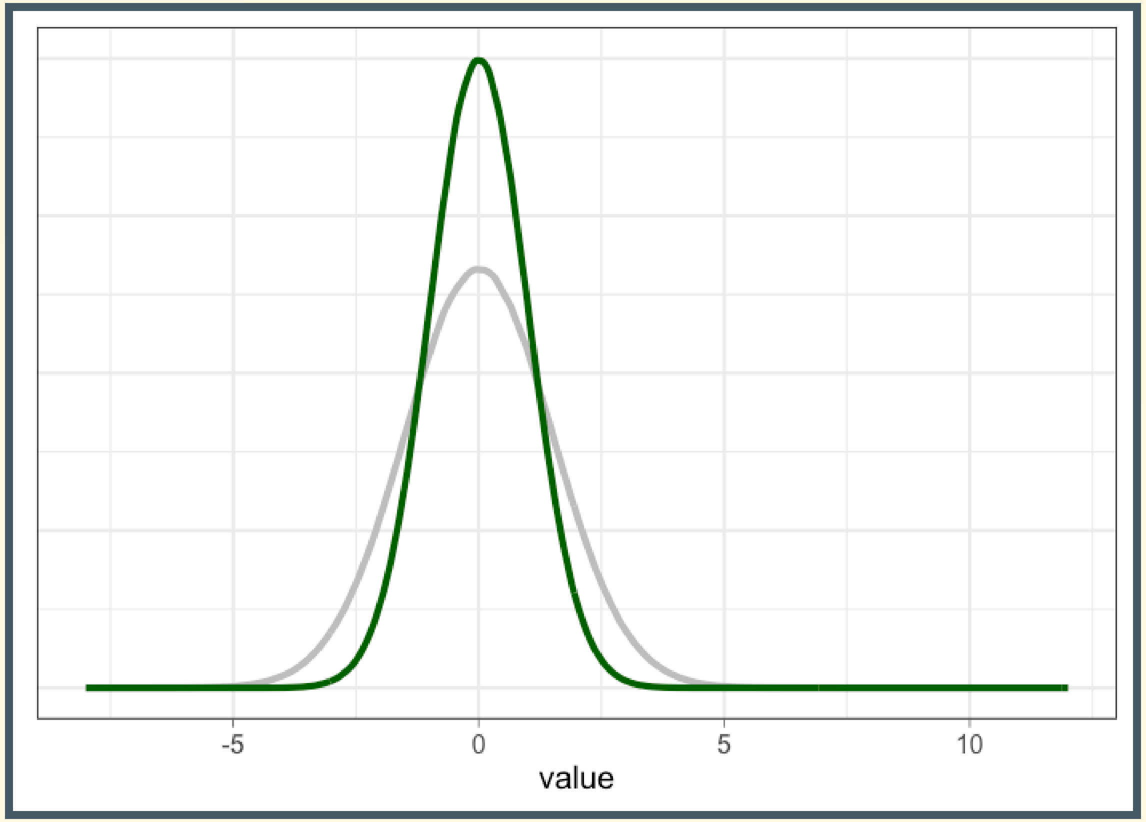
La standardizzazione

- $\mathcal{N} = (\mu, \sigma^2) \rightarrow Z = (0, 1)$
- $z = \frac{x-\mu}{}$



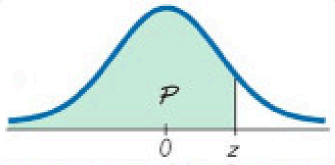
La standardizzazione

- $\mathcal{N} = (\mu, \sigma^2) \rightarrow Z = (0, 1)$
- $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$



La distribuzione Normale standardizzata

- $\mathcal{N} = (\mu, \sigma^2) \rightarrow Z = (0, 1)$
- $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Calcoliamo la probabilità/proporzione

📌 $\mu = 2404\ \mathrm{g};\ \sigma = 580\ \mathrm{g}$

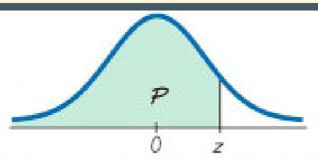
$$\mathcal{P}(x < 1500\ \mathrm{g}) = \ ?$$

Calcoliamo la probabilità/proporzione

📌 $\mu = 2404 \text{ g}; \ \sigma = 580 \text{ g}$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{1500 \text{ g} - 2404 \text{ g}}{580 \text{ g}}$$
$$= -1.56$$

$$\mathcal{P}(x < 1500 \text{ g}) = \ ?$$

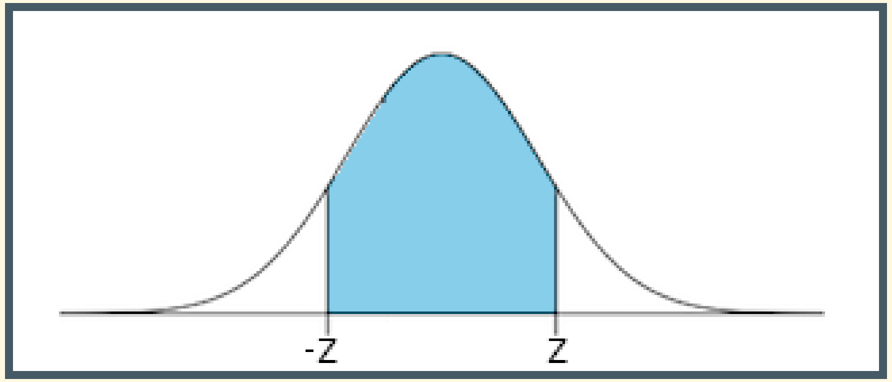


z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441

Calcoliamo la probabilità/proporzione

📌 $\mu = 2404 \text{ g}; \ \sigma = 580 \text{ g}$

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{1500 \text{ g} - 2404 \text{ g}}{580 \text{ g}}$$
$$= -1.56$$

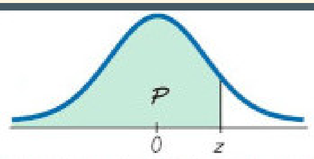


$$\mathcal{P}(x < 1500 \text{ g}) = \ ?$$

Calcoliamo la probabilità/proporzione

📌 $\mu = 2404 \text{ g}; \ \sigma = 580 \text{ g}$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{1500 \text{ g} - 2404 \text{ g}}{580 \text{ g}}$$
$$= -1.56$$



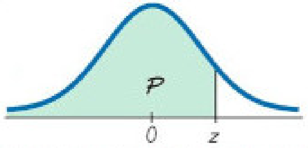
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5[illegible]39	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5[illegible]36	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6[illegible]26	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6[illegible]06	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6[illegible]72	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7[illegible]23	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7[illegible]54	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7[illegible]64	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8[illegible]51	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8[illegible]15	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8[illegible]54	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8[illegible]70	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8[illegible]62	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9[illegible]31	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9[illegible]79	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	~~0.9332~~	~~0.9345~~	~~0.9357~~	~~0.9370~~	~~0.9382~~	~~0.9394~~	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441

$$\mathcal{P}(x < 1500 \text{ g}) = 1 - 0.9406 = 0.0594 \rightarrow 5.94\%$$

Esercizio #6

❓ Non sapendo che il bambino ha un gemello, il pediatra dice alla madre che un peso alla nascita inferiore ai 2500g è inusuale. La madre deve preoccuparsi?

$$\mu = 2404 \text{ g}; \ \sigma = 580 \text{ g}$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441

05:00

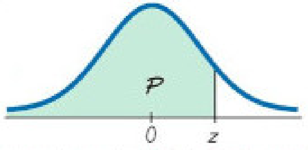
Esercizio #6 -- Soluzione

❓ Non sapendo che il bambino ha un gemello, il pediatra dice alla madre che un peso alla nascita inferiore ai 2500g è inusuale. La madre deve preoccuparsi?

$$\mu = 2404 \text{ g}; \ \sigma = 580 \text{ g}$$

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{2500-2404}{580} = 0.17$$

$$\mathcal{P}(x < 2500) = 0.5675 \rightarrow 56.75\%$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441

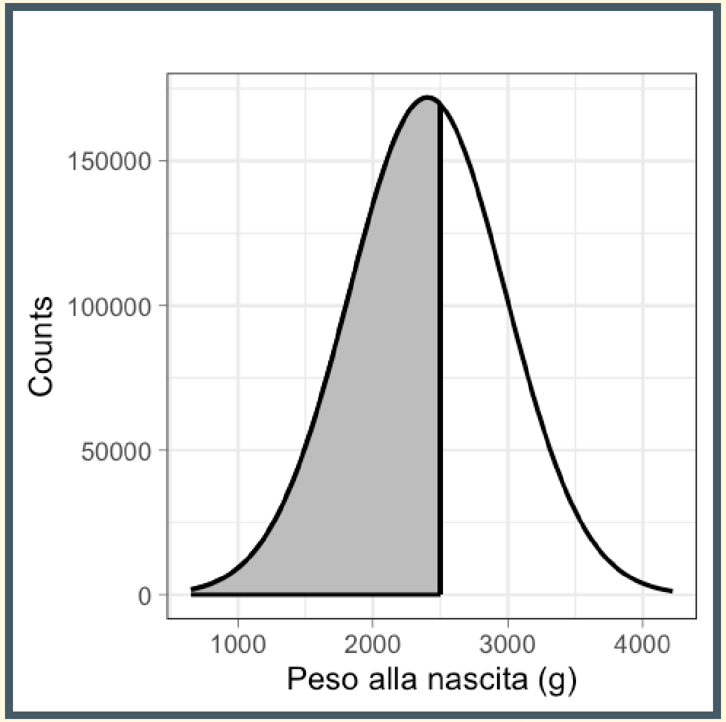
Esercizio #6 -- Soluzione

❓ Non sapendo che il bambino ha un gemello, il pediatra dice alla madre che un peso alla nascita inferiore ai 2500g è inusuale. La madre deve preoccuparsi?

$$\mu = 2404 \text{ g}; \; \sigma = 580 \text{ g}$$

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{2500-2404}{580} = 0.17$$

$$\mathcal{P}(x < 2500) = 0.5675 \rightarrow 56.75\%$$



Esercizio #7

❓ Abbiamo una distribuzione Normale $\mathcal{N} = (0, 1)$. Qual è il valore della sua mediana?

a) 0
b) 1
c) 2
d) Servono più informazioni per poter rispondere

01:00

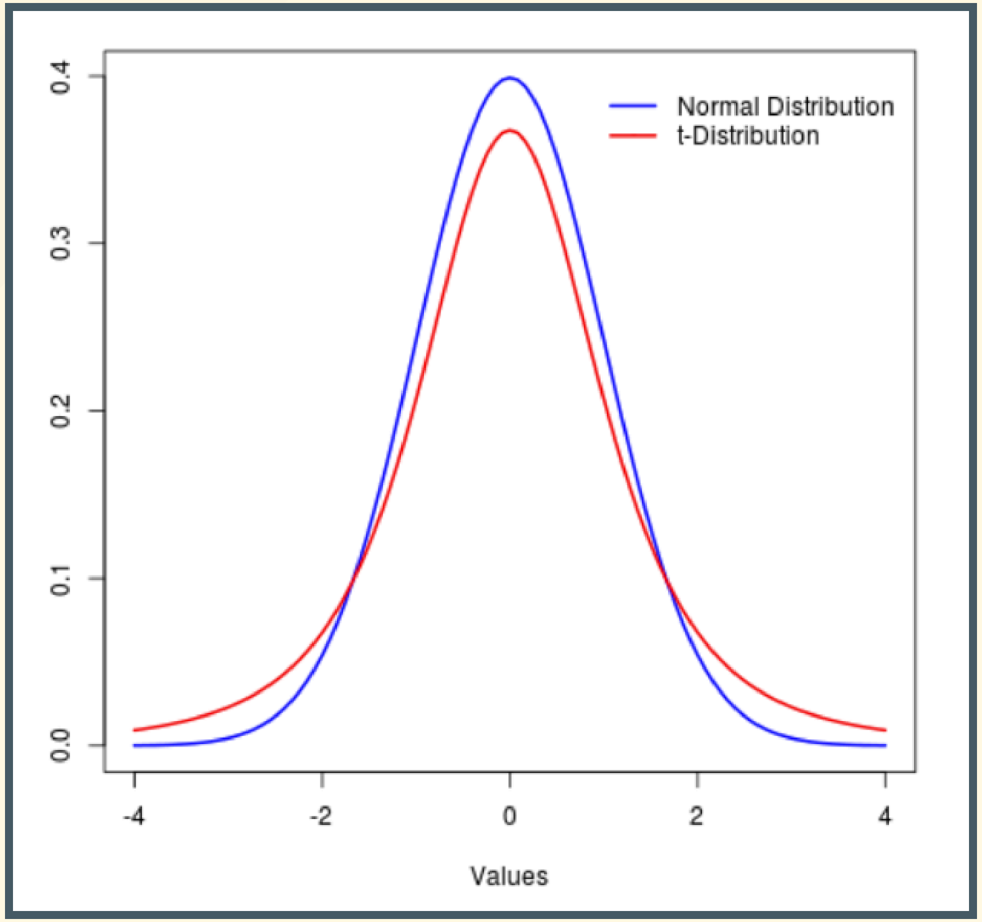
Esercizio #7 -- Soluzione

❓ Abbiamo una distribuzione Normale $\mathcal{N} = (0, 1)$. Qual è il valore della sua mediana?

a) 0 ✅
b) 1
c) 2
d) Servono più informazioni per poter rispondere

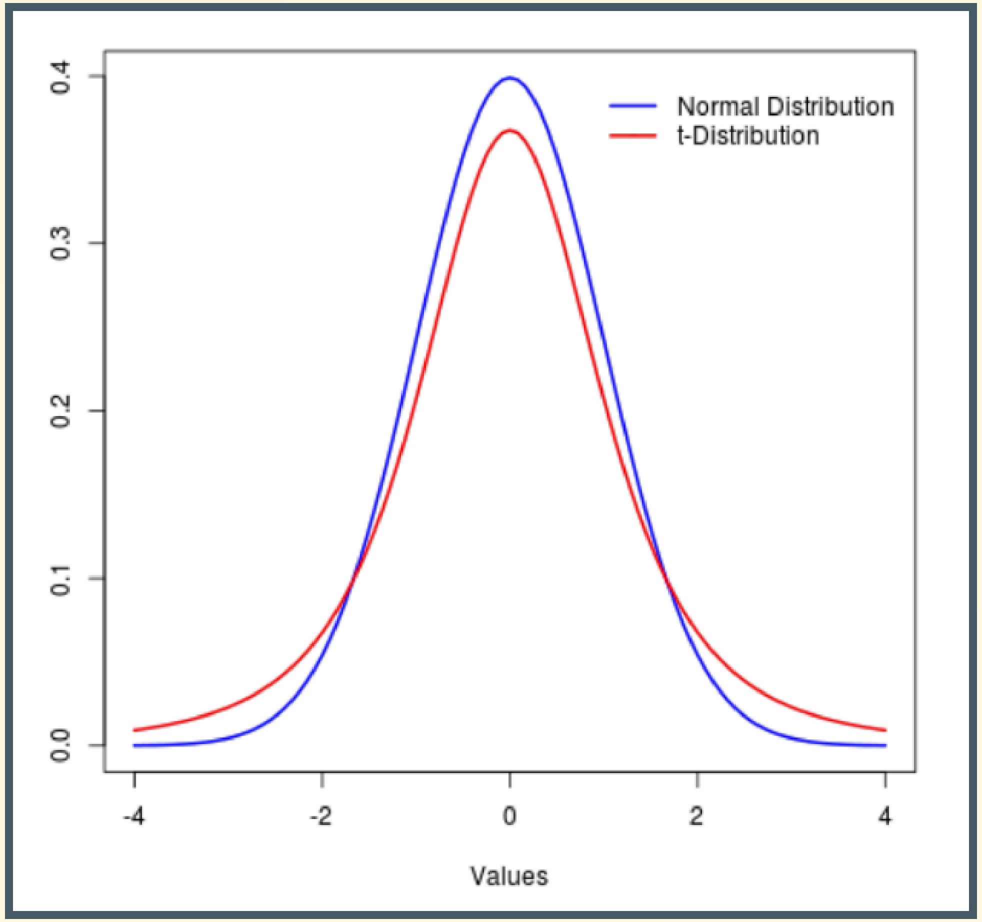
t di Student

- Non posso approssimare a una normale
- Uso la t di Student



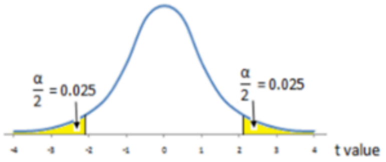
t di Student

- Non posso approssimare a una normale
- Uso la t di Student
  - considera i gradi di libertà (df)
  - per un campione di dimensione $n \rightarrow df = n - 1$



t di Student

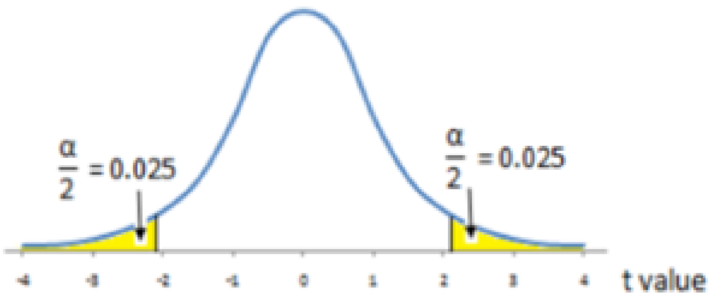
- Non posso approssimare a una normale
- Uso la t di Student
  - considera i gradi di libertà (df)
  - per un campione di dimensione $n \rightarrow df = n - 1$



Confidence	90	95	95.45	99	99.73
alpha	0.1000	0.0500	0.0455	0.0100	0.0027
df					
1	6.314	12.706	13.968	63.657	235.784
2	2.920	4.303	4.527	9.925	19.206
3	2.353	3.182	3.307	5.841	9.219
4	2.132	2.776	2.869	4.604	6.620
5	2.015	2.571	2.649	4.032	5.507
6	1.943	2.447	2.517	3.707	4.904
7	1.895	2.365	2.429	3.499	4.530
8	1.860	2.306	2.366	3.355	4.277
9	1.833	2.262	2.320	3.250	4.094
10	1.812	2.228	2.284	3.169	3.957
11	1.796	2.201	2.255	3.106	3.850
12	1.782	2.179	2.231	3.055	3.764
13	1.771	2.160	2.212	3.012	3.694
14	1.761	2.145	2.195	2.977	3.636
15	1.753	2.131	2.181	2.947	3.586
16	1.746	2.120	2.169	2.921	3.544
17	1.740	2.110	2.158	2.898	3.507
18	1.734	2.101	2.149	2.878	3.475
19	1.729	2.093	2.140	2.861	3.447
20	1.725	2.086	2.133	2.845	3.422
21	1.721	2.080	2.126	2.831	3.400
22	1.717	2.074	2.120	2.819	3.380
23	1.714	2.069	2.115	2.807	3.361
24	1.711	2.064	2.110	2.797	3.345
25	1.708	2.060	2.105	2.787	3.330
26	1.706	2.056	2.101	2.779	3.316
27	1.703	2.052	2.097	2.771	3.303
28	1.701	2.048	2.093	2.763	3.291
29	1.699	2.045	2.090	2.756	3.280
30	1.697	2.042	2.087	2.750	3.270
40	1.684	2.021	2.064	2.704	3.199
50	1.676	2.009	2.051	2.678	3.157
60	1.671	2.000	2.043	2.660	3.130
70	1.667	1.994	2.036	2.648	3.111
80	1.664	1.990	2.032	2.639	3.096
90	1.662	1.987	2.028	2.632	3.085
100	1.660	1.984	2.025	2.626	3.077
1000	1.646	1.962	2.003	2.581	3.007
∞	1.645	1.960	2.000	2.576	3.000

t di Student

- Non posso approssimare a una normale
- Uso la t di Student
  - considera i gradi di libertà (df)
  - per un campione di dimensione $n \rightarrow df = n - 1$



Confidence	90	95	95.45	99	99.73
alpha	0.1000	0.0500	0.0455	0.0100	0.0027
df					
1	6.314	12.706	13.968	63.657	235.784
2	2.920	4.303	4.527	9.925	19.206
3	2.353	3.182	3.307	5.841	9.219
4	2.132	2.776	2.869	4.604	6.620
29	1.699	2.045	2.090	2.756	3.280
30	1.697	2.042	2.087	2.750	3.270
40	1.684	2.021	2.064	2.704	3.199
50	1.676	2.009	2.051	2.678	3.157
60	1.671	2.000	2.043	2.660	3.130
70	1.667	1.994	2.036	2.648	3.111
80	1.664	1.990	2.032	2.639	3.096
90	1.662	1.987	2.028	2.632	3.085
100	1.660	1.984	2.025	2.626	3.077
1000	1.646	1.962	2.003	2.581	3.007
∞	1.645	1.960	2.000	2.576	3.000

Cosa abbiamo imparato in questa lezione?

- La popolazione viene rappresentata con dei parametri (equivalenti alle statistiche usate per i campioni)
- Diversi fenomeni naturali sono normalmente distribuiti
- La normale è definita dalla sua media e deviazione standard e corrisponde a una distribuzione di probabilità
- La distribuzione (normale) di una popolazione ci fornisce la probabilità di estrarre un individuo da quella popolazione ma anche la sua frequenza
- Se i dati sono normalmente distribuiti, il 68% della popolazione si trova a 1 SD dalla media, il 95% a 2 SD e il 99.7% a 3 SD
- Per campioni piccoli ($n < 30$), usiamo la distribuzione t di Student per ottenere una probabilità