

## ЗМІСТ

Вступ . . . . .	3
1 Задача про максимальний потік . . . . .	4
1.1 Постановка задачі . . . . .	4
1.2 Метод Форда-Фалкерсона . . . . .	5
2 Задача про максимальний потік мінімальної вартості . . . . .	7
2.1 Постановка задачі . . . . .	7
2.2 Алгоритм Баскера-Гоуєна . . . . .	7
2.3 Програмна реалізація . . . . .	7
3 Приклади . . . . .	10
4 Висновки . . . . .	16
Список використаної літератури . . . . .	17
Додаток А . . . . .	18
Додаток Б . . . . .	20

## ВСТУП

Орієнтовану мережу можна інтерпретувати як деяку транспортну мережу і використовувати її для вирішення задач про потоки речовин в системі трубопроводів. Уявімо, що деякий продукт передається по системі від джерела, де даний продукт виробляється, до стоку, де він споживається. Джерело виробляє продукт з деякою максимальною швидкістю, а стік з тією ж швидкістю споживає продукт. Потоком продукту в будь-якій точці системи є швидкість руху продукту. За допомогою транспортних мереж можна моделювати течію рідин по трубопроводах, рух деталей на складальних лініях, передачу струму по електричним мережам, інформації - в інформаційних мереж і т. д. Кожне орієнтоване ребро мережі можна розглядати як канал, по якому рухається продукт. Кожен канал має задану пропускну здатність, яка характеризує максимальну швидкість переміщення продукту по каналу. Вершини є точками перетину каналів. Через вершини, відмінні від джерела і стоку, продукт проходить не накопичуючись.

У задачі про максимальний потік ми хочемо знайти максимальну швидкість пересилання продукту від джерела до стоку, при якій не будуть порушуватися обмеження пропускну здатності. Ця проблема була поставлена Т.Є. Харрісом навесні 1955 року, який разом з відставним генералом Ф.С. Россом запропонував спрощену модель залізничного транспортного потоку і висунув саме цю спеціальну задачу як центральну, підказаною цією моделлю. Незабаром після цього був висловлений в якості гіпотези, а потім і встановлений головний результат - теорема «Про максимальний потік і мінімальний розріз».

У даній роботі розглядається узагальнений метод Форда-Фалкерсона для транспортної мережі з обмеженою пропускну здатністю дуг а також з ціною за транспортування одиниці продукту через мережу. В якості алгоритму побудови рішення був обраний алгоритм Баскера-Гоуена.

# 1 Задача про максимальний потік

## 1.1 Постановка задачі

Орієнтованої мережею називається граф  $G = [V, E]$ , який складається із сукупності  $V$  елементів  $x, y, \dots$  разом з множиною  $E$  деяких впорядкованих пар  $(x, y)$  елементів, взятих з  $V$ .

Вузли - елементи множини  $V$ .

Дуги - елементи множини  $E$ . Можливість дуги  $(x, x)$  вилучається.

Поставимо кожній дузі  $(x, y)$  у відповідність деяке число  $c(x, y)$ , яке називається пропускною здатністю дуги. Пропускна здатність показує яка кількість речовини може пройти по цій дузі в одиницю часу.

Потоком (flow) в мережі є дійсна функція  $f : V \times V \rightarrow R$  задовольняє трьома умовам:

а) обмеження пропускної здатності

$$\forall u, v \in V f(u, v) \leq c(u, v)$$

Потік з однієї вершини в іншу не повинен перевищувати задану пропускну здатність.

б) антисиметричність

$$f(u, v) = -f(v, u) \forall u, v \in V$$

Потік з вершини  $u$  в вершину  $v$  протилежний потоку у зворотному напрямку.

в) збереження потоку

$$\forall u \in V / s, t \sum_{v \in V} f(u, v) = 0$$

Сумарний потік, що виходить з вершини, що не є джерелом або стоком дорівнює нулю. Величина потоку визначається як сумарний потік, що виходить з джерела.

$$|f| = \sum_{v \in V} f(s, v)$$

Будемо називати  $s$  джерелом  $t$  стоком, а інші вузли - проміжними.

Задача про максимальний потік (maximum flow problem) полягає в знаходженні потоку максимальної величини. Математично постановка ви-

глядає так:

$$\begin{aligned} \max \quad & v = f(s, V) \\ f(x, V) - f(V, X) &= 0, \quad x \neq s, t, \\ 0 \leq f(x, y) &\leq c(x, y), \quad (x, y) \in E, \end{aligned}$$

## 1.2 Метод Форда-Фалкерсона

Метод Форда-Фалкерсона базується на трьох важливих концепціях. Це залишкові мережі, що збільшують шляхи і розрізи. Метод є ітеративним. Спочатку значення потоку встановлюється нуль.  $f(u, v) = 0 \forall u, v \in V$ . На кожній ітерації величина потоку збільшується за допомогою пошуку збільшуючого шляху (деякого шляху від джерела до стоку вздовж якого можна відправити більший потік) і подальшого збільшення потоку. Цей процес повторюється до тих пір, поки вже неможливо відшукати збільшуваного шляху.

Залишкові мережі

Нехай задана транспортна мережа  $G(V, E)$  з джерелом  $s$  і стоком  $t$ . Нехай  $f$  деякий потік в  $G$ . Розглянемо пару вершин  $u, v \in V$ . Величина додаткового потоку, який ми можемо направити з  $u$  в  $v$ , щоб не перевищити пропускну здатність  $c(u, v)$  є залишковою пропускну здатністю ребра  $(u, v)$  і задається формулою:

$$c_f(u, v) = c(u, v) - f(u, v)$$

Для транспортної  $G(V, E)$  мережі і потоку  $f$  залишковою мережею в  $G$ , породженою потоком  $f$  є мережа  $G_f = (V, E_f)$  где

$$E_f = \{(u, v) \in V \times V : c_f(u, v) > 0\}$$

Таким чином по кожному ребру залишкової мережі або залишковому ребру можна направити потік більше нуля.

Збільшуючі шляхи

Для заданої транспортної мережі  $G = (V, E)$  і потоку  $f$  збільшуючим шляхом  $p$  є простий шлях з  $s$  в  $t$  в залишковій мережі  $G_f$ . Максимальна величина, на яку можна збільшити потік уздовж кожного ребра  $p$  збільшуючого шляху називається пропускну здатністю шляху і задається формулою:

$$c_f(p) = \min\{c(u, v) : (u, v) \in p\}$$

### Розрізи транспортних мереж

Розрізом транспортної мережі  $G(V, E)$  називається розбиття множини вершин на множини  $S$  та  $T$  такі що  $s \in S, t \in T$ . Якщо  $f$  потік - то чистий потік через розріз  $(S, T)$  визначимо як  $f(S, T)$ . Пропускна здатність розрізу  $(S, T)$  визначимо відповідно  $c(S, T)$ . Мінімальним розрізом є розріз, пропускна здатність якого серед всіх розрізів мінімальна. Як видно, потік через розріз, на відміну від пропускної здатності розрізу, може включати і від'ємні доданки.

Теорема 1 ( Про максимальний потік і мінімальний розріз). Для будь-якої мережі максимальна величина потоку з  $s$  в  $t$  дорівнює мінімальній пропускній здатності розрізу, що відокремлює  $s$  и  $t$ . [1]

## 2 Задача про максимальний потік мінімальної вартості

### 2.1 Постановка задачі

Нехай кожній дузі відповідає не лише пропускна здатність а також і велечина  $c_{ij} > 0$  яка дорівнює вартості транспортування одиниці товару через ребро  $(i,j) \in E$  мережі. Задача пошука потоку із  $s$  в  $t$  заданої потужності  $v$  і мінімальної вартості має вигляд:

$$Z = \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min_x;$$

$$\sum_{i:(i,j) \in E} x_{ij} - \sum_{k:(j,k) \in E} x_{jk} = \begin{cases} -v, & j = s; \\ 0, & j \neq s, t; \\ v, & j = t; \end{cases}$$

$$0 \leq x_{ij} \leq b_{ij}, (i,j) \in E$$

### 2.2 Алгоритм Баскера-Гоуєна

Для розв'язування задачі про максимальний потік мінімальної вартості будемо використовувати алгоритм Баскера-Гоуєна:

- а) Знайдемо потік мінімальної вартості із  $s$  в  $t$ .
- б) З'ясуємо максимальну величину потоку, яку можна пропустити через цей шлях.
- в) Якщо ця велечина більша за потрібну потужність мережі, візьмо її рівною потрібній потужності.
- г) Збільшити потік по цьому потоку на максимальну величину(але так щоб загальний потік через мережу не перевищував потрібний)
- д) Розрахувати ціну за транспортування потужності. Додати до загальної ціни потоку.
- е) Якщо потік по мережі дорівнює заданому, то припинити роботу алгоритму. Інакше перейти на крок а з оновленими велечинами потоків.

### 2.3 Програмна реалізація

В програмній реалізації пошук потоку мінімальної вартості реалізований так: Починаючи з джерела кожна вершина пов'язана з данною додається до черги (queue). При цьому для вершини запам'ятовується вершина з якої мі до неї прийшли та загальна вартість потоку по цьому шляху. Для

того щоб порахувати загальну вартість потоку треба знайти мінімальну пропускну здатність шляху, а потім знайти сумму добутків мінімальної пропускної здатності шляху на ціну на кожній дузі шляху. В результаті на  $n$ -му кроці алгоритму ми прийдемо до стоку  $t$  і при цьому будемо знати яку величину потоку ми можемо пропустити по шляху і його повну вартість. Якщо вершина вже була оброблена алгоритмом і для неї ми знаємо суммарну вартість і батьківську вершину то батьківською оберається та вершина яка дає меншу суммарну ціну за транспортування. Будемо виконувати алгоритм доки в черзі є хоч один елемент. Якщо елементи в черзі закінчилися то перевіримо чи є у вершини-стоку  $t$  батьківська вершина. Якщо так то ми можемо дізнатися величину потоку по цьому шляху, його вартість а також вершини і ребра що є елементами цього шляху. Перерахуємо повну пропускну здатність мережі та вартість потоку по ній. Використаємо ці данні для того щоб перерахувати пропускну здатність мережі і перейдемо на перший крок алгоритму з новими даними. Якщо ні то тоді шляху з джерела в сток немає. Максимальна пропускна здатність і ціна дорівнюють останнім розрахованим величинам.

Програма виконана у вигляді додатку для командної строки на мові програмування `c#`. Для запуску програми треба виконати програму передавши їй назву файлу (без формату) як перший аргумент. Програма зчитує данні з файлу у форматі `.csv` (данні розділені запятою). Наприклад якщо початкові данні лежать у файлі `main.csv` то у вікні командної строки треба виконати наступну команду:

*MinCostFlow.exe main*

Після закінчення роботи програми результат буде записано в файл з такоюж назвою як і файл з початковими даними і текстом `_result` у кінці назви. Користувач побачить повідомлення про це англійською мовою. В разі аварійної зупинки програми користувач дізнається про це за текстом помилки на екрані (наприклад якщо файла з таким ім'ям немає).

Також була протестована швидкість роботи програми. Для цього я сгенерував повний граф (кожна вершина пов'язана з усіма іншими) з тисячею вершин і випадковою пропускну здатністю вузлів (від 0 до 1000). Також чиню я сгенерував матрицю вартостей транспортування. Я хотів знайти мінімальну вартість максимально можливого потоку по цій мережі. Як максимальний потік я обрав величину яку отримав складанням-пропускних здатностей всіх вершин які йдуть до стоку. Тобто граф мав

$1000 * 1000 = 1000000$  ребер. Час роботи програми склав приблизно 25 хвилин.



### 3 Приклади

#### Задача 1

У деякої компанії "Аврора" є фабрика в Берліні, що виробляє стільці, а в Бремені склад, де вони зберігаються. Компанія орендує місце на вантажівках інших фірм для доставки стільців з фабрики на склад. Оскільки вантажівки їздять по певних маршрутах між містами і мають обмежену вантажопідйомність, компанія може перевозити не більше певної кількості ящиків на день між містами. Також, компанія сплачує певну ціну за перевезення одиниці товару по кожному відсіку маршруту. Компанія не може вплинути на маршрути і пропускну здатність. Її завдання визначити, якими будуть витрати на перевезення 100 ящиків з Берліна до Бремена.

Фабрику будемо вважати джерелом ( $s$ ), склад - стоком ( $t$ ).

Маршрути між містами будемо вважати ребрами мережі.

Вантажопідйомність вантажівок будемо вважати обмеженням пропускну здатності на ребрах  $c(u,v)$ . ціну за перевезення однієї коробки будемо вважати ціною ребра мережі  $c_{ij}(v)$ . Занесемо дані в таблицю, де кожен елемент - обмеження пропускну здатності між відповідними містами (нуль означає що маршрут відсутній):

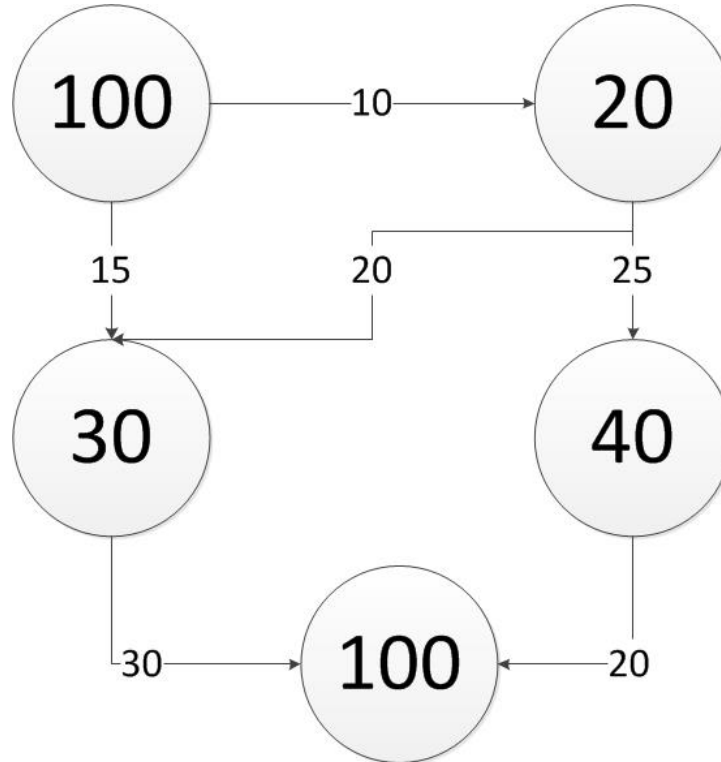


Рис. 3.1 Транспортна мережа

0	70	0	40	0
0	0	80	0	20
0	0	0	100	0
0	0	0	0	120
0	0	0	0	0

Ціна за транспортування одиниці товару представмо у вигляді таблиці, де кожен елемент - ціна за транспортування одиниці товару між містами:

0	3	0	5	0
0	0	1	0	5
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1
0	0	0	0	0

В результаті роботи програми було отримано наступне рішення:

0	60	0	40	0
0	0	60	0	0
0	0	0	60	0
0	0	0	0	100
0	0	0	0	0

Повна вартість транспортування ста одиниць товару через мережу - 600 одиниць.

## Задача 2

Компанія постачальник високошвидкісного інтернету отримала потенціального замовника якому треба раз на день синхронізувати основну та запасну бази даних. Компанія замовник хоче робити це як умога дешевше. Очікуваний розмір пакета даних 100 гігабайт. Постачальник послуг високошвидкісного інтернету знає пропускну здатність всіх вузлів своєї мережі, та вартість передачі одного гігабайту трафіку через кожне сполучення в мережі. Їй треба знайти яким шляхом маршрутизувати трафік та розрахувати мінімальну ціну яку їй доведеться заплатити за передачу цих даних.

Зведемо дану задачу до задачі про максимальний потік.

Будемо вважати основний сервер джерелом  $s$  а запасний стоком  $t$ . проміжні сполучення будемо вважати ребрами мережі, з обмеженнями на пропускну здатність  $c(x,y)$  заданої в вигляді таблиці. Вартість передачі

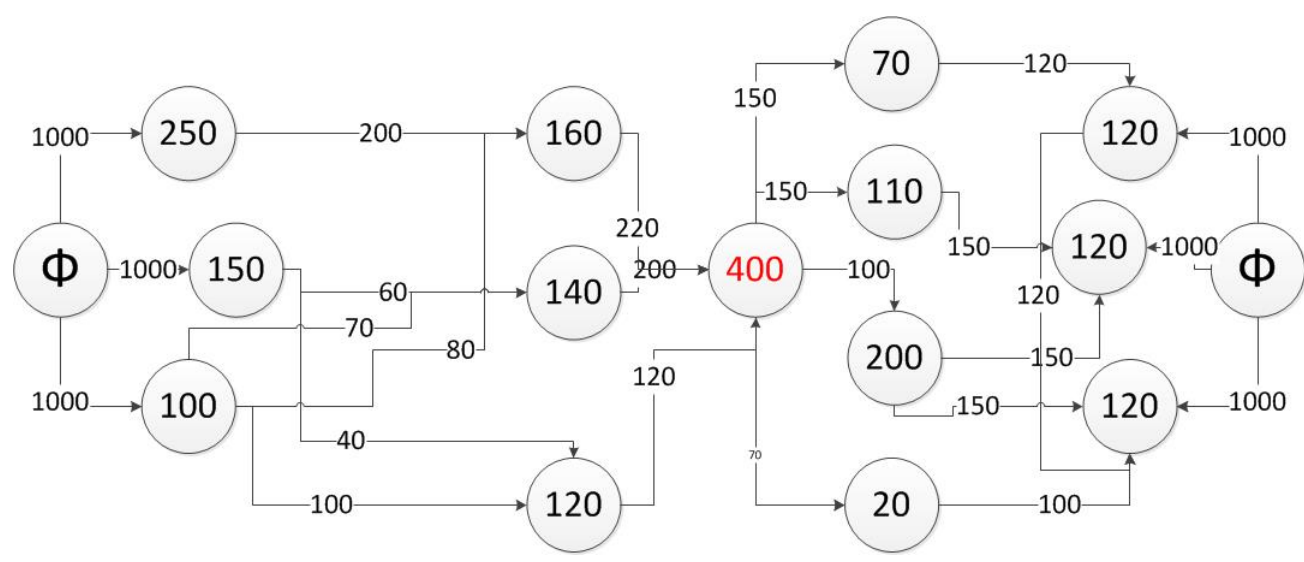


Рис. 3.2 Транспортна мережа

одного гігабайту будемо вважати ціною за транспортування  $c_{ij}(v)$

0	100	70	180	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	120	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	70	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	130	60	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	90	100	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	70	70	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	70	30	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	120	90
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110
0	0	0	0	0	0	0	0	60	0	150	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Вартість передачі одного гігабайту даних по проміжному ребру мережі задана таблицею.

0	10	70	12	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	9	10	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	3	6	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	7	7	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	4	3	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	12	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	3	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

В результаті роботи програми було отримано наступне рішення:

0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	90	10	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	90	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Компанія постачальник з'ясувала що передача даних для компанії замовника обійдеться їй в 3120 грошових одиниць. Тепер постачальник може підготувати комерційну пропозицію для замовника.

### Задача 3

Туристичній компанії треба переправити групу відпочиваючих з Одеси до Барселони. Але оскільки група зібралася дуже пізно то майже всі квитки на потяг до Києва і літак Київ-Барселона вже викуплені. Компанія зібрала данні про наявні квитки на різні проможні рейси та потяги і тепер їй треба з'ясувати як переправити групу відпочиваючих в 100 чоловік найшвидше.

Зведемо дану задачу до задачі про максимальний потік.

Будемо вважати Одесу джерелом  $s$  а Барселону - стоком  $t$ . Авіа та залізничні рейси вважатимемо ребрами мережі, з обмеженнями на пропускну здатність  $k(x,y)$  заданої в вигляді таблиці.

Час переправи будемо вважати ціною ребра мережі (в хвилинах).

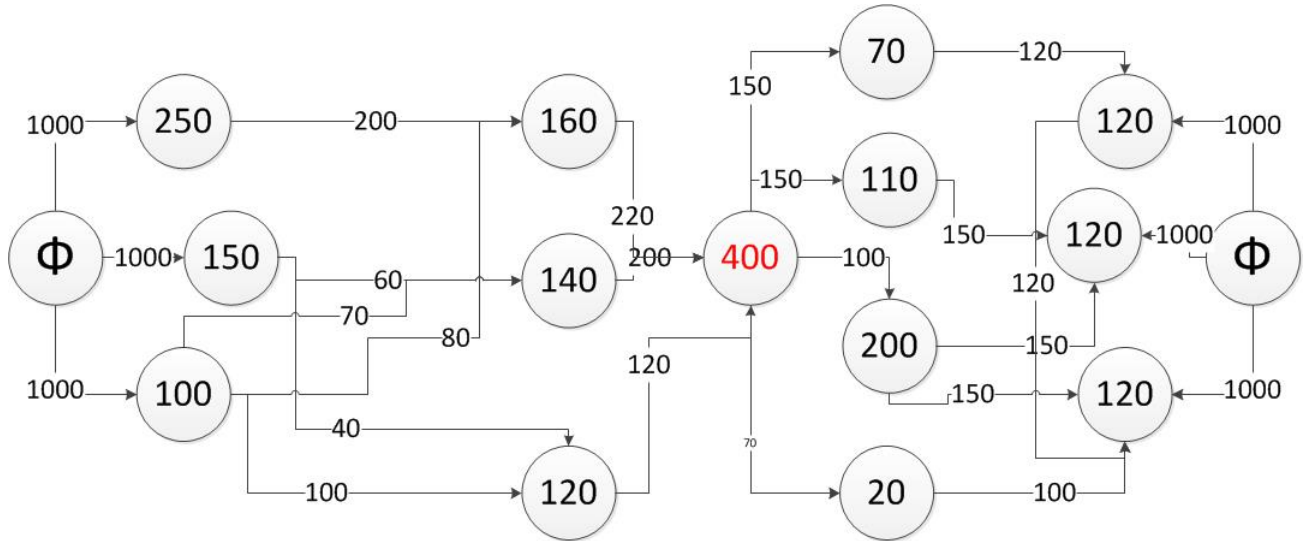


Рис. 3.3 Транспортна мережа

0	50	0	60	70	0
0	0	100	0	40	0
0	0	0	80	0	90
0	0	0	0	70	0
0	0	0	0	0	50
0	0	0	0	0	0

Час переправі заданий матрицею

0	100	0	200	250	0
0	0	130	0	160	0
0	0	0	140	0	0
0	0	0	0	175	0
0	0	0	0	0	60
0	0	0	0	0	0

В результаті роботи програми було отримано наступне рішення:

0	50	0	0	50	0
0	0	50	0	0	0
0	0	0	0	0	50
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	50
0	0	0	0	0	0

В результаті роботи програми компанія знає яким шляхом найкраще доставити туристів до пунктів відпочинку.

## 4 Висновки

У даній роботі було розглянуто узагальнення задачі про максимальний потік для транспортної мережі з ціною на транспортування одиниці товару через ребро. Як алгоритм рішення був обраний алгоритм Баскера-Гоуєна. Була розроблена програма на мові C# що реалізує даний метод. Робота програми була протестована на декількох прикладних задачах.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Форд, Л.Р. Потоки в сетях. /Л.Р. Форд, Д.Р. Фалкерсон - Москва : Мир, 1966. - 273 с.
- [2] Таха Хемди А. ВВведение в исследование операций /А. Таха - Москва : Вильямс, 2006. - 912 с.
- [3] Вагнер Г. Основы исследования операций. Том 1./Г. Вагнер - Москва : Мир, 1973. - 336 с.
- [4] Кормен Томас Х. Алгоритмы: построение и анализ./К.Х. Томас, Ч.Л. Лейзерсон, Р.Д. Риверс, К. Штайн - Москва : Вильямс, 2005. - 1296 с.
- [5] Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях/Т. Ху - Москва : Мир, 1974. - 513 с.
- [6] Арсирій А.В. Сетевые модели./ А.В.Арсирій, Б.Ф.Трофимов, Є.М. Страхов - Одеса : Одеський національний університет імені І.І.Мечникова, 2011. - 42 с.



## ДОДАТОК А

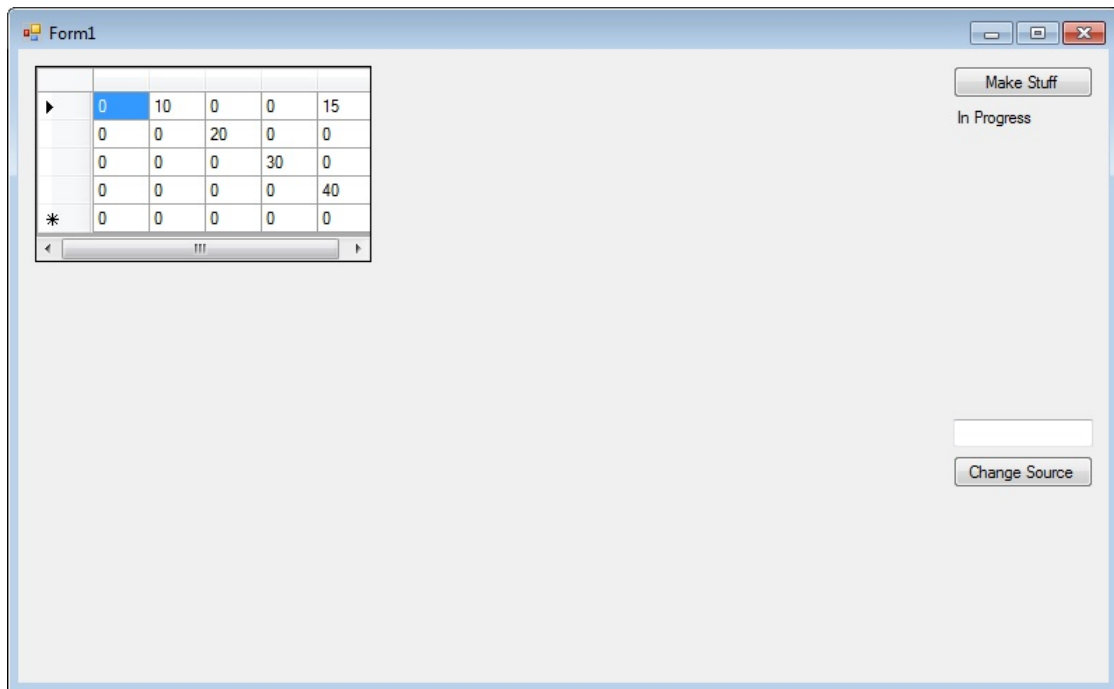


Рис. 4.1 Інтерфейс програми

Form1

▶	0	100	70	180	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	120	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	70	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	130	60	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	90	100	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	70	70	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	70	30	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	120	90
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110
	0	0	0	0	0	0	0	0	60	0	150	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

260

Make Stuff

Change Source

▶	0	100	70	90	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	70	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	30	60	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	90	10	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	70	30	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	30	30	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	90
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60
*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рис. 4.2 Приклад використання програми

## ДОДАТОК Б

```

using System;
using System.Collections;
using System.Collections.Generic;
using System.IO;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;

namespace MinCostFlow
{
    class Program
    {
        static void Main(string[] args)
        {
            dataReader data;
            string source = "main";
            try
            {
                if (args.Length > 0)
                {
                    data = getData(args[0]);
                    source = args[0];
                }
                else
                {
                    data = getData(source);
                }
            }
            catch (FileNotFoundException Ex)
            {
                Console.WriteLine($"File_{Ex.FileName}_was_not_found,_please_make_sure_file_
                    _is_present_and_has_a_proper_format");
                Console.ReadKey();
                return;
            }
            int[,] flowsCopy = new int[data.flows.GetLength(0), data.flows.GetLength(0)];
            Array.Copy(data.flows, 0, flowsCopy, 0, data.flows.Length);
            FlowCost result = CalculateFlow(data.flows, data.costs, 0, data.flows.
                GetLength(0) - 1, data.neededFlow);
            var usedFlow = getUsedFlow(flowsCopy, result.resultingFlows);
            writeResult(result.totalCost, usedFlow, source);
            Console.WriteLine($"Result_is_written_to_file_{source}_result.csv");
            Console.ReadKey();
        }

        private static void writeResult(int totalCost, int[,] usedFlow, string source = "
            main")
        {
            string fullAppName = System.Reflection.Assembly.GetExecutingAssembly().
                Location;
            string fullAppPath = System.IO.Path.GetDirectoryPath(fullAppName);
            string root = System.IO.Path.GetDirectoryPath(fullAppPath);
            root = System.IO.Path.GetDirectoryPath(root);
        }
    }
}

```

```

        string DataPath = String.Concat(root, "\\Data", "\\" + source + "_result.csv")
        ;

        writeData(DataPath, totalCost, usedFlow);
    }

private static void writeData(string dataPath, int totalCost, int[,] usedFlow)
{
    StreamWriter sw = new StreamWriter(dataPath);
    sw.WriteLine(totalCost);
    sw.WriteLine("");
    for (int i = 0; i < usedFlow.GetLength(0); i++)
    {
        var line = "";
        for (int j = 0; j < usedFlow.GetLength(1); j++)
        {
            line += usedFlow[i, j] + ",";
        }
        line = line.Trim(',');
        sw.WriteLine(line);
    }
    sw.Close();
}

private static dataReader getData(string source = "main")
{
    string fullAppName = System.Reflection.Assembly.GetExecutingAssembly().
        Location;
    string fullAppPath = System.IO.Path.GetDirectoryName(fullAppName);
    string root = System.IO.Path.GetDirectoryName(fullAppPath);
    root = System.IO.Path.GetDirectoryName(root);
    string DataPath = String.Concat(root, "\\Data", "\\" + source + ".csv");

    if (File.Exists(DataPath))
        return readData(DataPath);
    else
        throw new FileNotFoundException();
}

private static dataReader readData(string filePath)
{
    var result = new dataReader();
    //int[,] flows;
    //int[,] costs;
    try
    {
        StreamReader sr = new StreamReader(filePath);

        string line;

        line = sr.ReadLine();
        result.neededFlow = System.Convert.ToInt32(line.Trim(','));
        line = sr.ReadLine();
    }
}

```

```

var size = line.Split(',').Length;
result.flows = new int[size, size];
result.costs = new int[size, size];
var lineNum = 0;
while (line.Length > 2)
{
    string[] LimitersStr = line.Split(',');
    int len = LimitersStr.Length;
    for (int i = 0; i < size; i++)
    {
        result.flows[lineNum, i] = Int32.Parse(LimitersStr[i]);
    }
    lineNum++;
    line = sr.ReadLine();
}
lineNum = 0;
while (sr.Peek() > 0)
{
    line = sr.ReadLine();
    string[] LimitersStr = line.Split(',');
    //int len = LimitersStr.Length;
    for (int i = 0; i < size; i++)
    {
        result.costs[lineNum, i] = System.Convert.ToInt32(LimitersStr[i]);
    }
    lineNum++;
}
sr.Close();
//result.flows = flows;
//result.costs = costs;
return result;
}
catch (Exception ex)
{
    return readData("main");
}
}

private static int[,] getUsedFlow(int[,] flows, int[,] resultingFlows)
{
    var Size = flows.GetLength(0);
    int[,] result = new int[Size, Size];
    for (int i = 0; i < Size; i++)
        for (int j = 0; j < Size; j++)
        {
            result[i, j] = flows[i, j] - resultingFlows[i, j];
        }
    return result;
}

private static FlowCost CalculateFlow(int[,] flows, int[,] costs, int s, int t,
    int neededFlow)
{

```

```

var totalFlow = 0;
var totalCost = 0;
if (s == t)
    throw new ArgumentException("input_and_output_should_be_different_points");
MilestoneHist[] path = bfs(flows, costs, s, t);
while (path[t] != null)
{
    int maxFlow = getMaxFlowForPath(flows, path, s, t);
    if (neededFlow - totalFlow < maxFlow)
    {
        maxFlow = neededFlow - totalFlow;
        flows = updateFlows(maxFlow, flows, path, s, t);
        totalCost += maxFlow * path[t].totalCost;
        path = bfs(flows, costs, s, t);
        totalFlow += maxFlow;
        return new FlowCost { totalCost = totalCost, resultingFlows = flows,
                               totalFlow = totalFlow };
    }
    flows = updateFlows(maxFlow, flows, path, s, t);
    totalCost += maxFlow * path[t].totalCost;
    path = bfs(flows, costs, s, t);
    totalFlow += maxFlow;
}
return new FlowCost { totalCost = totalCost, resultingFlows = flows, totalFlow
    = totalFlow };
}

private static int[,] updateFlows(int maxFlow, int[,] flows, MilestoneHist[] path,
    int s, int t)
{
    int to = t;
    int from = path[to].pointNum;
    while (from != -1)
    {
        flows[from, to] -= maxFlow;
        if (flows[from, to] < 0)
            throw new Exception("result_flow_can't_be_less_than_0,some_error_in_
                logic");
        to = from;
        from = path[to].pointNum;
    }
    return flows;
}

private static int getMaxFlowForPath(int[,] flows, MilestoneHist[] path, int s,
    int t)
{
    int to = t;
    int from = path[to].pointNum;
    var maxFlow = flows[from, to];
    while (from != -1)
    {
        maxFlow = Math.Min(maxFlow, flows[from, to]);
    }
}

```

```

        to = from;
        from = path[to].pointNum;
    }
    return maxFlow;
}

public static MilestoneHist[] bfs(int[,] rGraph, int[,] costGraph, int s, int t)
{
    var debug = 0;
    int Size = rGraph.GetLength(0);
    MilestoneHist[] parent = new MilestoneHist[Size];
    parent[s] = new MilestoneHist { totalCost = 0, pointNum = -1 };
    bool[] visited = new bool[Size];

    Queue q = new Queue();
    q.Enqueue(s);

    while (q.Count != 0)
    {
        int u = (int)q.Dequeue();
        //debug++;
        //if (debug > 10000)
        //    throw new StackOverflowException();

        for (int v = 0; v < Size; v++)
        {
            if (v != s && rGraph[u, v] > 0 /*IsNotCycle(u,v,parent)*/)
            {
                if (parent[v] == null)
                {
                    parent[v] = new MilestoneHist { pointNum = u, totalCost = parent
                        [u].totalCost + costGraph[u, v] };
                    q.Enqueue(v);
                }
                else
                {
                    int newCost = parent[u].totalCost + costGraph[u, v];
                    int oldCost = parent[v].totalCost;
                    if (newCost < oldCost)
                    {
                        parent[v] = new MilestoneHist { pointNum = u, totalCost =
                            newCost };
                        q.Enqueue(v);
                    }
                }
            }
        }
    }

    // If we reached sink in BFS starting from source, then return
    // true, else false
    return parent;
}

```

```

public static Milestone[,] ConvertToMilestones(int[,] costs)
{
    int size = costs.GetLength(0);
    Milestone[,] res = new Milestone[size, size];
    for (int i = 0; i < size; i++)
        for (int j = 0; j < size; j++)
        {
            res[i, j] = new Milestone { InitialFlow = costs[i, j], RemainingFlow =
                costs[i, j] };
        }
    return res;
}

}

class Milestone
{
    public int InitialFlow { get; set; }
    public int RemainingFlow { get; set; }
    public int Cost { get; set; }
    public Milestone prevMilestone { get; set; }

    public int getTotalCost()
    {
        var maxFlow = this.InitialFlow;
        var totalCost = 0;
        var prevMilestone = this.prevMilestone;
        while (prevMilestone != null)
        {
            maxFlow = Math.Min(maxFlow, prevMilestone.InitialFlow);
            prevMilestone = prevMilestone.prevMilestone;
        }
        prevMilestone = this.prevMilestone;
        while (prevMilestone != null)
        {
            totalCost += prevMilestone.Cost * maxFlow;
            prevMilestone = this.prevMilestone;
        }
        return totalCost;
    }
}

}

class MilestoneHist
{
    public int pointNum { get; set; }
    public int totalCost { get; set; }

    public static int GetCostByHistory(MilestoneHist[] history)
    {
        throw new NotImplementedException();
    }
}

}

class FlowCost

```



```
{
    public int totalFlow { get; set; }
    public int totalCost { get; set; }
    public int[,] resultingFlows { get; set; }
}
class dataReader
{
    public int neededFlow { get; set; }
    public int[,] flows { get; set; }
    public int[,] costs { get; set; }
}
}
```