TEORI PELUANG
MATEMATIKA KELAS XII

PENYUSUN :
Mini Sumini, S.Pd
SMK Negeri 3 Baleendah Kabupaten Bandung

BAB 1
PELUANG

A. Kaidah pencacahan, permutasi dan kombinasi

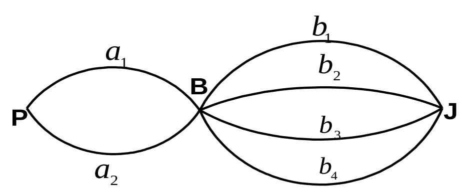
1. Kaidah Pencacahan/Kaidah Dasar Membilang

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering dihadapkan pada penentuan banyaknya kejadian yang mungkin dari suatu kejadian. Misalnya, ada 2 jalan yang dapat dipilih dari purwokerto ke Bandung. Adapun dari Bandung ke Jakarta ada 4 jalan yang dapat dipilih. Jika seseorang berangkat dar Purwokerto menuju jakarta, ada berapa alternative jalan yang dapat dipilih jika harus melewati Bandung?

Untuk menjawab pertanyaan di atas, dapat kita lakukan sebagau berikut.

Misalnya dari purwokerto (P) ke Bandung (B) dapat dipilih jalan a_1 dan a_2, dan dari Bandung ke Jakarta (J) dapat dipilih jalan b_1, b_2, b_3, b_4 (gambar 1). Dengan demikian, kemungkinan jalan yang ditempuh dari Purwokerto ke Jakarta melewati bandung yaitu sebagai berikut:

(a_1, b_1) (a_2, b_1)
(a_1, b_2) (a_2, b_2)
(a_1, b_3) (a_2, b_3)
(a_1, b_4) (a_2, b_4)



Berdasarkan pilihan alternative jalan di atas, kita dapat memilih alternatif jalan sebanyak 8 cara.

Di samping menggunakan diagram pohon seperti diatas, permasalahan tersebut dapat diselesaikan dengan langsung memperhatikan rute yang mungkin. Seperti ada 2 pilihan dari Purwokerto menuju Bandung dan Ada 4 pilihan dari Bandung ke Jakarta sehingga kalian dapat memilih sebanyan (2×4) pilihan jalan dari Purwokerto menuju Jakarta melalui Bandung. Cara seperti itu menggunakan metode (kaidah) pencacahan.

Berdasarkan ilustrasi di atas disimpulkan. Jika suatu masalah dapat diselesaikan dengan a cara dan masalah lain dapat diselesaikan dengan b cara. Maka seluruh masalah dapat diselesaikan sebanyak ($a \times b$) cara.

Contoh 1:
Berapa banyak cara menyusun bilangan ganjil yang terdiri atas 4 angka?
Jawab :
Angka yang tersedia adalah 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9
Karena disusun 4 angka, dapat kita buat 4 kotak seperti berikut:

Ribuan	Ratusan	Puluhan	Satuan

Untuk menempati masing-masing kotak dengan cara sebagai berikut:
Untuk kotak satuan terdapat 5 cara yaitu dapat memilih angka-angka : 1, 3, 5, 7, 9
Untuk kotak puluhan terdapat 10 cara yaitu dapat memilih angka-angka : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Untuk kotak ratusan terdapat 10 cara yaitu dapat memilih angka-angka : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Untuk kotak ribuan terdapat 9 cara yaitu dapat memilih angka-angka: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Menurut kaidah pencacahan (membilang) banyaknya pilihan seluruhnya adalah
5 x 10 x 10 x 9 = 4.500 cara

Contoh 2 :
Berapa banyak cara menyusun bilangan genap yang terdiri atas 4 angka yang kurang dari 5000?
Jawab :
Angka yang tersedia adalah 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9
Karena disusun 4 angka, dapat kita buat 4 kotak seperti berikut:

Ribuan	Ratusan	Puluhan	Satuan

Untuk menempati masing-masing kotak dengan cara sebagai berikut:
Untuk kotak satuan terdapat 5 cara yaitu dapat memilih angka-angka : 0, 2, 4, 6, 8
Untuk kotak puluhan terdapat 10 cara yaitu dapat memilih angka-angka : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Untuk kotak ratusan terdapat 10 cara yaitu dapat memilih angka-angka : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Untuk kotak ribuan terdapat 4 cara yaitu dapat memilih angka-angka: 1, 2, 3, 4
Menurut kaidah pencacahan (membilang) banyaknya pilihan seluruhnya adalah
5 x 10 x 10 x 4 = 2.000 cara

Contoh 3
Diketahui angka-angka 2, 3, 4, 5, 6, 7. Dari angka-angka itu akan disusun bilangan ganjil yang terdiri atas 4 angka. Jika dalam susunan bilangan itu tidak ada angka yang berulang, tentukan banyaknya susunan bilangan tersebut.
Jawab
Karena disusun 4 angka, dapat kita buat 4 kotak seperti berikut:

Ribuan	Ratusan	Puluhan	Satuan

Untuk menempati masing-masing kotak dengan cara sebagai berikut:
Untuk kotak satuan terdapat 3 cara yaitu dapat memilih angka-angka : 3, 4, 7

Untuk kotak puluhan terdapat 5 cara yaitu dari 6 angka yang tersedia telah diambil 1 angka untuk satuan sehingga untuk pilihan puluhan ada 5 cara
Untuk kotak ratusan terdapat 4 cara yaitu dari 6 angka yang tersedia telah diambil 2 angka untuk satuan sehingga untuk pilihan ratusan ada 4 cara
Untuk kotak ribuan terdapat 3 cara yaitu dari 6 angka yang tersedia telah diambil 3 angka untuk satuan sehingga untuk pilihan ribuan ada 3 cara
Menurut kaidah pencacahan (membilang) banyaknya pilihan seluruhnya adalah
3 x 5 x 4 x 3 = 180 bilangan

LATIHAN 1

1. Dari Purworejo ke Cirebon ada 2 jalan, dari Cirebon ke Jakarta ada 3 jalan. Ada berapa kemungkinan jalan yang dapat ditempuh dari Purworejo ke jakarta jika harus melalui Cirebon?

2. Suatu rute penerbangan dari Surabaya ke Jakarta ada 2 jalan, dari Jakarta ke medan ada 2 jalan dan dari Medan ke Jeddah ada 3 jalan. Ada berapa kemungkinan jalan yang dapat ditempuh dari
   a. Surabaya ke medan melalui Jakarta
   b. Jakarta ke Jeddah melalui Medan
   c. Surabaya ke jedah melalui Jakarta dan Medan

3. Lima orang Relawan Green Education akan menanam 4 jenis pohon di 3 lahan yang berbeda. Ada berapa cara untuk menanam pohon tersebut?

4. Anggota pramuka terdiri dari 10 orang putra dan 10 orang putri. Jika akan dipilih pengurus yang terdiri dari 1 orang putra dan 1 orang putri, berapa banyak cara pemilihan tersebut?

5. Dari angka-angka1, 3, 4, 5, 6, 7, 8 aka disusun suatu bilangan genap yang terdiri atas 3 angka. Jika dalam susunan bilangan itu tidak ada angka yang berulang, berapa banyak cara untuk menyusun bilangan itu.

6. Dari angka-angka 3, 4, 5, 6, 7, akan disusun suatu bilangan ganjil yang terdiri atas 3 angka
   a. Berapa banyak susunan bilangan itu?
   b. Berapa banyak susunan bilangan yang lebih dari 400?
   c. Berapa banyak susunan bilangan itu jika tidak ada agka yang berulang?
   d. Berapa banyak susunan bilangan itu jika tidak ada angka yang berulang dan kurang dari 700?

2. Faktorisasi

Notasi faktorial akan digunakan untuk mempelajari permutasi dan kombinasi.
Definisi faktorial “ Hasil perkalian semua bilangan bulat positif secara berurutan dari 1 sampai dengan n disebut n faktoril, dan dinotasikan n!”

$n! = 1 \times 2 \times 3 \times ... \times n$

Atau

$n! = n(n-1)(n-2)... \times 1$

$0! = 1$

Contoh 4:

Tiap pernyataan faktorial yang diberikan!

a. $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

b. $7! = ...\times.....\times.....\times.....\times.....\times.....\times..... = ...$

c. $\frac{8!}{5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!} = 8 \times 7 \times 6 = 336$

d. $\frac{10!}{7!} = \frac{.......... \times .... \times .... \times ....}{..........} = ... \times .... \times .... = ...$

e. $\frac{10!}{2!\,7!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{2 \times 1 \times 7!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{2} = \frac{720}{2} = 360$

f. $\frac{7!}{2!\,5!} = \frac{......... \times .... \times ....}{........ \times ....} = \frac{........ \times ....}{.......} = ...$

LATIHAN 2

Hitunglah

1) 5!
2) 8!
3) $\frac{12!}{3!\,10!}$
4) 5! (6 × 7)
5) 7! – 4! =
6) (7 – 4)! =

3. **Permutasi**

Permutasi adalah menyusun suatu unsur dalam suatu himpuanan dengan susunan yang berlainan(tidak ada yang berulang)

a. Permutasi *n* Unsur yang disusun *r* per *r*

Misalnya diketahui *n* unsur berbeda. Banyak permutasi n unsur yang disusun *r* per *r* dirumuskan sebagai berikut:

$$P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Contoh 5 :

Diketahui angka-angka: 2, 3, dan 4. Susunlah bilangan yang terdiri atas 3 angka dengan syarat tidak ada angka yang berulang.

Jawab:

Dari angka-angka: 2, 3, 4, disusun 3 angka yaitu sebagai berikut:

234 ; 243 ; 324 ; 342 ; 423 ; 432 sehingga susunan seluruhnya ada 6 bilangan

Dengan menggunakan rumus permutasi, untuk *n* = 3 dan *r* = 3 diperoleh

$$P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P_3^3 = \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{3!}{0!} = \frac{3\times 2\times 1}{1} = 3\times 2\times 1 = 6 \text{ bilangan}$$

Contoh 6:

Berapa banyak bilangan yang terdiri dari 4 angka berbeda yang dapat disusun dari angka-angka: 2, 3, 4, 5, 6, 7?

Jawab:

Diketahui *n* = 6 dan *r* = 4

$$P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P_6^4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{6\times 5\times 4\times 3\times 2\times 1}{2\times 1} = 6\times 5\times 4\times 3 = 360 \text{ bilangan}$$

LATIHAN 3

1) Hitunglah:

a. P_5^4 b. P_4^1 c. P_6^5 d. P_{10}^5 e. P_{15}^{14}

2) Ada berapa permutasi yang berlainan dari 4 angka yang disusun dari angka-angka 2, 3, 4, 5?
3) Berapakah banyaknya cara memasang 7 bendera pada 7 tiang yang dipasang satu baris?
4) Ada berapa banyak permutasi yang berlainan dari 10 unsur yang disusun 4?
5) Dari angka-angka 4, 5, 6, 7, 8, 9 akan disusun bilangan yang terdiri atas 3 angka yang berbeda. Berapa banyaknya bilangan yang terjadi?
6) Dari 10 orang akan dipilih 3 orang untuk jabatan ketua, sekertaris, dan bendahara. Ada berapa cara pemilihan tersebut?

b. Permutasi dengan Unsur yang sama

Jika dalam permutasi *n* unsur yang disusun *r* per *r* terdapat *k* buah unsur yang sama, banyaknya permutasi yang berlainan dapat ditentukan dengan rumus:

$$P = \frac{P_n^r}{k!} = \frac{n!}{(n-r)!\,k!}$$

Jika terdapat *k*, *l*, *m* buah unsur yang sama, rumus dapat diperluas menjadi

$$P = \frac{n!}{(n-r)!.\,k!.\,l!.\,m!}$$

Contoh 7:

Berapa banyak permutasi yang dapat disusun 3 huruf dari kata **MATEMATIKA**

Jawab:

n = 10; *r* = 3; *k* = 2 yaitu banyaknya M; *l* = 3 yaitu banyaknya huruf A; *m* = 2 banyaknya huruf T

$$P = \frac{n!}{(n-r)!\,k!\,l!\,m!} = \frac{10!}{(10-3)!\cdot 2!\cdot 3!\cdot 2!} = \frac{10!}{7!\cdot 2!\cdot 3!\cdot 2!} = \frac{10\times 9\times 8\times 7!}{7!\times 2\times 1\times 3\times 2\times 1\times 2\times 1} = 30$$

LATIHAN 4

Berapa banyak banyaknya permutasi yang berlainan yang disusun 3 huruf dari:

a. JAKARTA
b. BOGOR
c. TANGERANG
d. BEKASI

c. Permutasi siklis

Jika dalam permutasi n unsur disusun melingkar, disebut permutasi siklik. Permutasi dengan n unsur yang disusun melingkar dirumuskan dengan **P_{siklis} = (*n* – 1)!**

Contoh 8:

Berapa banyaknya cara susunan duduk dari 4 orang untuk menempati 4 kursi pada suatu meja bundar?

Jawab:

P_{siklis} = (*n* – 1)! = (4 – 1)! = 3! = 3 × 2 × 1 = 6 cara

LATIHAN 5

1) Berapakah banyaknya cara menyusun duduk dari 6 orang untuk menempati 6 buah kursi pada suatu meja bundar?
2) Dalam suatu rapat pengurus OSIS hadir 7 orang siswa. Jika mereka duduk mengitari sebuah meja bundar, berapa banyak cara agar mereka dapat duduk dengan urutan yang berbeda?

4. Kombinasi

Dalam suatu kelas yang terdiri atas 40 siswa akan dipilih 3 siswa untuk mewakili sekolah mengikuti perlombaan matematika. Ada berapa banyak cara tim matematika tersebut dapat terbentuk? Untuk menjawab pernyataan di atas kalian harus menguasai kombinasi dengan baik.

Kombinasi adalah suatu permutasi yang tidak memperhatikan urutan (artinya, ab dan ba dianggap sama).

Banyak kombinasi dari *r* unsur yang diambil dari *n* unsur yang berlainan dirumuskan sebagai berikut:

$$C_n^r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}, \text{ dimana } r \le n$$

Contoh 9 :

Tentukan banyaknya kombinasi 2 warna campuran dari warna-warna: merah, kuning, hijau, dan putih

Jawab:

Warna yang tersedia adalah m, k, h, p. Disusun 2 warna yaitu mk ; mh ; mp ; kh ; kp ; hp seluruhnya ada 6 warna tercampur

Dengan menggunakan rumus kombinasi, akan diperoleh: $n = 4$; $r = 2$

$$C_n^r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

$$C_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!2!} = \frac{4!}{2!.\,2!} = \frac{4\times3\times2!}{2!\times2\times1} = 6 \text{ campuran warna}$$

Contoh 10:

Tentukan banyaknya himpunan bagian yang terdiri atas 4 anggota dari himpunan A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Jawab :

Karena himpunan bagian tidak memperhatikan urutan, persoalan ini termasuk kombinasi dengan $n = 6$ dan $r = 4$

$$C_n^r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

$$C_6^4 = \frac{6!}{(6-4)!4!} = \frac{6!}{2!.\,4!} = \frac{6\times5\times4!}{2\times1\times4!} = 15 \text{ buah}$$

Contoh 11:

Dalam sebuah kantong terdapat 10 kelereng merah, 8 kelereng kuning, dan 6 kelereng hijau. Akan diambil 3 kelereng merah, 2 kelereng kuning, dan 1 kelereng hijau. Ada barapa cara pengambilan kelereng tersebut?

Jawab:

Untuk mengambil 3 kelereng merah adalah $C_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!3!} = \frac{10!}{7!.\,3!} = \frac{10\times9\times8\times7!}{7!\times3\times2} = 120$ cara

Untuk mengambil 2 kelereng kuning adalah $C_8^2 = \frac{8!}{(8-2)!.\,2!} = \frac{8!}{6!.\,2!} = \frac{8\times7\times6!}{6!\times2} = 28$ cara

Untuk mengambil 1 kelereng hijau adalah $C_6^1 = \frac{6!}{(6-1)!.\,1!} = \frac{6!}{5!.\,1!} = \frac{6\times5!}{5!\times1} = 6$ cara

Jadi, seluruhnya = 120 × 28 × 6 = 20.160 cara

LATIHAN 6

1. Hitunglah nilai dari:

a. C_2^1	d. C_5^1	g. C_3^2	j. C_6^5
b. C_3^1	e. C_6^1	h. C_4^2	
c. C_4^1	f. C_2^2	i. C_5^2	

2. Berapa banyak kombinasi dari 4 unsur yang diambil dari 10 unsur ?
3. Tentukan banyaknya himpuanan bagian yang terdiri dari 3 anggota dari himpunan A= {a, b, c, d, e, f, g}
4. Akan dipilih 3 orang pengurus Pramuka dari 10 orang calon pengurus. Ada berapa cara pemilihan tersebut ?
5. Dalam kantong terdapat 12 kelereng putih, 10 kelereng biru, dan 8 kelereng coklat. Dari kantong iru akan diambil 6 kelereng. Ada barapa cara pengambilan, jika yang terambil itu:
   a) 2 kelereng biru dan 4 kelereng coklat
   b) 3 kelereng putih dan 3 kelereng biru
   c) 4 kelereng coklat dan 2 kelereng putih
   d) 5 kelereng putih dan 1 kelereng biru
   e) 1 kelereng putih, 2 kelereng biru, dan 3 kelereng coklat
6. Dari 8 warna yang berlainan, akan diambil 3 warna untuk membuat satu warna tertentu. Ada berapa warna tertentu yang dapat dibuat ?

B. Peluang suatu kejadian

Dalam kehidupan sehari-hari di masyarakat kita telah mengenal dengan baik kata-kata yang sebenarnya termasuk dalam katagori *peluang suatu kejadian*. Kata-kata yang biasa dikenal, misalnya *kemungkinan, kesempatan atau peluang*. Kita sering mengatakan "kemungkinan besar hari ini turun hujan". Contoh lainnya "Peluang tim kita dalam pertandingan ini sangat besar". Untuk lebih memahami yang dimaksud dengan peluang suatu kejadian, perhatikan uraian berikut dengan baik.

1. Titik Sampel dan Ruang Sampel

Pada pelemparan sekeping uang logam, sisi yang mungkin muncul adalah sisi angka (A) atau sisi gambar (G). Jika sisi yang muncul ini dinyatakan dengan himpunan, misalnya S, menjadi S = {A, G}. Kumpulan atau himpuan semua hasil yang mungkin muncul pada suatu percobaan disebut ruang sampel, dilambangkan dengan S. Adapun anggota-anggota dari S disebut titik sampel. Banyak anggota (titik sampel) suatu ruang sampel dinyatakan dengan n(S)

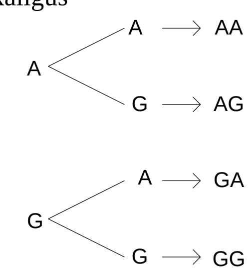
Cara menentukan ruang sampel dari titik sampel ada tiga, yaitu dengan mendaftar, tabel dan diagram pohon

b. Menentukan Ruang Sampel dengan mendaftar

Misalkan, pada pelemparan dua keping uang logam sekaligus, sisi yang muncul adalah angka (A) pada uang logam pertama dan gambar (G) pada uang logam kedua, ditulis AG. Kejadian lain yang mungkin muncul pada pelemparan kedua uang logam tersebut adalah AA, GA, dan GG, Jika ruang sampelna dituliskan dengan cara mendaftar, hasilnya adalah S = { AA, AG, GA, GG} dengan n(S) = 4

c. Menentukan Ruang Sampel dengan diagram pohon

Cara ini merupakan cara yang paling mudah. Berikut adalah diagram pohon untuk pelemparan dua uang logam sekaligus



Jadi ruang sampelnya adalah S = { AA, AG, GA, GG} dengan n(S) = 4

d. Menentukan Ruang Sampel dengan tabel

Perhatikan kembali pelemparan dua keping uang logam pada bagian a dan b. Untuk menentukan ruang sampel dengan tabel, buatlah tebel dengan jumlah baris dan kolom yang diperlukan.Tabel ruang sampel pelemparan dua uang logam sebagai berikut:

Uang Logam ke-2

Uang logam ke-1

	A	G
A	AA	AG
G	GA	GG

Jadi ruang sampelnya adalah S = { AA, AG, GA, GG} dengan n(S) = 4

LATIHAN 7:

Tentukan ruang sampel dari percobaan-percobaan berikut:

1) Melempar sebuah dadu
2) Melempar tiga keping uang logam sekaligus
3) Melempar empat keping uang logam sekaligus
4) Melempar dua buah dadu sekaligus

2. Peluang Suatu Kejadian

Misalkan A adalah suatu kejadian dalam suatu percobaan. Kejadian A dapat terjadi dengan a cara dari keseluruhan S cara yang mungkin dapat terjadi dengan kemungkinan yang sama. Peluang kejadian A dapat ditentukan dengan rumus $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$, dimana

$0 \leq P(A) \leq 1$

3. Kemustahilan dan kepastian

Seperti yang telah kita ketahui, kemustahilan adalah suatu yag pasti tidak terjadi seperti munculnya angka 7 pada pelemparan mata dadu (karena mata dadu hanya terdiri dari 1, 2, 3, 4, 5, dan 6). Oleh karena itu, dengan mudah kita dapat katakan bahwa peluang munculnya mata dadu 7 dalam pelemparan dadu adalah nol. Dengan demikian, dapat kita nyatakan jika P(A) = 0, A adalah kejadian yang mustahil (tidak akan pernah terjadi)
Disamping keustahilan, ada juga kepastia dalam suatu peluang, seperti munculnya angka atau gambar dalam pelemparan 1 buah uang logam karena uang logam terdiri atas gambar dan angka. Peluang kepastian dalam matemayika adalah 1 sehingga dapat kita nyatakan jika p(A) = 1, A adalah kejadian yang pasti terjadi.
Misalnya, A adalah suatu kejadian dengan P(A) adalah peluang kejadian A dan A' adalah kejadian yang bukan A, dengan P(A)' adalah peluang terjadina bukan A, maka berlaku P(A)' = 1 – P(A)

Contoh 11:

Dalam sebuah kantong terdapat 20 butir kelereng warna merah. Jika akan diambil sebuah kelereng, tentukan peluang terambilnya kelereng berwarna:

a. putih b. Merah

Jawab:

a. $P(\text{Putih}) = \dfrac{0}{20} = 0\ (\text{mustahil terjadi})$

b. $P(\text{Merah}) = \dfrac{C_{20}^{1}}{C_{20}^{1}} = \dfrac{\frac{20!}{19!.1!}}{\frac{20!}{19!.1!}} = \dfrac{20}{20} = 1\ (\text{pasti terjadi})$

Contoh 12 ;

Dua buah dadu ditos bersama-sama. Tentukan peluang munculnya jumlah angka dadu itu:

a. 4 b. 7 c. 10

Jawab :

I \ II	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

a. Jumlah 4 ada 3, yaitu: (1, 3), (2, 2), (1, 3)
   Ruang sampel = 36
   $P(\text{jumlah } 4) = \dfrac{3}{36} = \dfrac{1}{12}$
b. Jumlah 7 ada 6 yaitu: (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)
   Ruang sampel = 36
   $P(\text{jumlah } 7) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$
c. Jumlah 10 ada 3 yaitu: (4, 6), (5, 5), (6, 4)
   Ruang sampel = 36
   $P(\text{jumlah } 10) = \dfrac{3}{36} = \dfrac{1}{12}$

LATIHAN 8:

1. Diantara bilangan 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 akan diambil sebuah bilangan secara acak. Tentukan peluang terambilnya:
   a. Bilangan genap c. Bilangan ganjil
   b. Bilangan prima d. Bilangan prima ganjil
2. Tiga uang logam di lempar secara bersamaan. Tentukan munculnya:
   a. Ketiga-tiganya angka
   b. 2 angka dan 1 gambar
   c. 1 angka dan 2 gambar
   d. Ketiga-tiganya gambar
3. Dalam seperangkat kartu bridge (26 kartu merah dan 26 kartu hitam) diambil sebuah kartu secara acak, berapa peluang yang terambil kartu :
   a. Berwarna merah c. Bernomor 3
   b. King d. As
4. Dua buah dadu dilempar secara bersamaan. Tentuka peluang munculnya jumlah angka kedua dadu itu:
   a. 5 b. 6 c. 9 d. 12

Contoh 13 :

Dari satu set kartu bridge diambil 2 buah kartu secara acak, tentukan peluang bahwa yang terambil:

a. 1 kartu AS dan 1 kartu King
b. 1 kartu bernomor 2 dan 1 kartu bernomor 10
c. 2 kartu berlian
d. 2 kartu keriting
e. 2 kartu hati
f. 2 kartu Queen
g. 2 kartu Jack

Jawab:

a. Satu set kartu brigde = 52 buah3 ; Kartu as = 4 buah; Kartu King = 4 buah
   Diambil 1 kartu As dari 4 kartu As = $C_4^1 = \dfrac{4!}{3!.1!} = 4$
   Diambil 1 kartu King dari 4 kartu King = $C_4^1 = \dfrac{4!}{3!.1!} = 4$
   Diambil 2 kartu dari semua (52) kartu = $C_{52}^2 = \dfrac{52!}{50!.2!} = \dfrac{52\times 51\times 50!}{50!\times 2\times 1} = \dfrac{52\times 51}{2} = 1.326$
   $P(\text{1 As dan 1 King}) = \dfrac{C_4^1 . C_4^1}{C_{52}^2} = \dfrac{4\times 4}{1.326} = \dfrac{16}{1.326} = \dfrac{8}{663}$
b. Satu set kartu brigde = 52 buah ; Kartu bernomor 2 = 4 buah; Kartu bernomor 10 = 4 buah
   Diambil 1 kartu dari 4 kartu bernomor 2 = $C_4^1 = \dfrac{4!}{3!.1!} = 4$
   Diambil 1 kartu dari 4 kartu bernomor 10 = $C_4^1 = \dfrac{4!}{3!.1!} = 4$

Diambil 2 kartu dari semua (52) kartu = $C_{52}^{2} = \frac{52!}{50!.2!} = \frac{52 \times 51 \times 50!}{50! \times 2 \times 1} = \frac{52 \times 51}{2} = 1.326$

P(1 nomor 2 dan 1 nomor 10) = $\frac{C_4^1 . C_4^1}{C_{52}^2} = \frac{4 \times 4}{1.326} = \frac{16}{1.326} = \frac{8}{663}$

c. Satu set kartu brigde = 52 buah ; Kartu berlian = 13 buah

Diambil 2 kartu dari 13 kartu berlian = $C_{13}^{2} = \frac{13!}{11!.2!} = \frac{13 \times 12 \times 11!}{11! \times 2 \times 1} = \frac{13 \times 12}{2} = 78$

Diambil 2 kartu dari semua (52) kartu = $C_{52}^{2} = \frac{52!}{50!.2!} = \frac{52 \times 51 \times 50!}{50! \times 2 \times 1} = \frac{52 \times 51}{2} = 1.326$

P(2 kartu berlian) = $\frac{C_{13}^2}{C_{52}^2} = \frac{78}{1.326} = \frac{13}{221}$

d. Satu set kartu brigde = 52 buah ; Kartu Keriting = 13 buah

Diambil 2 kartu dari 13 kartu Keriting = $C_{13}^{2} = \frac{13!}{11!.2!} = \frac{13 \times 12 \times 11!}{11! \times 2 \times 1} = \frac{13 \times 12}{2} = 78$

Diambil 2 kartu dari semua (52) kartu = $C_{52}^{2} = \frac{52!}{50!.2!} = \frac{52 \times 51 \times 50!}{50! \times 2 \times 1} = \frac{52 \times 51}{2} = 1.326$

P(2 kartu Keriting) = $\frac{C_{13}^2}{C_{52}^2} = \frac{78}{1.326} = \frac{13}{221}$

e. Satu set kartu brigde = 52 buah ; Kartu Hati = 13 buah

Diambil 2 kartu dari 13 kartu Hati = $C_{13}^{2} = \frac{13!}{11!.2!} = \frac{13 \times 12 \times 11!}{11! \times 2 \times 1} = \frac{13 \times 12}{2} = 78$

Diambil 2 kartu dari semua (52) kartu = $C_{52}^{2} = \frac{52!}{50!.2!} = \frac{52 \times 51 \times 50!}{50! \times 2 \times 1} = \frac{52 \times 51}{2} = 1.326$

P(2 kartu Hati) = $\frac{C_{13}^2}{C_{52}^2} = \frac{78}{1.326} = \frac{13}{221}$

f. Satu set kartu brigde = 52 buah ; Kartu Queen = 4 buah

Diambil 1 kartu dari 4 kartu Queen = $C_{4}^{2} = \frac{4!}{2!.2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \cdot 2!} = 6$

Diambil 2 kartu dari semua (52) kartu = $C_{52}^{2} = \frac{52!}{50!.2!} = \frac{52 \times 51 \times 50!}{50! \times 2 \times 1} = \frac{52 \times 51}{2} = 1.326$

P(2 kartu Queen) = $\frac{C_{4}^2}{C_{52}^2} = \frac{6}{1.326} = \frac{1}{221}$

g. Satu set kartu brigde = 52 buah ; Kartu Jack= 4 buah.

Diambil 1 kartu dari 4 kartu Jack = $C_{4}^{2} = \frac{4!}{2!.2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \cdot 2!} = 6$

Diambil 2 kartu dari semua (52) kartu = $C_{52}^{2} = \frac{52!}{50!.2!} = \frac{52 \times 51 \times 50!}{50! \times 2 \times 1} = \frac{52 \times 51}{2} = 1.326$

P(2 kartu Jack) = $\frac{C_{4}^2}{C_{52}^2} = \frac{6}{1.326} = \frac{1}{221}$

LATIHAN 9 :

Dari satu kartu Bridge diambil tiga buah kartu secara acak. Tentukan peluang yang terambil itu:

a. Tiga kartu berwarna merah
b. Satu kartu bernomor 7 dan 2 kartu bernomor 2
c. Dua kartu keriting dan satu kartu As
d. Tiga kartu bernomor 5

4. Frekuensi Harapan Suatu kejadian

Misalkan suatu percobaan dilakukan sebanyak *k* kali dengan peluang kejadian A adalah P(A). Frekuensi harapan kejadian A dapat ditentukan dengan rumus

F*h*(A) = *k* × P(A)

Contoh 14 :

Suatu percobaan, sebuah dadu di lempar sebanyak 180 kali. Berapakah frekuensi harapan muncul angka prima?

Jawab:

Ruang sampel S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}$\Rightarrow$ n(S) = 6

Angka Prima (A) = {2, 3, 5}$\Rightarrow$ n(A) = 3

P(A) = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ dan *k* = 180 kali

Frekuensi harapan munculnya angka prima = F*h*(A) = $\frac{1}{2} \times 180$ kali $= 90$ kali

Contoh 15 :

Dua uang logam dilempar secara bersaman sebanyak 60 kali. Tentukan:

a. Ruang sampel
b. Peluang muncul 2 angka
c. Frekuensi harapan muncul angka

Jawab :

a. Ruang sampel (S) = { AA, AG, GA, GG}$\Rightarrow$ n(S) = 4

b. $P(AA) = P(2A) = \frac{1}{4}$

c. $Fh(2A) = \frac{1}{4} \times 60 \text{ kali} = 15 \text{ kali}$

Contoh 16 :
Tiga buah uang logam dilempar secara bersamaan sebanyak 120 kali. Tentukan:
a. Ruang sampel
b. Peluang muncul 2 gambar
c. Frekuensi harapan muncul 2 gambar
Jawab :
a. Ruang sampel (S) = {AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG}$\Rightarrow$ n(S) = 8
b. Muncul 2 gambar (A) = { AGG, GAG, GGA}$\Rightarrow$ n(A) = 3

$P(A) = P(2G) = \frac{3}{8}$

c. $Fh(2G) = \frac{3}{8} \times 120 \text{ kali} = 45 \text{ kali}$

LATIHAN 10:
1. Sebuah dadu dilempar sebanyak 90 kali. Tentukan frekuensi harapan munculnya angka:
 a. 2 b. 3 c.5 d.6

2. Dua buah dadu dilempar sebanyak 216 kali. Tentukan frekuensi harapan munculnya jumlah angka dadu itu:
 a. 3 b. 5 c. 8 d.11

5. Peluang Kejadian Saling Lepas
Misalnya, A dan B adalah dua kejadian yang saling lepas, besarnya dua kejadian A atau B dapat ditentukan dengan rumus:
$P(A \text{ atau } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Contoh 17 :
Sebuah dadu dilempar satu kali. Tentukan peluang munculnya:
a. Angka 2 atau angka 1
b. Angka ganjil atau angka 2
Jawab:
a. Ruang sampel (S) = {1, 2, 3, 4, 5, 6}$\Rightarrow$ n(S) = 6

$P(\text{angka } 2) = P(2) = \frac{1}{6}$; $P(\text{angka } 1) = \frac{1}{6}$

$P(2 \text{ atau } 1) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b. $P(\text{ganjil}) = \frac{3}{6}$; $P(2) = \frac{1}{6}$

$P(\text{ganjil atau } 2) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Contoh 18 :
Dua buah dadu dilempar sebanyak satu kali. Tentukan peluang munculnya jumlah angka kedua dadu:
a. 3 atau 5
b. 2 atau 3 atau 4
Jawab:
a. $P(\text{jumlah } 3) = \frac{2}{36}$; $P(\text{jumlah } 5) = \frac{4}{36}$

$P(\text{jumlah 3 atau jumlah } 5) = \frac{2}{36} + \frac{4}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

b. $P(\text{jumlah } 2) = \frac{1}{36}$; $P(\text{jumlah } 3) = \frac{2}{36}$; $P(\text{jumlah } 4) = \frac{3}{36}$

$P(\text{jumlah 2 atau jumlah 3 atau jumlah } 4) = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

LATIHAN 11:
1. Sebuah dadu di tos sebanyak satu kali. Tentukan peluang munculnya:
 a. angka ganjil atau 6 b. Angka prima atau 1

2. Dari 15 kartu yang diberi nomor 1 sampai dengan 15, akan diambil sebuah kartu secara acak. Tentukan peluang yang diambil kartu bernomor:
 a. Genap atau 3 c. Ganjil atau genap
 b. Prima atau 15

3. Dari satu set kartu bridge diambil sebuah kartu secara acak, tentuka peluang terambinya kartu:
 a. bernomor 3 atau *as*

b. bernomor 5 atau *king*
c. bernomor 8 atau *queen*
d. bernomor prima atau *jack*

4. Dua buah dadu dilempar satu kali. Tentukan peluang munculnya jumlah angka kedua dadu itu:
a. 3 atau 8 c. 2 atau 3 atau 5
b. 5 atau 6 d. 2 atau 4 atau 7

5. Tiga mata uang logam di tos. Tentukan besar peluang munculnya:
a. 3 gambar atau 3 angka c. 3 angka atau 2 gambar
b. 2 gambar atau 2 angka d. 2 angka atau 3 gambar

6. Peluang Kejadian Saling bebas

Misalnya A dan B dua kejadian saling bebas, pelung kejadian A dan B ditentukan dengan rumus

P(A dan B) = P(A $\cap$ B) = P(A) $\times$ P(B)

Contoh 19 :
Sebuah mata uang logam dan sebuah dadau dilempar satu kali. Tentukan
a. Ruang sampelnya b. Peluang munculnya gambar dan 5
Jawab:
a. Ruang sampel ada 12 yairu:
(A, 1); (A, 2); (A, 3); (A, 4); (A, 5); (A, 6); (G, 1); (G 2); (G, 3); (G, 4); (G, 5); (G, 5); (G, 6)

b. $\mathrm{P}(\mathrm{G}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ dan $\mathrm{P}(5) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

$\mathrm{P}(\text{ G dan } 5) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

Contoh 20:
Dua buah dadu 1 merah dan 1 putih dilempar secara bersama-sama. Tentukan
a. Ruang sampel c. Peluang muncul angka 5 merah
b. Peluang muncul angka 3 putih d. Peluang muncul amhka 3 putih dan angka 5 merah
Jawab

a.

I \ II	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

b. $P(3P) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

c. $P(5M) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

d. $\mathrm{P}(\text{ 3P dan 5M }) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

Contoh 21:
Kotak I berisi 4 bola hitam (H) dan 6 bola putih (P), kotak II berisi 5 bola merah (M) dan 4 bola putih (P). Dari kotak I diambil 3 bola dan dari kotak II diambil 4 bola. Tentukan peluang yang terambil itu:
a. 3 bola hitam dari kotal I dan 4 bola merah dari kotak II
b. 3bola putih dari kotak I dan $ bola merah dari kotak II
c. 2 bola hitam dari kotak i dan 3 bola putih dari kotak II
d. 2 bola putih dari kotak I dan 3 bola putih dari kotak II
Jawab:

a. $\mathrm{P}(\mathrm{A}) = \mathrm{P}(\text{ 3H kotak I }) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$

$\mathrm{P}(\mathrm{B}) = \mathrm{P}(\text{ 4M kotak I }) = \frac{C_5^4}{C_9^4} = \frac{5}{126}$

$\mathrm{P}(\text{A dan B}) = \frac{1}{30} \times \frac{5}{126} = \frac{1}{756}$

b. $\mathrm{P}(\mathrm{A}) = \mathrm{P}(\text{ 3P kotak I }) = \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$

$\mathrm{P}(\mathrm{B}) = \mathrm{P}(\text{ 4M kotak I }) = \frac{C_5^4}{C_9^4} = \frac{5}{126}$

$$P(A \text{ dan } B) = \frac{1}{6} \times \frac{5}{126} = \frac{5}{756}$$

c. Kotak I diambil 3 bola (karena 2H, maka 1P)

$$P(A) = P(\text{ 2H dan 1P kotak I }) = \frac{C_4^2 \cdot C_6^1}{C_{10}^3} = \frac{6 \times 6}{120} = \frac{3}{10}$$

Kotak II diambil 4 bola (karena 3P, maka 1M)

$$P(B) = P(\text{ 3P dan 1M kotak II }) = \frac{C_4^3 \cdot C_5^1}{C_9^4} = \frac{4 \times 5}{126} = \frac{10}{63}$$

$$P(\text{ A dan B }) = \frac{3}{10} \times \frac{10}{63} = \frac{1}{21}$$

d. Kotak I diambil 3 bola (karena 2p, maka 1H)

$$P(A) = P(\text{ 2P dan 1H kotak I }) = \frac{C_6^2 \cdot C_4^1}{C_{10}^3} = \frac{15 \times 4}{120} = \frac{1}{2}$$

Kotak II diambil 4 bola (karena 3P, maka 1M)

$$P(B) = P(\text{ 3P dan 1M kotak II }) = \frac{C_4^3 \cdot C_5^1}{C_9^4} = \frac{4 \times 5}{126} = \frac{10}{63}$$

$$P(\text{ A dan B }) = \frac{1}{2} \times \frac{10}{63} = \frac{5}{63}$$

LATIHAN 12:

1. Sebuah dadu dan sebuah mata uang logam dilempar undi secara bersamaan. Tentuksn peluang munculnya:
   a. 3 dan A — c. 2 dan A
   b. 5 dan G — d. 4 dan G
2. Dua buah dadu, 1 merah dan 1 putih dilempar secara bersamaan. Tentukan peluang munculnya:
   a. 2M dan 1P — c. 4M dan 6P
   b. 3M dan 5P — d. 5M dan 2P
3. Kotak I berisi 5 bola merah dan 4 bola putih, kotak II berisi 3 bola merah dan 5 bola putih. Dari masing-masing kotak diambil sebuah bola. Tentukan peluang yang terambil dari kotak I dan kotak II itu berwarna:
   a. Merah dan putih — c. Merah dan merah
   b. putih dan merah — d. Putih dan putih

7. Peluang Kejadian Tak Bebas

Misalnya, A dan B dua kejadian yang tak bebas, artinya kejadian B berlangsung stelah kejadian B, maka peluang kejadian A ditentukan dengan rumus:

$$P(A \text{ dan } B|A) = P(A \cap B|A) = P(A) \times P(B|A)$$

Untuk lebih memahami peluang kejadian tak bebas ini perhatikan contoh berikut:

Contoh 22 :

Di dalam sebuah kantong terdapat 6 kelereng merah dan 4 kelerang putih. Diambil 2 kelereng satu demi satu tanpa pengembalian,. Tentukan peluang yang terambil itu secara berturut-turut kelereng berwarna:

a. merah dan merah — b. putih dan merah
b. merah dan putih — d. Putih dan putih

Jawab:

a. $P(M \text{ dan } M|M) = \frac{C_6^1}{C_{10}^1} \times \frac{C_5^1}{C_9^1} = \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$

b. $P(M \text{ dan } P|M) = \frac{C_6^1}{C_{10}^1} \times \frac{C_4^1}{C_9^1} = \frac{6}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$

c. $P(P \text{ dan } M|P) = \frac{C_4^1}{C_{10}^1} \times \frac{C_6^1}{C_9^1} = \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$

d. $P(P \text{ dan } P|P) = \frac{C_4^1}{C_{10}^1} \times \frac{C_3^1}{C_9^1} = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$

LATIHAN 13:

Di dalam sebuah kotak terdapat 7 bola putih dan 3 bola hitam. Diambil 2 bola satu demi satu tanpa pengembalian. Tentukan peluang yang terambil pertama dan kedua bola berwarna:

a. putih dan putih — c. Hitam dan hitam
b. putih dan hitam — d. Hitam dan putih