Opgave 6

Udregn krydsproduktet $\vec{r} \times \vec{F}$ når $\vec{r} = 2i + 3k$ og $\vec{F} = i + 4k$

Jeg bruger formlen:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = (a_2 b_3 - a_3 b_2)\, i - (a_1 b_3 - a_3 b_1)\, j + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\, k$$

I dette tilfalde er $j = 0$ for begge vektorer, derfor bliver hele leddet med j 0 i tabellen.

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= (0 \cdot 4 - 3 \cdot 0)\, i - (2 \cdot 4 - 3 \cdot 1)\, j + (2 \cdot 0 - 0 \cdot 1)\, k$$

$$= 0\, i - (8 - 3)\, j + 0k$$

$$= 0\, i - 5j + 0k$$

opgave 9

Find en generel løsning $y(x)$ til differentialligningen:

$$\frac{dy}{dx} = 6xy - 3y$$

Da jeg ikke øjeblikkeligt genkender denne type differentialligning vælger jeg først at faktorisere den:

$$\frac{dy}{dx} = y(6x-3)$$

Jeg kan nu se at jeg kan løse denne differentialligning ved seperation af variable:

$$\frac{dy}{dx} = f(x) \cdot g(y)$$

Hvor:

$f(x) = 6x - 3$

$g(y) = y$

$$f(x) = \frac{dy}{dx} \cdot g(y)$$

$$6x-3 = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{1}{y}$$

$$\Rightarrow \int 6x-3 \, dx = \int \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} \, dx$$

Jeg sætter med det samme konstanten på den ene side:

$$\Rightarrow 3x^2 - 3x + k_3 = \ln(|y|)$$

$$\Rightarrow y = e^{3x^2-3x+k_3}$$

$$\Rightarrow y = k_3 \cdot e^{3x^2-3x}$$

fordi $\ln(|y|)$ også kunne være et negativt tal, så er

$$y = k_3 \cdot (-e^{3x^2-3x})$$

også en løsning