**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Факультет прикладной математики и информатики**

Кафедра компьютерных технологий и систем

**Занкевича Александра Хайлемикаэлевича**

**Моделирование базовой случайной величины**

Отчет по лабораторной работе №1

(«Имитационное и статистическое моделирование»)

Студента 4 курса 6 группы

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Работа сдана 15 ноября 2016 г.  зачтена 2016 г    (подпись преподавателя) |  | **Преподаватель**  *Гайдук Антон Николаевич* |

# Теоретическая часть

## Моделирование БСВ

### Линейный конгруэнтный метод

Согласно этому методу псевдослучайная последовательность реализаций БСВ определяется по рекуррентным формулам:

где , , ... , – выходная последовательность генератора длины *n*, – начальное значение, *a* ≠ 0 – множитель, *с* – приращение, *M* – модуль.

Период датчика Т.

### Метод Маклорена-Марсальи

Метод основан на комбинировании двух простейших программных датчиков БСВ (например, линейных конгруэнтных).

Пусть – псевдослучайные последовательности, порождаемые независимо работающими датчиками; – результирующая псевдослучайная последовательность реализаций БСВ; – вспомогательная таблица чисел.

Процесс вычисления включает следующие этапы :

* первоначальное заполнение таблицы :

* случайный выбор из таблицы:

* обновление табличных значений:

.

Данный метод позволяет ослабить зависимость между членами псевдослучайной последовательности и получить сколь угодно большие значения её периода Т при условии, что периоды Т1, Т2 исходных датчиков являются взаимно простыми числами.

## Проверка точности моделирования

### Тест «совпадения моментов»

Пусть в результате -кратного обращения к датчику БСВ получена выборка значений . Известно, что БСВ имеет среднее значение и дисперсию . Обозначим случайные отклонения выборочных оценок от истинных характеристик как:

, (1.1)

где

, (1.2)

Тест «совпадения моментов» – это программа для ЭВМ, реализующая статистические критерии проверки по выборке А гипотез:

(1.3)

**,**  (1.4)

Тогда решающее правило имеет вид:

принимается(1.5)

где – нормировочные множители; – порог критерия.

Если верна, а >>1 (практически ≥20), то в силу ЦПТ: ~Ν1(0,1) (распределено приближённо по стандартному нормальному закону). С учётом этого из ограничения на вероятность ошибки первого рода:

(1.6)

находится выражение для порога критериев:

Δ = Ф-1(1 - ), (1.7)

где Ф-1 – квантиль стандартного нормального закона, – заданный уровень значимости.

В лабораторной работе реализована эквивалентная форма решающих правил, связывающей задаваемый пользователем уровень значимости и вычисляемые по выборке А критические вероятности -значения):

принимается , (1.8)

### Тест «ковариация»

Ковариационной функцией случайной последовательности называется функция целочисленной переменной :

(1.9)

Если – независимые, одинаково распределённые по закону R(0,1) случайные величины, то и независимы для любого и следовательно:

(1.10)

Пусть – оценка по выборке , полученной в результате - кратного обращения к исследуемому датчику:

(1.11)

где 1<t<< – выборочное среднее. Заметим, что - выборочная дисперсия).

Тест «ковариация» позволяет проверить свойство ( 1 .10) (гипотезу ) для последовательности и описывается следующим решающим правилом:

принимается (1.12)

где: для Δ – порог, определённый для заданного уровня значимости по формуле:

Δ = Ф-1(1 - ). (1.13)

В лабораторной работе использована эквивалентная форма правила ( 1 .12):

принимается , (1.14)

### Тест хи-квадрат Пирсона

**Критерий согласия Пирсона**, или *критерий согласия  (Хи-квадрат)* — наиболее часто употребляемый [критерий](https://ru.wikipedia.org/wiki/Статистический_критерий) для [проверки гипотезы](https://ru.wikipedia.org/wiki/Проверка_статистических_гипотез) о принадлежности наблюдаемой выборки  объёмом  некоторому теоретическому [закону распределения](https://ru.wikipedia.org/wiki/Распределение_вероятностей) . Свойства критерия были впервые исследованы[Карлом Пирсоном](https://ru.wikipedia.org/wiki/Пирсон,_Карл) в 1900 году[[1]](https://ru.wikipedia.org/wiki/Критерий_согласия_Пирсона#cite_note-1).

Процедура проверки гипотез с использованием критериев типа  предусматривает группирование наблюдений. Область определения случайной величины разбивают на  непересекающихся интервалов граничными точками.

Статистика критерия согласия Пирсона определяется соотношением

**Результаты экспериментов**

Вспомогательные графики, построенные для каждого из генераторов, находятся в папке Graphics.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Генератор** | **M** | **a** | **c** |  |
| LCG1 | 167 | 17 | 1 | 19 |
| LCG2 | 11979 | 430 | 2531 | 2^8 + 3 |
| LCG3 | 2^31 – 1 | 16807 | 0 | 2^16 + 3 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Генератор** | **Генератор индексов массива** | **Генератор чисел из [0,1]** | **K (длина массива)** |
| MMG | LCG3 | LCG2 | 100 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Тест совпадения мат. ожидания** | | | | | | |
| **Генератор** | **Значение статистики** | | **Порог** | **Уровень значимости** | **Принятая гипотеза** | |
| **N=10^4** | **N=10^6** | **N=10000** | **N=10^6** |
| LCG1 | 0.866232835019 | 9.12305386479 | 1.96 | 0.05 | H0 | H1 |
| LCG2 | 0.207707289931 | 0.157771769203 | 1.96 | 0.05 | H0 | H0 |
| LCG3 | 0.727708262045 | 0.45355558834 | 1.96 | 0.05 | H0 | H0 |
| MMG | 0.445452526052 | 6.73740850103 | 1.96 | 0.05 | H0 | H1 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Тест совпадения дисперсии** | | | | | | |
| **Генератор** | **Значение статистики** | | **Критическое значение** | **Уровень значимости** | **Принятая гипотеза** | |
| **N=10^4** | **N=10^6** | **N=10000** | **N=10^6** |
| LCG1 | 0.681369536123 | 6.37363280868 | 1,96 | 0,05 | H0 | H1 |
| LCG2 | 0.135750556083 | 0.0134565173735 | 1,96 | 0,05 | H0 | H0 |
| LCG3 | 0.107094819226 | 0.40856177693 | 1,96 | 0,05 | H0 | H0 |
| MMG | 0.828666543146 | 8.46330987438 | 1,96 | 0,05 | H0 | H1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Тест ковариации** | | | | | | | |
| **Генератор** | **Значение статистики** | | **Критическое значение** | | **Уровень значимости** | **Принятая гипотеза** | |
| **N=10000** | **N=10^6** | **N=10000** | **N=10^6** | **N=10000** | **N=10^6** |
| LCG1 | 0.0005099540123 | 0.00047695960194 | 0,0023099977 | 0,0002309883 | 0,05 | H1 | H1 |
| 0.0058296017837 | 0.00582166972767 | 0,0016334150 | 0,0001633334 | H1 | H1 |
| 0.00061590729165 | 0.00069925152510 | H0 | H0 |
| 0.0035362338525 | 0.00337638876924 | H1 | H1 |
| 0.00509936421296 | 0.00520871055346 | H1 | H1 |
| 0.0009572024542 | 0.0008878341741 | H0 | H0 |
| 0.0030194596881 | 0.00290706591244 | H1 | H1 |
| 0.00576848681394 | 0.00575665760954 | H1 | H1 |
| 0.003471369395 | 0.0034486012156 | H1 | H1 |
| 0.0001516862775 | 0.00015867695331 | H0 | H0 |
| LCG2 | 0.00010159911338 | 1.006994808e-06 | 0,0023099977 | 0,0002309883 | 0,05 | H1 | H1 |
| 0.00037478351631 | 7.662882400e-05 | 0,0016334150 | 0,0001633334 | H0 | H0 |
| 0.00022627591656 | 0.00025890184846 | H1 | H1 |
| 0.0002716744853 | 2.940636554e-05 | H0 | H0 |
| 0.00030384493037 | 0.00021343847678 | H0 | H1 |
| 0.00051613672439 | 6.325753659e-06 | H0 | H0 |
| 0.00012440594648 | 0.0001393738846 | H0 | H0 |
| 2.280258392e-05 | 0.0001249883549 | H0 | H0 |
| 0.00010891149695 | 9.6901434074e-06 | H0 | H0 |
| 0.00017564977588 | 0.00011080546626 | H0 | H0 |
| LCG3 | 8.015244279e-05 | 3.057400202e-05 | 0,0023099977 | 0,0002309883 | 0,05 | H0 | H0 |
| 0.0004398812089 | 8.368701950e-07 | 0,0016334150 | 0,0001633334 | H0 | H0 |
| 0.0001223548421 | 6.090365063e-05 | H0 | H0 |
| 0.00101575251864 | 4.431500479e-05 | H0 | H0 |
| 0.00076901014455 | 1.2757533928e-05 | H0 | H0 |
| 0.00100979912274 | 6.097180619e-05 | H0 | H0 |
| 0.00081739122750 | 9.829621326e-05 | H0 | H0 |
| 0.00044534990505 | 9.078913042e-05 | H0 | H0 |
| 0.00043339575741 | 5.569591205e-06 | H0 | H0 |
| 0.00038204746085 | 8.672819449e-05 | H0 | H0 |
| MMG | 0.00062019477857 | 0.0006333369098 | 0,0023099977 | 0,0002309883 | 0,05 | H0 | H1 |
| 0.00078116003336 | 0.00079238007974 | 0,001633415­­­0 | 0,0001633334 | H0 | H0 |
| 8.644691642e-05 | 0.00039218128216 | H0 | H0 |
| 0.0012993902606 | 0.00100289289138 | H0 | H0 |
| 2.898062763e-05 | 0.00014687585056 | H0 | H0 |
| 0.0001510138313 | 0.00018688299351 | H0 | H0 |
| 0.0001671974200 | 0.00040564357193 | H0 | H0 |
| 0.0005807571680 | 0.00023206072154 | H0 | H0 |
| 6.960620155e-05 | 0.00039708193094 | H0 | H0 |
| 4.351455147e-05 | 7.1864811626e-05 | H0 | H0 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Тест хи-квадрат** | | | | | | |
| **Генератор** | **Значение статистики** | | **Критическое значение** | **Уровень значимости** | **Принятая гипотеза** | |
| **N=10000** | **N=10^6** | **N=10000** | **N=10^6** |
| LCG1 | 50244.0 | 5024096.4 | 1073,64 | 0,05 | H1 | H1 |
| LCG2 | 167.4 | 145.918 | 1073,64 | 0,05 | H0 | H0 |
| LCG3 | 941.4 | 988.272 | 1073,64 | 0,05 | H0 | H0 |
| MMG | 826.2 | 74440.884 | 1073,64 | 0,05 | H0 | H1 |