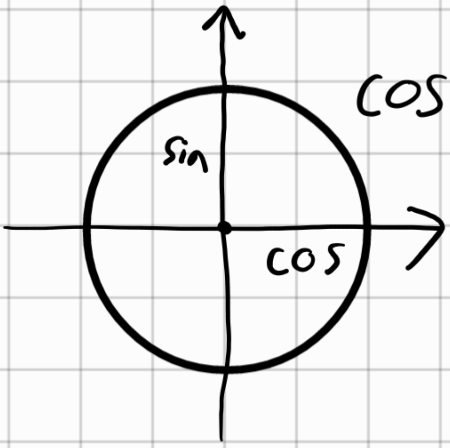
Aflevering 11 - Grænseværdier

Opgave 4

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos(x) - \cos(2x)}{x - e^x + 1}$$

Indsætter 0:



$\cos(0) = 1$

$$= \frac{\cos(0) - \cos(2 \cdot 0)}{0 - e^0 + 1}$$

$$= \frac{1 - 1}{-1 + 2}$$

$$= \frac{0}{0}$$

L' Hopitals regel siger at man i så fald kan differentiere udtrykket:

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{\cos(x) - \cos(2x)}{x - e^x + 1} \right)'$$

$$= \frac{-\sin(0) - (-2 \cdot \sin(0))}{1 - e^0}$$

$$= \frac{-0+0}{1-1}$$

$$= \frac{0}{0}$$

Bruger L'Hopitals regel igen:

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{-\sin(x) + 2 \cdot \sin(2x)}{1 - e^x} \right)'$$

$$= \frac{-\cos(0) + 4 \cdot \cos(0)}{-e^0}$$

$$= \frac{-1+4}{-1}$$

$$= -\frac{3}{1}$$

$$= \underline{\underline{-3}}$$

Og dette er gyldigt, så

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos(x) - \cos(2x)}{x - e^x + 1} = \underline{\underline{-3}}$$