# Компьютерная обработка результатов измерений

Лекция 1. Общие сведения об измерениях. Виды сигналов и методы их анализа

Емельянов Эдуард Владимирович

Специальная астрофизическая обсерватория РАН Лаборатория обеспечения наблюдений

30 июня 2016 года



- Физические измерения
- 2 Сигналы и их виды
- Методы анализа сигналов
- Обзор программы
- 5 Литература



## Физические измерения

Экспериментальное определение значения измеряемой величины с применением средств измерений называется измерением.

Важнейшей особенностью измерений является принципиальная невозможность получения результатов измерения, в точности равных истинному значению измеряемой величины (особенно эта особенность проявляется в микромире, где господствует принцип неопределенности). Эта особенность приводит к необходимости оценки степени близости результата измерения к истинному значению измеряемой величины, т.е. вычислять погрешность измерения.



## Виды измерений

**Статическими** называют такие измерения, при которых зависимость погрешности измерения от скорости измерения пренебрежимо мала и ее можно не учитывать. **Динамические** измерения противоположны статическим.

Результаты **прямых** измерений находят непосредственно из опыта, **косвенных** же измерений — путем расчета по известной зависимости измеряемой величины от величин, находимых прямыми измерениями (например, измерение мощности).

**Совместное измерение** — одновременное измерение нескольких неодноименных величин для нахождения зависимости между ними (например, BAX диода).

**Совокупное измерение** — это проведение ряда измерений нескольких величин одинаковой размерности в различных сочетаниях с нахождением искомых величин из решения системы уравнений (например, измерение R включенных треугольником резисторов).



# Представление результатов

#### Табличное

Позволяет избежать многократной записи единиц измерения, обозначений измеряемой величины, используемых множителей. В таблицы, помимо основных измерений, могут быть включены и результаты промежуточных измерений.

Для удобства импортирования данных и одновременно наглядности чтения удобно хранить в формате TSV. SED позволит легко преобразовать TSV в таблицу латеха.

#### Графическое

На основе графика легко можно сделать вывод о соответствии теоретических представлений данным эксперимента, определить вид функциональной зависимости измеряемой величины.



## Сигналы и их виды

Если некоторая изменяющаяся величина измеряется непрерывно (или квазинепрерывно), мы имеем дело с потоком информации, или **сообщением**. В теории информации физический процесс, значения параметров которого отображают передаваемое сообщение, называется **сигналом**.

Модуляция–демодуляция. Зашумление. **Помехи**: аддитивные, мультипликативные, фазовые.



### Виды сигналов

#### **Аналоговый**

Описывается непрерывной (или кусочно–непрерывной) функцией x(t):  $t\in [t_0,t_1]$ ,  $x\in [x_0,x_1]$ . Аудиосигналы, телевизионные сигналы.

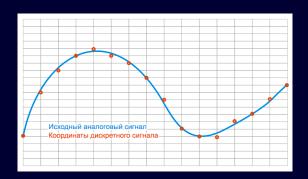




### Виды сигналов

#### Дискретный

Описывается решетчатой функцией (последовательностью, временным рядом) x(nT):  $x \in [x_0, x_1]$ ,  $n = \overline{1, N}$ , T – интервал дискретизации. Величину f = 1/T называют частотой дискретизации. Если интервал дискретизации является постоянной величиной, дискретный сигнал можно задать в виде ряда  $\{x_1, \dots, x_N\}$ .

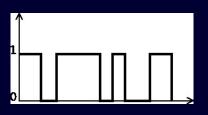




## Виды сигналов

#### Цифровой

Описывается квантованной решетчатой функцией и отличается от обычного дискретного сигнала тем, что каждый уровень квантования кодируется двоичным кодом. Таким образом, если величина  $x \in [x_0,x_1]$  квантуется N разрядным кодом, для обратного представления из кода  $K_x$  в значение x применяется преобразование:  $x=x_0+K_x\cdot(x_1-x_0)/2^N$ . К цифровым сигналам относятся сигналы, используемые в системах связи с импульсно–кодовой модуляцией.





# Дискретизация

Дискретизация строит по заданному аналоговому сигналу x(t) дискретный сигнал  $x_n(nT)$ , причем  $x_n(nT)=x(nT)$ . Операция восстановления состоит в том, что по заданному дискретному сигналу строится аналоговый сигнал.

#### Теорема Котельникова-Найквиста

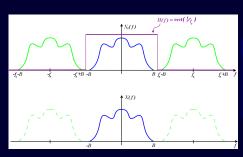
- любой аналоговый сигнал может быть восстановлен с какой угодно точностью по своим дискретным отсчётам, взятым с частотой  $f>2f_c$ , где  $f_c$  максимальная частота, которой ограничен спектр реального сигнала;
- если максимальная частота в сигнале равна или превышает половину частоты дискретизации (наложение спектра), то способа восстановить сигнал из дискретного в аналоговый без искажений не существует.



## Теорема Котельникова-Найквиста

$$X_s(f) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T \cdot x(nT) e^{-i2\pi nTf}$$

$$X(f) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} x(nT) \cdot \underbrace{T \cdot \operatorname{rect}(Tf) \cdot e^{-i2\pi nTf}}_{\mathcal{F}\left\{\operatorname{sinc}\left[\frac{\pi}{T}(t - nT)\right]\right\}}$$



#### Формула Уиттекера-Шеннона

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \cdot \operatorname{sinc}\left[\frac{\pi}{T}(t - nT)\right]$$



#### Квантование

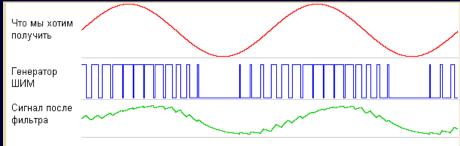
Для преобразования дискретного сигнала в цифровой вид применяется операция квантования или аналогово—цифрового преобразования (АЦП), которая по заданному дискретному сигналу  $x_n(nT)$  строит цифровой кодированный сигнал  $x_d(nT)$ , причем  $x_n(nT) \approx x_d(nT)$ . Обратная квантованию операция называется операцией цифро—аналогового преобразования (ЦАП).





#### Квантование

Для преобразования дискретного сигнала в цифровой вид применяется операция квантования или аналогово—цифрового преобразования (АЦП), которая по заданному дискретному сигналу  $x_n(nT)$  строит цифровой кодированный сигнал  $x_d(nT)$ , причем  $x_n(nT) \approx x_d(nT)$ . Обратная квантованию операция называется операцией цифро—аналогового преобразования (ЦАП).





## Методы анализа сигналов

#### Группы методов

- В пространственной области над сигналом производят какие—либо преобразования, одинаковые для всего сигнала (аддитивные, мультипликативные или матричные) бинаризация, гистограммы, свертка, выделение компонент, сглаживание...
- В частотной области работа производится не с сигналом, а с его спектром (обычно Фурье) свертка через Фурье, сглаживание /фильтрация, выделение деталей, деконволюция...

Процесс зашумления сигнала x(t) импульсной (аппаратной) функцией шума n(t) описывается сверткой:  $x'(t) = x(t) \otimes n(t)$ . В пространстве Фурье:

$$\mathcal{F}(x'(t)) = \mathcal{F}(x(f)) \cdot \mathcal{F}(n(t))$$
 или  $X'(f) = X(f) \cdot N(f)$ .

N(f) – передаточная функция.



#### Вейвлет-анализ

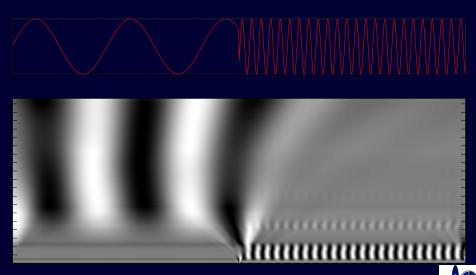
Локализованный в пространственной и частотной области набор ортонормированных функций.

$$T_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \, \psi_{m,n}^*(t) \, dt,$$

$$x(t) = K_{\psi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_{m,n} \psi_{m,n}(t).$$

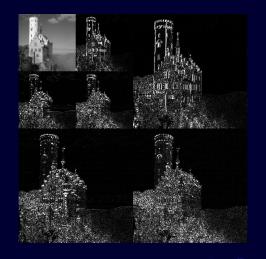


#### Вейвлет-анализ



#### Вейвлет-анализ

#### Детализирующие и аппроксимирующие коэффициенты





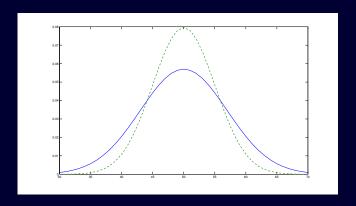
## Обзор программы

- Статистика и вероятность. Случайные величины и распределения
- Теория физических измерений. Систематические и случайные погрешности
- Теория оценок
- Системы уравнений. Степенные и дифференциальные уравнения
- Анализ временных рядов. Фурье- и Вейвлет-анализ
- Обработка изображений



## Статистика и вероятность

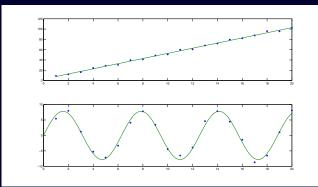
Вероятность, плотность вероятности, закон больших чисел, характеристики набора случайных величин, законы распределения, корреляция и ковариация, шум, SNR.





## Теория физических измерений

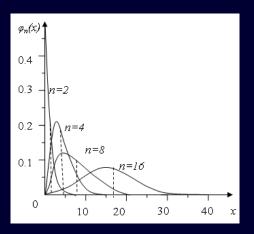
Меры и значения величин, абсолютная и относительная погрешности, промахи, систематические и случайные погрешности, класс точности прибора, доверительный интервал, критерий Стьюдента, правила вычисления погрешностей косвенных измерений, аппроксимация наименьшими квадратами.





## Теория оценок

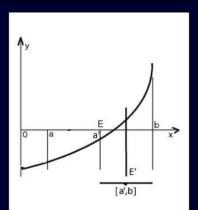
Правило "трех сигм", теорема Ляпунова, распределение  $\chi^2$ , распределение Стьюдента, оценки: их виды и надежность.





# Системы уравнений

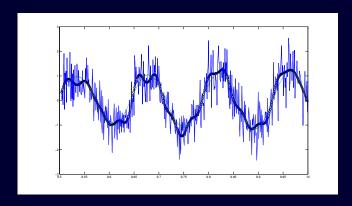
Методы решения систем линейных уравнений: Гаусса, простой итерации, Зейделя, наименьших квадратов, численные методы; степенные и прочие нелинейные уравнения и метод бисекции; численное интегрирование (прямоугольник, трапеция, Симпсона); обыкновенные дифференциальные уравнения.





## Анализ временных рядов

Аппроксимация, интерполяция, сплайны, преобразование Лапласа, Z-преобразования, ряды Фурье, Фурье-преобразование, Фурье-фильтрация, вейвлет-анализ и вейвлет-фильтрация.





# Обработка изображений

Цифровые изображения, модели цветовых пространств; преобразования в пространственной области: логарифмическое преобразование, растяжение контрастности, свертка с различными масками, медианный фильтр; гистограмма и эквализация гистограммы; преобразования в частотной области: ДПФ, частотные фильтры; ФРТ и ОПФ; адаптивная медианная фильтрация; инверсная и винеровская фильтрация; геометрические преобразования изображений; вейвлет—преобразования; морфологические операции; проблема распознавания изображений.









# Основная литература

- 🔋 Интернет–энциклопедия: http://wikipedia.org (Википедия).
- Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2012. 1104 с.
- Витязев В.В. Вейвлет-анализ временных рядов: Учеб. пособие. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та., 2001. 58 с.
- Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде MATLAB. М.: Техносфера, 2006 616 с.
- Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов. Изд. 7-е, стер. М.: Высш. шк., 2001. 479 с.
- Говорухин В., Цибулин В. Компьютер в математическом исследовании. Учебный курс. СПб.: Питер, 2001. 624 с.
- Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. СПб.: Питер, 2005. 604 с.
- Чен К., Джиблин П., Ирвинг А. MATLAB в математических исследованиях: Пер. с англ. М.: Мир, 2001. 346 с.



# Дополнительная литература

- Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. М.: Высш. шк., 1987. 630 с.
- Кнут Д. Э. Все про Т<sub>Е</sub>Х./ Пер. с англ. М. В. Лисиной. Протвино: АО RDT<sub>E</sub>X, 1993. — 592 с.: ил.
- Львовский С. М. Набор и верстка в системе LATEX. 3-е изд., исрп. и доп. — М.: МЦНМО, 2003. — 448 с.
- Физическая энциклопедия/ Гл. ред. А.М. Прохоров. М.: Сов. энциклопедия. Тт. I V. 1988.
- Цифровая обработка сигналов: Справочник/ Л.М. Гольденберг,
  Б.Д. Матюшкин, М.Н. Поляк. М.: Радио и связь, 1985. 312 с., ил.
- Pan G. W. Wavelets in electromagnetic and device modeling. John Wiley & Sons, Inc., Hobocen, New Jersey, 2003. 531 p.



## Спасибо за внимание!

#### mailto

eddy@sao.ru edward.emelianoff@gmail.com

