**Представление чисел в компьютере**

**Представление чисел в формате с фиксированной запятой.** Целые числа в компьютере хранятся в памяти в формате с *фиксированной запятой*. В этом случае каждому разряду ячейки памяти соответствует всегда один и тот же разряд числа, а "запятая" "находится" справа после младшего разряда, то есть вне разрядной сетки.

Для хранения *целых неотрицательных чисел* отводится одна ячейка памяти (8 битов). Например, число А2 = = 111100002 будет храниться в ячейке памяти следующим образом:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Максимальное значение целого неотрицательного числа достигается в случае, когда во всех ячейках хранятся единицы. Для n-разрядного представления оно будет равно

2n - 1.

Определим диапазон чисел, которые могут храниться в оперативной памяти в формате *целых неотрицательных чисел*. Минимальное число соответствует восьми нулям, хранящимся в восьми битах ячейки памяти, и равно нулю. Максимальное число соответствует восьми единицам и равно

А = 1  27 + 1  26 + 1  25 + 1  24 + 1  23 + 1  22 + 1  21 + 1  20 = 1  28 - 1 = 25510.

Диапазон изменения *целых неотрицательных чисел* чисел: от 0 до 255.

Для хранения *целых чисел со знаком* отводится две ячейки памяти (16 битов), причем старший (левый) разряд отводится под знак числа (если число положительное, то в знаковый разряд записывается 0, если число отрицательное - 1).

Представление в компьютере положительных чисел с использованием формата "знак-величина" называется *прямым кодом* числа. Например, число 200210 = 111110100102 будет представлено в 16-разрядном представлении следующим образом:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |

Максимальное положительное число (с учетом выделения одного разряда на знак) для целых чисел со знаком в n-разрядном представлении равно:

А = 2n-1 - 1.

Для представления отрицательных чисел используется *дополнительный код*. Дополнительный код позволяет заменить арифметическую операцию вычитания операцией сложения, что существенно упрощает работу процессора и увеличивает его быстродействие.

*Дополнительный код отрицательного числа А, хранящегося в n ячейках, равен 2n - |A|.*

Дополнительный код представляет собой дополнение модуля отрицательного числа А до 0, так как в n-разрядной компьютерной арифметике:

2n - |А| + |А| = 0,

поскольку в компьютерной n-разрядной арифметике 2n = 0. Действительно, двоичная запись такого числа состоит из одной единицы и n нулей, а в n-разрядную ячейку может уместиться только n младших разрядов, то есть n нулей.

Для получения дополнительного кода отрицательного числа можно использовать довольно простой алгоритм:

1. Модуль числа записать в *прямом коде* в n двоичных разрядах.

2. Получить *обратный код* числа, для этого значения всех битов инвертировать (все единицы заменить на нули и все нули заменить на единицы).

3. К полученному обратному коду прибавить единицу.

Запишем дополнительный код отрицательного числа -2002 для 16-разрядного компьютерного представления:

|  |
| --- |
| http://www.5byte.ru/11/images/inf14.gif |

При n-разрядном представлении отрицательного числа А в дополнительным коде старший разряд выделяется для хранения знака числа (единицы). В остальных разрядах записывается положительное число

2n-1 - |А|.

Чтобы число было положительным, должно выполняться условие

|А|  2n-1 .

Следовательно, максимальное значение модуля числа А в га-разрядном представлении равно:

|А| = 2n-1 .

Тогда минимальное отрицательное число равно:

А = - 2n-1.

Определим диапазон чисел, которые могут храниться в оперативной памяти в формате *длинных целых чисел со знаком* (для хранения таких чисел отводится четыре ячейки памяти - 32 бита).

Максимальное положительное целое число (с учетом выделения одного разряда на знак) равно:

А = 231 - 1 = 2 147 483 64710.

Минимальное отрицательное целое число равно:

А = -231 = - 2 147 483 64810.

Достоинствами представления чисел в формате с *фиксированной запятой* являются простота и наглядность представления чисел, а также простота алгоритмов реализации арифметических операций.

Недостатком представления чисел в формате с *фиксированной запятой* является небольшой диапазон представления величин, недостаточный для решения математических, физических, экономических и других задач, в которых используются как очень малые, так и очень большие числа.

**Представление чисел в формате с плавающей запятой.** Вещественные числа хранятся и обрабатываются в компьютере в формате *с плавающей запятой*. В этом случае положение запятой в записи числа может изменяться.

Формат чисел *с плавающей запятой* базируется на экспоненциальной форме записи, в которой может быть представлено любое число. Так число А может быть представлено в виде:

|  |  |
| --- | --- |
| **A = m  qn** | **2.3** |

где m - мантисса числа;  
q - основание системы счисления;  
n - порядок числа.

Для единообразия представления чисел *с плавающей запятой* используется нормализованная форма, при которой мантисса отвечает условию:

1/n  |m| < 1.

Это означает, что мантисса должна быть правильной дробью и иметь после запятой цифру, отличную от нуля.

Преобразуем десятичное число 555,55, записанное в естественной форме, в экспоненциальную форму с нормализованной мантиссой:

555,55 = 0,55555  103 .

Здесь нормализованная мантисса: m = 0,55555, порядок: n = 3.

Число в формате с плавающей запятой занимает в памяти компьютера 4 (*число обычной точности*) или 8 байтов (*число двойной точности*). При записи числа с плавающей запятой выделяются разряды для хранения знака мантиссы, знака порядка, порядка и мантиссы.

Диапазон изменения чисел определяется количеством разрядов, отведенных для хранения порядка числа, а точность (количество значащих цифр) определяется количеством разрядов, отведенных для хранения мантиссы.

Определим максимальное число и его точность для формата *чисел обычной точности*, если для хранения порядка и его знака отводится 8 разрядов, а для хранения мантиссы и ее знака - 24 разряда:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| знак и порядок | | | | | | | | знак и мантисса | | | | | | | | | | | | | | | |

Максимальное значение порядка числа составит 11111112 = 12710, и, следовательно, максимальное значение числа составит:

2127 = 1,7014118346046923173168730371588  1038 .

Максимальное значение положительной мантиссы равно:

223 - 1  223 = 2(10  2,3)  10002,3 = 10(3  2,3)  107.

Таким образом максимальное значение *чисел обычной точности* с учетом возможной точности вычислений составит 1,701411  1038 (количество значащих цифр десятичного числа в данном случае ограничено 7 разрядами).

**Задания**

1.26. Заполнить таблицу, записав отрицательные десятичные числа в прямом, обратном и дополнительном кодах в 16-разрядном представлении:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Десятичные числа | Прямой код | Обратный код | Дополнительный код |
| -50 |  |  |  |
| -500 |  |  |  |

1.27. Определить диапазон представления *целых чисел со знаком* (отводится 2 байта памяти) в формате с фиксированной запятой.

1.28. Определить максимальное число и его точность для формата *чисел двойной точности*, если для хранения порядка и его знака отводится 11 разрядов, а для хранения мантиссы и ее знака - 53 разряда.