

# 電腦視覺Assignment 2

## Method Description

解題思路如下

1. 透過2D-to-3D的對應點組合，以及  $AP = 0$  的矩陣運算，得出A矩陣，維度為596 x 12
2. 計算  $\min (AP)'(AP) = \min P'A'AP$  進而得出Projection Matrix P
3. 計算  $A'A$ 的eigenvalues以及eigenvectors
4. 將eigenvectors根據eigenvalue的大小排列
5. 最小的eigenvalue所對應的eigenvector就是P矩陣
6. 使用QR Decomposition，從P矩陣反推回calibration matrix、translation matrix、rotation matrix( $P = K [R | T]$ )
7. 根據P矩陣計算投影點，然後計算projection error

## Experimental Results

透過讀取資料(預先將資料存成.txt)，將XYZ以及xy之值填入A矩陣

一組2D-to-3D的資料可以將參數寫成一個2 x 12的矩陣，再將P矩陣從3 x 4變成12 x 1的矩陣，兩者相乘後得到0。

A的參數欄位所代表的涵義如下：

X, Y, Z, 1, 0, 0, 0, 0, -xX, -xY, -xZ, -x

0, 0, 0, 0, X, Y, Z, 1, -yX, -yY, -yZ, -y

A												
596x12 double												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.4890	1.0940	-5.8960	1	0	0	0	0	-825.4554	-606.4797	3.2686e+03	-554.3690
2	0	0	0	0	1.4890	1.0940	-5.8960	1	-244.0426	-179.3033	966.3367	-163.8970
3	1.1390	0.9360	-5.6280	1	0	0	0	0	-592.6479	-487.0223	2.9284e+03	-520.3230
4	0	0	0	0	1.1390	0.9360	-5.6280	1	-200.9993	-165.1759	993.1732	-176.4700
5	-1.0940	0.7380	-4.5310	1	0	0	0	0	244.5123	-164.9452	1.0127e+03	-223.5030
6	0	0	0	0	-1.0940	0.7380	-4.5310	1	195.4168	-131.8260	809.3544	-178.6260
7	1.2640	0.2780	-5.4720	1	0	0	0	0	-681.4300	-149.8715	2.9500e+03	-539.1060
8	0	0	0	0	1.2640	0.2780	-5.4720	1	-320.6212	-70.5164	1.3880e+03	-253.6560
9	1.5520	-0.1320	-5.8480	1	0	0	0	0	-873.7434	74.3132	3.2923e+03	-562.9790
10	0	0	0	0	1.5520	-0.1320	-5.8480	1	-470.6875	40.0327	1.7736e+03	-303.2780
11	1.5120	-0.1870	-5.8470	1	0	0	0	0	-845.0523	104.5137	3.2679e+03	-558.8970
12	0	0	0	0	1.5120	-0.1870	-5.8470	1	-467.9443	57.8741	1.8096e+03	-309.4870
13	1.8520	-0.5330	-5.6580	1	0	0	0	0	-1.1206e+...	322.5007	3.4235e+03	-605.0670
14	0	0	0	0	1.8520	-0.5330	-5.6580	1	-650.6872	187.2658	1.9879e+03	-351.3430
15	1.1100	1.0160	-5.6530	1	0	0	0	0	-573.2429	-524.6980	2.9194e+03	-516.4350
16	0	0	0	0	1.1100	1.0160	-5.6530	1	-186.0626	-170.3060	947.5785	-167.6240
17	1.8210	0.4480	-5.8160	1	0	0	0	0	-1.0818e+...	-266.1317	3.4550e+03	-594.0440
18	0	0	0	0	1.8210	0.4480	-5.8160	1	-431.0744	-106.0524	1.3768e+03	-236.7240

透過  $A' * A$ ，得出一個12 x 12的方正矩陣

ATA												
12x12 double												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	363.8080	53.2956	-591.4592	90.1260	0	0	0	0	-1.6346e+...	-8.7175e+...	4.7180e+05	-8.1584e+...
2	53.2956	109.1082	232.9546	-58.4590	0	0	0	0	-8.7175e+...	-4.3298e+...	-5.3209e+...	1.5141e+04
3	-591.4592	232.9546	7.5461e+03	-1.4886e+...	0	0	0	0	4.7180e+05	-5.3209e+...	-3.2962e+...	6.3227e+05
4	90.1260	-58.4590	-1.4886e+...	298	0	0	0	0	-8.1584e+...	1.5141e+04	6.3227e+05	-1.2296e+...
5	0	0	0	0	363.8080	53.2956	-591.4592	90.1260	-1.1655e+...	-1.3885e+...	1.3452e+05	-1.8752e+...
6	0	0	0	0	53.2956	109.1082	232.9546	-58.4590	-1.3885e+...	-3.7475e+...	-1.4040e+...	3.2289e+04
7	0	0	0	0	-591.4592	232.9546	7.5461e+03	-1.4886e+...	1.3452e+05	-1.4040e+...	-2.3297e+...	4.6799e+05
8	0	0	0	0	90.1260	-58.4590	-1.4886e+...	298	-1.8752e+...	3.2289e+04	4.6799e+05	-9.5460e+...
9	-1.6346e+...	-8.7175e+...	4.7180e+05	-8.1584e+...	-1.1655e+...	-1.3885e+...	1.3452e+05	-1.8752e+...	1.2959e+08	5.2225e+06	-3.2054e+...	5.5128e+07
10	-8.7175e+...	-4.3298e+...	-5.3209e+...	1.5141e+04	-1.3885e+...	-3.7475e+...	-1.4040e+...	3.2289e+04	5.2225e+06	3.5217e+07	8.0051e+07	-1.9851e+...
11	4.7180e+05	-5.3209e+...	-3.2962e+...	6.3227e+05	1.3452e+05	-1.4040e+...	-2.3297e+...	4.6799e+05	-3.2054e+...	8.0051e+07	2.3486e+09	-4.5415e+...
12	-8.1584e+...	1.5141e+04	6.3227e+05	-1.2296e+...	-1.8752e+...	3.2289e+04	4.6799e+05	-9.5460e+...	5.5128e+07	-1.9851e+...	-4.5415e+...	8.9203e+07

將eigenvalues依照小到大排序

Ds												
12x12 double												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0.0028	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0.2174	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1.3731	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	9.0207	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	47.6157	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	101.3677	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	782.1566	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	7.4922e+03	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	4.8916e+05	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.7977e+07	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9.0045e+07	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.4841e+09

依照eigenvalues的index下去對eigen vector排序。這裡剛好eigenvalues就是從小到大，所以順序在排序過後並無更動。

Vs												
12x12 double												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0.6265	0.1120	0.0081	0.0454	0.5437	-0.3801	-0.3902	0.0208	-0.0021	-1.0496e-04	0.0011	-1.9967e-04
2	0.0137	0.0895	0.0770	0.9115	-0.0010	0.3461	-0.1850	-0.0323	0.0010	0.0013	3.0532e-04	2.2062e-05
3	-0.3748	0.0843	0.1191	-0.2294	0.1150	0.1741	-0.6417	-0.5746	-0.0047	-0.0019	-2.7612e-04	0.0014
4	-0.0604	0.7354	0.6388	-0.0748	0.0048	-0.0340	0.1646	0.1163	0.0021	2.8686e-04	-5.8274e-05	-2.6141e-04
5	-2.2772e-04	0.0157	-0.0933	-0.1326	0.6953	0.5704	0.3950	-0.0931	0.0012	-3.2992e-04	0.0011	-6.0285e-05
6	-0.6241	-0.0443	-0.0540	0.2695	0.4232	-0.5721	0.1630	0.0111	6.5460e-04	7.9145e-04	4.6195e-04	5.7116e-05
7	-0.2715	0.0821	-0.1565	-0.1355	0.1220	0.2222	-0.4357	0.7891	3.2133e-04	2.0346e-04	0.0022	9.5631e-04
8	-0.0012	0.6500	-0.7318	0.0197	-0.1172	-0.0471	0.0462	-0.1528	9.6742e-04	-1.0096e-04	-5.5251e-04	-1.9181e-04
9	-4.9252e-08	1.3852e-05	-1.2964e-04	-2.8882e-04	0.0018	5.9397e-04	-6.1500e-04	0.0016	-0.0588	0.2798	-0.9485	0.1367
10	3.0956e-05	1.9971e-04	3.9800e-05	0.0019	3.3518e-04	-2.1179e-04	0.0011	0.0021	-0.1032	-0.9539	-0.2798	-0.0330
11	-9.3982e-04	1.6459e-04	-3.8369e-05	-1.9145e-04	2.5153e-04	6.8347e-04	-5.4961e-04	6.1236e-04	-0.1929	0.0847	-0.1031	-0.9721
12	1.5012e-05	0.0017	-3.8148e-05	0.0016	-8.1076e-04	4.8842e-04	0.0046	0.0025	-0.9740	0.0674	0.1074	0.1878

最小的eigenvalue為Ds(1,1)，其對應的eigenvector為

Vs(:,1)，將其assign給P，並且重新reshape成3 x 4的矩陣

P				
3x4 double				
	1	2	3	4
1	0.6265	0.0137	-0.3748	-0.0604
2	-2.2772e-04	-0.6241	-0.2715	-0.0012
3	-4.9252e-08	3.0956e-05	-9.3982e-04	1.5012e-05

使用QR Decomposition求出K、R、T

K				R				T	
3x3 double				3x3 double				3x1 double	
	1	2	3		1	2	3		1
1	-1.5961	-0.0356	-637.4840	1	-1.0000	3.6346e-04	7.8612e-08	1	0.0379
2	0	1.6024	456.5839	2	-3.6346e-04	-1.0000	4.9606e-05	2	-7.6241e-04
3	0	0	-1.0490e+03	3	9.6642e-08	4.9606e-05	1.0000	3	-1.4311e-08

XYZ座標投影後對應的xy座標，先將前兩個row除以第三個row，讓第三個dimention變成1

P × three_z × three_y × three_x × two_x × two_y × test_xyz1 × px × xnorm ×													
3x298 double													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	554.0720	520.3899	224.0299	539.3078	563.2816	558.7940	604.4479	516.4304	594.4597	546.4261	500.1045	498.3951	560.4573
2	163.9475	176.7000	178.9059	253.6909	302.9848	309.3182	351.2290	167.7957	236.1894	253.8336	255.5485	271.7871	298.1089
3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Projection Error(使用second norm的平均下去計算)

x	y
0.0304	0.0213

## Discussion of results

---

以projection error來說，在x座標的投影，平均有0.0304的誤差; y座標的投影，平均有0.0213的誤差。這樣的誤差值，Projection Matrix P應該算有一定程度的準確，具有參考價值。

## Problem and difficulties

---

1. 透過 $AP = 0$ 去推導的P矩陣，再將其推導成 $P = K[R \mid T]$ ，從第三個row來觀察，數值基本上都很小，但就衍生出一個問題， $\sin(\phi)$ 以及 $\cos(\phi)$ 會趨近於0，在數學上是不合理的。但是可以透過QR decomposition下去求出K、R、T，這個問題還尚未想出來。
2. 以K來說，對角線上的 $F_x$ 以及 $F_y$ 代表為焦距，但焦距出現負數。