

AL-Hausarbeit Aufgabe 1

Gruppe: 0395694, 678901, 234567

WiSe 24/25

Aufgabe 1

Formel $\phi_{K,T,P,M}$

Sei K die Menge der Kommiliton*innen, T die Menge der möglichen Termine, P die Menge der Plätzchensorten, und $M \subseteq K \times P$ die Relation, die (k, p) enthält, falls k die Plätzchensorte p mag.

Die Bedingungen können wie folgt als logische Formel $\phi_{K,T,P,M} \in AL$ formuliert werden:

- (i) Jede*r Kommiliton*in wird genau einem Termin zugewiesen, und es gibt mindestens einen Ausweichtermin:

$$\bigwedge_{k \in K} \left(\left(\bigvee_{t \in T} \text{eingeladen}(k, t) \right) \wedge \left(\bigwedge_{t, t' \in T, t \neq t'} \neg(\text{eingeladen}(k, t) \wedge \text{eingeladen}(k, t')) \right) \wedge \left(\bigvee_{t \in T} \text{eingeladen}(k, t) \wedge \bigvee_{t' \in T \setminus \{t\}} \text{ausweichtermin}(k, t') \right) \right)$$

wobei $\text{eingeladen}(k, t)$ ausdrückt, dass k zu t eingeladen ist, und $\text{ausweichtermin}(k, t)$, dass t ein möglicher Ersatztermin für k ist.

- (ii) Jede Plätzchensorte wird bei maximal einem Treffen gebacken:

$$\bigwedge_{p \in P} \bigwedge_{t, t' \in T, t \neq t'} \neg(\text{gebacken}(p, t) \wedge \text{gebacken}(p, t'))$$

- (iii) An Terminen ohne Einladungen werden keine Plätzchen gebacken, und umgekehrt:

$$\bigwedge_{t \in T} \left(\bigvee_{k \in K} \text{eingeladen}(k, t) \leftrightarrow \bigvee_{p \in P} \text{gebacken}(p, t) \right)$$

- (iv) Wenn jemand eingeladen wird, muss diese Person alle Plätzchensorten mögen, die gebacken werden:

$$\bigwedge_{k \in K} \bigwedge_{t \in T} \left(\text{eingeladen}(k, t) \rightarrow \bigwedge_{p \in P} (\text{gebacken}(p, t) \rightarrow (k, p) \in M) \right)$$

- (v) An jedem Ausweichtermin muss mindestens eine Plätzchensorte gebacken werden, die die Person mag:

$$\bigwedge_{k \in K} \bigwedge_{t \in T} \left(\text{ausweichtermin}(k, t) \rightarrow \bigvee_{p \in P} (\text{gebacken}(p, t) \wedge (k, p) \in M) \right)$$

Ergebnisse aus der Belegung ablesen

Eine erfüllende Belegung der Formel $\phi_{K,T,P,M}$ erlaubt die folgende Interpretation:

- $\text{eingeladen}(k, t)$: k wird zu t eingeladen.
- $\text{ausweichtermin}(k, t)$: t ist ein möglicher Ersatztermin für k .
- $\text{gebacken}(p, t)$: Die Plätzchensorte p wird an t gebacken.

Aus der erfüllenden Belegung können wir direkt entnehmen, wer zu welchem Termin eingeladen ist, welche Plätzchensorten gebacken werden und welche Termine mögliche Ersatztermine sind.