TCFSH_2015_18

數學第二冊第三章
機率

古典機率 $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

條件機率 $P(B|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$

獨立事件 $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

座號：________________

姓名：________________

http://cplee8tcfsh.blogspot.tw/

3-1 樣本空間與事件

名詞	說明	集合表示法
試驗	在不確定的現象上,求出一個結果的過程	
樣本空間	一項試驗中，所有可能發生的結果所成的集合	S
樣本點(樣本)	樣本空間中的每一元素	$a\in S$
事件	樣本空間中的任一子集	$A\subset S$
事件發生	試驗結果屬於事件	
基本事件	只有一個樣本點的事件	$\{a\}$
不可能事件	永遠不會發生的事件(亦稱空事件)	$\varnothing$
必然事件	必然發生的事件(亦稱全事件)	S
和事件	事件 A 和事件 B 所有的樣本所構成的事件	$A\cup B$
積事件	事件 A 和事件 B 共有的樣本所構成的事件	$A\cap B$
餘事件	不在 A 中的樣本所構成的事件，稱為 A 的餘事件	$A'=S-A$
互斥事件	事件 A 和事件 B 不可能同時發生	$A\cap B=\varnothing$

Ex1. 投擲一個公正骰子,共有可能出現點數為 1,2,3,4,5,6,則

(1)寫出樣本空間 S。[{1,2,3,4,5,6}]

(2)寫出點數小於 4 之事件 A 及 A 的餘事件。[A={1,2,3}，A'={4,5,6}]

(3)寫出出現奇數點之事件 B 及 B 的餘事件。[B={1,3,5}，B'={2,4,6}]

(4)寫出出現偶數點之事件 C 及 C 的餘事件。[C={2,4,6}，C'={1,3,5}]

(5)寫出點數大於 7 之事件 D 及 D 的餘事件。[D= $\varnothing$ ，D'={1,2,3,4,5,6}]

(6)寫出 A、B 的和事件與積事件,A,B 是否互斥？

[A∪B={1,2,3,5}，A∩B={1,3}，否]

(7)寫出 B、C 的和事件與積事件,B,C 是否互斥？

[B∪C={1,2,3,4,5,6}，B∩C= $\varnothing$ ，是]

(8)寫出 C、D 的和事件與積事件,C,D 是否互斥？

[C∪D={2,4,6}，C∩D= $\varnothing$ ，是]

(9)S 的基本事件共有？個，其中與 A 互斥的基本事件有幾個。[6，3]

※若 A 是 B 的餘事件則 A,B 必互斥；反之不成立

Ex2. 設樣本空間 $S=\{1,2,3,4,5,6\}$，事件 $A=\{1,2\}$，則

(1)S 的事件共有幾個?(2)與 A 互斥的事件共有幾個？[64，16]

Ex3. Nokia 硬，Samsung 大，Apple 長，女生愛用哪牌。[Sony/不只是撈金魚]

Ex4. 從 6 位同學甲、乙、丙、丁、戊、己中任選三位的樣本空間是 S，

A 表其中甲被選上的事件，求 $n(S)$及 $n(A)$。[20，10]

Ex5. 甲、乙、丙各出剪刀、石頭、布猜拳,則樣本空間 S 共有多少個元素？

其中彼此不分勝負之事件有多少個元素？[27；9]

Ex6. 擲一個硬幣 3 次，依次觀察出現正面或反面的情形，設 A 表第一次出現正面的事件，B 表總共兩次正面、一次反面的事件,C 表三次皆同一面的事件，求

(1)A？[{(正,正,正),(正,正,反),(正,反,正),(正,反,反)}]

(2)B？[{(正,正,反),(正,反,正),(反,正,正)}]

(3)C？[{(正,正,正),(反,反,反)}]

(4)A,B 的和事件? [{(正,正,正),(正,正,反),(正,反,正),(正,反,反),(反,正,正)}]

(5)A,B 的積事件? [{(正,正,反),(正,反,正)}]

(6)A 的餘事件? [{(反,正,正),(反,正,反),(反,反,正),(反,反,反)}]

(7)A,B 是否為互斥？[否]

(8)B,C 是否為互斥？[是]

Ex7. 同時擲一個骰子及二個不同的硬幣，設其樣本空間為 S，A 表有奇數點的事件，B 表有二正面的事件，求

(1)$n(S)$=？[24]

(2)$n(A\cap B)$=？[3]

(3)$n(A\cup B)$=？[15]

(4)S 中之所有事件的個數 $n(2^S)$ =？[2^{24}]

Ex8. 自一副撲克牌中，任取 10 張，若每張被取的機率相同，求

(1)樣本空間的個數？[C_{10}^{52}]

(2)若 A 事件表示 10 張牌中至少有一張黑桃，則 $n(A)$=？[$C_{10}^{52}-C_{10}^{39}$]

3-2 機率的定義與性質

一、拉普拉斯古典機率($Laplace$)：

設 S 為有 n 個樣本點的樣本空間，又假設其中各樣本點出現的機會均等。

若 $A\subset S$ 為一事件，則事件 A 發生的機率為 A 之元素個數與 n 之比，

記為 $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{n(A)}{n}$ 。

1.擲二骰子 $(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x)^2$

點數和	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
方法數	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

2.擲三骰子 $(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x)^3$

點數和	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
方法數	1	3	6	10	15	21	25	27	27	25	21	15	10	6	3	1

Ex9. 擲一個公正骰子一次，求下列各事件的機率？

(1)出現的點數是質數(2)出現點數小於 5(3)出現點數不是 5。[$\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{5}{6}$]

Ex10. 擲三均勻骰子，其點數總和為 2、3、5 的倍數之機率分別為？[$\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{43}{216}$]

Ex11. 考慮下列機率：

(1)擲兩個不同的銅板一次，共有幾種情形？出現一正一反的機率為何？[$4,\frac{1}{2}$]

(2)擲兩個相同的銅板一次，共有幾種情形？出現一正一反的機率為何？[$3,\frac{1}{2}$]

(3)兩個不同的球任意分配到兩個不同的箱子(全分完)，共有幾種情形？

其中各箱恰有一球的機率為何？[$4,\frac{1}{2}$]

(4)兩個相同的球任意分配到兩個不同的箱子(全分完)，共有幾種情形？

其中各箱恰有一球的機率為何？[$3,\frac{1}{2}$]

(5)兩個不同的球任意分配到兩個相同的箱子(全分完)，共有幾種情形？

其中各箱恰有一球的機率為何？[$2,\frac{1}{2}$]

(6)兩個相同的球任意分配到兩個相同的箱子(全分完)，共有幾種情形？

其中各箱恰有一球的機率為何？[$2,\frac{1}{2}$]

結論：考慮機率時，請視為相異！

Ex12. 投擲一均勻硬幣 11 次，正面次數比反面多的機率？[$\frac{1}{2}$]

投擲一均勻硬幣 10 次，正面次數比反面多的機率？[$\frac{193}{512}$]

二、機率的性質：S 為樣本空間， $A,B\subset S$

(1) $P(\varnothing)=0$，$P(S)=1$，$0\leqq P(A)\leqq 1$

(2)餘事件：$P(A')=1-P(A)$

(3)和事件：$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

若 $A\cap B=\varnothing$，則 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

(4)單調性：若 $A\subset B$，則 $P(A)\leqq P(B)$

(5)取捨原理： $A,B,C\subset S$，則 A，B，C 至少有一事件發生的機率為

$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(B\cap C)-P(C\cap A)+P(A\cap B\cap C)$

(6)差集： $P(A-B)=P(A\cap B')=P(A)-P(A\cap B)$

(7)交集的範圍： $max\{0,P(A)+P(B)-1\}\leq P(A\cap B)\leq min\{P(A),P(B)\}$

(8)聯集的範圍： $max\{P(A),P(B)\}\leq P(A\cup B)\leq min\{1,P(A)+P(B)\}$

Ex13. 當使用一儀器去測量一個高為 70 單位長的建築物 50 次，所得數據為

測量值	68 單位長	69 單位長	70 單位長	71 單位長	72 單位長
次數	5	15	10	15	5

根據此數據推測，假如再用此儀器測量該建築物三次，

則三次測得的平均值為 71 單位長的機率為何？[$\frac{9}{125}$]

Ex14. 設事件 A 發生的機率為 $\frac{1}{2}$，事件 B 發生的機率為 $\frac{1}{3}$，若以 p 表事件 A 或事件 B 發生的機率，則 p 值的範圍為何？(1) $p\leq\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{6}<p\leq\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{3}<p<\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{2}\leq p\leq\frac{5}{6}$ (5) $p>\frac{5}{6}$ [(4)]

Ex15. 甲、乙兩人各擲一均勻骰子，約定如下：乙得 6 點時乙就贏；
兩人同點時(非 6 點)，甲贏；其餘情形，則以點數多者為贏。
則甲贏的機率為? [$\frac{5}{9}$]

Ex16. 袋中有七個相同的球，分別標示 $1,2,\cdots,7$ 號。若自袋中隨機選取四個球(取出之球不放回)，則取出之球的標號和為奇數的機率為？[$\frac{16}{35}$]

Ex17. 將四顆球隨機放入三個箱子中，求每個箱子都有球的機率？[$\frac{4}{9}$]

Ex18. 一盒中有 10 個球，球上分別印有 1 到 10。今由盒中取 4 球，則 4 球之號碼中第二大數目是 7 的機率為。[$\frac{3}{14}$]

Ex19. 有大小不同的鞋 5 雙，任取其中 4 隻，至少成一雙的機率為？[$\frac{13}{21}$]

Ex20. 袋中有大小式樣均相同之黑襪 2 雙，紅襪 3 雙，今自袋中任取 4 隻，則 4 隻恰為 2 雙之機率為何？[$\frac{53}{105}$]

Ex21. 小明：你製杖嗎？小華：不！我販劍！

Ex22. 某一工廠生產燈泡，12 個裝成一盒。工廠品質檢驗的方法是從每盒中任取 4 個來檢查，如有兩個或兩個以上的燈泡是壞的，則整盒淘汰。若某一盒有 5 個壞燈泡，則這一盒會被淘汰的機率是。[$\frac{19}{33}$]

Ex23. 某次考試共有 10 道是非題，每題答對得 1 分，答錯倒扣 1 分，不作答得 0 分。設甲生確定會作答的有 4 題，其餘 6 題都不經考慮隨意猜答。如果甲生確定會的 4 題都答對了，那麼甲生得分超過 4 分的機率為？[$\frac{11}{32}$]

Ex24. 假設任意取得之統一發票，其號碼之個位數字為 $0,1,2,3,\cdots,9$ 中任一數字，且這些數出現之機率相等。今自 3 不同場所，各取得一張統一發票，則 3 張發票號碼個位數字中，(1)至少有一個為 0 的機率為？(2)至少有一個為 0，且至少有一個為 9 的機率為？[0.271；0.054]

Ex25. 12 張分別標以 $1,2,3,\cdots,12$ 的卡片，任意分成兩疊，每疊各六張，
(1)求 1，2，3 三張在同一疊的機率為？
(2)求 1，2，3，4 四張中，每一疊各兩張的機率為？[$\frac{2}{11}$，$\frac{5}{11}$]

Ex26. 有兩個不同形狀的公正骰子，一個是正四面體，一個是正立方體。正四面體上各面的點數分別是 1，2，3，4；立方體上各面的點數分別是 1，2，3，4，5，6。同時投擲這兩個骰子一次，點數的乘積小於 7 的可能情形有？種；而立方體骰子的點數較四面體骰子的點數大的機率為？[12；$\frac{7}{12}$]

Ex27. 甲、乙二人分別從 0 至 99 的 100 個數中，各自選出 3 個不同的數，則
(1)兩人所選的數完全相同的機率為？(2)至少有一數相同的機率為？[$\frac{1}{161700}$，$\frac{713}{8085}$]

Ex28. 一袋中有同質卡片 52 張，每張卡片上各有 1 個 1 至 52 的不同號碼。今自袋中任意抽出兩張卡片，則卡片上兩個號碼的和恰為 36 的機率為何？[$\frac{1}{78}$]

Ex29. 設 $p(A)=a$，$p(B)=b$，$p(A\cap B)=c$，試以 a，b，c 表下列各式：
(1) $p(A'\cup B')$ =？[$1-c$]
(2) $p(A'\cap B)$ =？[$b-c$]
(3) $p(A'\cup B)$ =？[$1-a+c$]
(4) $p(A'\cap B')$ =？[$1-a-b+c$]

Ex30. 擲 3 粒公正的骰子，問恰好有兩粒點數相同的機率為？[$\frac{5}{12}$]

Ex31. 甲乙二人同時各擲一骰子，則(1)甲乙擲出相同點之機率為，

(2)甲擲出之點數大於乙的點數的機率為。[$\frac{1}{6}$，$\frac{5}{12}$]

Ex32. 投一骰子 3 次，依次得點數 a，b，c；求下列機率：(1)$a<b<c$，(2)$a\leqq b\leqq c$，

(3)$a+b+c=11$，(4)$(a-b)(b-c)=0$，(5)$(a-b)(b-c)=2$。[$\frac{5}{54}$，$\frac{7}{27}$，$\frac{1}{8}$，$\frac{11}{36}$，$\frac{1}{18}$]

Ex33. 同擲四粒均勻骰子一次，則點數和為 12 的機率為何？[$\frac{125}{1296}$]

Ex34. (1)重覆擲一骰子，恰好在第 10 次出現第 3 個 1 點的機率為何？

(2)重覆擲一骰子，則第 4 次始出現 1 點的機率為何？[$C_2^9(\frac{1}{6})^3(\frac{5}{6})^7$，$(\frac{1}{6})(\frac{5}{6})^3$]

Ex35. 擲三個骰子一次，求以下事件的機率？(1)至少有一粒出現 6 點(2)三個骰子點數皆相異

(3)三個骰子點數可成等差數列[$\frac{91}{216}$，$\frac{5}{9}$，$\frac{7}{36}$]

Ex36. 擲一公正的骰子 n 次，設 A 表「至少出現一次么點」的事件，

則使 $P(A)>99.8\%$之最小 n 值為何？($log2=0.3010$，$log3=0.4771$)[35]

Ex37. 擲兩個公正骰子，設第一個骰子擲得 A 點，第二個骰子擲得 B 點，則聯立方程組

$\begin{cases} Ax+By=3 \\ x+2y=2 \end{cases}$ 恰有一組解的機率為。[$\frac{11}{12}$]

Ex38. 反覆投擲骰子，若累積有三次同樣的點數時，則停止再投，而停止時的總點數是為得點數。例如，投出 3，6，1，3，3，則得點數 16。

(1)最小得點數為何？(2)最大得點數為何？

(3)只投 3 次而結束的機率為何？(4)只投 4 次而結束的機率為何？

(5)得點數在 5 點以下的機率為何？(6)得點數剛好 8 點的機率為何？

[3；48；$\frac{1}{36}$；$\frac{5}{72}$；$\frac{1}{144}$；$\frac{1}{216}$]

Ex39. 連續擲一個銅板，欲使「至少出現一次正面」的機率大於 0.999，則最少須擲幾次？[10]

Ex40. 5 個不同的球放入三個不同的箱子中，

則(1)無空箱的機率為？(2)恰有一空箱的機率為？[$\frac{50}{81}$，$\frac{10}{27}$]

Ex41. 4 個相同的球任意放入 5 個編號 1 號到 5 號的箱子中，假設每個球放入每個箱子的機率相等；則 1 到 4 號箱中每箱恰有一個機率為？[$\frac{24}{625}$]

Ex42. 袋中有 2 白球，3 紅球，伸手至袋中取球 2 次，就下列取球方式求 $P(A)$，$P(B)$，其中 A 表兩次均得紅球的事件，B 表一次得白球，一次得紅球的事件：

第一方式：每次取一球，取出之球不放回原袋。[$\frac{3}{10}$；$\frac{3}{5}$]

第二方式：每次取一球，取出之球察知顏色後即放回原袋。[$\frac{9}{25}$；$\frac{12}{25}$]

Ex43. 設袋中有 5 紅球、4 白球、3 黃球，從中取出 4 球，則(1)每個色球均至少有一個之機率為，(2)恰有 2 色球的機率為。[$\frac{6}{11}$，$\frac{73}{165}$]

Ex44. 一袋中有白球 3 個(記 1，2，3 號)，紅球 5 個(記 1，2，3，4，5 號)，黑球 6 個(記 1，2，3，4，5，6 號)，今任意取出二球，求下列各機率？

(1)同色，(2)不同色，(3)同號。[$\frac{4}{13}$，$\frac{9}{13}$，$\frac{11}{91}$]

Ex45. 1 到 100 的自然數任取一個，不為 2 的倍數亦不為 3 之倍數的機率為？[0.33]

Ex46. 由 1，2，3，4，5 中取出 3 個相異數字作成三位數，則

(1)此三位數是偶數的機率為？(2)此三位數是 4 的倍數之機率為？[$\frac{2}{5}$，$\frac{1}{5}$]

Ex47. 自 1，2，3，….，100 中任選三相異數，可排成等差的機率為多少？[$\frac{1}{66}$]

Ex48. 從一副撲克牌 52 張中任取 2 張，求下列各情形出現的機率：(1)2 張同點數。(2)2 張同花色。(3)2 張異花色。(4)此 2 張同為紅心或都是大牌(A，K，Q，J)。

[$\frac{1}{17}$，$\frac{4}{17}$，$\frac{13}{17}$，$\frac{32}{221}$]

Ex49. 袋中 1 號卡片一張，2 號卡片 2 張，3 號卡片 3 張，… ，10 號卡片 10 張。今任取 3 張卡片，則所取號碼能構成一直角三角形之邊長的機率為何？[$\frac{12}{583}$]

Ex50. 在同一樣本空間三個事件 A，B，C，若已知 $p(B)=\frac{1}{2}$，$p(C)=\frac{3}{5}$，$p(A\cap B)=\frac{1}{5}$，$p(B\cap C)=\frac{3}{10}$，$p(C\cap A)=\frac{2}{5}$，$p(A\cap B\cap C)=\frac{1}{10}$，$p(A\cup B\cup C)=\frac{9}{10}$，

求 $p(A\cap B\cap C')$ 與 $p(A)$。[$\frac{1}{10}$，$\frac{3}{5}$]

Ex51. 三事件 A,B,C，且 $p(A)=p(B)=p(C)=0.2$，$p(A\cap B)=0.1$，$p(B\cap C)=p(C\cap A)=0$，求三事件至少發生一件的機率為何？[0.5]

Ex52. 設 A，B 表示兩事件，且 $p(A\cup B)=\frac{3}{4}$，$p(A')=\frac{2}{3}$，$p(A\cap B)=\frac{1}{4}$，

求 $p(A)$，$p(B)$，$p(A-B)$。[$\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{12}$]

Ex53. 設 A,B 為互斥，若 $p(A)=0.2$，$p(B)=0.4$，求 $p(A')$ 及 $p(A\cap B')$ 。[0.8；0.2]

Ex54. 設 A,B 為互斥，若 $p(A'\cap B)=0.3$ ， $p(A'\cap B')=0.5$ ，求 $p(A)$ 及 $p(B)$。[0.2；0.3]

Ex55. 從五雙同尺寸同式樣白色三雙，黑色兩雙的鞋子中，任取四隻，
求下列各機率：(1)恰成兩雙？(2)恰成一雙。[$\frac{23}{105}$，$\frac{24}{35}$]

Ex56. 五個人同時玩猜拳(剪刀、石頭、布)遊戲一次，則恰有一人勝的機率為？恰有 2 人勝的機率為？恰有 3 人勝的機率為？恰有 4 人勝的機率為？無人得勝的機率是？
[$\frac{5}{81}$，$\frac{10}{81}$，$\frac{10}{81}$，$\frac{5}{81}$，$\frac{17}{27}$]

Ex57. 將 A、B、C、D、E 五人的名片各一張，任意發給此五人，每人一張，則(1)五人皆得自己名片的機率為，(2)恰有 4 人得自己的名片的機率為，(3)恰有 3 人得自己的名片的機率為，(4)恰有 2 人得自己的名片的機率為，(5)恰有 1 人得自己的名片的機率為，(6)沒有任何一人得自己名片的機率為。[$\frac{1}{120}$，0，$\frac{1}{12}$，$\frac{1}{6}$，$\frac{3}{8}$，$\frac{11}{30}$]

Ex58. 4 個人的帽子放在一起，今任意取戴，求下列事件之機率：
(1)至少有一人戴對了自己的帽子。
(2)沒有人戴對了自己的帽子。
(3)恰有一人戴對了自己的帽子。[$\frac{5}{8}$，$\frac{3}{8}$，$\frac{1}{3}$]

Ex59. 設有甲乙丙…共 10 人分別乘車，A 車坐 4 人，B 車坐 3 人，C 車坐 3 人，今抽籤決定各人所乘之車，求(1)甲乙同乘 A 車之機率。(2)甲乙同車之機率。[$\frac{2}{15}$，$\frac{4}{15}$]

Ex60. 將 12 人等分為甲、乙、丙三隊，求其中 A，B 二人不同隊之機率。[$\frac{8}{11}$]

Ex61. 甲,乙,丙,…共 10 人排成一列，求甲、乙排在戊、己、庚之前的機率。[$\frac{1}{10}$]

Ex62. 五對夫婦選出四位，則成 2 對與不成對的機率分別為多少？[$\frac{1}{21}$，$\frac{8}{21}$]

Ex63. 袋中有白球 6 顆，黑球 n 顆，假設每顆球被取到的機會均相等，現在從袋中取出兩球，若已知取到 1 白 1 黑的機率為 $\frac{6}{11}$ ，則 n 之值為多少。[$5\vee 6$]

Ex64. 根據盜墓筆記中記載：十墓九空，亦即大多數的古墓早就遭盜墓賊洗劫一空，盜走了裡面的陪葬品，在這情況下，問一個盜墓賊至少要盜挖幾個墓，才有超過一半的機會可以盜得陪葬品。[7]

Ex65. 坊間流行一種猜五位數字的遊戲，規則如下：兩人欲猜對方先設定好的一組五位數(數字皆相異)，設每個五位數被猜的機會相等，若小明已猜小華設定的五位數為 96328，小華告訴小明：「五個數字都猜對，但位置都不對。」則小明下一次就猜對此五位數的機率為多少。[$\frac{1}{44}$]

Ex66. A 病(甲院 $\frac{30}{60}=0.50$),(乙院 $\frac{11}{20}=0.55$)，A 病治癒率乙院高於甲院，

B 病(甲院 $\frac{5}{20}=0.25$),(乙院 $\frac{12}{40}=0.30$)，B 病治癒率乙院高於甲院，

A,B 病合計的治癒率哪院高？[$\frac{35}{80}>\frac{23}{60}$ 甲](Simpson's paradox)

Ex67. 某班級有 n 個學生，若該班學生至少某兩人同一天生日的機率過半？問 n 的最小值?（一年以 365 天計）[23]，ps.(n,p)=(30,0.71)，(40,0.89)

Ex68. 有三道門，只有一道門的背後有獎品。
請先選好一道門，主持人將另外兩道門之中某道背後沒有獎品的門打開。
然後主持人會問「換不換？」若是你，換不換呢？Why？

Ex69. 有 1000 人擲筊，問有人連擲聖筊 10 次或以上的機率是否過半？[是，0.63]

3-3 條件機率與貝氏定理

一、條件機率：

1.設 A 為樣本空間 S 中的非空事件 $P(A)>0$，B 為 S 中的任意事件。

已知 A 事件已發生的條件下，將 B 事件發生的條件機率記作 $P(B|A)$，

且 $P(B|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$。切忌寫成 $\dfrac{p(B)}{p(A)}$ (分子可能比分母大)。

謎之彬音：記法 $P(B|A)\Rightarrow p(B/A)\Rightarrow p(\dfrac{B}{A})$，以 A 已發生的基礎(基礎在下面)(分母)，求 B 的機率。

2.若每個樣本點發生的機率都相等，則 $P(B|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}$

3.條件機率的性質

設 A，B，C 為樣本空間 S 中之任意三事件，且設 $P(C)>0$，則有

(1) $P(\varnothing|C)=0$

(2) $P(C|C)=1$

(3) $0\le P(A|C)\le 1$

(4) $P(A'|C)=1-P(A|C)$

(5) $P(A\cup B|C)=P(A|C)+P(B|C)-P(A\cap B|C)$

(6)若 $A\subset B$，則 $P(A|C)\le P(B|C)$

4.條件機率的乘法性質：(次序可調)

(1) $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B|A)=P(B)\cdot P(A|B)$

註：A 且 B = 先 A 後 B = 先 B 後 A

(2)$P(A\cap B\cap C)=P(A)\cdot P(B|A)\cdot P(C|A\cap B)=P(C)\cdot P(B|C)\cdot P(A|B\cap C)$

註：A 且 B 且 C = 先 A 再 B 後 C = 先 C 再 B 後 A

(3)$P(A_1\cap A_2\cap\ldots\cap A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2|A_1)\cdot\ldots\cdot P(A_n|A_1\cap A_2\cap\ldots\cap A_{n-1})$

5.爭先恐後無用論：

例：10 個完成新兵訓練的二等兵等著分發部隊，已知 10 支籤之中有 1 支金馬獎。

試討論先抽籤者中金馬獎的機率與後抽籤者中金馬獎的機率。

$$P_1=\frac{1}{10},P_2=\frac{9}{10}\times\frac{1}{9}=\frac{1}{10},P_3=\frac{9}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{10},\cdots,P_{10}=\frac{9}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{7}{8}\times\cdots\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{1}=\frac{1}{10}$$

證明：第 1 次的中獎機率= $\dfrac{k}{n}$，第 t 次的中獎機率= $\dfrac{C_{k-1}^{n-1}\cdot C_1^1}{C_k^n}=\dfrac{k}{n}$。

討論：同前例，若抽後籤放回，機率是否改變？結果是否改變？

Ex70. 下部隊抽籤，10 支籤中有 3 支金馬獎，問(1)抽出不放回，第一、二、三人中獎率？(2)抽出後放回，第十人中獎率？[$\dfrac{3}{10}$，$\dfrac{3}{10}$，$\dfrac{3}{10}$，$\dfrac{3}{10}$]

Ex71. 袋中有六個乒乓球，分別編號為 1,2,3,4,5,6。每次自袋中隨機抽取一球，然後將袋中編號為該球號碼之因數或倍數者一併自袋中取出(例如第一次抽中 2 號球，則將 1 號,2 號,4 號,6 號四球皆取出)，再進行下一次的抽取。試問最後一次抽取時，袋中只剩 5 號球的機率是多少？[$\dfrac{7}{18}$][89 自]

Ex72. 擲三枚相同且均勻的銅板一次；則在至少出現一個正面的條件下，恰好出現兩個正面的機率為何？[$\dfrac{3}{7}$][87 自]

Ex73. 擲三粒均勻骰子一次，問在至少出現一次 4 點的條件下，其點數和為偶數的機率為何？[$\frac{46}{91}$][86 自]

二、貝士定理：

1.分割(*Partition*)：設 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 是樣本空間 S 的事件，且滿足

(1) $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = S$ (合為全)

(2) $A_i \cap A_j = \varnothing, i \neq j$ (交為空)

則稱 $\{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$ 是樣本空間 S 的一個分割。

2.設 $\{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$ 是樣本空間 S 的一個分割，

B 是任意事件，$P(B)>0$，則

(1) $P(B)=P(B\cap A_1)+P(B\cap A_2)+\cdots+P(B\cap A_n)$

$=P(A_1)\cdot P(B|A_1)+P(A_2)\cdot P(B|A_2)+\cdots+P(A_n)\cdot P(B|A_n) \quad =\sum_{k=1}^{n} P(A_k)P(B|A_k)$

(2) $P(A_j|B)=\dfrac{P(A_j\cap B)}{P(B)}=\dfrac{P(A_j)P(B|A_j)}{\sum_{k=1}^{n} P(A_k)P(B|A_k)}$ (貝士定理)

(3)已知事前機率 $P(A_j)$，求得事後機率 $P(A_j|B)$

以下題為例：事前機率 5%，事件 B 發生(產品被檢驗為良品)，事後機率 $\frac{1}{96}$

Ex74. 根據紀錄知，某工廠檢驗產品的過程中，
將良品檢驗為不良品的機率為 0.20，將不良品檢驗為良品的機率為 0.16，
又知該產品中，不良品佔 5%，良品佔 95%，
若一件產品被檢驗為<u>良品</u>，則該產品為<u>不良品</u>之機率為何？[$\frac{1}{96}$][90 學]
若一件產品被檢驗為<u>不良品</u>，則該產品為<u>不良品</u>之機率為何？[$\frac{21}{116}$]

Ex75. 調查某新興工業都市的市民對市長施政的滿意情況，依據隨機抽樣，共抽樣男性 600 人、女性 400 人，由甲、乙兩組人分別調查男性與女性市民。調查結果男性中有 36%滿意市長的施政，女性市民中有 46%滿意市長的施政，則滿意市長施政的樣本佔全體樣本的百分比為何？[40%][90 學]

Ex76. 某種疾病的檢驗方法不是百分之百正確：依過去的經驗知道，患有此疾病的人檢驗能正確判斷的可能性為 0.92；不患有此疾病的人，則檢驗做了錯誤判斷的可能性為 0.04。設一群人中已知有 20%的人患有此疾病，而從這一群人中任選一人加以檢驗，則檢驗判定患有此疾病的機率為何？[0.216]

Ex77. 交通規則測驗時，答對有兩種可能，一種是會做而答對，一種是不會做但猜對。已知<u>小智</u>練習交通規則筆試測驗，會做的機率是 0.8。現有一題 5 選 1 的交通規則選擇題，設<u>小智</u>會做就答對，不會做就亂猜。已知此題<u>小智</u>答對，試問在此條件之下，此題<u>小智</u>是因會做而答對(不是亂猜答對)的機率是多少？[$\frac{20}{21}$][89 學]

Ex78. 某品牌之燈泡由 A 廠及 B 廠各生產 30%及 70%。A 廠生產之產品中有 1%瑕疵品；B 廠生產之產品中有 5%瑕疵品。某日退貨部門回收一件瑕疵品，則下列敘述那些是正確的？

(A)猜此瑕疵品是 A 廠製造的，猜對的機率較大。

(B)猜此瑕疵品是 B 廠製造的，猜對的機率較大。

(C)此瑕疵品由 A 廠製造的機率為 $\frac{3}{38}$。

(D)此瑕疵品由 A 廠製造的機率為 $\frac{30}{10000}$。

(E)此瑕疵品由 B 廠製造的機率為 $\frac{350}{10000}$。[85 學][BC]

三、獨立事件：

1.獨立二事件：設 A，B 為樣本空間 S 中的任二事件

(1)當古典機率=條件機率： $P(A)=P(A|B)$ ，即 B 事件發生與否不影響 A 事件的機率。

(2)定義：若 $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$ 則稱 A，B 為獨立事件，否則稱為相關事件。

(3)性質：當 A，B 為獨立事件，則下列亦為獨立事件：

A 與 B'　　A' 與 B　　A' 與 B'

例：若老王生女兒的機率與今天下雨的機率為獨立事件，

則老王生兒子的機率亦與今天下雨的機率為獨立事件。

2.獨立三事件 A，B，C：設 A，B，C 為樣本空間 S 中的任三事件

(1)定義：若 A，B，C 兩兩獨立且 $P(A\cap B\cap C)=P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)$ ，稱 A,B,C 三事件獨立。

亦即滿足下列各式：

$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

$P(B\cap C)=P(B)\cdot P(C)$

$P(C\cap A)=P(C)\cdot P(A)$

$P(A\cap B\cap C)=P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)$

彬註：三事件兩兩獨立未必可得三事件獨立

S={1,…,12}、A={2,4,6,8,10,12}、B={3,6,9,12}、C={2,5,6,7,11,12}

(2)性質：當 A，B，C 三事件獨立，則下列均為獨立事件：

A',B,C　　A,B',C　　A,B,C'

A,B',C'　　A',B,C'　　A',B',C

A',B',C'

3.獨立與互斥

(1)對非空集合：

互斥必不獨立，獨立必不互斥。

(2)對空集合：

空集必互斥，空集必獨立。

(3)對全集合：

全集必獨立。

Ex79. 設 A 與 B 為獨立事件，且 $P(B)=\frac{1}{7}$ ， $P(A\cup B)=\frac{9}{14}$ 。

則下列哪些選項是正確的？

(1) $P(A)=\frac{7}{12}$　(2) $P(A\cap B)=\frac{1}{2}$　(3) $P(A'|B)=\frac{7}{12}$　(4) $P(B'|A')=\frac{6}{7}$ 。[(1)(4)]

Ex80. 某人上班有甲、乙兩條路線可供選擇。早上定時從家裡出發，走甲路線有 0.1 的機率會遲到，走乙路線有 0.2 的機率會遲到。無論走哪一條路線，只要不遲到，下次就走同一路線，否則就換另一條路線。假設他第一天走甲路線，則第三天也走甲路線的機率為？[0.83][86 學]

Ex81. 有一種丟銅板的遊戲，其規則為：出現正面則繼續丟，出現反面就出局。那麼連續丟 5 次後還可繼續丟的機率為 $(\frac{1}{2})^5=\frac{1}{32}$。某班有 40 名學生，每人各玩一局，設班上至少有一人連續丟 5 次後還可繼續丟的機率為 p，則 (A) $0.4\le p<0.5$ (B) $0.5\le p<0.6$ (C) $0.6\le p<0.7$ (D) $0.7\le p<0.8$ (E) $0.8\le p<0.9$，$log31=1.4914$，$log32=1.5051$，$log2.831=0.452$。[D][86 學]

Ex82. 林先生和陳小姐一起到遊樂場玩打靶遊戲。林先生命中靶的機率為 0.4，陳小姐為 0.5；林先生先射，陳小姐後射；林先生射中與否不會影響陳小姐的命中率。若他們兩人向靶各射一次，問只有陳小姐射中的機率為？若已知僅一人命中，則只有陳小姐射中的機率為？[0.3；0.6][86 學]

Ex83. 有一天蜘蛛俠對著美國隊長說：[你持盾…]結果就被揍了。

Ex84. 甲、乙、丙三袋中，甲袋有 2 黑球 3 白球，乙袋有 2 黑球 2 白球，丙袋有 1 黑球 2 白球。自甲乙丙三袋中各任取 1 球，至少取出 2 黑球的機率為？[$\frac{11}{30}$]

Ex85. 一袋有 4 白球 5 紅球。甲、乙二人輪流(甲先乙後)由袋中每次任取一球，且約定先取得白球者為勝並停止取球，若

(1)若取後不放回，則甲勝的機率為何？乙勝的機率為何？[$\frac{40}{63}$；$\frac{23}{63}$]

(2)若取後放回，則甲勝的機率為何？[$\frac{9}{14}$]

Ex86. 設 $P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{1}{3}$，$P(A\cup B)=\frac{7}{12}$，試求 $P(A\cap B)$，$P(A|B)$，$P(B|A)$，$P(A'|B)$，$P(B'|A')$。[$\frac{1}{4},\frac{3}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{5}{6}$]

Ex87. 袋中有相同的紅球 5 個，白球 3 個，綠球 4 個，今從袋中每次取出一球，連取三次，求下列各情形的機率：(1)每次取出後不放回，依次為紅球、白球、綠球。(2)每次取出後不放回，得一紅球，一白球，一綠球。(3)每次取出後仍放回，得一紅球，一白球，一綠球。(4)每次取出後仍放回，依次為紅球、白球、綠球。[$\frac{1}{22},\frac{3}{11},\frac{5}{24},\frac{5}{144}$]

Ex88. 設工廠有三部機器甲,乙,丙分別生產全部產品的 $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{6}$，又設甲,乙,丙三部機器生產的不良產品，分別為 2%,3%,4%，(1)從所有產品中取一產品，問取中不良產品之機率 (2)已知取中一不良產品之條件，問此產品來自乙機器之機率。[$\frac{2}{75},\frac{3}{8}$]

Ex89. 甲袋中有 3 藍，5 白球，乙袋中有 4 藍，4 白球，丙袋中有 2 藍，6 白球,今任選一袋任取二球(選袋取球機會均等)，(1)求取得二白球之機率(2)已知取得二白球，求取自甲袋的機率。[$\frac{31}{84},\frac{10}{31}$]

Ex90. 袋中有相同的紅球 5 個，白球 3 個，綠球 4 個，每次取出一球，取出後不放回，求紅球最先取完的機率。[$\frac{17}{72}$]

(1) $P(RWG)+P(RGW)=\frac{4}{12}\cdot\frac{3}{8}+\frac{3}{12}\cdot\frac{4}{9}$

(2) $P(RW)+P(RG)-P(RW\vee RG)=\frac{3}{8}+\frac{4}{9}-\frac{7}{12}$

(3) $1-P(WR)-P(GR)+P(WR\wedge GR)=1-\frac{5}{8}-\frac{5}{9}+\frac{5}{12}$

Ex91. 已知甲，乙，丙三射手的射擊命中率各為 0.5，0.6，0.8。今三人同射一靶，每人一發，設各人命中靶面的事件為獨立事件，則(1)靶面恰中一發的機率為何?(2)沒有人命中靶面的機率為何?(3)若靶面恰中一發，則是由甲命中的機率為何?[0.26,0.04, $\frac{2}{13}$]

Ex92. 某公司生產的 20 個產品中，有四個不良品，現在逐一檢查，(1)若取後不放回，求在第五次發現第 3 個不良品的機率？(2)若取後放回，求在第五次發現第 3 個不良品的機率？[$\frac{6}{323},\frac{96}{3125}$]

Ex93. 某暢銷書「草莓百分百」，A、B、C 三店今日缺貨的機率依序為 $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4}$ ，小彬今日想買這本書，先前往 A 店，買到就回家否則前往 B 店購買，若在 B 店買到就回家否則前往 C 店購買，在 C 店不論有否買到都接著回家。若爸爸看到小彬買到書回家並猜測其在 B 店買到書,則爸爸猜對的機率為？[$\frac{8}{23}$]

Ex94. 某校橋藝社由甲，乙，丙三班同學組成，各佔 40%，30%，30%，社員中甲班人數的 $\frac{1}{5}$ ，乙班人數的 $\frac{1}{5}$ ，丙班人數的 $\frac{1}{3}$ 亦為籃球校隊隊員。某次橋藝社推選新社長，每人當選的機會均等，則(1)籃球隊員當選的機率為何?(2)若由籃球隊員當選社長，則他是甲班同學的機率為何?[$\frac{6}{25},\frac{1}{3}$]

Ex95. 甲說實話的機率為 0.7，乙說實話的機率為 0.9。現有一袋內藏 3 白球，7 紅球，自袋中任取一球，甲、乙均說為白球，求此球確為白球的機率。[0.9]

Ex96. 連續擲一個銅板，使「至少出現一次正面」的機率大於 0.999，則最少須擲幾次?[10]

Ex97. 朋友間來往書信，若信在途中遺失的機率為 0.2%，沒回信的機率為 5%。今甲寄出一封信給乙，在已知甲沒有收到回信的條件下，問此封信乙有收到甲的信的機率為何?[0.963]

Ex98. 下雨天的翌日也下雨的機率是 $\frac{1}{3}$ ，非下雨天的翌日下雨的機率是 $\frac{1}{2}$ ，今假設第一天是下雨天,則第四天也是下雨天的機率為[$\frac{23}{54}$]

Ex99. 有一人流浪於 A,B,C,D 四鎮間，此四鎮相鄰關係如正方形四頂點。假設每日清晨，此人決定當日夜晚繼續留宿該鎮或改而前往相鄰任一鎮之機率皆為 $\frac{1}{3}$ 。若此人第一夜宿於 A 鎮，而第三夜亦宿於 A 鎮之機率為何?
而第五夜此人宿於 A 鎮之機率為何?宿於 B 鎮之機率為何?[$\frac{1}{3},\frac{7}{27},\frac{20}{81}$]

Ex100. 大考考古：

Ex101. 假設任意取得之統一發票，其號碼之個位數字為 0~9 中任一數字，且這些數出現之機率均相等。今自三不同場所，各取得一張統一發票，則三張發票號碼的個位數中：(1)至少有一個為 0 之機率為何?(2)至少有一個為 0 且至少有一個為 9 之機率為何?[80 自][0.271,0.054]

Ex102. 設 A,B 兩箱中,A 箱有兩球，一黑一白,B 箱內有一白球。甲乙兩人輪流取球,每次先由甲自 A 箱內任取一球放入 B 箱內,再由乙自 B 箱內任取一球放入 A 箱內,這樣為一局。
當第一局結束時,A 箱內兩球為一黑一白的機率為？
當第三局結束時,A 箱內兩球為一黑一白的機率為？[81 自][$\frac{3}{4},\frac{43}{64}$]

Ex103. 甲、乙、丙三袋中,甲袋有 2 黑球 3 白球,乙袋有 2 黑球 2 白球,丙袋有 1 黑球 2 白球。自甲乙丙三袋中各任取 1 球,至少取出 2 黑球的機率為？[83 社][$\frac{11}{30}$]

Ex104. 阿貴和阿美及其他 8 名同學共 10 名學生輪到本周擔任值日生。本周 5 個上課日每天從尚未當過的同學中抽籤選出 2 位輪值。則阿貴和阿美同一天擔任值日生的機率為何？[93 社][$\frac{1}{9}$]

Ex105. 台北銀行最早發行的樂透彩（俗稱小樂透）的玩法是「42 選 6」：購買者從 01～42 中任選六個號碼，當這六個號碼與開出的六個號碼完全相同（不計次序）時即得頭獎；台北銀行曾考慮改發行「39 選 5」的小小樂透；購買者從 01～39 中任選五個號碼，如果這五個號碼與開出的五個號碼完全相同（不計次序）則得頭獎。假設原來的小樂透中頭獎的機率是 R，而曾考慮發行的小小樂透中頭獎的機率是 r，試問比值 $\frac{r}{R}$ 最接近下列哪個選項？(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11 [94 學][4]

Ex106. 宴會在場的 50 位賓客有人偷了主人的珠寶，由於賓客身上都沒有珠寶，而且他們都不承認偷竊，警方決定動用測謊器，並且只問客人一個問題：「你有沒有偷珠寶？」。已知若某人說謊，則測謊器顯示他說謊的機率為 99%；若某人誠實，則測謊器顯示他誠實的機率是 90%。下列敘述何者正確？

(1)設竊賊只有一人。當賓客受測時，測謊器顯示賓客說謊的機率大於 10%

(2)設竊賊只有一人。當測謊器顯示一賓客說謊時，該賓客正是竊賊的機率大於 50%

(3)設竊賊只有一人。當測謊器顯示一賓客誠實時，該賓客卻是竊賊的機率小於 20%

(4)當測謊器顯示一賓客說謊時，該賓客是竊賊的機率，並不因竊賊人數多少而改變

[94 自][13]

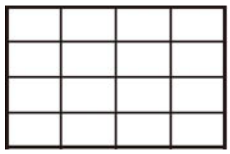
Ex107. 袋中有三個一樣大小的球， 分別標示 10 分、20 分、30 分。重複自袋中取出一球後放回，記錄得分並累加， 其中取出各球之機率皆相等。

(1) 求抽三次後總分為 60 分的機率。

(2) 遊戲「過三十」的規則是重複抽球，直到總得分大於或等於 30 分後停止，總得分恰為 30 分者輸，超過 30 分者贏。求贏得此遊戲之機率。[94 自][$\frac{7}{27}, \frac{11}{27}$]

Ex108. 全班男女生共 51 人，票選畢業旅行的目的地，每人限投一票，投票結果：墾丁(女 10 男 10)澎湖(女 6 男 10)花東(女 9 男 6)。現以簡單隨機抽樣，抽出兩人，若此兩人都是女生，則這兩人都想去墾丁的機率是[94 自][0.15]

Ex109. 在右圖的棋盤方格中，隨機任意取兩個格子。選出的兩個格子不在同行 (有無同列無所謂) 的機率為(1) $\frac{1}{20}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{3}{5}$ (5) $\frac{4}{5}$ [95 學][5]

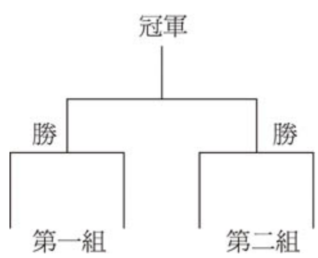


Ex110. 某公司共有 6 個工廠，各工廠的產量都一樣，且所生產的產品都放進同一倉庫中。由過去的經驗知道，第 K 個工廠的產品不良率為 $\frac{K}{50}$ ，其中 $K=1，2，3，4，5，6$，為了檢驗倉庫中這一批產品的品質，從倉庫中任意抽出一件，若為不良品，則此不良品是來自第五個工廠的機率為何。[96 自][$\frac{5}{21}$]

Ex111. 某地區 12 歲以上人口中吸煙的比率為 28%。今將 12 歲以上人口區分為中老年、青壯年及青少年三類，所佔比率各為 30%、45%及 25%。已知中老年與青壯年人口中吸煙的比率各為 25%與 30%，請問青少年人口中吸煙的比率為多少？選出正確的選項：

(1) 24% (2) 28% (3) 32% (4) 36% (5) 40%[96 社][2]

Ex112. 某棒球比賽有實力完全相當的甲乙丙丁四隊參加，先將四隊隨機抽籤分成兩組比賽，兩組的勝隊再參加冠亞軍決賽。如右圖：根據過去的紀錄，所有隊伍比賽時各隊獲勝的機率均為 0.5。則冠亞軍決賽由甲、乙兩隊對戰的機率為何(四捨五入到小數三位)。[96 社][0.167]



Ex113. 甲、乙、丙三人參加一投擲公正銅板的遊戲，每一局三人各擲銅板 1 次；在某局中，當有一人投擲結果與其他二人不同時，此人就出局且遊戲終止；否則就進入下一局，並依前述規則繼續進行，直到有人出局為止。試問下列哪些選項是正確？

(1) 第一局甲就出局的機率是 $\frac{1}{3}$

(2) 第一局就有人出局的機率是 $\frac{1}{2}$

(3) 第三局才有人出局的機率是 $\frac{3}{64}$

(4) 已知到第十局才有人出局，則甲出局的機率是 $\frac{1}{3}$

(5) 該遊戲在終止前，至少玩了六局的機率大於 $\frac{1}{1000}$ [97 自][34]

Ex114. 有一個不公正的骰子，投擲的時候，二點、三點、四點、五點、六點出現的機率都是 $\log_{10}(\frac{3}{2})$ ，今以 A 表 $\log_{10}(\frac{3}{2})$ ，以 B 表投擲的時候一點出現的機率，請選出正確的選項。(1) $A>0$ (2) $A>1$ (3) $B<\frac{1}{6}$ (4) $B<\log_{10}(\frac{4}{3})$ (5) $A>B$ [97 社][1345]

Ex115. 甲、乙、丙三所高中的一年級分別有 3、4、5 個班級。從這 12 個班級中隨機選取一班參加國文抽考，再從未被抽中的 11 個班級中隨機選取一班參加英文抽考，則參加抽考的兩個班級在同一所學校的機率最接近下列哪個選項？

(1) 21％ (2) 23％ (3) 25％ (4) 27％ (5) 29％ [98 學][5]

Ex116. 擲一均勻硬幣，若連續三次出現同一面就停止。設：

A 為恰好投擲三次停止的機率；

B 為在第一次是反面的情況下，恰好在第四次停止的條件機率；

C 為在第一、二次都是反面的情況下，恰好在第五次停止的條件機率。

則下列哪一個選項是正確的？

(1) $A=B=C$ (2) $A>B>C$ (3) $A<B<C$ (4) $A<B=C$ (5) $A>B=C$[98 自][5]

Ex117. 已知丟某枚銅板，其出現正面的機率為 P，出現反面的機率為 ($1-P$)，將此枚銅板丟擲 n 次，在丟擲過程中，正面第一次出現，可得獎金 1 元，正面第二次出現時，可再得獎金 2 元，正面第三次出現時，可再得獎金 3 元，以此類推。

試問下列哪些選項是正確的？

(1) 若 n 次丟擲中出現正面 K 次，總共得到獎金 $\frac{1}{2}(K^2-K)$ 元

(2) 丟擲銅板第二次之後，累計得獎金 1 元的機率為 $2(P-P^2)$

(3) 總共得到獎金 2 元的機率為 $\frac{n(n-1)}{2}P^2(1-P)^{n-2}$

(4) 總共得到獎金 $\frac{1}{2}(n^2-n)$ 元的機率為 $n(P^{n-1}-P^n)$ [98 自][24]

Ex118. 某實驗室欲評估血液偵測老年癡呆症技術的誤判率 (即偵測錯誤的機率)。共有 760 人接受此血液偵測技術實驗，實驗前已知樣本中有 735 人未患老年癡呆症。實驗後，血液偵測判斷為未患老年癡呆症者有 665 人，其中真正未患老年癡呆症有 660 人。試問此血液偵測技術的誤判率為何。[98 社][$\frac{2}{19}$]

Ex119. 箱子裡有 30 顆紅球，20 顆藍球。小明從箱子中隨機抽出 1 顆球，記錄球的顏色後放回重複此動作 5 次，並依序記錄。下列各選項都是小明可能呈現的紀錄，試問哪一選項發生的機率最大？(1) 紅紅紅紅紅 (2) 藍藍藍藍藍 (3) 紅紅藍紅紅 (4) 紅藍紅藍紅 (5) 藍紅紅藍紅[98 社][1]

Ex120. 一個抽獎活動依排隊順序抽獎，輪到抽獎的人有一次抽獎機會，抽獎方式為丟擲一枚公正銅板，正面為中獎，反面為沒中獎。獎品有三份，活動直到三份獎品都被抽中為止。則在排第四位的人可以抽獎的情況下，排第五位的人可以抽獎的條件機率為何。
[99 自][$\frac{11}{14}$]

Ex121. 不透明箱中置有編號分別為 1、2、3、6、8 的球各一顆。同時自箱中隨機取出三顆球，則此三球編號之和大於 14 的機率為下列哪一個選項？
(1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{3}{10}$ (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{1}{2}$ (5) $\frac{3}{5}$ [99 自][2]

Ex122. 高三甲班共有 20 位男生、15 位女生，需推派 3 位同學參加某項全校性活動。班會中大家決定用抽籤的方式決定參加人選，若每個人中籤的機率相等，則推派的三位同學中有男也有女的機率為何。[100 學][$\frac{90}{119}$]

Ex123. 某手機公司共有甲、乙、丙三個生產線，依據統計，甲、乙、丙所製造的手機中分別有 5%，3%， 3%是瑕疵品。若公司希望在全部的瑕疵品中，由甲生產線所製造的比例不得超過 $\frac{5}{12}$ ，則甲生產線所製造的手機數量可占全部手機產量的百分比至多為何。
[100 自][30%]

Ex124. 將 1，2，3，4 四個數字隨機填入右方 2×2 的方格中，每個方格中恰填一數字，但數字可重複使用。試問事件「A 方格的數字大於 B 方格的數字、且 C 方格的數字大於 D 方格的數字」的機率為多少？
(1) $\frac{1}{16}$ (2) $\frac{9}{64}$ (3) $\frac{25}{64}$ (4) $\frac{9}{256}$ (5) $\frac{25}{256}$ [100 自][2]

A	B
C	D

Ex125. 符號 $P(C)$ 代表事件 C 發生的機率，符號 $P(C\mid D)$ 代表在事件 D 發生的條件下，事件 C 發生的機率。今設 A，B 為樣本空間中的兩個事件，已知 $P(A)=P(B)=0.6$。請選出正確的選項。(1) $P(A\cup B)=1$ (2) $P(A\cap B)=0.2$ (3) $P(A|B)=1$
(4) $P(A|B)=P(B|A)$ (5) A，B 是獨立事件[100 社][4]

Ex126. 某校數學複習考有 400 位同學參加，評分後校方將此 400 位同學依總分由高到低排序：前 100 人為 A 組，次 100 人為 B 組，再次 100 人為 C 組，最後 100 人為 D 組。校方進一步逐題分析同學答題情形，將各組在填充第一題 (考排列組合) 和填充第二題 (考空間概念) 的答對率列表如下：

	A 組	B 組	C 組	D 組
第一題答對率	100%	80%	70%	20%
第二題答對率	100%	80%	30%	0%

請選出正確的選項。
(1) 第一題答錯的同學，不可能屬於 B 組
(2) 從第二題答錯的同學中隨機抽出一人，此人屬於 B 組的機率大於 0.5
(3) 全體同學第一題的答對率比全體同學第二題的答對率高 15%
(4) 從 C 組同學中隨機抽出一人，此人第一、二題都答對的機率不可能大於 0.3
[100 社][34]

Ex127. 某訓練班招收 100 名學員，以報到先後順序賦予 1 到 100 的學號。開訓一個月之後，班主任計畫從 100 位學員中抽出 50 位來參加時事測驗。他擬定了四個抽籤方案：
方案一：在 1 到 50 號中，隨機抽出 25 位學員；同時在 51 到 100 號中，也隨機抽出 25 位學員，共 50 位學員參加測驗
方案二：在 1 到 60 號中，隨機抽出 32 位學員；同時在 61 到 100 號中，也隨機抽出 18 位學員，共 50 位學員參加測驗
方案三：將 100 位學員平均分成 50 組；在每組 2 人中，隨機抽出 1 人，共 50 位學員參加測驗
方案四：擲一粒公正的骰子：如果出現的點數是偶數，則由學號是偶數的學員參加測驗；反之，則由學號是奇數的學員參加測驗
請選出正確的選項。
(1) 方案一中，每位學員被抽中的機率相等
(2) 方案二中，每位學員被抽中的機率相等
(3) 方案三中，每位學員被抽中的機率相等
(4) 方案四中，每位學員被抽中的機率相等[100 社][134]

Ex128. 某種疾病有甲、乙、丙三種檢測方法。若受檢者檢測反應為陽性，以符號「＋」表示，反之則記為「－」。一個受檢者接受三種檢測方法呈現之結果共有 A_1 ，…，A_8 八種不同的可能情況，例如事件 A_1 表示該受檢者以三種方法檢測反應皆為陽性，其餘類推(如下表)：

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
方法甲	＋	＋	＋	－	＋	－	－	－
方法乙	＋	＋	－	＋	－	＋	－	－
方法丙	＋	－	＋	＋	－	－	＋	－

以 $P(A_1),\cdots,P(A_8)$ 分別代表事件 $A_1,\cdots,A_8$ 發生之機率。
請問下列哪些選項是正確的？
(1) $P(A_1\cup A_2)=P(A_1)+P(A_2)$
(2) 以方法乙檢測結果為陽性的機率是 $P(A_1)+P(A_2)+P(A_4)+P(A_6)$
(3) 以方法甲與方法乙檢測，結果一致的機率是 $P(A_1)+P(A_2)$
(4) 以方法甲、乙、丙檢測，結果一致的機率是 $P(A_1)$ [100 社][12]

Ex129. 箱中有編號分別為 0，1，2，⋯，9 的十顆球。隨機抽取一球，將球放回後，再隨機抽取一球。請問這兩球編號相減的絕對值為下列哪一選項時，其出現的機率最大？
(1) 0 (2) 1 (3) 4 (4) 5 (5) 9 [101 學][2]

Ex130. 某公司員工中有 15%為行政人員，35%為技術人員，50%為研發人員。這些員工中，60%的行政人員有大學文憑，40%的技術人員有大學文憑，80%的研發人員有大學文憑。從有大學文憑的員工中隨機抽選一人，此員工是技術人員的機率是下列哪一個選項？
(1) $\frac{2}{9}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{4}{9}$ (4) $\frac{1}{5}$ (5) $\frac{2}{5}$ [101 自][1]

Ex131. 某個城市的普查(全面調查)發現 60%的高中生有打工的經驗，也發現 70%的高中生有意願就讀大學。如果使用簡單隨機抽樣，由該城市的高中生中抽出一位同學。請選出正確的選項。
(1) 被抽出同學有意願就讀大學的機率為 0.7
(2) 被抽出同學有打工的經驗、且有意願就讀大學的機率至多為 0.6
(3) 被抽出同學有打工的經驗、且有意願就讀大學的機率至少為 0.35
(4) 被抽出同學有打工的經驗、但是無意願就讀大學的機率為 0.18[101 社][12]

Ex132. 袋子裡有 3 顆白球，2 顆黑球。由甲、乙、丙三人依序各抽取 1 顆球，抽取後不放回。若每顆球被取出的機會相等，請問在甲和乙抽到相同顏色球的條件下，丙抽到白球之條件機率為何？
(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{5}{12}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{3}{5}$ (5) $\frac{2}{3}$ [102 學][3]

Ex133. 袋中有大小相同編號 1 到 8 號的球各一顆。小明自袋中隨機一次取出兩球，設隨機變數 X 的值為取出兩球中的較小號碼。
若 P_k 表 X 取值為 k 的機率($k=1,2,\cdots,8$)，試問有幾個 P_k 的值大於 $\frac{1}{5}$ ？
(1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 5 個[102 自][2]