

CONTROLE E SERVOMECANISMO

TUTORIAL NR.4

Simulação de malha fechada e análise de estabilidade pelo critério de Routh. ¹²

1 Instruções Gerais

- Grupo de até no máximo 2 alunos e
- Ler atentamente todo o procedimento desse tutorial antes de realizá-lo.

2 Objetivos do Tutorial

- Obtenção da função de transferência de malha fechada de um sistema de controle de posição.
- Análise de estabilidade através do critério de Routh.
- Obtenção da faixa de valores do controlador proporcional no qual o sistema de malha fechada é estável.
- Simulação de um sistema de malha fechada de controle de posição através de diagrama de blocos.

3 Pré-tutorial

1. Obtenha a função de transferência de malha fechada do sistema da Figura 2.
2. Obtenha manualmente a tabela de Routh da função de transferência de malha aberta dado pela Equação (1). Substitua os valores na função de transferência.
3. Verifique a sintaxe de utilização do comando `routh_t` no Scilab ³.

¹Documento adaptado de Control Tutorials for MATLAB & Simulink [1]

²Revisão 16/06/2023: Prof. Roberto Santos Inoue e Prof. Artino Quintino

³https://help.scilab.org/routh_t

4 Tutorial

Um atuador comum em sistemas de controle é o motor CC. Ele fornece movimento rotativo diretamente e, acoplado a rodas ou tambores e cabos, pode fornecer movimento translacional. O circuito elétrico equivalente da armadura e o diagrama de corpo livre do rotor são mostrados na Figura 1 a seguir.

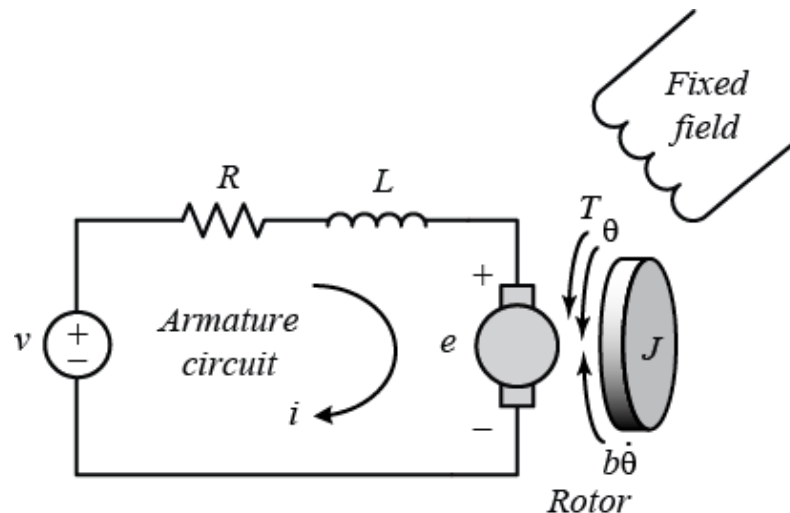


Figura 1: Motor CC.

Para este exemplo, assumiremos que a entrada do sistema é a fonte de tensão (V) aplicada na armadura do motor, enquanto a saída é a velocidade de rotação do eixo $\dot{\theta}$. O rotor e o eixo são considerados rígidos. Assumimos ainda um modelo de atrito viscoso, ou seja, o torque de atrito é proporcional à velocidade angular do eixo.

Os parâmetros físicos para o nosso exemplo são:

- (J) momento de inércia do rotor $0,01 \text{ kg.m}^2$
- (b) constante de atrito viscoso do motor $0,1 \text{ N.m.s}$
- (K_e) constante de força eletromotriz $0,01 \text{ V/rad/seg}$
- (K_t) constante de torque do motor $0,01 \text{ N.m/Amp}$
- (R) resistência elétrica 1 Ohm
- (L) indutância elétrica $0,5 \text{ H}$

4.1 Função de transferência de malha fechada

O diagrama de blocos de um sistema de malha fechada é dado pela Figura 2, sendo r a referência, e o erro, u a entrada de controle e y a saída da planta, K_p é o ganho proporcional do controlador e $G(s)$ a função de transferência.

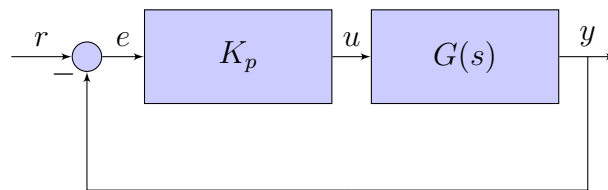


Figura 2: Diagrama de blocos de um sistema de malha fechada.

A função de transferência $G(s)$ do motor CC (Figura 1) para controle de posição é dada por:

$$G(s) = \frac{\dot{\Theta}(s)}{V(s)} = \frac{K}{s((Js + b)(Ls + R) + K^2)} \left[\frac{\text{rad/seg}}{\mathbf{V}} \right]. \quad (1)$$

Pede-se:

1. Obtenha a função de transferência de malha aberta $G(s)$ e a sua resposta ao degrau unitário. O sistema é estável? Utilize o Código 1 para isto.
2. Obtenha a função de transferência de malha fechada $G_{MF}(s)$ considerando $K_p = 1$. Utilize o Código 2 para isto.
 - (a) Compare a resposta do sistema de malha aberta com o a do sistema de malha fechada.
 - (b) Utilize agora um Degrau igual a 2 para o sistema de malha fechada. Qual é o valor da saída do sistema? Por que o valor da saída do sistema converge para 2?
3. Altere o ganho K_p para 10. O que acontece com a resposta ao degrau unitário?

Código 1 Resposta ao Degrau unitário de uma função de transferência de malha aberta.

```
1 clear
2 clc
3 xdel(winsid()) // Fecha todas as telas de plot
4 J = 0.01;
5 b = 0.1;
6 K = 0.01;
7 R = 1;
8 L = 0.5;
9
10 s = poly(0, 's')
11 P = (s*((J*s+b)*(L*s+R)+K^2))
12 G = syslin('c', K/P)
13
14 t = 0:0.01:50
15 ystep = csim('step', t, G)
16 scf(1)
17 plot2d(t, ystep, rect = [0, 0, 50, 5])
18 xlabel('Tempo [ s ]')
19 ylabel('Y(s)')
20 xgrid(5, 1, 7)
```

Código 2 Resposta ao Degrau unitário de uma função de transferência de malha fechada.

```
1 Kp = 1;
2 G = syslin('c', Kp*K/P)
3 Gmf = G/(1+G)
4
5 t = 0:0.01:50
6 ystep = csim('step', t, Gmf)
7 scf(2)
8 plot2d(t, ystep, rect = [0, 0, 50, 1.1])
9 xlabel('Tempo [ s ]')
10 ylabel('Y(s)')
11 xgrid(5, 1, 7)
```

4.2 Análise de estabilidade pelo critério de Routh

Vamos analisar a estabilidade do sistema de controle de posição apresentado na Equação (1). Desse modo, pede-se:

1. Obtenha a tabela de Routh para a função de transferência em malha aberta $G(s)$. Utilize o comando `routh_t` através do Código 3.
 - (a) O sistema é estável? Analise a estabilidade do sistema utilizando o critério de estabilidade de Routh.

2. Obtenha a tabela de Routh para a função de transferência em malha aberta $G(s)$ considerando o sistema de malha fechada com o ganho K_p . Utilize o comando `routh_t` através do Código 4.
 - (a) Qual é a faixa de valores de K_p que o sistema é estável?.

Código 3 Tabela Routh da FT de malha aberta.

```
1 clear
2 clc
3 xdel(winsid()) // Fecha todas as telas de plot
4 J = 0.01;
5 b = 0.1;
6 K = 0.01;
7 R = 1;
8 L = 0.5;
9
10 s= poly (0,'s')
11 P = (s*((J*s+b)*(L*s+R)+K^2))
12
13 T1 = routh_t(P)
```

Código 4 Tabela Routh da FT de malha fechada.

```
1 clear
2 clc
3 xdel(winsid()) // Fecha todas as telas de plot
4 J = 0.01;
5 b = 0.1;
6 K = 0.01;
7 R = 1;
8 L = 0.5;
9
10 s= poly (0,'s')
11 P = (s*((J*s+b)*(L*s+R)+K^2))
12
13 T2 = routh_t(K/P, poly(0,'Kp'))
```

4.3 Simulação do sistema de controle de posição utilizando o XCOS

Deseja-se realizar a simulação do sistema apresentado na Figura 2 utilizando o XCOS. Desse modo, pede-se:

1. Realize a simulação do sistema de controle de posição de um motor CC apresentado na Figura 2 através de blocos de função de transferência. Considere a entrada de referência como 1 radiano. Para a composição da simulação utilize os seguintes blocos:

- (a) Fontes \rightarrow STEP_FUNCTION,
 - (b) Operações matemáticas \rightarrow BIGSOM.f,
 - (c) Operações matemáticas \rightarrow GAINBLK,
 - (d) Sistemas de tempo contínuo \rightarrow CLR,
 - (e) Receptores \rightarrow CSCOPE e
 - (f) Receptores \rightarrow CLOCK_c.
2. Faça as configurações necessárias em Simulação \rightarrow Configurações e no bloco CSCOPE para que o gráfico de posição fique adequado.
 3. Envie os dados de saída da simulação do XCOS para o workspace do Scilab. Para isto utilize o bloco “To Workspace” que está na paleta “Receptores”. Agora utilize o plot para fazer o gráfico da saída de posição.
 4. Altere o valores de referência para 2 radiano. Qual é o valor da saída do sistema?
 5. Obtenha a resposta do sistema para os seguintes valores de ganho K_p : 1, 10, 100, 120.12 e 150.
 - (a) Para quais valores de ganho K_p o sistema é estável?
 - (b) Explique o comportamento da resposta do sistema de controle de posição para os diferentes valores de K_p .

Referências Bibliográficas

- [1] Dawn Tilbury, Bill Messner, Rick Hill, JD Taylor, and Shuvra Das. Control tutorials for MATLAB & Simulink. Technical report, 2021.