Оценка области захвата для систем ФАПЧ 3 порядка

Миронов Алексей Владиславович

Санкт-Петербургский государственный университет

Научный руководитель: д.ф.-м. н., профессор Юлдашев Р. В.

2 марта 2020 г.

Принцип работы ФАПЧ

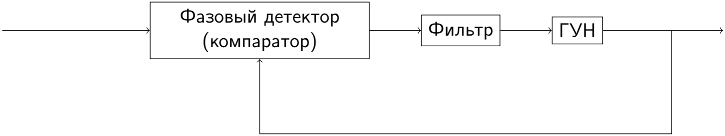
Определение

Система фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) - система предназначенная для синхронизации частот эталонного и подстраиваемого генераторов

Применение системы ФАПЧ

1. Телекоммуникационное оборoдование
2. Навигационное оборудование (GPS, Глонасс, Галилео)
3. Компьютеры (микропроцессоры)

Принцип работы ФАПЧ



Система дифференциальных уравнений описывающих работу ФАПЧ

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= Ax + b\upsilon_e(\theta_e) \\
\dot{\theta}_e &= \omega_e^{free} - K_{vco}(c^* x + h\upsilon_e(\theta_e))
\end{aligned}
\tag{1}
$$

В системе (1) сделаем следующие преобразования $-K_{vco}c \to c$, $-K_{vco}h \to h$ и замену

$$
z = x + A^{-1}b\gamma, \quad \gamma = \frac{\omega_e^{free}}{c^* A^{-1} b - h} \tag{2}
$$

В результате (1) примет вид

$$
\begin{aligned}
\dot{z} &= Az + b(\upsilon_e(\theta_e) - \gamma) \\
\dot{\theta}_e &= c^* z + h(\upsilon_e(\theta_e) - \gamma))
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Рассмотрим систему (3)

$$\dot{z} = Az + b(\upsilon_e(\theta_e) - \gamma), \quad \dot{\theta_e} = c^* z + h(\upsilon_e(\theta_e) - \gamma))$$

Пусть $\upsilon_e(\theta_e)$ дифференцируема на $\mathbb{R}$ и удовлетворяет $\mu_1 \leq \frac{d\upsilon_e(\theta_e)}{d\theta_e} \leq \mu_2$

$$\nu = \int_0^{2\pi} (\upsilon_e(\theta_e) - \gamma) d\theta_e \left(\int_0^{2\pi} \mid \upsilon_e(\theta_e) - \gamma \mid d\theta_e \right)^{-1} \qquad (4)$$

Теорема

Пусть все нули функции $\upsilon_e(\theta_e) - \gamma$ изолированы, пара (A, b) вполне управляема, все собственные значения матрицы A имеют отрицательные вещественные части и существуют числа $\varepsilon > 0, \delta > 0, \tau \geq 0$, и $\varkappa$, такие что имеют место неравенства:

$$Re(\varkappa K(ix) - \varepsilon (K(ix))^2 - [K(ix) + \mu_1^{-1} ix]^* \tau [K(ix) + \mu_2^{-1} ix]) \geq \delta, \forall x \in \mathbb{R} \qquad (5)$$

$$4\varepsilon\delta > (\varkappa\nu)^2 \qquad (6)$$

Тогда система (3) глобально ассимптотически устойчива.

Постановка задачи

Оценить полосу захвата для систем, описывающихся следующими передаточными функциями:

$$F(s) = \frac{1}{(1+\tau_{p1}s)(1+\tau_{p2}s)}$$

$$F(s) = \frac{(1+\tau_{z1}s)^2}{(1+\tau_{p1}s)^2}$$

$$F(s) = \frac{(1+\tau_{z1}s)(1+\tau_{z2}s)}{(1+\tau_{p1}s)(1+\tau_{p2}s)}$$

Фильтр $F(s) = \frac{1}{(1+\tau_{p1}s)(1+\tau_{p2}s)}$

Оценка параметра ν^2 для фильтра $F(s) = \frac{1}{(1+\tau_{p1}s)(1+\tau_{p2}s)}$

$$\frac{(\tau_{p1}\tau_{p2} - 1)^2}{\tau_{p1}^2 + \tau_{p2}^2 + 1} > \nu^2$$

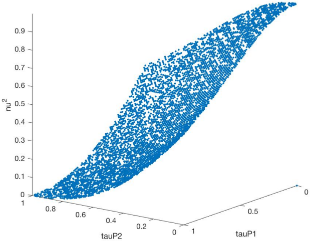


Рис.: First image

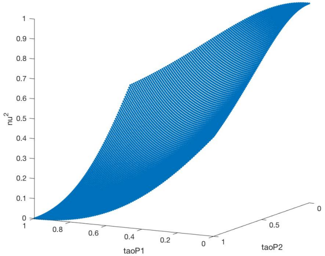


Рис.: Second image

Фильтр $F(s) = \frac{(1+\tau_{z1}s)^2}{(1+\tau_{p1}s)^2}$

Оценка параметра ν^2 для фильтра $F(s) = \frac{(1+\tau_{z1}s)^2}{(1+\tau_{p1}s)^2}$

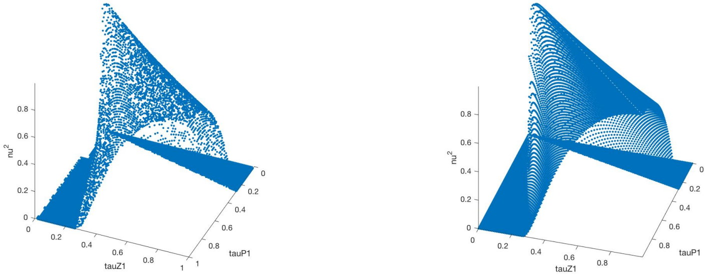


Рис.: 1. Численное приближение в MATLAB 2. Аналитическое решение

Фильтр $F(s) = \frac{(1+\tau_{z1} s)^2}{(1+\tau_{p1} s)^2}$

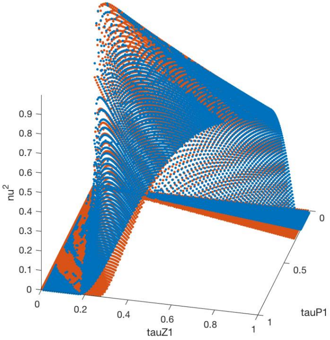


Рис.: График зависимости ν^2 от τ_{p1}, τ_{p2}. Синим цветом представлено точное решение. Оранжевым цветом представлено аналитическое решение.

Фильтр $F(s) = \frac{(1+\tau_{z1}s)(1+\tau_{z2}s)}{(1+\tau_{p1}s)(1+\tau_{p2}s)}$

При рассмотрении фильтра $F(s) = \frac{(1+\tau_{z1}s)(1+\tau_{z2}s)}{(1+\tau_{p1}s)(1+\tau_{p2}s)}$ получаем следующую оценку параметра ν^2:

$$\nu^2 < 4\frac{[\alpha_1^2(1-\beta_1)-\alpha_2(1-\beta_2)][\alpha_1^2(1-\beta_1)\beta_1-\alpha_2(1-\beta_2)]}{[\alpha_1^2(1-\beta_1^2)-2\alpha_2(1-\beta_2)]^2}$$

$$\alpha_1 = \tau_{p1}+\tau_{p2}, \quad \alpha_2 = \tau_{p1}\tau_{p2}, \quad \beta_1 = \frac{\tau_{z1}+\tau_{z2}}{\tau_{p1}+\tau_{p2}}, \quad \beta_2 = \frac{\tau_{z1}\tau_{z2}}{\tau_{p1}\tau_{p2}}$$

Спасибо за внимание