

Національний авіаційний університет
Факультет кібербезпеки, комп'ютерної та програмної інженерії
Кафедра прикладної математики

ЗВІТ

з обчислювальної практики
в Національному авіаційному університеті

Виконав: студент II курсу 251 групи
Архіпов Олексій Тімурович

Керівник практики: Оксана Михайлівна Бердник

Київ 2022

Зміст

5. ЗНАХОДЖЕННЯ ВСІХ ВЛАСНИХ ЧИСЕЛ ТА ВЕКТОРІВ МЕТОДОМ КРИЛОВА

| | |
|---------------------------------------------------------|---|
| 5.1 Постановка задачі..... | 3 |
| 5.2 Стисле викладення методу та алгоритм..... | 3 |
| 5.3 Тестування створеного програмного забезпечення..... | 4 |

5.1 Постановка задачі

Мета: Знайти всі власні числа та вектори методом Крилова.

Варіант 2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1,2 & 2 & 0,5 \\ 1,2 & 1 & 0,4 & 1,2 \\ 2 & 0,4 & 2 & 1,5 \\ 0,5 & 1,2 & 1,5 & 1 \end{pmatrix}$$

5.2 Стисле викладення методу та алгоритм

Для знаходження власних чисел методом Крилова необхідно обрати вектор початкового наближення $y^{(0)}$. Частіше за все обирають:

$$y^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \text{ Перше значення } 1 \text{ далі все нулі. Потім нам потрібно знайти}$$

вектори $y^{(1)} \dots y^{(n)}$ за формулою:

$$y^{(i)} = A * y^{(i-1)} \quad (5.1)$$

Потім з отриманих векторів складаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь за формулою:

$$\begin{pmatrix} y_1^{(n-1)} & y_1^{(n-2)} & \dots & y_1^{(0)} \\ y_2^{(n-1)} & y_2^{(n-2)} & \dots & y_2^{(0)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_n^{(n-1)} & y_n^{(n-2)} & \dots & y_n^{(0)} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1^{(n)} \\ y_2^{(n)} \\ \vdots \\ y_n^{(n)} \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Після вирішення матриці будь-яким способом коефіцієнти $p_1 \dots p_n$ будуть коефіцієнтами многочлена, розв'язки якого і будуть шукані власні числа.

Якщо на стадії знаходження коефіцієнтів $p_1 \dots p_n$ не буде розв'язків, то потрібно взяти інше початкове наближення $y^{(0)}$.

Щоб знайти власний вектор для деякого числа λ , необхідно знати вектори $y^{(0)} \dots y^{(n-1)}$ та коефіцієнти $p_1 \dots p_n$.

Для знаходження вектора нам необхідно попередньо обчислити масив q за формулами:

$$q_0 = 1$$

$$q_i = \lambda * q_{i-1} + p_i$$

$$(5.3)$$

Після цього ми можемо вже знаходити шуканий власний вектор:

$$x = y^{(n-1)} + \sum_{i=1}^{n-1} q_i * y^{(n-1-i)} \quad (5.4)$$

5.3 Тестування створеного програмного забезпечення

The screenshot shows a software application window titled "Form1". It contains a table for matrix input with columns labeled x0, x1, x2, and x3. The first row is highlighted in blue. To the right of the table is a large grey rectangular area. Below the table, there is a button labeled "Vectors". To the right of the "Vectors" button, there is a list of numbers: 26,348, 18,847, 33,355, 22,485, -8,209, 6,363, 7,085, -6,216, -0,121, 0,61, -0,435, and 0,29. To the right of this list, there is a button labeled "Krylov". To the right of the "Krylov" button, there is a text area displaying the results of the Krylov method: $\lambda_0 = 4,817$, $\lambda_1 = -1,276$, $\lambda_2 = 1,032$, and $\lambda_3 = 0,427$. At the top right, there is a label "Розмір матриці" (Matrix size) with a value of 4. Below this, there are buttons labeled "Create" and "Test". Below the "Test" button, there is text: "Для вводу мого варіанту натисніть Test" (For input of my variant, click Test) and "Для вводу будь-якої матриці натисніть Create" (For input of any matrix, click Create). Below the "Krylov" button, there is text: "Для знаходження власних чисел методом Крілова натисніть Krylov" (For finding eigenvalues using the Krylov method, click Krylov).

| | x0 | x1 | x2 | x3 |
|---|-----|-----|-----|-----|
| ► | 1 | 1,2 | 2 | 0,5 |
| | 1,2 | 1 | 0,4 | 1,2 |
| | 2 | 0,4 | 2 | 1,5 |
| | 0,5 | 1,2 | 1,5 | 1 |
| * | | | | |

Розмір матриці
4

Create Test

Для вводу мого варіанту натисніть Test
Для вводу будь-якої матриці натисніть Create

Для знаходження власних чисел методом Крілова натисніть Krylov

Krylov

Vectors

Для знаходження власних векторів методом Крілова натисніть Vectors

26,348
18,847
33,355
22,485
-8,209
6,363
7,085
-6,216
-0,121
0,61
-0,435
0,29

$\lambda_0 = 4,817$
 $\lambda_1 = -1,276$
 $\lambda_2 = 1,032$
 $\lambda_3 = 0,427$

Рис 5.1

На рисунку 5.1 видно результат моєї програми. Спочатку задається розмір матриці (на малюнку: 4), потім обираю Test для автоматичного виведення мого варіанту. Щоб ввести інший варіант потрібно натиснути Create та ввести значення у відповідні комірки. Для знаходження власних чисел методом Крілова необхідно після введення матриці натиснути кнопку Krylov і після цього в одному з віконечок з'являться власні числа. Для знаходження власних векторів, потрібно після знаходження власних чисел натиснути на кнопку Vectors. Вектори відобразяться в іншому вікні.

Висновок

Метод Крілова універсальний у випадку вирішення повної проблеми власних чисел, тож для вирішення цієї проблеми метод Крілова буде дуже доречним.