Національний авіаційний університет Факультет кібербезпеки, комп'ютерної та програмної інженерії Кафедра прикладної математики

3BIT

з обчислювальної практики в Національному авіаційному університеті

Виконав: студент II курсу 251 групи

Архіпов Олексій Тімурович

Керівник практики: Оксана Михайлівна Бердник

Київ 2022

Зміст

5. ЗНАХОДЖЕННЯ ВСІХ ВЛАСНИХ ЧИСЕЛ ТА ВЕКТОРІВ МЕТ	ОДОМ
КРИЛОВА	
5.1 Постановка задачі	3
5.2 Стисле викладення методу та алгоритм	3
5.3 Тестування створеного програмного забезпечення	4

5.1 Постановка задачі

Мета: Знайти всі власні числа та вектори методом Крилова.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1,2 & 2 & 0,5 \\ 1,2 & 1 & 0,4 & 1,2 \\ 2 & 0,4 & 2 & 1,5 \\ 0,5 & 1,2 & 1,5 & 1 \end{pmatrix}$$

5.2 Стисле викладення методу та алгоритм

Для знаходження власних чисел методом Крилова необхідно обрати вектор початкового наближення $y^{(0)}$. Частіше за все обирають:

 $\mathbf{y}^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Перше значення 1 далі все нулі. Потім нам потрібно знайти вектори $\mathbf{y}^{(1)} \dots \mathbf{y}^{(n)}$ за формулою:

$$y^{(i)} = A * y^{(i-1)}$$
(5.1)

Потім з отриманих векторів складаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь за формулою:

$$y_1^{(n-1)} \quad y_1^{(n-2)} \quad \dots \quad y_1^{(0)} \quad p_1 \quad y_1^{(n)} \\
 y_2^{(n-1)} \quad y_2^{(n-2)} \quad \dots \quad y_2^{(0)} \quad * \quad p_2 \quad = \quad y_2^{(n)} \\
 \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad p_n \quad y_n^{(n-1)} \quad y_n^{(n-2)} \quad \dots \quad y_n^{(n)}$$
(5.2)

Після вирішення матриці будь-яким способом коефіцієнти $p_1 \dots p_n$ будуть коефіцієнтами многочлена, розв'язки якого і будуть шукані власні числа.

Якщо на стадії знаходження коефіцієнтів $p_1 \dots p_n$ не буде розв'язків, то потрібно взяти інше початкове наближення $y^{(0)}$.

Щоб знайти власний вектор для деякого числа λ , необхідно знати вектори $y^{(0)} \dots y^{(n-1)}$ та коефіцієнти $p_1 \dots p_n$.

Для знаходження вектора нам необхідно попередньо обчислити масив q за формулами:

$$q_0 = 1$$

$$q_i = \lambda * q_{i-1} + p_i$$
 (5.3)

Після цього ми можемо вже знаходити шуканий власний вектор:

$$x = y^{(n-1)} + \sum_{i=1}^{n-1} q_i * y^{(n-1-i)}$$
(5.4)

5.3 Тестування створеного програмного забезпечення

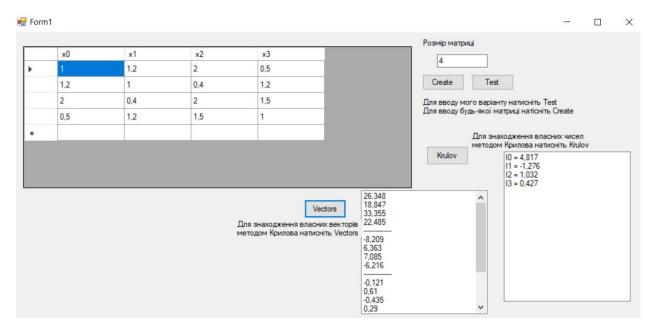


Рис 5.1

На рисунку 5.1 видно результат моєї програми. Спочатку задається розмір матриці (на малюнку: 4), потім обираю Теst для автоматичного виведення мого варіанту. Щоб ввести інший варіант потрібно натиснути Стеаtе та ввести значення у відповідні комірки. Для знаходження власних чисел методом Крилова необхідно після введення матриці натиснути кнопку Krulov і після цього в одному з віконечок з'являться власні числа. Для знаходження власних векторів, потрібно після знаходження власних чисел натиснути на кнопку Vectors. Вектори відобразяться в іншому вікні.

Висновок

Метод Крилова універсальний у випадку вирішення повної проблеми власних чисел, тож для вирішення цієї проблеми метод Крилова буде дуже доречним.