

Relazione Circuiti 3

Nicolò Raffaelli, Francesco Rossi, Alessndro Varsi

Aprile 2023

Abstract

In questa terza esperienza di laboratorio è stato possibile approfondire i circuiti RC ed RLC grazie alla caratterizzazione della risposta dei singoli elementi tramite la loro funzione di trasferimento. Si tratta di una funzione a valori complessi e di conseguenza è caratterizzata univocamente dal suo modulo e dalla sua fase:

$$H(\omega) = |H(\omega)|e^{i\phi(\omega)}$$

Il modulo è definito come il rapporto tra le ampiezze del segnale in uscita e quello in entrata, V_{out} e V_{in} , mentre ϕ rappresenta proprio lo sfasamento tra i due segnali, anch'esso in funzione della pulsazione ω . I circuiti e i rispettivi elementi vengono sollecitati in corrente alternata sinusoidale.

Indice

1	Parte prima: circuito RC	2
1.1	Obiettivo	2
1.2	Svolgimento e presa dati	2
1.3	Analisi Dati	3
1.3.1	Funzione di trasferimento per V_R	3
1.3.2	Funzione di trasferimento per V_C	5
2	Parte Seconda: RLC	6
2.1	Obiettivo	6
2.2	Svolgimento e presa dati	6
2.3	Analisi Dati	6
2.3.1	Funzione di trasferimento per V_C	6
2.3.2	Funzione di trasferimento per V_L	8
2.3.3	Funzione di trasferimento per V_R	9
3	Conclusioni	11
3.1	Filtri passivi	11
3.2	Interpolazione dei dati del circuito RLC	12
4	Appendice tabelle	13

1 Parte prima: circuito RC

1.1 Obiettivo

Misurare e determinare univocamente le funzioni di trasferimento della capacità e della resistenza di un circuito RC alimentato con corrente alternata.

1.2 Svolgimento e presa dati

Abbiamo costruito un circuito RC utilizzando una resistenza $R = (67.1 \pm 0.1) \text{ k}\Omega$ e un condensatore di $C = (47 \pm 1) \text{ nF}$; i valori sono stati misurati tramite il multimetro palmare in dotazione. Abbiamo deciso di lavorare con una resistenza così grande in modo tale da poter considerare trascurabili quella interna del generatore e delle sonde. A questo punto tramite il generatore di funzioni abbiamo generato un'onda sinusoidale di ampiezza $V_0 = 2 \text{ V}$.

La presa dati è stata svolta campionando 5 grandezze: frequenza dell'onda impulsata (variata da noi), caduta di tensione ai capi della resistenza, caduta di tensione ai capi del condensatore e le due relative differenze di fase rispetto alla tensione in entrata. In questo modo è possibile calcolare fase e modulo della funzione di trasferimento di ciascun elemento circuitale. Per misurare tutte e 5 le componenti è stato utilizzato un oscilloscopio con due sonde, opportunamente calibrate in precedenza. La prima sonda misura il voltaggio in entrata al circuito, mentre la seconda viene posta ai capi della resistenza e misura la caduta di potenziale ai suoi capi. Lo schema circuitale è il seguente:

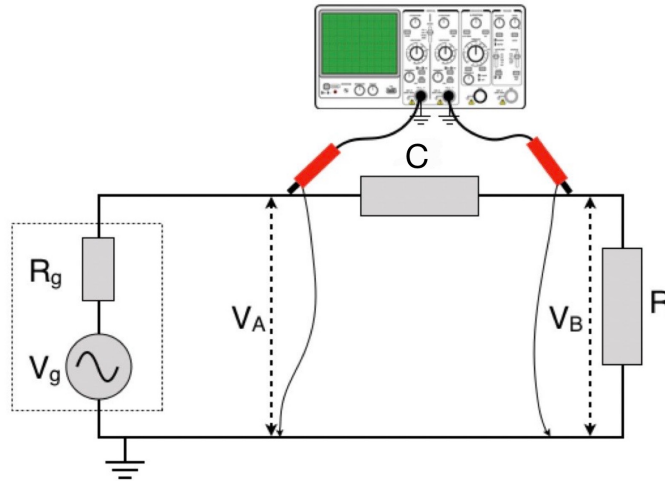


Figura 1: Schema circuitale per circuito RC.

Attraverso la funzione MATH dell'oscilloscopio siamo stati in grado di osservare la caduta di potenziale sul condensatore che veniva calcolata attraverso la formula $V_{A-B} = V_A - V_B$. Da questa abbiamo ottenuto i dati sul modulo e sulla fase della funzione di trasferimento relativa al condensatore.

Inoltre, l'oscilloscopio in dotazione permetteva di visualizzare a schermo il valore dello sfasamento angolare tra i segnali. Normalmente il procedimento per ricavare questo dato consiste nel misurare lo sfasamento temporale Δt al variare della frequenza utilizzando il cursore e poi convertirlo in sfasamento angolare tramite la seguente formula

$$\Delta\phi = 2\pi\Delta t$$

In laboratorio è stata verificata la coerenza dei due metodi tramite un test preliminare.

Durante tutta la durata dell'esperimento le tensioni e le fasi visualizzati sull'oscilloscopio risultavano oscillare leggermente all'interno di un intervallo di valori, per cui abbiamo scelto come dato da utilizzare per le interpolazioni il punto medio di questo intervallo, mentre come errore sulla misura la sua semiampiezza. Nei casi in cui quest'ultima risultasse minore della sensibilità dello strumento, l'errore è stato assegnato alla sensibilità. La presa dati è riassunta nella tabella in appendice (4).

1.3 Analisi Dati

Per tutte le prese dati di questa esperienza di laboratorio V_{in} e V_{out} sono misure sperimentali, per cui si è dovuto propagare l'errore sul loro rapporto.

$$|H(\omega)| = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

$$\sigma_{modulo}^2 = \frac{1}{V_{in}^4} (V_{in}^2 \sigma_{out}^2 + V_{out}^2 \sigma_{in}^2)$$

1.3.1 Funzione di trasferimento per V_R

La funzione di trasferimento utilizzata per interpolare in questo caso è stata

$$|H(\omega)| = \frac{V_R}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1/(\omega^2(RC)^2)}}$$

Poichè i valori di R e C compaiono moltiplicati tra loro nella funzione con cui si effettua il fit, l'interpolazione dei dati è stata fatta scegliendo come parametro libero la quantità $\kappa = \tau^2 = (RC)^2$. Per non avere a che fare con valori troppo piccoli, è stato applicato un fattore moltiplicativo di 10^{-5} alla funzione interpolante. Il valore vero del parametro libero si trova quindi dividendo per 10^5 .

Per essere in grado di verificare la compatibilità tra il parametro ottenuto dal fit e il valore misurato da noi tramite il multimetro è stato necessario calcolare l'errore sul valore atteso:

$$\sigma_{att} = 2RC\sqrt{C^2\sigma_R^2 + R^2\sigma_C^2} = 4.23 \times 10^{-7} \Omega^2 \cdot F^2$$

Quindi

$$\kappa_{att} = (RC)_{att}^2 = (9.9 \pm 0.4) \times 10^{-6} \Omega^2 \cdot F^2$$

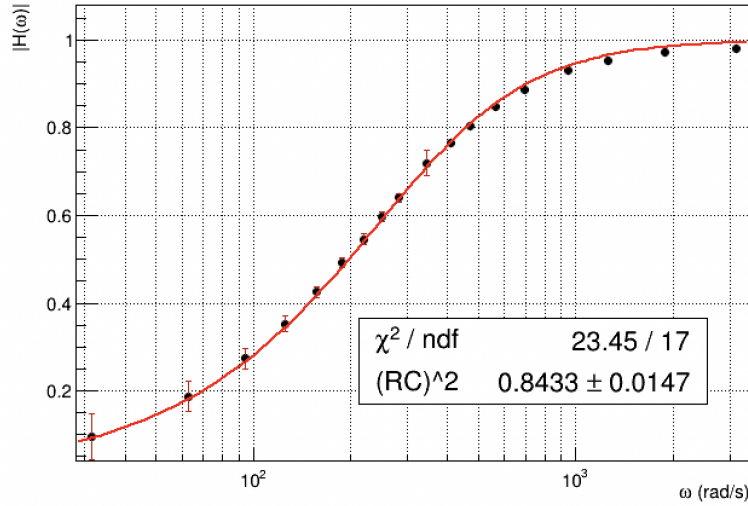


Figura 2: Modulo della funzione di trasferimento per V_R in funzione della pulsazione.

Il χ^2 mostra un discreto adattamento del modello ai dati. Il fit ha restituito:

$$\kappa_{fit} = (RC)_{fit}^2 = (8.43 \pm 0.01) \times 10^{-6} \Omega^2 \cdot F^2$$

Ne confrontiamo la compatibilità con il valore misurato da noi attraverso il t-test. Il t-test:

$$\frac{\kappa_{att} - \kappa_{fit}}{\sqrt{\sigma_{att}^2 + \sigma_{fit}^2}} = 3.67$$

L'interpolazione tramite *ROOT* non ha fornito un valore compatibile con quello misurato da noi. Questo problema può essere dovuto ad una sottostima delle incertezze che potrebbe aver generato problemi nel fit. Risulta poco probabile che la causa sia una scorretta procedura sperimentale perché i parametri ricavati dal fit della fase risultano compatibili con quelli attesi.

I dati relativi alla fase della funzione di trasferimento vengono interpolati con la funzione

$$\phi(\omega) = -\arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right)$$

Si è scelto come parametro libero $\tau = RC$, che ha come valore atteso:

$$\tau_{att} = (3.15 \pm 0.07) \times 10^{-3} \Omega \cdot F$$

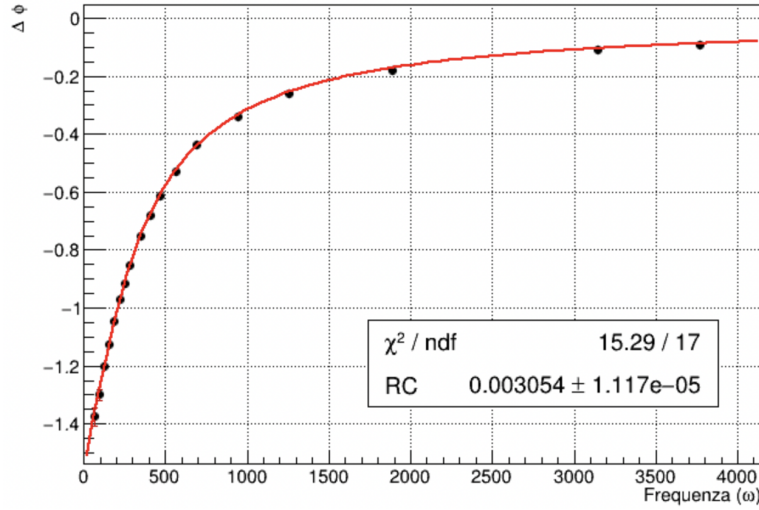


Figura 3: Fase della funzione di trasferimento per V_R in funzione della pulsazione.

Il test del χ^2 mostra un perfetto adattamento del modello ai dati. Questa volta il t-TEST dà risultato positivo, se si sceglie come threshold il valore 2.

$$\frac{\tau_{att} - \tau_{fit}}{\sqrt{\sigma_{fit}^2 + \sigma_{att}^2}} = 1.41$$

1.3.2 Funzione di trasferimento per V_C

Il modulo della funzione di trasferimento relativa al condensatore è stato interpolato con

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2(RC)^2}}$$

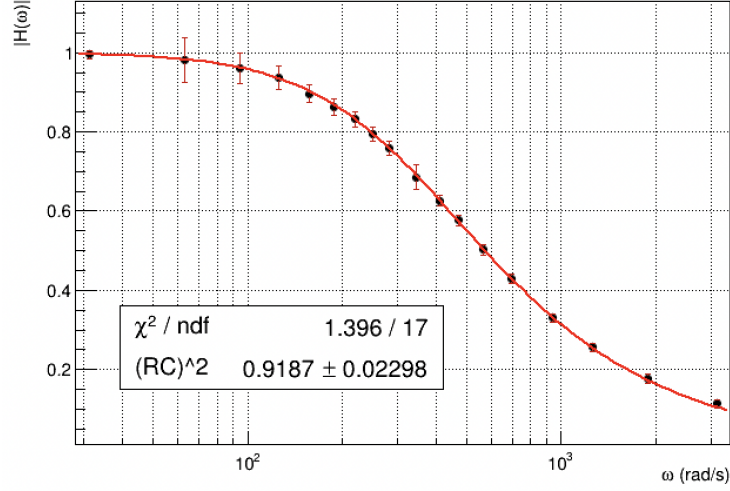


Figura 4: Modulo della funzione di trasferimento per V_C in funzione della pulsazione.

Il valore del χ^2_{rid} risulta essere molto piccolo e quindi con bassa probabilità di estrazione, tuttavia gli errori sono stati calcolati tramite la propagazione corretta. Vediamo allora di confrontare il valore di $\kappa_{fit} = (9.2 \pm 0.2) \times 10^{-6} \Omega^2 \cdot F^2$ con quello atteso.

$$\frac{\kappa_{att} - \kappa_{fit}}{\sqrt{\sigma_{att}^2 + \sigma_{fit}^2}} = 1.56$$

Risulta accettabile. La fase è stata fittata con

$$\phi(\omega) = -\arctan(\omega RC)$$

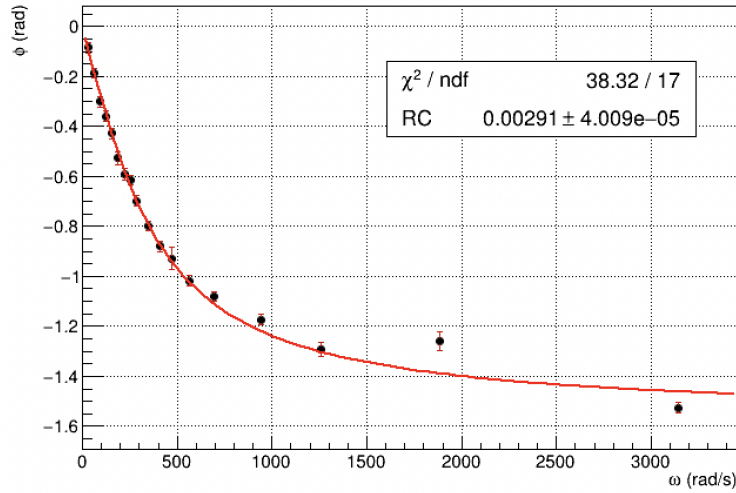


Figura 5: Fase della funzione di trasferimento per V_C in funzione della pulsazione.

In questo caso è evidente la presenza di errori sperimentali durante la raccolta dati per gli ultimi due punti.

2 Parte Seconda: RLC

2.1 Obiettivo

Misurare e calcolare le **funzioni di trasferimento** dei singoli elementi circuitali e come ognuno di questi abbia una funzione propria che permetta di osservare quali frequenze possono passare.

2.2 Svolgimento e presa dati

Il circuito RLC è stato costruito inizialmente con la stessa resistenza e la stessa capacità utilizzate nella parte precedente e con un'induttanza sconosciuta. Provando a osservare i valori delle tensioni facendo variare la frequenza dai pochi Hz ai MHz ci accorgiamo che nessuno degli elementi circuitali presenta la caduta di potenziale e la relativa funzione di trasferimento attesa. Proviamo dunque a cambiare la resistenza passando da una di $67k\Omega$ a una di $(2.666 \pm 0.001) k\Omega$ e facendo la stessa operazione notiamo ora che i valori delle tensioni in uscita rispecchiano, almeno qualitativamente gli andamenti previsti.

In questa presa dati, a frequenza ν fissata, abbiamo campionato tre grandezze differenti: tensione in entrata, caduta di tensione sull'elemento circuitale in considerazione, e differenza di fase del segnale rispetto a quello in entrata.

Dato che la funzione di trasferimento rimaneva invariata cambiando l'ordine degli elementi circuitali (ovviamente giustapponendo le sonde), per ognuna delle tre prese dati l'elemento su cui eravamo concentrati è stato posto per primo dopo il generatore. Le tre prese dati sono riportate in appendice: sonda ai capi del condensatore (4), sonda ai capi dell'induttanza(4) e sonda ai capi del resistore (4).

2.3 Analisi Dati

Nell'analisi dati relativa al circuito RLC in serie è stato riscontrato un grande problema: l'errore sul calcolo dei parametri liberi è spesso risultato dello stesso ordine del parametro, se non addirittura maggiore, e quindi i t-TEST sulla compatibilità hanno sempre dato esito positivo. Ovviamente in questo caso non abbiamo ritenuto possibile concludere la compatibilità con i valori attesi, per cui ci siamo affidati solo ad una verifica della bontà di adattamento del modello ai dati. In alcuni casi abbiamo comunque riportato il t-TEST a titolo illustrativo.

2.3.1 Funzione di trasferimento per V_C

Per quanto riguarda il modulo, i dati raccolti sono stati interpolati con la funzione:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

I parametri liberi sono R, L e C, e saranno gli stessi anche per i futuri fit.

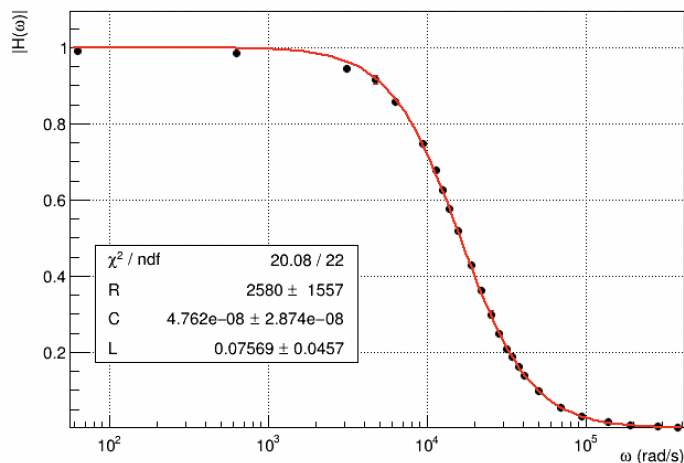


Figura 6: Modulo della funzione di trasferimento per V_C in funzione della pulsazione.

L'ottimale $\chi^2_{rid} = 0.913$ verifica la validità del modello. Di seguito i test di compatibilità dei parametri restituiti dal fit per completare il discorso fatto sopra. Per la resistenza:

$$\frac{|R_{att} - R_{fit}|}{\sqrt{\sigma_{att}^2 + \sigma_{fit}^2}} = 0.055$$

Per la capacità:

$$\frac{|C_{att} - C_{fit}|}{\sqrt{\sigma_{att}^2 + \sigma_{fit}^2}} = 0.014$$

In questo caso l'esito positivo del t-TEST sembra non essere una coincidenza dovuta all'alto errore, infatti è possibile osservare che i valori restituiti dal fit per R e C si discostano di poco da quelli attesi anche in senso assoluto:

$$\frac{R_{att} - R_{fit}}{R_{att}} = 3.00\%$$

$$\frac{C_{att} - C_{fit}}{C_{att}} = 1.32\%$$

Essendo così verificata l'alta compatibilità sia del modello ai dati e che dei parametri liberi di cui conosciamo il valore vero, abbiamo ritenuto ragionevole prendere il valore dell'induttanza restituito dal fit.

$$L = (75 \pm 45) \text{ mH}$$

A causa dell'alto errore non possiamo attribuire valore statistico a questo risultato e quindi in seguito non verrà utilizzato come confronto.

La fase della funzione di trasferimento è stata fittata con

$$\phi(\omega) = \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R}\right)$$

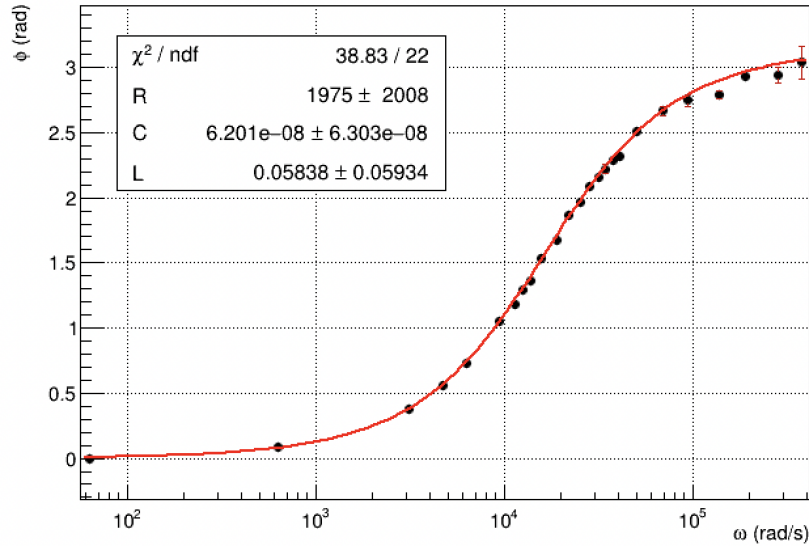


Figura 7: Fase della funzione di trasferimento per V_C in funzione della pulsazione.

Alcuni dati presi a frequenze alte sembrano discostarsi dal modello e causano un aumento del χ^2 . Potrebbero essere dovuti ad errori sperimentali o a presenza di rumore di fondo.

2.3.2 Funzione di trasferimento per V_L

I dati relativi al modulo della funzione di trasferimento sono stati interpolati con la funzione

$$|H(\omega)| = \frac{\omega L}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

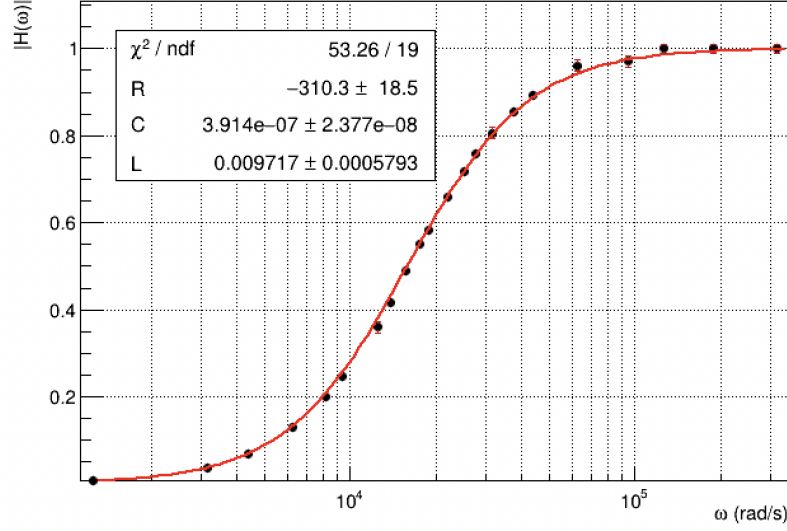


Figura 8: Modulo della funzione di trasferimento per V_L in funzione della pulsazione.

Il $\chi^2_{rid} = 2.8$ sembrerebbe mostrare un fit non ottimale, tuttavia è abbastanza evidente la validità del modello, quindi abbiamo imputato questo valore ad una sottostima degli errori o ad una sbagliata lettura dei dati da parte nostra.

La fase viene interpolata con la funzione

$$\phi(\omega) = -\frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R}\right)$$

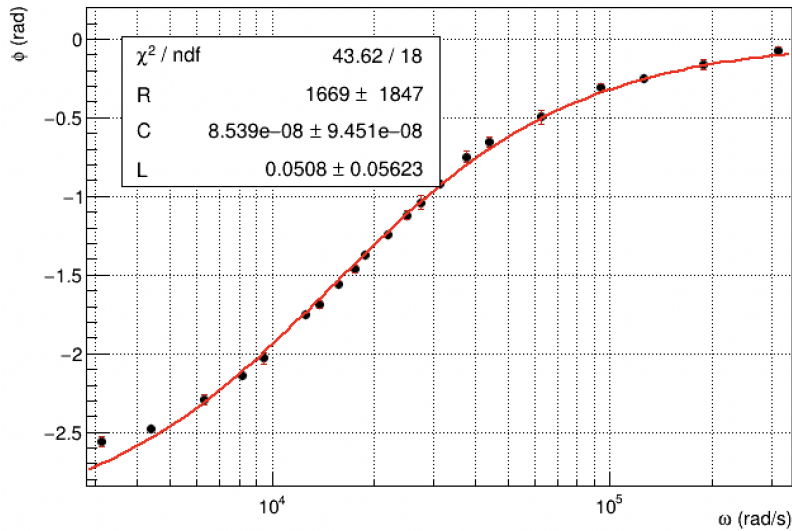


Figura 9: Fase della funzione di trasferimento per V_L in funzione della pulsazione.

Anche per la fase il test del χ^2 suggerisce un cattivo adattamento del modello e le motivazioni da noi ipotizzate sono le stesse relative al modulo della funzione di trasferimento. Sembra infatti che i punti che più si discostano dal modello (anche nel caso del modulo) siano quelli a frequenze molto alte e a frequenze basse.

2.3.3 Funzione di trasferimento per V_R

Abbiamo effettuato il fit con la funzione

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{R^2} \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

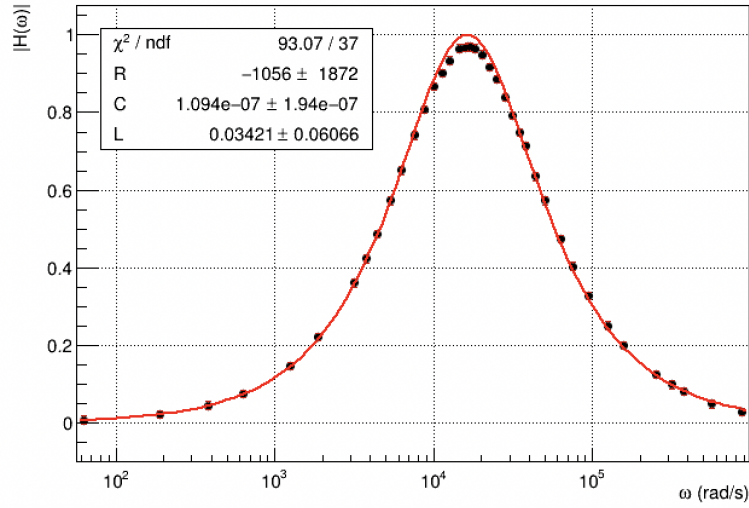


Figura 10: Modulo della funzione $H_R(\omega)$ per circuito RLC in serie.

Le misure sembrano adattarsi bene alla curva scelta per interpolare ovunque tranne che in prossimità del picco, che corrisponde alla frequenza di risonanza. In effetti, durante la presa dati non siamo mai stati in grado di rilevare la condizione $V_{in} = V_{out}$ e abbiamo ipotizzato che il comportamento puramente resistivo del circuito RLC potrebbe verificarsi solo in condizioni ideali e che quindi non potesse essere registrato misurando la tensione ai capi della resistenza inserita da noi, a causa della presenza di altre resistenze lungo il circuito, come per esempio quella interna dell'induttanza o quella delle sonde.

Per quanto riguarda la fase invece, la funzione interpolante è:

$$\phi(\omega) = \arctan \left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \right)$$

Di seguito si riporta il risultato

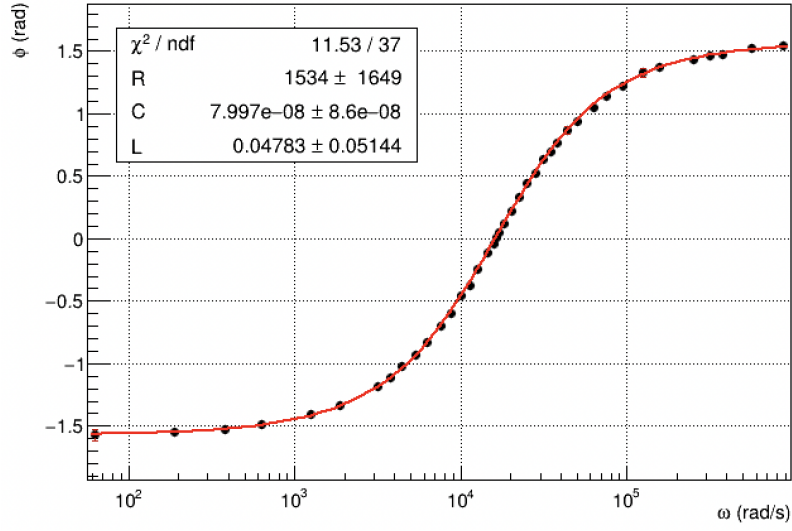


Figura 11: Sfasamento $V_g \rightarrow V_R$ per circuito RLC in serie.

Il $\chi^2_{rid} = 0.312$ mostra un perfetto adattamento del modello previsto ai dati raccolti. Mettendo a confronto i due grafici si osserva che la condizione di risonanza si ottiene in corrispondenza della frequenza alla quale V_R e V_g sono in fase, che corrisponde ad un comportamento puramente resistivo del circuito.

3 Conclusioni

3.1 Filtri passivi

Tramite l'analisi dati di questa esperienza è stato possibile verificare che la risposta dei singoli elementi circuitali rispettasse la rispettiva funzione di trasferimento, ricavata tramite le Leggi di Kirchoff.

In particolare, abbiamo mostrato che il circuito RC in serie può essere utilizzato come filtro delle frequenze. Infatti, prelevando il segnale in uscita ai capi della resistenza (V_R) si è verificato che è possibile far passare segnali ad alta frequenza e bloccare segnali a bassa frequenza. Si parla in questo caso di filtro **passa-alto**. La frequenza di transizione che indica quale range può passare e quale viene bloccato si chiama *frequenza di taglio* e per il ricuito RC è definita nel seguente modo:

$$\omega_t = \frac{1}{RC}$$

Allo stesso modo, quando l'output viene misurato ai capi del condensatore si ottiene un filtro **passa-basso**. Di seguito è riportato il grafico della funzione di trasferimento relativo al condensatore, con l'aggiunta di un'indicazione sulla frequenza di taglio, in modo tale che sia chiaro il passaggio delle frequenze basse.

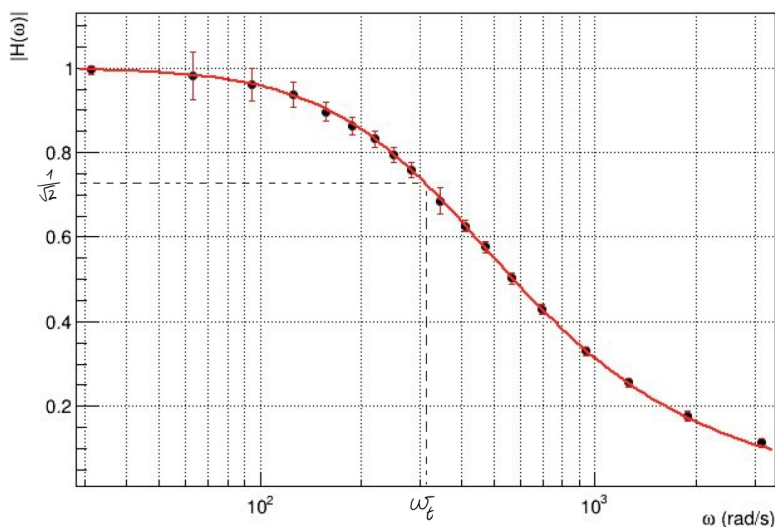


Figura 12: Filtro passa-basso.

Tramite lo studio del circuito RLC è stato possibile costruire un filtro **passa-banda** che permette il passaggio di frequenze all'interno di un intervallo (ω_1, ω_2). Infatti, la caduta di tensione ai capi della resistenza è rappresentata matematicamente da una curva di risonanza con frequenza di risonanza

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Per dare un'indicazione quantitativa sull'intervallo di frequenze che passano è possibile procedere nel seguente modo: la potenza massima dissipata dalla resistenza corrisponde a $|H_R(\omega)| = 1$ e quindi alla frequenza di risonanza ω_0 . Quindi, dato che la potenza dipende dal quadrato della tensione, la metà corrisponde a $|H_R(\omega)| = 1/\sqrt{2}$, che si ottiene in corrispondenza di

$$\omega_1 = -\gamma + \sqrt{\gamma^2 + \frac{1}{\omega_0^2}}$$

$$\omega_2 = \gamma + \sqrt{\gamma^2 + \frac{1}{\omega_0^2}}$$

Con $\gamma = \frac{R}{2L}$. La larghezza della banda è quindi

$$bandwidth = B = \omega_2 - \omega_1 = 2\gamma$$

Alternativamente, è possibile calcolare la larghezza della curva a metà altezza (*Full Width at Half Maximum*), risolvendo l'equazione $|H_R(\omega)| = 1/2$. In tal caso si ottiene

$$FWHM = 2\sqrt{3}\gamma$$

Di seguito un grafico esplicativo

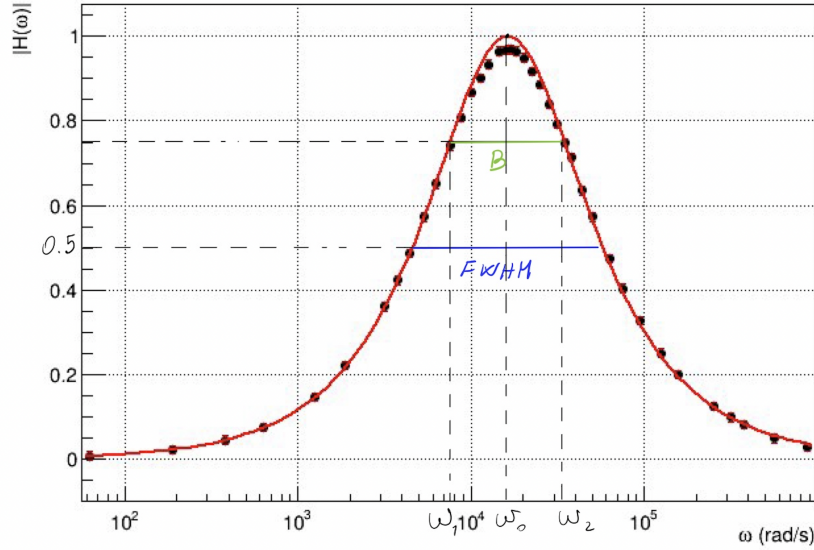


Figura 13: Filtro passa-banda.

3.2 Interpolazione dei dati del circuito RLC

Come già accennato all'inizio dell'analisi dati relativa al circuito RLC, i parametri restituiti dall'interpolazione di *ROOT* sono risultati molto lontani da quelli attesi e con un errore esageratamente grande. Una possibile causa potrebbe essere che sia modulo che fase delle funzioni di trasferimento possono essere riscritte riducendo il numero di parametri liberi e osservando che la resistenza R in realtà compare solo moltiplicata/divisa. Per esempio:

$$|H_C(\omega)| = \frac{1}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} = \frac{1}{\omega RC \sqrt{1 + (\omega \frac{L}{R} - \frac{1}{\omega RC})^2}}$$

Scrivendo in questo modo la funzione si apre la possibilità di scegliere come parametri liberi

$$p_0 = \frac{L}{R}$$

$$p_1 = \frac{1}{RC}$$

Il problema è che utilizzando questo metodo non siamo stati in grado di far convergere il fit in nessun modo, neanche suggerendo a *ROOT* i parametri iniziali tramite il metodo *SetParameter* scegliendo come induttanza un valore tipico di $L = 75 \text{ mH}$ (nonché quello fornitoci dal primo fit) e come capacità e resistenza i valori misurati da noi. Abbiamo allora deciso di abbandonare questa strada.

4 Appendice tabelle

$\nu[Hz]$	$V_a[V]$	σ_{V_a}	$V_b[V]$	σ_{V_b}	$V_{a-b}[V]$	$\sigma_{V_{a-b}}$	$\Delta\phi'[deg]$	$\sigma_{\phi'}$	$\Delta\phi''[deg]$	$\sigma_{\phi''}$
5	2.03	0.01	0.195	0.001	2.02	0.01	-88.16	0.83	-4.898	0.29
10	2.03	0.01	0.38	0.004	1.99	0.01	-78.815	1.785	-10.665	0.585
15	2.03	0.01	0.556	0.004	1.95	0.01	-74.46	1.08	-17.285	0.455
20	2.03	0.01	0.716	0.004	1.9	0.01	-68.83	0.29	-20.575	1.025
25	2.03	0.01	0.864	0.001	1.82	0.01	-64.44	0.49	-24.545	0.525
30	2.03	0.01	1	0.001	1.75	0.01	-59.91	0.37	-30.245	1.365
35	2.03	0.01	1.108	0.004	1.69	0.01	-55.66	0.23	-33.98	1.33
40	2.03	0.01	1.212	0.004	1.61	0.01	-52.46	0.61	-35.255	0.275
45	2.03	0.01	1.3	0.004	1.54	0.01	-48.93	0.5	-39.96	1.16
55	2.03	0.01	1.46	0.02	1.39	0.01	-43.055	0.355	-45.77	0.54
65	2.03	0.01	1.552	0.001	1.27	0.01	-39.05	0.24	-50.41	0.85
75	2.03	0.01	1.632	0.001	1.17	0.01	-35.22	0.26	-53.17	2.64
90	2.03	0.01	1.724	0.004	1.02	0.01	-30.32	0.28	-58.29	0.54
110	2.03	0.01	1.8	0.001	0.87	0.01	-25.01	0.34	-61.865	0.815
150	2.03	0.01	1.888	0.001	0.67	0.01	-19.375	0.525	-67.21	0.56
200	2.03	0.01	1.932	0.004	0.52	0.01	-14.97	0.6	-74.05	1.52
300	2.03	0.01	1.972	0.004	0.36	0.01	-10.37	0.44	-72.155	2.085
500	2.03	0.01	1.992	0.001	0.23	0.01	-6.33	0.63	-87.41	1.1

Tabella 1: Presa dati circuito RC

$\nu[Hz]$	$V_a[V]$	σ_{V_a}	$V_b[V]$	σ_{V_b}	$\Delta\phi[deg]$	σ_ϕ
10	2.02	0.01	2	0.01	0	0.144
100	2.03	0.01	2	0.01	4.91	0.35
500	2.03	0.01	1.92	0.01	21.42	0.54
750	2.03	0.01	1.86	0.02	32.275	1.345
1000	2.03	0.01	1.74	0.01	41.855	0.495
1500	2.01	0.01	1.5	0.01	59.955	0.755
1800	2.01	0.01	1.36	0.01	67.85	1.46
2000	2.01	0.01	1.26	0.01	74.03	0.97
2200	2.01	0.01	1.16	0.01	78.005	1.045
2500	2.01	0.01	1.04	0.01	87.84	0.72
3000	2.01	0.01	0.86	0.01	95.745	1.435
3500	2.01	0.01	0.73	0.01	106.95	1.15
4000	2.01	0.01	0.6	0.02	112.85	0.95
4500	2.01	0.01	0.5	0.01	119.55	0.75
5000	2.01	0.01	0.416	0.016	123.8	0.6
5500	2.01	0.01	0.376	0.01	127.3	1.9
6000	2.01	0.01	0.324	0.01	131.3	1.4
6500	2.05	0.01	0.284	0.01	132.95	1.25
8000	2.05	0.01	0.2	0.01	144	1.4
11000	2.05	0.01	0.114	0.01	152.7	1.9
15000	2.08	0.01	0.066	0.01	157.5	2.6
22000	2.08	0.01	0.035	0.01	159.9	2
30000	10.32	0.01	0.081	0.01	168	1.4
45000	10.32	0.01	0.0405	0.01	168.4	3.5
60000	10.3	0.1	0.025	0.01	174.05	7.05

Tabella 2: Presa dati sul condensatore nel circuito RLC

$\nu[Hz]$	$V_a[V]$	σ_{V_a}	$V_b[V]$	σ_{V_b}	$\Delta\phi[deg]$	σ_ϕ
200	10.6	0.2	0.078	0.002	-143.55	2.75
500	10.6	0.2	0.388	0.004	-146.55	1.85
700	10.6	0.2	0.72	0	-142	1.3
1000	10.6	0.2	1.38	0.02	-131.25	1.85
1300	10.6	0.2	2.12	0	-122.6	1.1
1500	10.6	0.2	2.62	0.02	-116.3	1.9
2000	10.6	0.2	3.81	0.11	-100.6	0.9
2200	10.6	0.2	4.4	0	-96.515	1.445
2500	10.3	0.1	5.04	0	-89.255	0.985
2800	10.3	0.1	5.68	0	-83.54	1.4
3000	10.3	0.1	6	0	-78.7	1.19
3500	10.3	0.1	6.8	0	-71.34	1.26
4000	10.3	0.1	7.4	0	-64.135	1.455
4400	10.3	0.1	7.8	0	-59.63	2.59
5000	10.3	0.1	8.3	0.1	-52.93	1.07
6000	10.3	0.1	8.8	0	-42.85	2.15
7000	10.3	0.1	9.2	0	-37.31	1.88
10000	10.3	0.1	9.9	0.1	-28.335	2.525
15000	10.4	0.1	10.1	0.1	-17.78	1.62
20000	10.4	0.1	10.4	0	-14.17	1.23
30000	10.4	0.1	10.4	0	-9.385	1.815
50000	10.4	0.1	10.4	0	-4.315	1.435

Tabella 3: Presa dati sull'induttanza nel circuito RLC

$\nu[Hz]$	$V_a[V]$	σ_{V_a}	$V_b[V]$	σ_{V_b}	$\Delta\phi[deg]$	σ_ϕ
10	10.2	0.1	0.083	0.01	-89.935	2.655
30	10.2	0.1	0.235	0.01	-88.445	1.555
60	10.2	0.1	0.462	0.01	-87.205	1.005
100	10.2	0.1	0.768	0.01	-85.245	0.715
200	10.2	0.1	1.51	0.01	-80.795	1.565
300	10.2	0.1	2.26	0.01	-76.475	0.975
500	10.2	0.1	3.68	0.01	-67.835	1.015
600	10.2	0.1	4.32	0.01	-63.98	1.11
700	10.2	0.1	4.96	0.01	-58.665	1.665
850	10.2	0.1	5.84	0.01	-53.29	0.99
1000	10.2	0.1	6.64	0.01	-47.575	1.325
1200	10.2	0.1	7.56	0.04	-39.805	0.695
1400	10.2	0.1	8.24	0.01	-34.005	1.065
1600	10.2	0.1	8.84	0.04	-26.24	0.99
1800	10.2	0.1	9.2	0.01	-21.53	0.84
2000	10.2	0.1	9.52	0.01	-14.13	0.87
2300	10.2	0.1	9.84	0.01	-6.5	0.55
2500	10.2	0.1	9.86	0.02	-2.395	0.725
2600	10.2	0.1	9.88	0.01	0.5	0.75
2700	10.2	0.1	9.88	0.01	2.585	0.775
2900	10.2	0.1	9.84	0.01	7.17	0.9
3200	10.2	0.1	9.68	0.01	12.675	0.675
3600	10.2	0.1	9.36	0.01	19.185	0.465
4000	10.2	0.1	9.04	0.01	25.365	0.565
4500	10.2	0.1	8.56	0.01	30.075	1.275
5000	10.2	0.1	8.08	0.01	36.21	1.13
5500	10.2	0.1	7.64	0.04	39.755	0.945
6000	10.2	0.1	7.28	0.01	43.81	1.12
7000	10.2	0.1	6.48	0.01	49.535	1.745
8000	10.2	0.1	5.84	0.01	54.035	0.965
10000	10.2	0.1	4.84	0.04	60.32	1.28
12000	10.2	0.1	4.12	0.04	65.19	1.73
15000	10.2	0.1	3.348	0.012	70.035	1.445
20000	10.2	0.1	2.56	0.01	76.145	1.975
25000	10.2	0.1	2.04	0.01	78.675	1.125
40000	10.2	0.1	1.28	0.01	82.33	1.05
50000	10.2	0.1	1.01	0.01	84.065	1.265
60000	10.2	0.1	0.84	0.01	84.755	1.405
90000	10.2	0.1	0.506	0.01	87.265	0.915
140000	10.2	0.1	0.286	0.046	88.785	0.805

Tabella 4: Presa dati sul resistore nel circuito RLC