

Лабораторная работа № 6 по курсу: Дискретный анализ

Выполнил студент группы М8О-307Б-17 МАИ *Лопатин Александр*.

Задача

Необходимо разработать программную библиотеку на языке С или С++, реализующую простейшие арифметические действия и проверку условий над целыми неотрицательными числами. На основании этой библиотеки нужно составить программу, выполняющую вычисления над парами десятичных чисел и выводящую результат на стандартный файл вывода.

Список арифметических операций:

- Сложение (+)
- Вычитание (-)
- Умножение (*)
- Возведение в степень (^)
- Деление (/)

В случае возникновения переполнения в результате вычислений, попытки вычесть из меньшего числа большее, деления на ноль или возведения нуля в нулевую степень, программа должна вывести на экран строку Error.

Список условий:

- Больше (>)
- Меньше (<)
- Равно (=)

Метод решения

Необходимо написать реализацию простейших арифметических и логических операций с длинными числами. В качестве внутреннего представления числа логично выбрать вектор, в который будут добавляться “разряды” длинного числа. Числа в векторе располагаются от младшего разряда к старшему, максимальное значение числа в одном разряде ограничено выбранным основанием системы счисления, я выбрал 10^4 .

Сложение *Длина результата максимум на 1 больше наибольшей из длин чисел.*

Реализуется тривиально: начиная с младших разрядов числа (начало вектора), суммируем оба числа. Если результат больше чем основание системы счисления, то записывается остаток от деления результата на основание системы счисления. При этом целая часть прибавляется к старшему разряду.

Вычитание *Длина результата не больше длины вычитаемого числа.*

Реализуется аналогично сложению: из большего вычитается меньшее, если при вычитании разрядов получается отрицательное число, то к нему прибавляется основание системы счисления и занимается единица из старшего разряда.

Умножение *Длина результата не больше суммы длин множителей.*

Алгоритм вычисления такой же, как и для обычных чисел (по разрядам, столбиком), за исключением того случая, когда результат становится больше основания системы счисления. Тогда целую часть от деления результата надо прибавить к следующему результату, а остаток от деления прибавить к разряду с номером, равным сумме позиций умножаемых разрядов двух чисел.

Деление *Длина результата не больше длины делимого числа.*

Осуществляется уголком: выбираем количество старших разрядов делимого числа так, чтобы получившийся срез по длине был равен делителю. Затем находим с помощью бинарного поиска (на отрезке от 0 до основания системы счисления) максимально возможный множитель, такой, что разница между срезом и умноженным делителем минимальна и положительна (0 тоже допустим, это означает что срез меньше делителя). Разницу запоминаем для дальнейшего деления, множитель записываем в старший разряд ответа. В начало остатка от деления записываем следующий старший разряд делителя и продолжаем алгоритм, пока не дойдём до младшего разряда делителя.

Возведение в степень *Длина результата изначально неизвестна.*

Использован алгоритм быстрого возведения в степень, который намного производительнее простого умножения.

Операции сравнения Реализованы поразрядным сравнением элементов и длин.

Выводы

В ходе данной лабораторной работы было изучено, как представлять длинные числа в памяти и совершать простейшие операции над ними (сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень), был рассмотрен алгоритм быстрого возведения в степень, позволяющий совершать $O(\log n)$ операция умножения, где n - степень, в которую нужно возвести число.