

Microonde

Nicolò Raffaeli, Francesco Rossi, Alessandro Varsi

Aprile 2023

Abstract

In questa prima esperienza di ottica abbiamo potuto osservare ed analizzare il comportamento delle microonde, onde EM con lunghezza d'onda di circa 2.85 cm. Tramite un emettitore e un ricevitore abbiamo quindi esplorato i vari comportamenti ottici tipici di questo genere di fenomeno: dalla variazione di intensità alla rifrazione e alla riflessione fino all'interferenza.

Indice

1	Tipo di segnale e onde stazionarie	2
1.1	Dipendenza da r	2
1.1.1	Svolgimento	2
1.1.2	Raccolta dati e risultati	2
1.2	Dipendenza da θ	5
1.2.1	Svolgimento	5
1.2.2	Raccolta dati e risultati	5
1.3	Polarizzazione del fascio	7
1.3.1	Svolgimento	7
1.3.2	Raccolta dati e risultati	7
1.4	Conclusioni sul fascio emesso	8
2	Riflessione	9
2.1	Svolgimento	9
2.2	Raccolta dati e risultati	9
3	Rifrazione	11
3.1	Svolgimento	11
3.2	Raccolta dati e risultati	12
4	Angolo di Brewster	14
4.1	Svolgimento	14
4.2	Raccolta dati e risultati	14
5	Interferenza a Doppia Fenditura	17
5.1	Svolgimento	17
5.2	Raccolta dati e risultati	17
6	Interferometro di Fabry-Perot	20
6.1	Svolgimento	20
6.2	Raccolta dati e risultati	20
7	Diffrazione di Bragg	22
7.1	Svolgimento	22
7.2	Raccolta dati e risultati	22
8	Appendice	24
8.1	Formule media pesata	24
8.2	Tabelle	24

1 Tipo di segnale e onde stazionarie

In questa prima parte abbiamo osservato e analizzato il tipo di segnale emesso dall'emettitore e rivelato dal ricevitore, caratterizzandolo rispetto a una dipendenza dalla **distanza r** e **dall'angolazione θ** . Il comportamento globale del segnale è dipeso essenzialmente da due diversi comportamenti: il fatto che l'onda rimbalzi nella cavità dell'*horn* che genera quindi un segnale oscillante con massimi e minimi, e la diminuzione dell'intensità di quest'ultimo dovuta all'aumento della distanza dalla sorgente circa puntiforme.

1.1 Dipendenza da r

1.1.1 Svolgimento

Abbiamo posizionato la strumentazione nella seguente maniera:

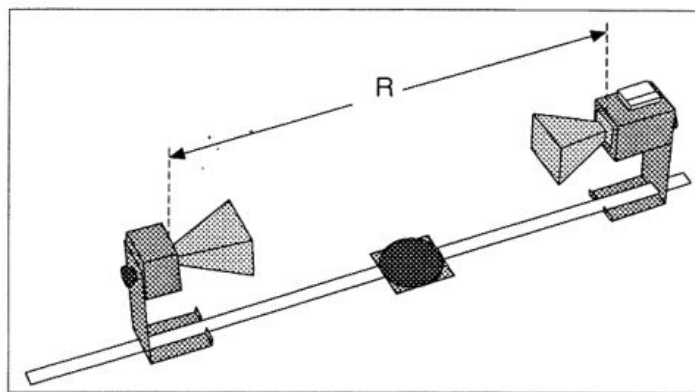


Figura 1: Disposizione strumentazione per analisi segnale

Mantenendo fissa la posizione dell'emettitore abbiamo fatto variare la posizione del ricevitore lungo la sbarra di metallo e registrato il segnale tramite multimetro. Quest'ultimo è stato utilizzato per osservare la caduta di tensione all'interno di un circuito, a noi sconosciuto, posto all'interno del ricevitore. La distanza tra i due strumenti è stata variata tra i 30 e gli 80 cm prendendo la misura ogni 2.5 cm. Così facendo si sono osservati i due comportamenti precedentemente descritti e alcuni dei massimi del nostro segnale. Successivamente per individuare il periodo del segnale abbiamo preso dati ogni 5 mm, così da andare ad indagare in maniera precisa due massimi successivi che possano poi restituire il periodo del segnale microonde:

$$T = \frac{\lambda}{c} \quad (1)$$

dove λ è dato dalla distanza tra due massimi.

1.1.2 Raccolta dati e risultati

Il primo campionamento è stato svolto mantenendo un passo di $\delta r = 2.5 \text{ cm}$. Di seguito la tabella della presa dati:

$r(cm)$	$V(mV)$	σ_r	σ_V
32.7	1893	0.1	5
35.2	1886.5	0.1	8
37.7	2036	0.1	6.5
40.2	1741	0.1	5.5
42.7	1589	0.1	2.5
45.2	1632	0.1	9
50.2	1361	0.1	8
52.7	1319.5	0.1	7.5
55.2	1427.5	0.1	3
57.7	1282	0.1	5
60.2	1154	0.1	4.5
62.7	1051.5	0.1	7.5
65.2	1057	0.1	5
67.7	1031	0.1	7
70.2	989.5	0.1	5
72.7	904.5	0.1	4
75.2	912.5	0.1	9
77.7	899	0.1	9.5
80.2	866	0.1	8

Tabella 1: Presa dati con un passo di $\delta r = 2.5\text{ cm}$

Il segnale presenta un andamento come già detto complesso che sembra essere una composizione di oscillazioni e decrescita. Per analizzare la dipendenza del segnale dalla distanza abbiamo eseguito un fit con i massimi dell'oscillazione. La forma funzionale del fit scelta è:

$$S(r) = \frac{a}{r} + c$$

Il risultato del fit:

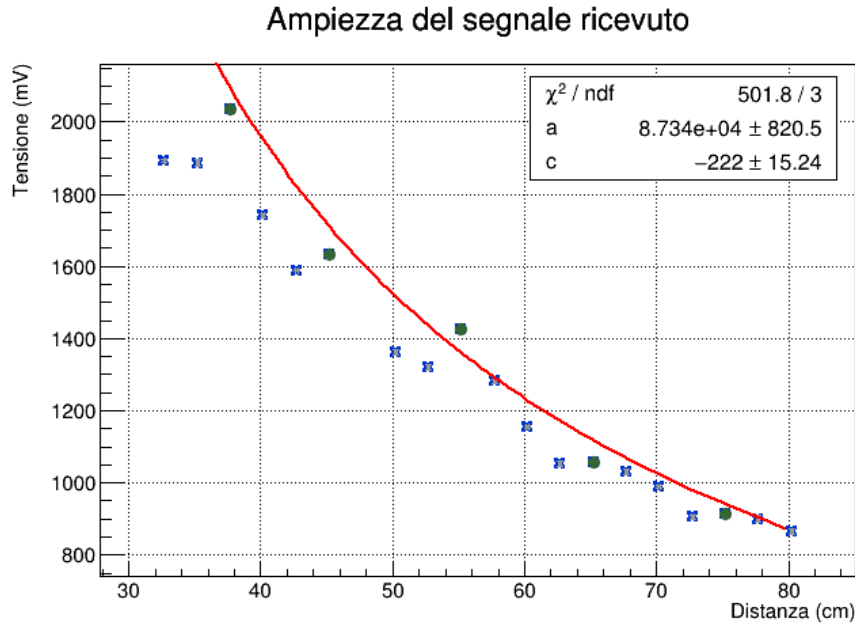


Figura 2: Il fit della prima presa dati, in verde sono evidenziati i massimi utilizzati per il fit mentre le croci blu indicano tutti gli altri punti

In un secondo campionamento di passo $\delta r = 0.5\text{ cm}$ siamo riusciti a ottenere una misura più precisa, confrontabile oltretutto con la lunghezza d'onda. La tabella dei dati di seguito:

$r(cm)$	$V(mV)$	σ_r	σ_V
51.7	1430.5	0.1	5.5
52.2	1523	0.1	5
52.7	1342.5	0.1	8.5
53.2	1390	0.1	8
53.7	1497.5	0.1	5.5
54.2	1313	0.1	7
54.7	1427	0.1	7
55.2	1413	0.1	8

Tabella 2: Presa dati con passo $\delta r = 0.5$

Eseguito lo stesso fit proposto precedentemente:

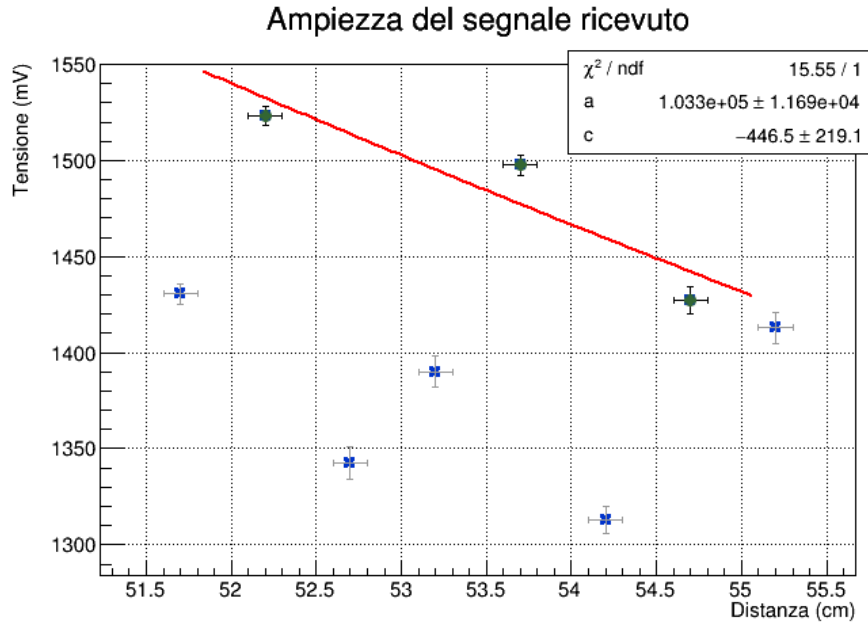


Figura 3: Il fit eseguito con il secondo campionamento, ancora in verde i massimi e croci blu per gli altri punti campionati

Il risultato è leggermente migliore, tuttavia non ci è possibile concludere nulla di statisticamente valido. La dipendenza da $\frac{1}{r}$ può essere verificata solo guardando visivamente al grafico. Il nostro principale problema è legato al passo scelto: nel primo campionamento il carattere decrescente del segnale è evidente, tuttavia non abbiamo la sicurezza che i punti individuati da noi come massimi lo siano effettivamente. Possiamo assumere che risiedano in un intervallo centrato nei valori misurati e con ampiezza $\Delta s = 2.5 \text{ cm}$. Nel secondo campionamento il passo di 0.5 cm riduce l'errore sulla scelta del massimo, ma comunque in maniera non del tutto efficace.

Grazie alla maggiore precisione del secondo campionamento abbiamo valutato la lunghezza d'onda del segnale. L'instaurarsi di onde stazionarie, dunque con regime periodico, suggerisce il metodo per stimare λ :

$$\lambda = 2\Delta d$$

dove Δd è la distanza fra due massimi. L'errore quindi su λ è determinato dall'errore associato alla scelta del massimo; questo è stimato come l'intervallo intorno al massimo da noi misurato in cui il valore vero del massimo può cadere.

$$\sigma_d = 0.25 \text{ cm}$$

$$\sigma_\lambda = 2\sigma_d = 0.5 \text{ cm}$$

Quindi:

$$\lambda_{stimato} = (3.0 \pm 0.5) \text{ cm}$$

Eseguiamo anche un t-TEST con il valore atteso $\lambda = 2.85 \text{ cm}$.

$$\left| \frac{\lambda - \lambda_{stimato}}{\sigma_\lambda} \right| = 0.3$$

Possiamo quindi stimare il periodo dell'onda tramite il valore della lunghezza d'onda ricavata, utilizzando l'equazione (1):

$$T = (0.1 \pm 0.05) \text{ ns}$$

1.2 Dipendenza da θ

1.2.1 Svolgimento

Per osservare la variazione del segnale a seconda della direzione di ricezione abbiamo posizionato i due strumenti a distanza fissata. In particolare la distanza tra sorgente quasi puntiforme e ricevitore era di 56 cm . Abbiamo quindi ruotato il ricevitore lungo un arco di 180° , nel range $[-90, 90]$, e raccolto i dati relativi al segnale attraverso il multimetro.

1.2.2 Raccolta dati e risultati

Di seguito la raccolta dati:

$\theta(\text{grad})$	$V(\text{mV})$	σ_θ	σ_V
-90	2.2	1	0.8
-80	2.175	1	2.125
-70	11.65	1	2.15
-60	8.8	1	1.4
-50	24.4	1	4.2
-40	98.7	1	6.2
-30	291	1	2.5
-20	611	1	6
-10	1214.5	1	5.5
0	1566	1	11
10	1323	1	6
20	733	1	11
30	252.55	1	4.55
40	81.2	1	2.8
50	19.25	1	1.85
60	3.9	1	0.6
70	11.5	1	1.3
80	5.85	1	1.45
90	1.8	1	1.3

Tabella 3: Presa dati della dipendenza dall'angolo

Per studiare la dipendenza del nostro segnale dall'angolo di ricezione abbiamo interpolato i nostri dati attorno a $\theta = 0$, che secondo l'ipotesi dovrebbe corrispondere alla **massima intensità**. La nostra idea per verificare la validità dell'ipotesi è stata quella di interpolare questi punti tramite una parabola con concavità verso il basso per stimare al meglio il nostro massimo e confrontarlo poi con quello aspettato. Purtroppo ci siamo resi conto di aver preso troppi pochi dati attorno a questo valore, in particolare quelli sufficientemente vicini per essere validi in approssimazione al secondo ordine sono 3, non un numero sufficiente visto che serve almeno un quarto valore affinché il χ^2 abbia senso. È stato quindi necessario utilizzare dei punti molto distanti dal massimo.

La forma funzionale utilizzata è la seguente:

$$y - y_0 = b(\theta - \theta_0)^2$$

Di seguito il fit:

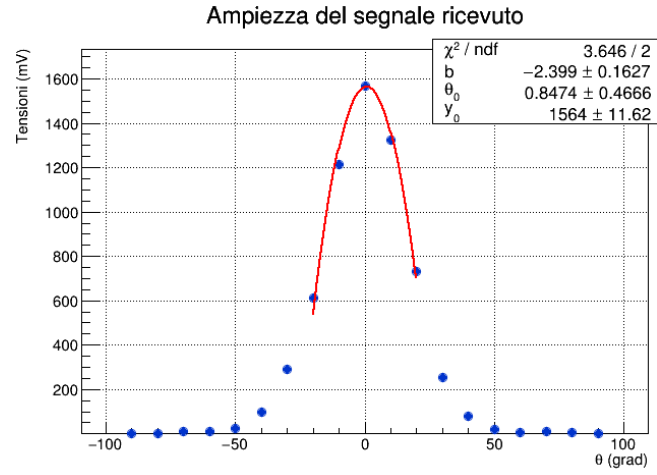


Figura 4: Interpolazione con parabola per dipendenza segnale da θ

Il t-test conferma l'ipotesi:

$$\frac{\theta_{fit} - \theta_{att}}{\sqrt{(\sigma_{\theta_{att}})^2 + (\sigma_{\theta_{fit}})^2}} = 1.818 < 2$$

1.3 Polarizzazione del fascio

In questa parte di esperienza abbiamo come obiettivo l'analisi della polarizzazione della radiazione emessa, sfruttando il fatto che emettitore e rilevatore trasmettano e rilevino rispettivamente segnale polarizzato in una direzione.

1.3.1 Svolgimento

Per analizzare questo fenomeno teniamo l'emettitore fisso e sfruttando la proprietà del rilevatore di rilevare solo la direzione verticale lo facciamo ruotare e osserviamo come varia l'intensità del segnale. L'emettitore viene posto a $\alpha = 0$ mentre il rilevatore viene fatto ruotare in un range $[0, 180]$. La distanza tra gli strumenti rimane fissa.

1.3.2 Raccolta dati e risultati

Qui i dati che abbiamo raccolto:

$\alpha(grad)$	$V(mV)$	σ_α	σ_V
0	1161.5	0.017453	3.5
0.17453	1153	0.017453	5
0.34906	1120.5	0.017453	5.5
0.52359	1044	0.017453	7
0.69812	924.5	0.017453	5.5
0.87265	784	0.017453	12
1.04718	549.5	0.017453	7.5
1.22171	359.5	0.017453	6.5
1.39624	158.55	0.017453	4.15
1.57077	0.65	0.017453	0.1
1.7453	91.1	0.017453	3.4
1.91983	294.15	0.017453	5.35
2.09436	509	0.017453	6
2.26889	720	0.017453	7
2.44342	876	0.017453	5
2.61795	1009	0.017453	6
2.79248	1100.5	0.017453	1.5
2.96701	1164.5	0.017453	2.5
3.14154	1183.5	0.017453	6.5

Tabella 4: Dati sullo studio della polarizzazione del fascio

La legge che regola la variazione di intensità dovuta ad una polarizzazione diversa da quella del ricevitore è detta Legge di Malus; riportata di seguito, è la legge che abbiamo usato per interpolare i dati raccolti:

$$I = I_0 \cos^2(\alpha)$$

Il χ^2_{rid} evidenzia l'adattamento pessimo della funzione ai nostri dati. Probabilmente questo risultato è dovuto al fatto che il segnale che noi rileviamo, in realtà, non è direttamente proporzionale all'intensità dell'onda e che dunque Malus non sia la legge più adatta con cui eseguire un fit.

Dunque decidiamo di eseguire una nuova interpolazione ipotizzando che l'intensità da noi registrata sia direttamente proporzionale al campo elettrico della radiazione e sfruttando la relazione tra campi:

$$E = E_0 \cos(\alpha)$$

Anche in questo caso il χ^2_{rid} evidenzia un brutto adattamento alla curva, anche se molto migliore di quello precedente. Il motivo è probabilmente da attribuire al fatto che il segnale che viene registrato non è proporzionale né all'intensità del campo EM né a quello del campo elettrico, ma riflette una sorta di valore intermedio. Anche una sottostima degli errori potrebbe aver contribuito ad un valore del χ^2 non soddisfacente.

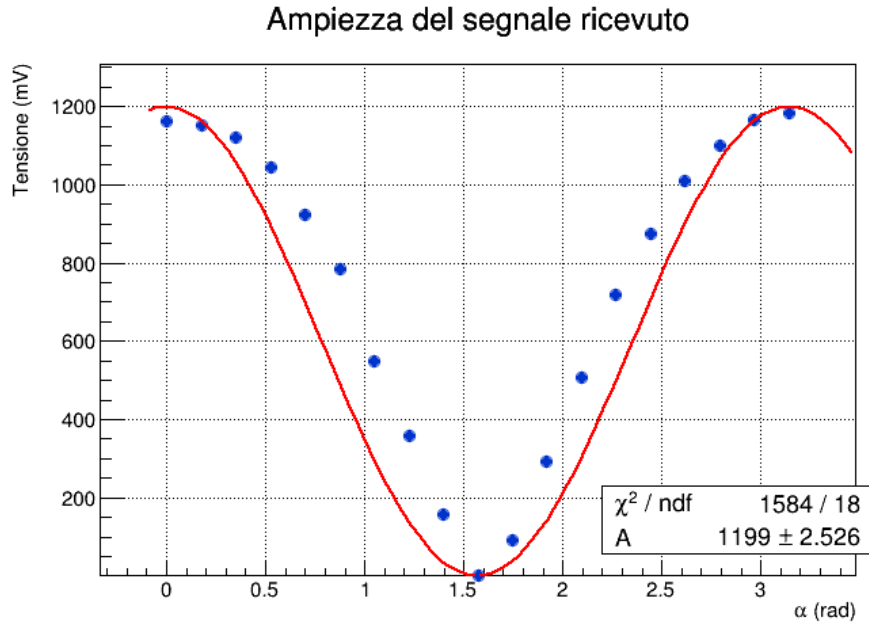


Figura 5: Interpolazione polarizzazione con Legge di Malus

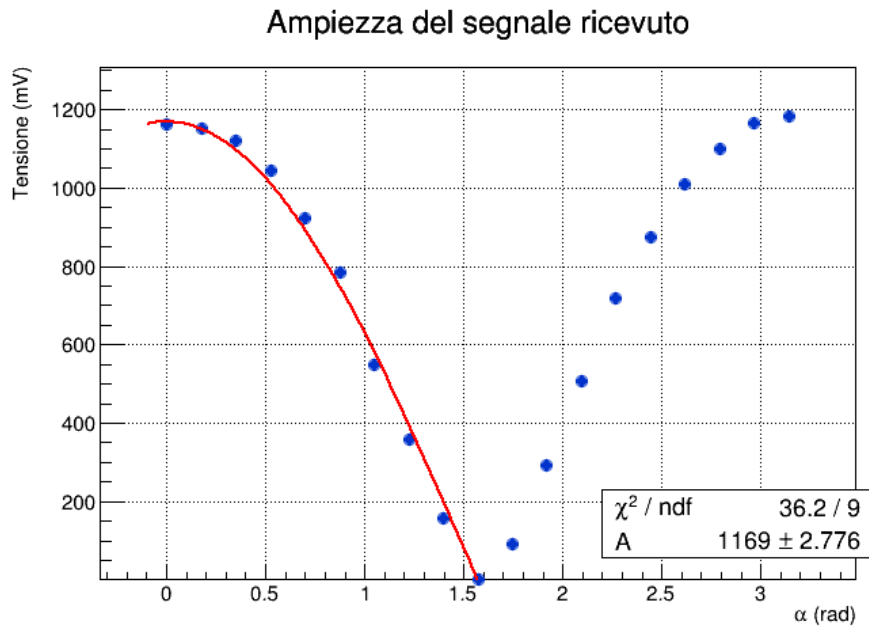


Figura 6: Interpolazione Polarizzazione con $I = I_0 \cos(\alpha)$

1.4 Conclusioni sul fascio emesso

Alla luce dell'analisi effettuata fino ad ora abbiamo concluso che il fascio è un'onda piana completamente polarizzata in direzione parallela al piano di lavoro. Il fatto che sia un'onda piana è suggerito dalla dipendenza del segnale dall'angolo: l'intensità del segnale diminuisce all'aumentare dell'angolazione di incidenza del segnale rispetto al ricevitore e questo fenomeno non si osserverebbe in presenza di onde sferiche.

Dallo studio della dipendenza del segnale alla distanza, osserviamo due effetti, come già detto inizialmente: un andamento decrescente dovuto all'aumentare della distanza e un andamento oscillante dovuto all'interferenza causate dalle cavità.

2 Riflessione

In questa seconda parte abbiamo osservato e caratterizzato il fenomeno ottico della **riflessione** utilizzando una lastra metallica come superficie di separazione.

2.1 Svolgimento

L'obiettivo era quello di verificare la **Legge di Cartesio**, secondo la quale l'angolo di riflessione del segnale sia uguale a quello di incidenza:

$$\theta_i = \theta_r$$

Nell'analisi del fascio e della sua dipendenza da θ abbiamo già mostrato come il fascio di microonde non sia perfettamente concentrato, per cui ci aspettiamo un fenomeno di riflessione anche a θ_r diversi da quello di incidenza. Per fare questa presa dati abbiamo fissato l'angolo di incidenza a 45° e campionato l'intensità del fascio riflesso tutto intorno, concentrandoci sugli angoli prossimi ai 45° , proprio dove ci aspettiamo massimo il raggio riflesso. La disposizione strumentale è la seguente:

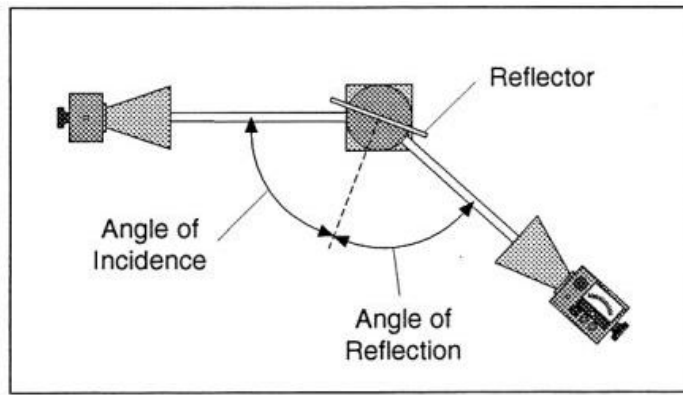


Figura 7: Disposizione strumentale per analisi Riflessione

2.2 Raccolta dati e risultati

I dati raccolti sono riassunti nella seguente tabella, con errore fisso sull'angolo dato dal goniometro e variabile sull'intensità del segnale dato da multimetro:

$\theta(grad)$	$V(mV)$	σ_θ	σ_V
20	31.75	1	2.85
25	38.95	1	3.15
30	128.8	1	1.1
35	351.5	1	2.5
40	775.5	1	4.5
42	1058	1	4
44	1174	1	6
45	1217.5	1	10.5
46	1162.5	1	6.5
48	1042.5	1	5.5
50	769.5	1	9.5
55	359.5	1	7.5
60	130.6	1	3.4
65	29.7	1	1.8
70	27.4	1	0.5

Tabella 5: Dati sul fenomeno della riflessione

Si può già ad occhio osservare la caratteristica principale che caratterizza la riflessione cioè il fatto che il massimo segnale ricevuto si misura attorno ai 45 gradi. Per arrivare ad una stima più precisa sul dove sia la riflessione massima abbiamo interpolato i 5 punti attorno a $\theta_r = 45 \text{ grad}$ con una parabola con forma funzionale

$$y - y_0 = b(\theta - \theta_0)^2$$

dove y_0 e θ_0 sono rispettivamente il massimo segnale stimato e il massimo angolo a cui questo segnale è riflesso.

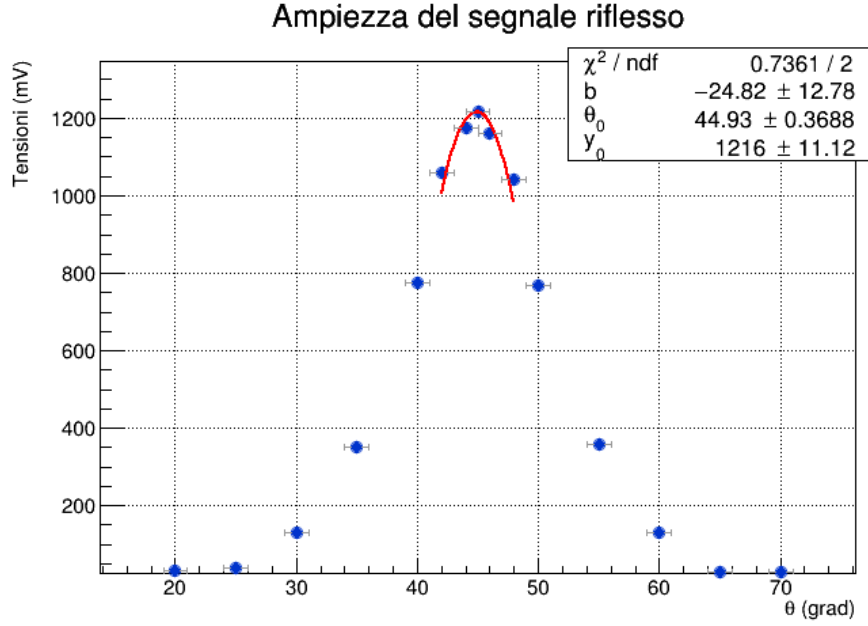


Figura 8: Fit e distribuzione dei dati per il fenomeno della riflessione

Il χ^2_{rid} è dovuto al grande errore associato alle misure. Inoltre il fit non ha la pretesa di significare niente di più che uno strumento per meglio stimare il massimo e l'errore associato. L'angolo per cui abbiamo maggiore riflessione è quindi:

$$\theta_0 = 44.9^\circ \pm 0.4^\circ$$

Eseguiamo un t-TEST con il valore atteso di 45 gradi:

$$\frac{45 - \theta_0}{\sigma_{\theta_0}} = \frac{45 - 44.9}{0.4} = 0.25$$

3 Rifrazione

Il fenomeno di rifrazione si verifica quando un'onda cambia mezzo di propagazione, comportando un cambio di direzione del raggio incidente rispetto a quello trasmesso. Utilizzando dello styrene come mezzo abbiamo cercato di caratterizzare questo fenomeno.

3.1 Svolgimento

La legge che governa l'effetto di rifrazione è la **Legge di Snell** che pone in relazione le caratteristiche tipiche di rifrazione dei mezzi con gli angoli di incidenza e trasmissione del segnale:

$$\sin(\theta_i)n_1 = \sin(\theta_t)n_2$$

dove n_1 e n_2 rappresentano l'indice di rifrazione rispettivamente del primo e del secondo mezzo.

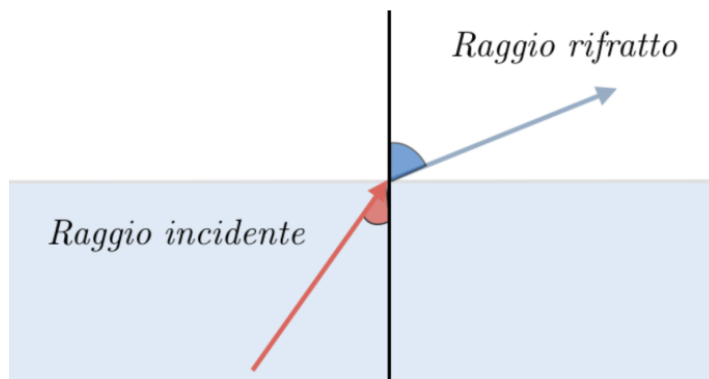


Figura 9: Rifrazione di un raggio al cambio del mezzo

Lo scopo della nostra analisi è stato determinare n_2 indice di rifrazione dello styrene proprio a partire dalla legge di Snell, considerando n_1 indice di rifrazione dell'aria $n_1 \simeq 1$ mediante la relazione:

$$n_2 = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t}$$

Per far ciò, abbiamo utilizzato un recipiente a forma di prisma retto a base triangolare di polistyrolo, che una volta verificato avesse indice di rifrazione $n_{polistyrolo} \simeq 1$, sarebbe stato riempito di palline di styrene. La strumentazione è stata disposta in modo che il segnale generato incidesse perpendicolarmente al prisma, come in Figura 10. In questo modo l'angolo d'incidenza per cui il raggio incontra il piano obliquo del prisma (prima di essere trasmesso in aria) è determinato dalla geometria stessa del prisma.

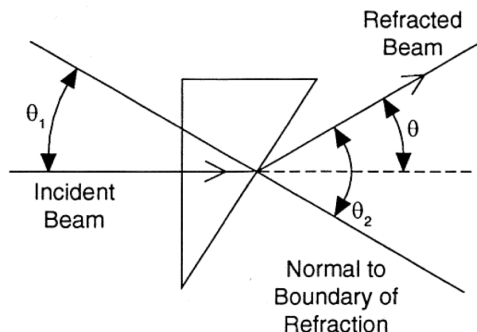


Figura 10: La disposizione dell'apparato strumentale per la rifrazione

3.2 Raccolta dati e risultati

Per prima cosa abbiamo verificato l'approssimazione fatta per l'indice di rifrazione del polistirolo facendo passare nel prisma vuoto un fascio generato e verificando, come ci aspettavamo, che il segnale veniva trasmesso nel suo massimo per $\theta_t = 0$; questo comportamento è possibile solo se effettivamente il $n_{polistirolo} \simeq n_1$ di modo che l'angolo di incidenza sulla parete obliqua e quello trasmesso siano uguali. Abbiamo anche preso le misure dei due cateti del prisma chiamando B il maggiore e b il minore:

$$b = (8.5 \pm 0.1) \text{ cm}$$

$$B = (18.0 \pm 0.1) \text{ cm}$$

da cui è stato possibile ricavare l'angolo di incidenza del fascio con la parete obliqua che in Figura 10 è denominato θ_1 e che nella legge di Snell è θ_i .

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{b}{B}\right)$$

$$\sigma_{\theta_i}^2 = \frac{1}{B^2} \left(1 + \left(\frac{b}{B}\right)^2\right)^{-1} \sigma^2$$

Questa è la nostra miglior stima

$$\theta_i = 25.3^\circ \pm 0.3^\circ$$

A questo punto abbiamo cercato di determinare quello che in Figura 10 è denominato θ_2 per cui $\theta_t = 2\theta_2$. Anche in questo caso, come per la riflessione, abbiamo deciso di campionare una serie di angoli per θ_2 che variassero dagli 0° ai 30° , per poi ottenere una adeguata stima dell'angolo del fascio trasmesso a segnale massimo. Di seguito la tabella:

$\theta_2(grad)$	$V(mV)$	σ_{θ_2}	σ_V
0	888.5	1	4.5
2	971.5	1	3.5
4	1180	1	4
6	1320	1	3
7	1365.5	1	1.5
8	1358.5	1	3.5
9	1328.5	1	3.5
10	1270.5	1	5.5
20	763.5	1	3.5
30	103.8	1	1.5

Tabella 6: Presa dati sul fenomeno della rifrazione

Come prima, la forma funzionale del fit è:

$$y - y_0 = b(\theta - \theta_0)^2$$

Con nuovamente y_0 e θ_0 rispettivamente massimo segnale e angolo a cui il massimo segnale è registrato. Il risultato è mostrato in Figura (11).

Sull'analisi del fit vengono riprese le osservazioni fatte in riflessione: il χ_{rid}^2 a bassa probabilità di estrazione è giustificato dai pochi punti interpolati e l'alto errore associato a ciascun punto. Il parametro θ_0 è proprio il θ_2 cercato per stimare l'angolo di rifrazione. Risulta allora che $\theta_t = (14.9 \pm 0.8)grad$

Passiamo dunque a stimare l'indice di rifrazione dello styrene:

$$n_2 = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t}$$

$$\sigma_{n_2}^2 = \frac{1}{\sin^2(\theta_t) \sin^2(\theta_i)} (\cot^2(\theta_t) \sigma_{\theta_t}^2 + \cot^2(\theta_i) \sigma_{\theta_i}^2)$$

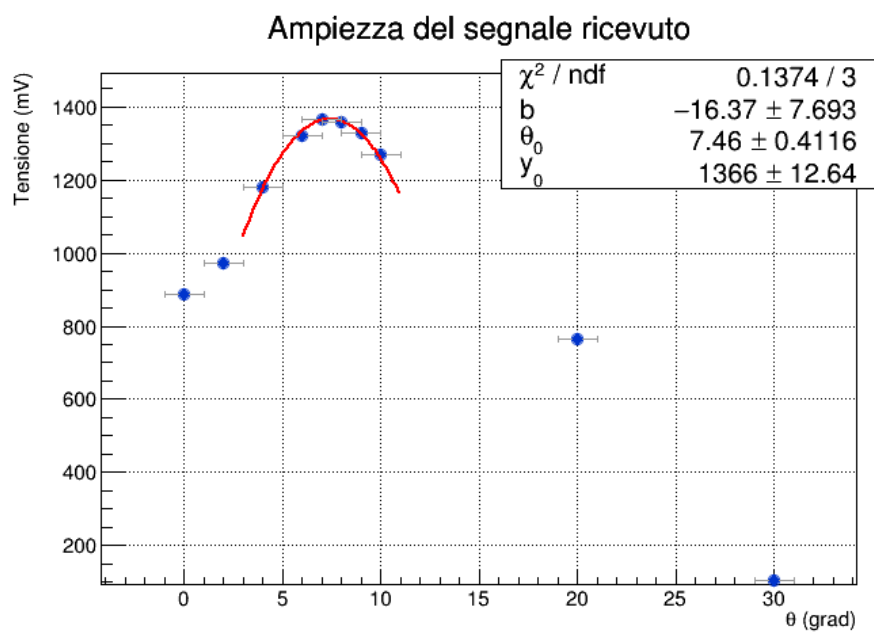


Figura 11: Il fit per la stima dell'angolo di rifrazione

Per cui:

$$n_2 = 1.7 \pm 0.5$$

4 Angolo di Brewster

Studiando i coefficienti di riflessione e trasmissione di Fresnel si prevede l'esistenza di un fenomeno particolare. Per le onde con polarizzazione parallela al piano di incidenza esiste un particolare angolo, detto **Angolo di Brewster**, che corrisponde ad una massima trasmissione e ad una riflessione nulla; inoltre, l'onda rifratta risulta polarizzata come quella incidente.

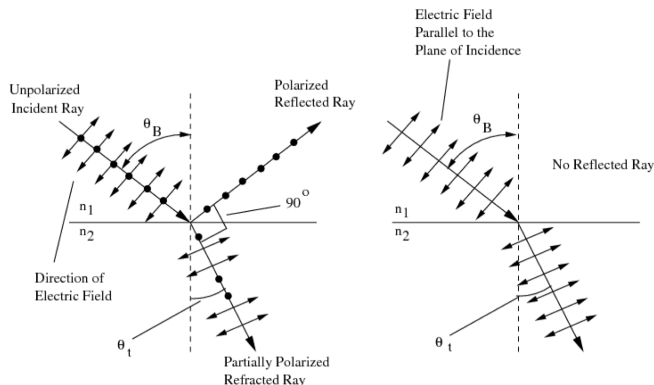


Figura 12: A destra, la polarizzazione dei raggi riflessi e rifratti per un fascio generico di microonde, a sinistra il caso in cui il raggio è polarizzato orizzontalmente

4.1 Svolgimento

Per misurare l'angolo di Brewster abbiamo posizionato il trasmettitore a formare un angolo di incidenza θ_i e abbiamo cercato il massimo segnale rifratto e il minimo segnale riflesso. In questo modo abbiamo ottenuto $\theta_i = \theta_B$ proprio dove il segnale era totalmente trasmesso e l'angolo riflesso invece nullo. Al centro del goniometro è stato posto un pannello di polyetilene su cui è stato fatto incidere il fascio.

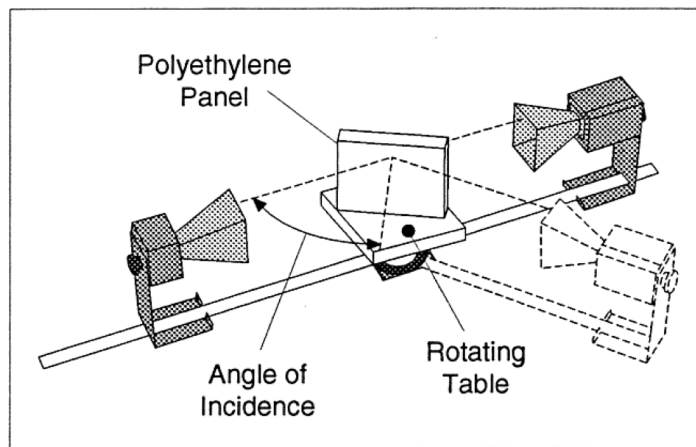


Figura 13: La disposizione strumentale

4.2 Raccolta dati e risultati

Durante la presa dati sono stati provati diverse polarizzazioni, si è poi proceduto con una polarizzazione orizzontale. Di seguito riportata la tabella sul segnale trasmesso:

$\gamma(\text{grad})$	$V(\text{mV})$	σ_γ	σ_V
20	955.5	1	12.5
30	1055	1	7
40	1242	1	14
45	1350.5	1	7.5
46	1383	1	7
48	1431	1	8
50	1465.5	1	7.5
52	1453.5	1	12.5
55	1410.5	1	7.5
60	1406.5	1	8.5
70	713.5	1	6.5

Tabella 7: Raccolta dati sul segnale trasmesso a un dato angolo di incidenza sul polyetilene

Per ottenere una stima sul massimo segnale rifratto e l'angolo di incidenza correlato, in analogia con lo studio del fascio, abbiamo eseguito un fit con una parabola dei punti in cui l'intensità è più alta. La forma funzionale:

$$y - y_0 = b(\gamma - \gamma_0)^2$$

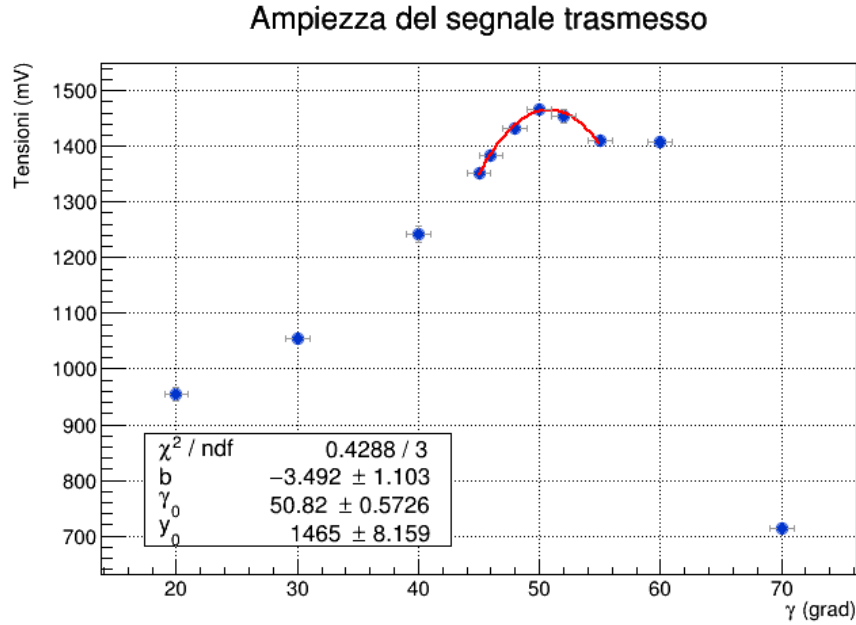


Figura 14: Il fit sui dati del segnale trasmesso per la ricerca dell'angolo di Brewster

Il χ^2_{rid} a bassa estrazione è giustificato dai significativi errori su dove può cadere la misura dell'angolo. L'angolo di Brewster è proprio il γ_0 stimato dal fit:

$$\theta_B = 50.8^\circ \pm 0.6^\circ$$

Vogliamo ottenere, tramite un fit analogo, la stima sul minimo segnale riflesso a partire dai dati in tabella:

$\gamma(\text{grad})$	$V(\text{mV})$	σ_γ	σ_V
30	210.8	1	3.9
40	187.3	1	3.5
45	170.5	1	3.3
48	77.05	1	3.65
50	28.9	1	4.7
52	81.65	1	4.75
54	88.65	1	4.95

Tabella 8: Raccolta dati sul segnale riflesso a un dato angolo di incidenza sul polyetilene

La forma funzionale è la stessa e decidiamo di interpolare i cinque punti intorno al minimo valore che abbiamo. Il fit:

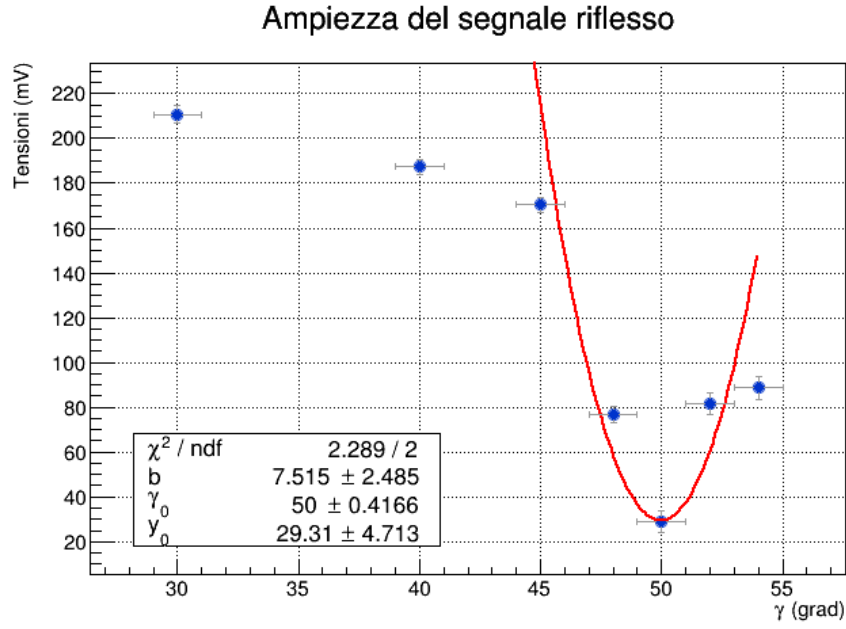


Figura 15: Il fit sui dati del seganle riflesso per la ricerca dell'angolo di Brewster

Il $\chi^2_{rid} = 1.14$ è ottimale. L'angolo di Brewster così stimato è:

$$\theta'_B = 50.0^\circ \pm 0.4^\circ$$

Possiamo ora verificare la compatibilità delle due misure con un t-TEST:

$$\frac{\theta_B - \theta'_B}{\sqrt{\sigma_{\theta_B}^2 + \sigma_{\theta'_B}^2}} = 1.16$$

5 Interferenza a Doppia Fenditura

5.1 Svolgimento

Abbiamo posizionato il trasmettitore fisso in maniera tale che il segnale incidesse perpendicolarmente alla struttura costruita per creare l'interferenza con doppia fenditura.

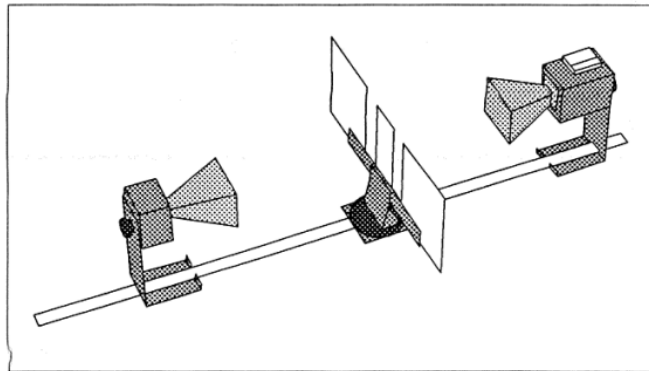


Figura 16: Disposizione strumentazione Interferenza doppia fenditura

Tenendo fissa la distanza tra la struttura di interferenza e il ricevitore, abbiamo fatto ruotare quest'ultimo per vedere come gli effetti di sovrapposizione cambiassero a seconda dell'angolazione di ricezione. La procedura è leggermente diversa da quello che suggerisce l'immagine di Pasco ma il metodo è sostanzialmente lo stesso, a prescindere che a ruotare sia il ricevitore o la struttura di interferenza.

5.2 Raccolta dati e risultati

La presa dati, in Appendice 9, ci permette di osservare come l'intensità dei segnali vari a diversi angoli di presa, ovvero gli effetti di interferenza costruttiva e distruttiva dovuti alla divisione del segnale emesso attraverso le due fenditure.

E' possibile prevedere a che angoli si trovino i massimi di intensità dovuta all'interferenza tramite la relazione:

$$d \sin(\theta) = n\lambda \quad (2)$$

dove d è la distanza tra i punti medi delle fenditure, λ la lunghezza d'onda e n è un numero intero che rappresenta l'ordine del massimo in questione. I valori di questi parametri sono

- $d = (7.9 \pm 0.1) \text{ cm}$
- $\lambda = 2.85 \text{ cm}$

I massimi previsti, in valore assoluto, sono stati calcolati secondo la seguente formula:

$$\theta_n = \arcsin\left(\frac{n\lambda}{d}\right)$$

con errore dato da :

$$\sigma_{\theta_n} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{n\lambda}{d}\right)^2}} \left(\frac{n\lambda}{d^2}\right) \sigma_d$$

Dunque

- $\theta_{2+} = 46.2 \pm 1.3$
- $\theta_{1+} = 21.1 \pm 0.5$
- $\theta_0 = 0$
- $\theta_{1-} = -21.1 \pm 0.5$

- $\theta_{2-} = -46.2 \pm 1.3$

Abbiamo effettuato test di compatibilità tramite un fit con parabola solo per $n = 0$ ed $n = \pm 2$. Di seguito viene riportata l'analisi:

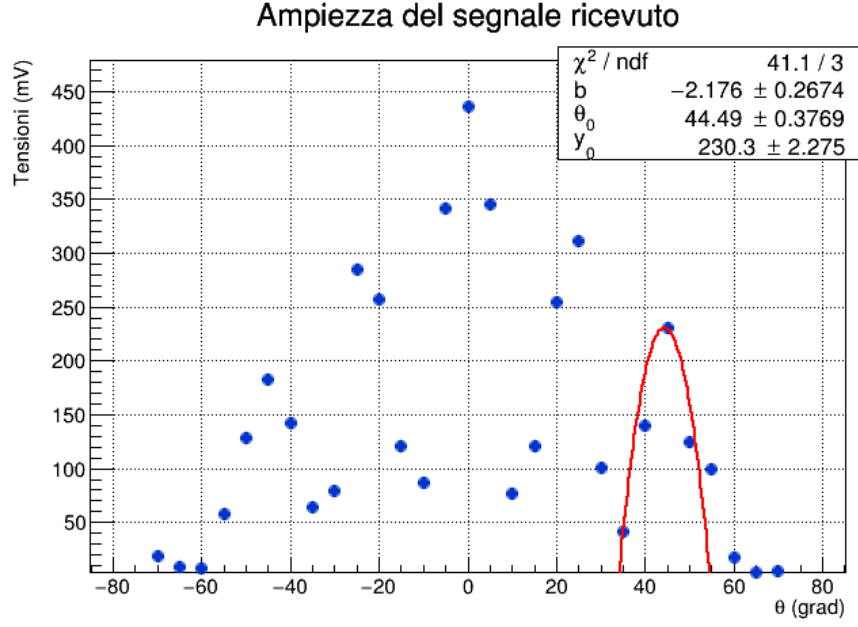


Figura 17: Stima massimo su θ_{2+}

$$\frac{\theta_{fit} - \theta_{asp}}{\sqrt{(\sigma_{\theta_{fit}}^2 + \sigma_{\theta_{asp}}^2)}} = 1.26 < 2$$

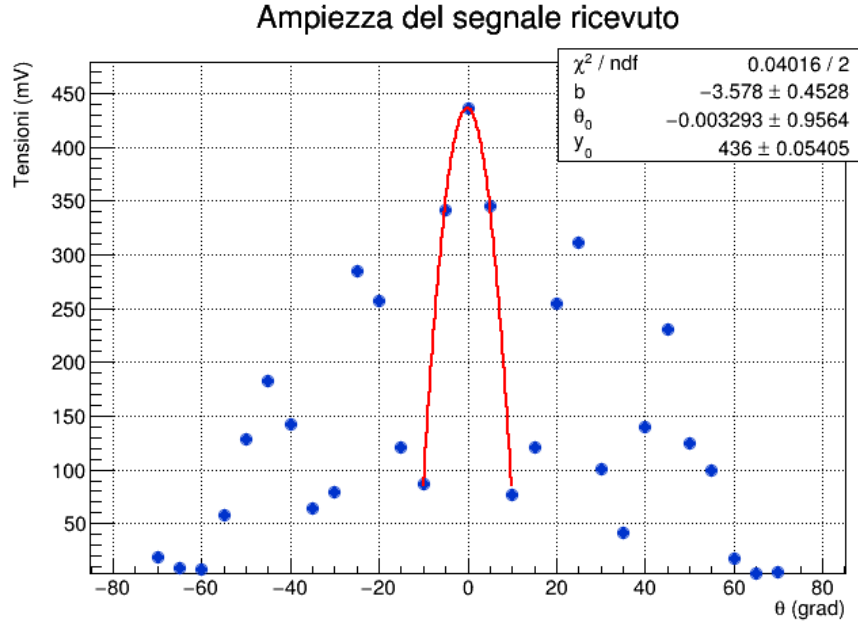


Figura 18: Stima massimo su θ_0

$$\frac{\theta_{fit} - \theta_{asp}}{\sqrt{(\sigma_{\theta_{fit}}^2 + \sigma_{\theta_{asp}}^2)}} = 3.14 \times 10^{-3} \ll 1$$

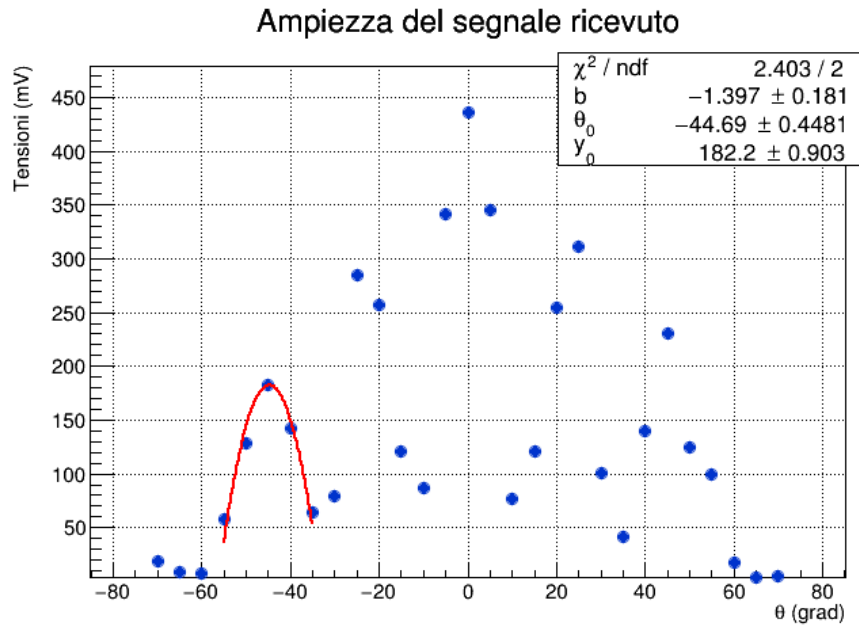


Figura 19: Stima massimo su θ_{2-}

$$\frac{\theta_{fit} - \theta_{asp}}{\sqrt{(\sigma_{\theta_{fit}}^2 + \sigma_{\theta_{asp}}^2)}} = 1.1$$

Tutti i t-test confermano la validità della relazione (2).

6 Interferometro di Fabry-Perot

L'obiettivo di questa parte di esperienza è studiare il comportamento della radiazione EM microonde quando attraverso una cavità di Fabry-Perot, e ricavare la lunghezza d'onda del segnale.

6.1 Svolgimento

Questa cavità è composta da due lastre semiriflettenti parallele tra loro, posizionate in maniera tale che il segnale entri perpendicolare a queste superfici. Si produce quindi interferenza fra i raggi trasmessi e riflessi all'interno della cavità che viene poi letta dal ricevitore. Facendo variare la distanza tra le lastre muovendo una delle due, tenendo il resto dell'apparato sperimentale fermo, registriamo l'intensità del segnale.

6.2 Raccolta dati e risultati

Riportiamo i dati raccolti in Appendice (10). Abbiamo così rilevato tre massimi di interferenza allargando la cavità di risonanza di Fabry-Perot. Per ottenere una migliore stima su questi massimi sono stati interpolati 5 punti dove ci aspettavamo il massimo. Di seguito mettiamo i risultati dei fit:

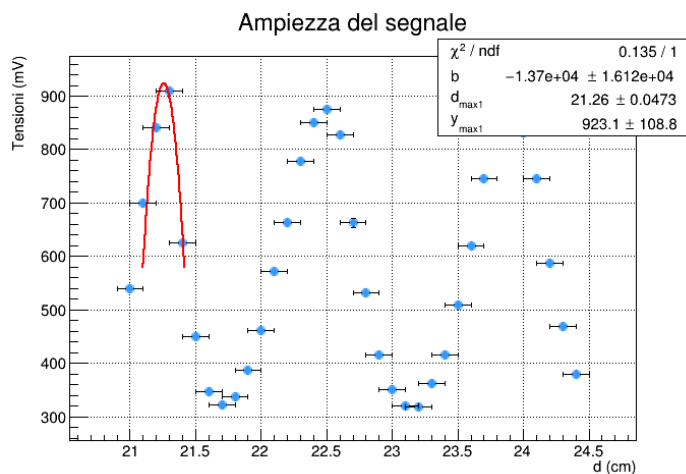


Figura 20: interpolazione sul primo massimo nell'esperimento di Fabry-Perot

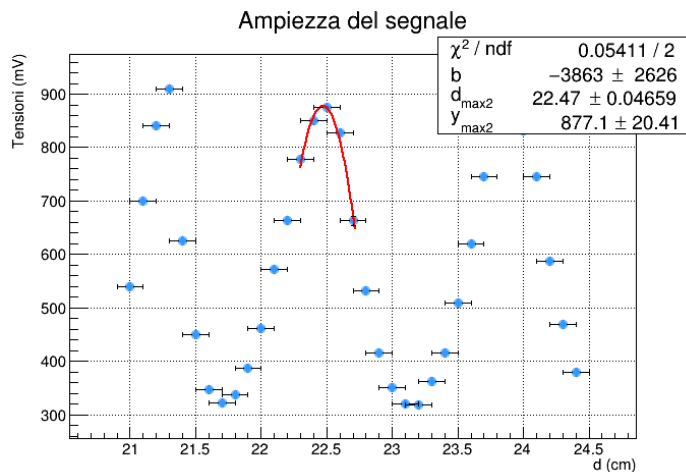


Figura 21: interpolazione sul secondo massimo nell'esperimento di Fabry-Perot

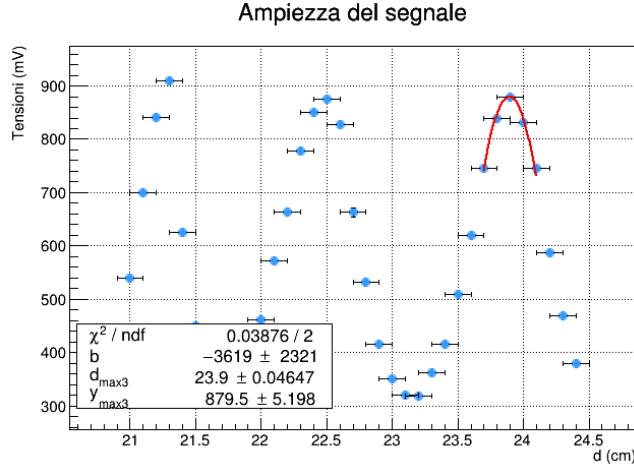


Figura 22: interpolazione sul terzo massimo nell'esperimento di Fabry-Perot

In tutti e tre i fit si riscontra un χ^2_{rid} molto piccolo e quindi a bassa probabilità di estrazione, tuttavia ci sembra coerente imputare questo risultato, in questa parte dell'esperienza soprattutto, agli importanti errori sull'asse delle ascisse. Il fit ci ha così restituito tre stime sulla distanza tra le pareti della cavità dove troviamo massima interferenza. Vale la relazione:

$$\Delta d = \frac{\Delta n}{2} \lambda$$

Dove Δd è la distanza tra due massimi, Δn è il numero di massimi che intercorrono nella distanza tra quest'ultimi. Possiamo quindi stimare la lunghezza d'onda considerando tutti e tre i massimi:

$$\lambda_{fit} = (2.63 \pm 0.06) \text{ cm}$$

Purtroppo, eseguendo un t-TEST con il valore aspettato per la lunghezza d'onda di 2.85 cm si riscontra un'incopatibilità della misura:

$$\frac{2.85 - \lambda_{fit}}{\sigma_{fit}} = 3.22$$

Osserviamo però che limitando la procedura per la stima della lunghezza d'onda sugli ultimi due massimi, otteniamo una nuova stima ottimale per un confronto con quella aspettata:

$$\lambda'_{fit} = (2.84 \pm 0.07) \text{ cm}$$

t-TEST :

$$\frac{2.85 - \lambda'_{fit}}{\sigma'_{fit}} = 0.06$$

È possibile in effetti che la presa dati sul primo massimo sia meno precisa e meno affidabile, visto che è stato preso un passo più lungo per campionare il comportamento dell'interferenza. In qualsiasi caso, queste stime su λ confermano ulteriormente i sospetti che nella prima parte le stime sulla lunghezza d'onda non siano attendibili.

7 Diffrazione di Bragg

L'ultima parte dell'esperienza ha come obiettivo lo studio della **Legge di Bragg**. È stato utilizzato un cubo di polistirolo riempito di sferette metalliche in modo ordinato e ad una distanza confrontabile con la lunghezza d'onda del fascio incidente, in modo tale da simulare la figura di diffrazione data dall'interazione tra raggi X ed elettroni di un reticolo cristallino.

7.1 Svolgimento

In riferimento alla Figura 8 della scheda di laboratorio si è scelto di studiare la diffrazione dal piano reticolare (1,0,0). Abbiamo lavorato in condizioni in cui valesse $\theta_i = \theta_r$ ruotando ogni volta il cubo di 1 e il ricevitore di 2.

La luce riflessa da due piani paralleli tra loro distanti d presenta una differenza di cammino ottico pari a $\delta = 2d \sin \theta$, quindi i massimi di segnale, corrispondenti a interferenza costruttiva, si osservano in corrispondenza di

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

dove $\lambda = 2.85 \text{ cm}$ è la lunghezza d'onda del fascio incidente e $d = (3.8 \pm 0.1) \text{ cm}$ è il passo del reticolo.

7.2 Raccolta dati e risultati

Per misurare il passo del reticolo del Cubo di Bragg abbiamo ricercato gli angoli che corrispondevano ad un'interferenza costruttiva tramite un'interpolazione parabolica. Come si vede in Figura (23) i dati seguono una forma molto irregolare e quindi è stato difficile individuare quali fossero le regioni da interpolare. Basandoci sui risultati attesi abbiamo ipotizzato che il primo massimo ($n = 1$) fosse intorno al valore $\theta_{1\text{atteso}} = 22.02$ e il secondo ($n = 2$) fosse intorno a $\theta_{2\text{atteso}} = 48.59$.

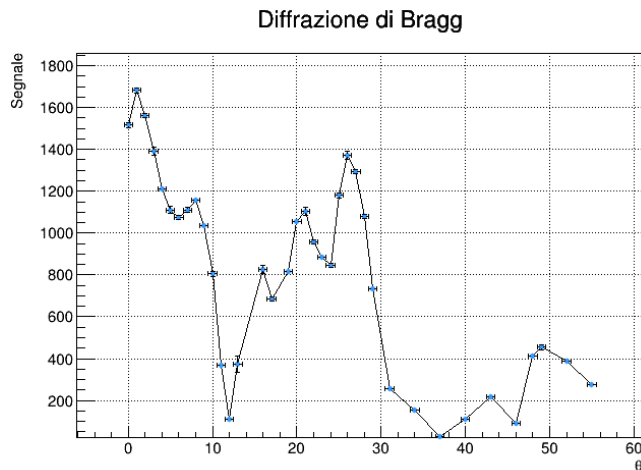


Figura 23: Presa dati per la presa dati della diffrazione alla Bragg

La funzione interpolante è sempre

$$y = a(\theta - \theta_0)^2 + y_0$$

con (θ_0, y_0) coordinate del vertice.

Il passo e il relativo errore si ottengono tramite le seguenti equazioni:

$$d = \frac{n\lambda}{2 \sin \theta}$$

$$\sigma_d = \frac{d}{\tan \theta} \sigma_\theta$$

Di seguito i risultati:

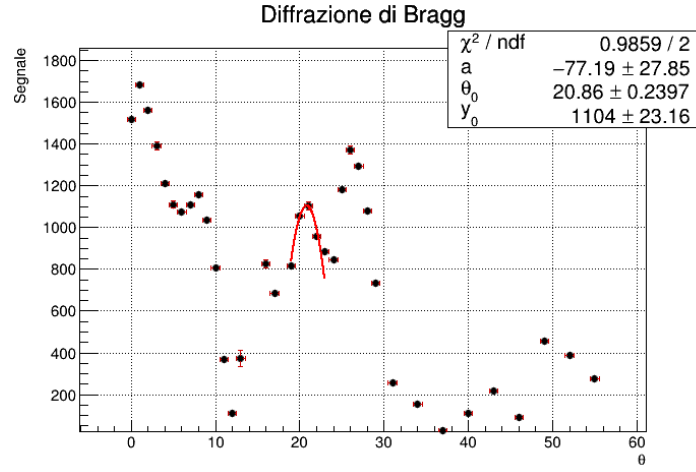


Figura 24: Massimo corrispondente a $n = 1$

Dai parametri del fit si ottiene:

$$d_1 = (4.00 \pm 0.04) \text{ cm}$$

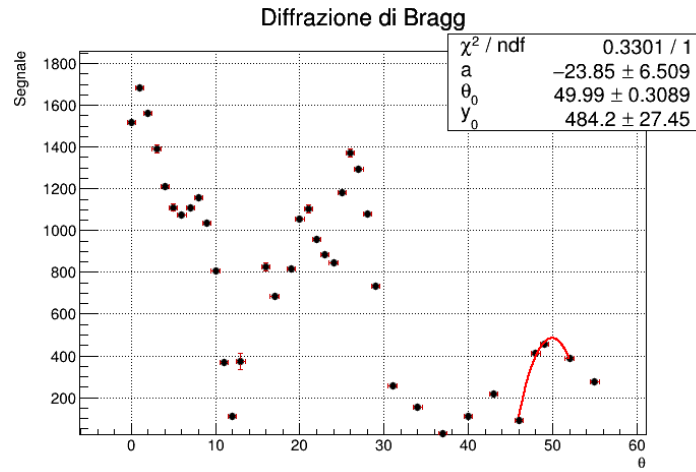


Figura 25: Massimo corrispondente a $n = 2$

$$d_2 = (3.72 \pm 0.14) \text{ cm}$$

Come migliore stima decidiamo allora di utilizzare la media (pesata) tra le due misure ottenute tramite i parametri dell'interpolazione. Le formule utilizzate si trovano in appendice.

$$d = (3.98 \pm 0.04) \text{ cm}$$

Il valore risulta statisticamente compatibile con quello atteso

$$\frac{3.98 - 3.8}{\sqrt{0.04^2 + 0.1^2}} = 1.62 < 2$$

8 Appendice

8.1 Formule media pesata

Siano x_1, x_2, \dots, x_N N valori con errori rispettivamente $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$, allora la loro media pesata è definita nel seguente modo:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{n=1}^N x/\sigma_i^2}{\sum_{n=1}^N 1/\sigma_i^2}$$

Mentre l'errore associato è

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{n=1}^N 1/\sigma_i^2}}$$

8.2 Tabelle

$\theta(grad)$	$V(mV)$	σ_{θ}	σ_V
-70	18.5	1	4.8
-65	9.15	1	4.05
-60	7.4	1	2.4
-55	57.95	1	5.45
-50	128.05	1	6.35
-45	182.1	1	8
-40	142.4	1	5.2
-35	63.85	1	1.05
-30	79.2	1	2.2
-25	284.5	1	3.8
-20	256.45	1	3.65
-15	120.7	1	2.8
-10	86.7	1	3.3
-5	341	1	6
0	436	1	7
5	345	1	5
10	77.3	1	1.9
15	121	1	1.1
20	255.1	1	3.6
25	311.1	1	2.4
30	100.5	1	3.9
35	41.9	1	2.2
40	139.4	1	2.1
45	229.95	1	2.95
50	124.95	1	2.85
55	98.95	1	1.55
60	17.3	1	1.6
65	3.7	1	0.8
70	4.4	1	1.2

Tabella 9: Prasa dati per l'interferometro di Young

$d(cm)$	$V(mV)$	σ_d	σ_V
21	540.5	0.1	4.5
21.1	699.5	0.1	2.5
21.2	841.5	0.1	2.5
21.3	910	0.1	5
21.4	625	0.1	4
21.5	450.5	0.1	2.5
21.6	347.5	0.1	4.5
21.7	323	0.1	3
21.8	338.5	0.1	2.5
21.9	387.5	0.1	3.5
22	461.5	0.1	6.5
22.1	572.5	0.1	6.5
22.2	663	0.1	4
22.3	778	0.1	3
22.4	850	0.1	4
22.5	874.5	0.1	3.5
22.6	828.5	0.1	3.5
22.7	663.5	0.1	8.5
22.8	533	0.1	4
22.9	416.5	0.1	4.5
23	351	0.1	3
23.1	320	0.1	2
23.2	319	0.1	4
23.3	361.5	0.1	1.5
23.4	415.5	0.1	4.5
23.5	509.5	0.1	4.5
23.6	619.5	0.1	3.5
23.7	745.5	0.1	4.5
23.8	840	0.1	3
23.9	879.5	0.1	4.5
24	830.5	0.1	4.5
24.1	745.5	0.1	4.5
24.2	587	0.1	5
24.3	469	0.1	4
24.4	379	0.1	3

Tabella 10: Raccolta dati per l'esperimento di Fabry-Perot