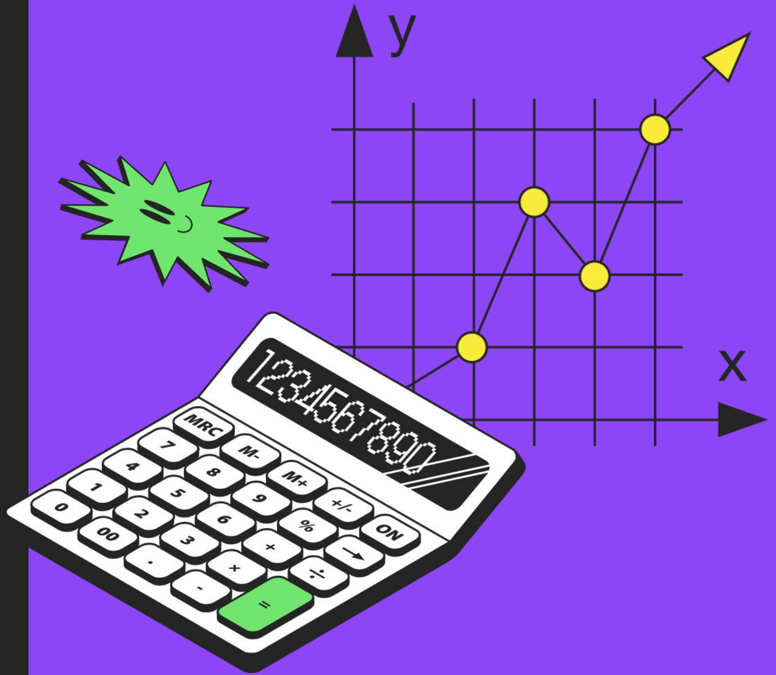
GeekBrains

Теория вероятностей и математическая статистика

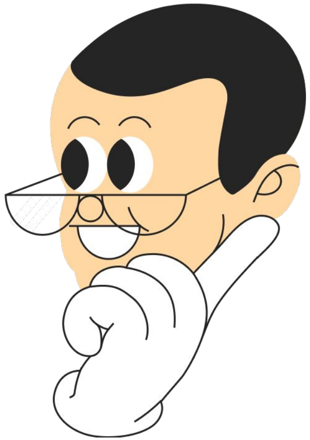
Урок 4

Непрерывные случайные величины. Функция распределения и плотность распределения вероятностей. Равномерное и нормальное распределение. Центральная предельная теорема



Что будет на уроке сегодня

- Непрерывные случайные величины
- Функция и плотность распределения вероятностей
- Равномерное распределение
- Нормальное распределение
- Центральная предельная теорема



Непрерывная случайная величина принимает все возможные значения, содержащиеся на промежутке, который может быть как конечным (ограниченным), так и бесконечным.

Функция распределения вероятностей

Функция $F(x)$, которая для каждого значения x показывает, какова вероятность того, что случайная величина меньше x.

Плотность распределения вероятностей

Это функция f(x), которая равна производной функции распределения вероятностей:

$$f(x) = F'(x)$$

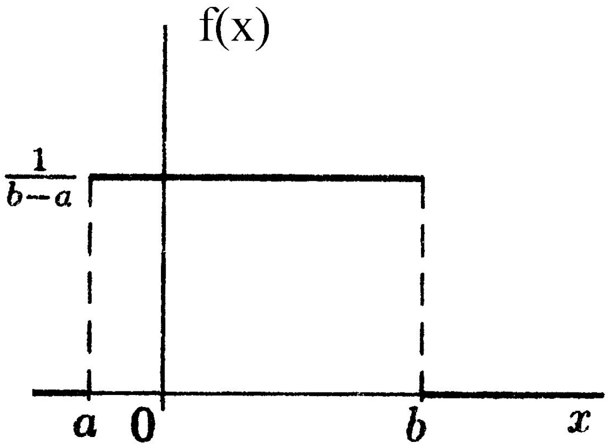
Равномерное распределение

Распределение вероятностей случайной величины X в зависимости от плотности:

$$f(x) = \begin{cases} 0, \text{если } x \le a; \\ \frac{1}{b-a}, \text{если } a < x \le b; \\ 0, \ \text{если } x > b. \end{cases}$$

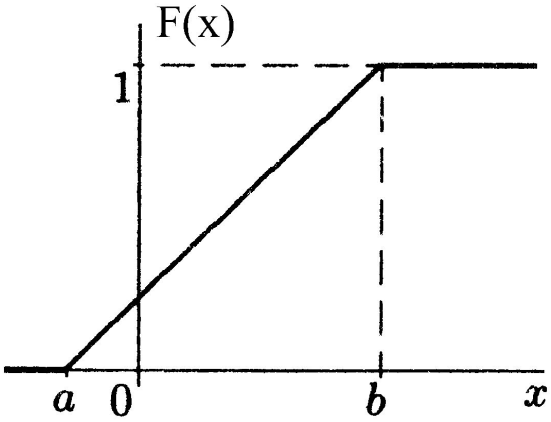
Равномерное распределение

График плотности равномерного распределения:



Равномерное распределение

График функции равномерного распределения:



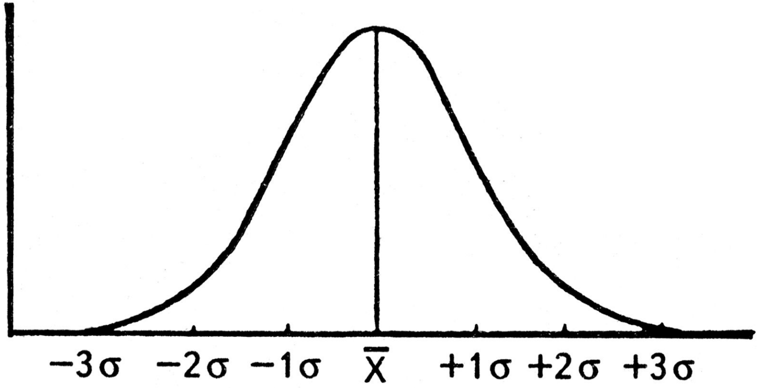
Нормальное распределение

Это распределение вероятностей непрерывной случайной величины **X**, плотность вероятности которой подчиняется формуле:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

где $a = M(X),\ \sigma^2 = D(X)$.

График плотности нормального распределения имеет колоколообразную форму:



Нормальное распределение

Примеры нормально распределённых величин: рост и вес людей, скорость движения молекул в газах и жидкостях, показатели IQ.

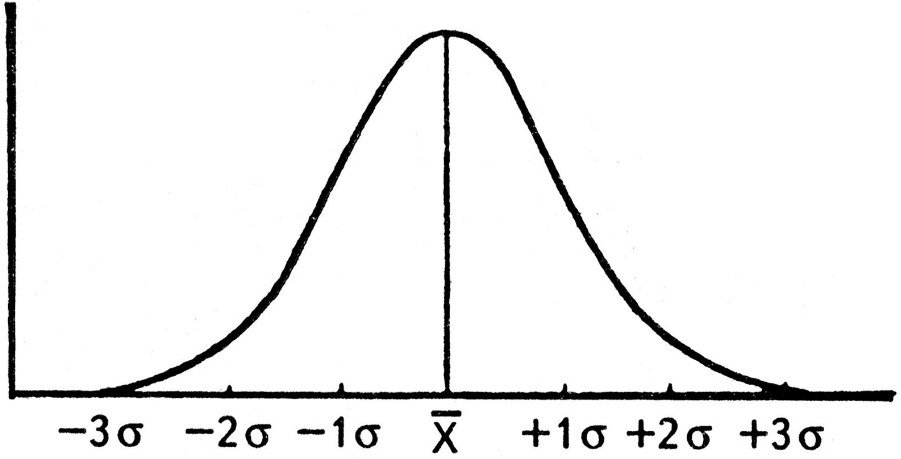
Одним из свойств нормального распределения считается то, что значения среднего, медианы и моды совпадают.

Нормальное распределение

На отрезке от $-\sigma$ до $+\sigma$ расположено около 68% наблюдений,

от -2σ до $+2\sigma$ — 95.4%,

и от -3σ до $+3\sigma$ — 99.72%



Центральная предельная теорема

Центральные предельные теоремы — класс теорем в теории вероятностей. Они утверждают, что сумма достаточно большого числа слабо зависимых случайных величин, у которых примерно одинаковые масштабы, имеет распределение, близкое к нормальному.

Если у нас есть несколько выборок из генеральной совокупности, то есть из совокупности всех возможных объектов исследования, то среднее по этим выборкам также будет иметь нормальное распределение.

Среднее достаточно большого числа независимых и нормально распределённых случайных величин также считается приблизительно нормально распределённым.

Заключение

- Непрерывная случайная величина
- Функция и плотность распределения вероятностей
- Равномерное распределение
- Нормальное распределение
- Центральная предельная теорема