1. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)^{n+1}}{((n+1)!)^2} : \frac{n^n}{(n!)^2} = \frac{(n+1)^n}{n^n(n+1)} = \frac{1}{n+1} = 0 < 1$ сходится

2. $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n}{2^n}} = \frac{\sqrt[n]{n}}{2} = \frac{1}{2} \geq 1$ сходится

3. $\frac{-1}{1+\ln 1} < 0$, $\frac{1}{2+\ln 2} > 0$, знаки чередуются

$\left|\frac{-1}{1+\ln 1}\right| > \left|\frac{1}{2+\ln 2}\right|$ убывает, сходится

4. $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\frac{3^n}{2^2} : \frac{3^{n+1}}{2^{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{2}{3} - 1\right) < 1$ расходится

5. $f'(1) = \frac{2}{x} = 2$

$f''(1) = -\frac{2}{x^2} = -2$

$f'''(1) = \frac{4}{x^3} = 4$

$f^{IV}(1) = \frac{-12}{x^4} = -12$

$f(x) = 2\cdot\ln 1 + 2\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{1+n} \cdot \frac{(x-1)^n}{n}$

6. $a_0 = 2\int_0^1 x^2\,dx = \frac{2}{3}$

$a_n = 2\int_0^1 x^2 \cos nx\,dx = 2\cos 2$

$u = x^2,\ du = 2x\,dx$

$dv = \cos nx\,dx,\ v = \frac{1}{n}\sin nx$

$2\left(x^2 \cdot \frac{1}{n}\sin nx - 2\int_0^1 x \sin nx\,dx\right) =$

$f(x) = \frac{1}{3} + 2\cos 2$