WiSe 24/25 Logik

AL-Hausarbeit Aufgabe 1

Gruppe: 0395694, 0471850, 234567

Formel $\varphi_{K,T,P,M}$

Sei K die Menge der Kommiliton*innen, T die Menge der möglichen Termine, P die Menge der Plätzchensorten und $M \subseteq K \times P$ die Relation, die (k,p) enthält, falls k die Plätzchensorte p mag.

Verwendete atomare Formeln:

- eingeladen(k,t): Person k ist zu Termin t eingeladen.
- ausweichtermin(k,t): Termin t ist ein Ausweichtermin für Person k.
- gebacken(p,t): Die Plätzchensorte p wird an Termin t gebacken.

Wir fordern:

(i) Jede*r Kommiliton*in wird genau einem Termin zugewiesen, und es gibt mindestens einen weiteren Termin als Ausweichtermin. Außerdem soll jede*r nur einen Einladungstermin haben.

Erläuterung außerhalb der Formel: - Der Ausdruck $\bigvee_{t\in T}(\text{eingeladen}(k,t) \wedge \bigvee_{t'\in T\setminus\{t\}} \text{ausweichtermin}(k,t'))$ stellt sicher, dass es für jede Person k genau einen Termin gibt, zu dem k eingeladen ist, und mindestens einen anderen Termin als Ausweichtermin. - Der Ausdruck $\bigwedge_{\substack{t,t'\in T\\ t\neq t'}} \neg(\text{eingeladen}(k,t) \wedge \text{eingeladen}(k,t'))$ stellt sicher, dass es nicht zwei unterschiedliche Einladungstermine für dieselbe Person gibt.

$$\varphi_{K,T,P,M} := \bigwedge_{k\in K}\Bigg[\Big(\bigvee_{t\in T}\big(\text{eingeladen}(k,t) \wedge \bigvee_{t'\in T\setminus\{t\}} \text{ausweichtermin}(k,t')\big)\Big)$$

$$\wedge \bigwedge_{\substack{t,t'\in T\\ t\neq t'}} \neg\big(\text{eingeladen}(k,t) \wedge \text{eingeladen}(k,t')\big)\Bigg].$$

(ii) Jede Plätzchensorte wird bei maximal einem Treffen gebacken:

$$\bigwedge_{p\in P}\bigwedge_{\substack{t,t'\in T\\ t\neq t'}} \neg(\text{gebacken}(p,t) \wedge \text{gebacken}(p,t')).$$

(iii) An Terminen ohne Einladungen werden keine Plätzchen gebacken, und umgekehrt:

$$\bigwedge_{t\in T}\left(\bigvee_{k\in K}\text{eingeladen}(k,t) \;\leftrightarrow\; \bigvee_{p\in P}\text{gebacken}(p,t)\right).$$

(iv) Wenn jemand eingeladen wird, muss diese Person alle gebackenen Plätzchensorten mögen:

$$\bigwedge_{k\in K}\bigwedge_{t\in T}\big(\text{eingeladen}(k,t) \to \bigwedge_{p\in P}(\text{gebacken}(p,t) \to ((k,p)\in M))\big).$$

(v) An jedem Ausweichtermin muss mindestens eine Plätzchensorte gebacken werden, die die Person mag:

$$\bigwedge_{k\in K}\bigwedge_{t\in T}\big(\text{ausweichtermin}(k,t) \to \bigvee_{p\in P}(\text{gebacken}(p,t) \wedge ((k,p)\in M))\big).$$

Ergebnisse aus der Belegung ablesen

Eine erfüllende Belegung der Formel $\varphi_{K,T,P,M}$ erlaubt die folgende Interpretation:

- eingeladen(k,t): k wird zu t eingeladen.

- ausweichtermin(k, t): t ist ein möglicher Ersatztermin für k.
- gebacken(p, t): Die Plätzchensorte p wird an t gebacken.

Aus der erfüllenden Belegung können wir direkt entnehmen, wer zu welchem Termin eingeladen ist, welche Plätzchensorten gebacken werden und welche Termine mögliche Ersatztermine sind.