Labrapport for Varmestråling

Alexander Laloi Dybdahl, Synnøve Isrenn Robertson ${}_{NTNU}$

Sammendrag

Leslies kube ble brukt for å teste emisjonsevnen til forskjellige overflater (svart, hvit, matt, blank), og Stefan-Boltzmanns lampe ble brukt for å validere Stefan-Boltzmanns lov om hvordan strålingsenergien avhenger av temperaturen. Gjennomsnittsemisjonsevnen til overflatene på kuben var hhv. 1,0,0,92,0,33,0,085. Stefan-Boltzmanns lov sier at forholdet mellom strålingsintensiteten og temperaturen skal være logaritmisk 4. Strålingsintensiteten funnet med tabellen for temperatur med større temperaturvariasjoner, gir et logaritmisk forhold på $4,53\pm0,59$, og strålingsintensiteten regnet med den tilnærmede formelen for små temperaturvariasjoner, gir et logaritmisk forhold på $3,85\pm0,48$. Strålingsintensiteten funnet ved å bruke tabell og regresjon, gir et logaritmisk forhold på $4,34\pm0,49$. Den teoretiske referanseverdien for Stefan-Boltzmanns lov ligger derfor innenfor alle verdiene (som vil si at de gir tilstrekkelig nøyaktighet i dette forsøket).

1. Introduksjon

Energi i form av varmestråling blir sendt ut fra alle legemer, og øker med legemets temperatur. Et svart legeme beskriver et legeme som absorberer all innkommende stråling, uavhengig av bølgelengde. Dersom et svart legeme er i termisk likevekt med omgivelsene, endres ikke temperaturen til legemet, altså vil det emittere like mye strålingsenergi som det absorberer. Dersom det ikke er i termisk likevekt, vil dette bety at den absorberte strålingsenergien ikke samsvarer med den emitterte strålingsenergien, og det vil være en endring i indre energi (altså vil temperaturen til det svarte legemet øke eller avta).

Dette eksperimentet skal se på gyldigheten av Stefan-Boltzmanns lov om hvordan total utsendt energi avhenger av temperaturen, og hvordan denne strålingsenergien avhenger av forskjellige overflater.

2. Teori

Emittert varmestråling inneholder 'alle mulige' bølgelengder. Plancs strålingslov beskriver hvordan utstrålt energi fordeler seg på forskjellige bølgelengder ved gitt temperatur T. Stefan-Boltzmanns lov beskriver hvordan total utsendt energi avhenger av T:

$$j = \sigma T^4; \ \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^2}$$
 (1)

Der jer intensiteten til varmestrålingen og σ er Stefan-Boltzmann-konstanten.

Reelle objekter er ikke perfekte sorte legemer og har derfor emisjonsevne $\varepsilon < 1$, mens sorte legemer har $\varepsilon = 1$. For reelle overflater er derfor Stefan-Boltzmanns lov:

$$j = \varepsilon \sigma T^4 \tag{2}$$

Man ser derfor at intensiteten er proporsjonal med T^4 .

For å verifisere denne loven brukes TD-8555 Stefan-Boltzmann Lamp. Denne lampen er en varmestrålingskilde og har derfor høy temperatur. Varmestråling fra omgivelsene kan neglisjeres fordi fra lampen er mye høyere enn omgivelsene. Videre kan glødetråden i lampen tilnærmes en punktformet varmekilde, og ved å variere effekten tilført kan glødetrådens temperatur varieres opp til 3000°C.

For å fastlegge temperaturen i glødetråden, gjøres det måling av spenning over lampen og strømmen igjennom. Motstanden R kan bli funnet ved å bruke Ohms lov,

$$R = \frac{U}{I} \tag{3}$$

For moderate temperaturvariasjoner vil motstanden i et metall øke lineært med temperaturen,

$$R = R_0[1 + \alpha T - T_0] \tag{4}$$

, der temperaturen T kan beregnes med,

$$T = T_0 + \frac{R - R_0}{\alpha R_0} \tag{5}$$

Motstanden R_0 er målt ved en valgt referansetemperatur T_0 og $\alpha=4,5\cdot 10^{-3}{\rm K}^{-1}$ med en Wheatstone-bro.

Ved større temperaturvariasjoner er α ikke konstant, og uttrykket ligning (5) blir unøyaktig. Wolframtrådens temperatur bestemmes nå derfor ved å regne relativ resistans R/R_0 , og bruke figur 1 til å finne tilhørende temperatur.

Den målte spenningen V_s er proporsjonal med netto absorbert strålingsvarme, $V_s \propto j$ og vi kan derfor skrive spenningen som,

$$V_s = c \cdot j = c\varepsilon\sigma T^4 \tag{6}$$

, der c er en proporsjonalitetskonstant.

Utkast levert til Kristian Maland

R/R _{300K}	Temp °K	Resistivity μΩ cm	R/R _{300K}	Temp °K	Resistivity μΩ cm	R/R _{300K}	Temp °K	Resistivity μΩ cm
1.0	300	5.65	5.48	1200	30.98	10.63	2100	60.06
1.43	400	8.06	6.03	1300	34.08	11.24	2200	63.48
1.87	500	10.56	6.58	1400	37.19	11.84	2300	66.91
2.34	600	13.23	7.14	1500	40.36	12.46	2400	70.39
2.85	700	16.09	7.71	1600	43.55	13.08	2500	73.91
3.36	800	19.00	8.28	1700	46.78	13.72	2600	77.49
3.88	900	21.94	8.86	1800	50.05	14.34	2700	81.04
4.41	1000	24.93	9.44	1900	53.35	14.99	2800	84.70
4.95	1100	27.94	10.03	2000	56.67	15.63	2900	88.33

Figur 1: Temperatur og resistivitet for wolfram. (fra [1])

For å måle strålingsenergien til de forskjellige overflatene, brukes strålingssensoren PASCO TD-8553 Radiation Sensor. Denne utnytter termoelektrisk effekt og genererer en spenning V_s som er proporsjonal med netto absorbert strålingsvarme.

TD-8554A Radiation Cube har fire ulike overflater av forskjellig materiale. Kuben varmes opp innenfra med en 100W lyspære, og varmen blir fordelt jevnt over hele veggen. Temperaturen måles ved å koble til et ohmmeter til kuben der motstanden R_L måles, og sammen med figur 2 brukes til å avgjøre absolutt temperatur T.

Therm. Res. (Ω)	Temp.	Therm. Res. (Ω)	Temp.	Therm. Res. (Ω)	Temp.	Therm. Res. (Ω)	Temp (°C)
24,415	58	10,110	82	4,615.1	106	2,281.0	130
23,483	59	9,767.2	83	4,475.0	107	2,218.3	131
22,590	60	9,437.7	84	4,339.7	108	2,157.6	132
21,736	61	9,120.8	85	4,209.1	109	2,098.7	133
20,919	62	8,816.0	86	4,082.9	110	2,041.7	134
20,136	63	8,522.7	87	3,961.1	111	1,986.4	135
19,386	64	8,240.6	88	3,843.4	112	1,932.8	136
18,668	65	7,969.1	89	3,729.7	113	1,880.9	137
17,980	66	7,707.7	90	3,619.8	114	1,830.5	138
17,321	67	7,456.2	91	3,513.6	115	1,781.7	139
16,689	68	7,214.0	92	3,411.0	116	1,734.3	140
16,083	69	6,980.6	93	3,311.8	117	1,688.4	141
15,502	70	6,755.9	94	3,215.8	118	1,643.9	142
14,945	71	6,539.4	95	3,123.0	119	1,600.6	143
14,410	72	6,330.8	96	3,033.3	120	1,558.7	144
13,897	73	6,129.8	97	2,946.5	121	1,518.0	145
13,405	74	5,936.1	98	2,862.5	122	1,478.6	146
12,932	75	5,749.3	99	2,781.3	123	1,440.2	147
12,479	76	5,569.3	100	2,702.7	124	1,403.0	148
12,043	77	5,395.6	101	2,626.6	125	1,366.9	149
11,625	78	5,228.1	102	2,553.0	126	1,331.9	150
11,223	79	5,066.6	103	2,481.7	127		
10,837	80	4,910.7	104	2,412.6	128		
10,467	81	4,760.3	105	2,345.8	129		

Figur 2: Resistans mot Temperatur for Leslie kuben. (fra [1])

Kubenes fire overflater er: sort, hvit, matt og blank. Den sorte overflaten regnes som et sort legeme og har dermed $\varepsilon_{sort}=1$. De andre overflatene blir regnet relativt til denne og ved å bruke ligning (6) kan man regne emisjonskoeffisientene:

$$V_{rel,overflate} = \frac{V_{overflate}}{V_{sort}} = \frac{c\varepsilon_{overflate}\sigma T^4}{c\varepsilon_{sort}\sigma T^4} = \varepsilon_{overflate}$$
(7)

, der V_{sort} er målt spenning i den sorte overflaten.

I tabell 1 ligger emisjonskoeffisientene hentet fra system manualet til Leslie kuben (lenke her). Fra tabellen, ser

man at sort og hvit overflate vil få en relativ lik måling, i motsetning til matt og blank som vil få en mye lavere målt emisjon.

Tabell 1: Emisjonsevne til overflater på Leslies Cube.

overflate	ε
sort	1,00
hvit	0,9686
$_{\mathrm{matt}}$	0,2023
blank	0,0738

Ohmmeteret har en usikkerhet på $\Delta\Omega=\pm0.05\Omega$. Dette skal ha en relativt liten påvirkning på resultatet, siden vi bruker verdier fra tabellen for å finne temperaturen, og usikkerheten er betydelig større her. Et annet usikkerhetsmoment er spenningsmåleren, der måleavstanden varierer og måleren kan ha en feil på $\Delta V=\pm0,05 \mathrm{mV}$. Ved å bruke Gauss' feilforplantningslov får ligning (7) en feil fra ΔV på,

$$\Delta V_{rel,overflate} = \sqrt{\left(\frac{1}{V_{sort}}\Delta V\right)^2 + \left(\frac{V_{overflate}}{V_{sort}^2}\Delta V\right)^2}$$
(8)

Når vi skal plotte verdier, er vi interessert i å se om intensiteten er proporsjonal med T^4 . Derfor blir grafene plottet med logariske skalaer på x- og y-akse, der stigningstallet er ordenen på funksjonen. For å finne et mål på hvor riktig målingene våre stemmer overens med Stefan-Boltzmanns lov ligning (1), kan man sammenlikne stigningstallet til målingen:

$$p = \frac{\log(V_s'/V_s)}{\log(T'/T)} \tag{9}$$

, der V_s' og V_s er spenningen i start og slutt målingen, og T' og T er tilhørende temperatur.

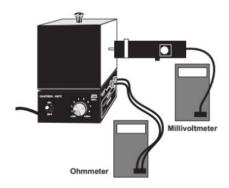
Utrykket ligning (9) har flere usikkerheter. Dette er $\Delta V_s = \pm 0,05 \mathrm{mV}$ for spenningsmåleren. I tillegg kan bruken av figur 1 ha en relativt stor feil i T dersom det er feil i R/R_0 . Dersom vi antar at feilen i relativ motstand kan bli $\Delta R/R_0 = \pm 0,25$, vil dette medføre en feil på rundt $\Delta T = \pm 50,0 \mathrm{K}$. Dette kan påvirke resultatet i stor grad. Det er derfor viktig å se på denne feilforplantningen i ligning (9). Ved å bruke Gauss Feilforplantningslov, vil feil i $\Delta V_s = \pm 0,05 \mathrm{mV}$ og $\Delta T = \pm 50,0 \mathrm{K}$ forplante seg med:

$$\Delta p = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial V_s'}\Delta V_s\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial V_s}\Delta V_s\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial T'}\Delta T\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\Delta T\right)^2}$$
(10)

Ettersom feilen fra tabellen kan bli stor, vil en regresjonsanalyse av punktene i figur 1 gi mer nøyaktige temperaturer fra tabellen. Dersom dette blir benyttet kan man anta at $\Delta T = \pm 0 \mathrm{K}$, og kun $\Delta V_s = \pm 0,05 \mathrm{mV}$ vil bli benyttet til å regne et feilestimat. Disse verdiene vil derfor gi en lavere feil og er en bedre metode til å bekrefte Stefan-Boltzmanns lov.

3. Metode

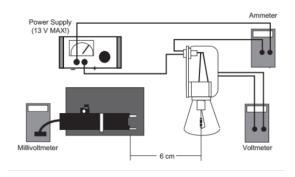
Det første som ble gjort for det første forsøket, var at Leslies kube ble koblet til et digitalt multimeter som viste termistorens motstand, R_L , i $\mathrm{Ohm}(\mathrm{k}\Omega)$. Etter at kuben ble skrudd på med maksimal effekt, tok det omtrent en time før motstanden stabiliserte seg på omtrent $40\mathrm{k}\Omega$ og forsøket kunne begynne.



Figur 3: Oppsett av Leslies kube koblet til et Ohmmeter og strålingssensor koblet til multimeter. (fra [1])

Strålingssensoren ble plassert helt nærme kuben, og koblet til et eget digitalt multimeter for måling av generert spenning, V_s , i mV. Oppsettet er avbildet i figur 3. Deretter ble effekten til kuben skrudd ned til 5mV, og etter at motstanden hadde stabilisert seg igjen, ble den notert ned og brukt til å finne kubens temperatur. Så ble den genererte spenningen, V_s målt for hver av sidene til Leslie-kuben. Effekten ble satt til 5mV, 6, 5mV, 8mV og high, og for hver av disse ble den genererte spenningen fra alle sidene av Leslie-kuben notert.

For det andre forsøket ble temperaturen, T_0 og glødetrådens motstand, R_0 , målt ved romtemperatur. Resistansen som var oppgitt på lampen var $0,200\mathrm{m}\Omega$, men den ble målt nøyaktig til $0,350\mathrm{m}\Omega$ med en Wheatstone-bro.



Figur 4: Oppsett av Stefan-Boltzman lampen koblet til et voltmeter og en spenningskilde gjennom et amperemeter, samt strålingssensoren koblet til et multimeter. (fra [1])

Lampen ble først koblet til spenningskilden gjennom amperemeteret, og til et voltmeter. Strålingssensoren var allerede koblet til et multimeter. Sensoren ble plassert

omtrent 6cm fra og i samme høyde som glødetråden i lampen. Så ble en isolasjonsplate plassert mellom dem slik at selve sensoren ikke ble oppvarmet under eksperimentet - noe som kan føre til feil i målingene. Strømforsyningen ble skrudd på 1V og både strømmen inn til lampen, I, og spenningen i lampen, V, ble notert.

4. Resultater

Ved å bruke figur 2 har vi funnet temperaturer for målte verdier for resistans, og kommet fram til temperaturer i tabell 2.

Tabell 2: Motstand målt og tilhørende temperaturer fra figur 2

$R_L [k\Omega]$	T [°C]
$10,70 \pm 0,05$	80
$5,00 \pm 0,05$	104
$2,70 \pm 0,05$	124
$2,50 \pm 0,05$	126

Fra målte verdier med spenningssensoren kan man se fra tabell 4 at emisjonen fra den sorte og hvite overflaten ligger relativt tett mot hverandre. Videre ser man at emisjonen fra den matte overflaten ligger en del lavere og at den blanke overflaten har veldig lav emisjon.

Fra tabell 3 ser man at at målt spenning øker med økende temperatur. Endog ser man fra tabell 4 at relativ målt spenning mot den sorte overflaten ligger ganske stabilt for forskjellige temperaturer.

Tabell 3: Spenning målt ved forskjellige temperaturer.

V_{sort} [mV]	V_{hvit} [mV]	V_{matt} [mV]	V_{blank} [mV]	T [°C]
$9,30 \pm 0,05$	$7,00 \pm 0,05$	$3,20 \pm 0,05$	$1,00 \pm 0,05$	80
$14,00 \pm 0,05$	$13,90 \pm 0,05$	$4,70\pm0,05$	$1,20 \pm 0,05$	104
$20,20 \pm 0,05$	$19,40 \pm 0,05$	$6,\!50\pm0,\!05$	$1,60 \pm 0,05$	124
$21,20 \pm 0,05$	$20{,}30\pm0{,}05$	$6,\!60\pm0,\!05$	$1,\!40\pm0,\!05$	126
	$9,30 \pm 0,05 14,00 \pm 0,05 20,20 \pm 0,05$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

Tabell 4: Emisjonskoeffisienter ε og gjennomsnitt $\bar{\varepsilon}$ målt ved forskjellige temperaturer, ved bruk av ligning (7).

ε_{sort}	ε_{hvit}	ε_{matt}	ε_{blank}	T [°C]
1,0	0,75	0,34	0,11	80
1,0	0,99	0,34	0,086	104
1,0	0,96	$0,\!32$	0,079	124
1,0	0,96	0,31	0,066	126
$\bar{\varepsilon}_{sort}$	$\bar{arepsilon}_{hvit}$	$\bar{\varepsilon}_{matt}$	$\bar{arepsilon}_{blank}$	
1,0	0,92	0.33	0,085	

Ved å bruke ligning (8) til å regne feilforplantningen til ligning (7) med verdier fra tabell 3 får man maksimal feil max $\Delta \varepsilon_{overflate} = \pm 0,01$. Feilen har derfor liten påvirkning

på våre resultater. Med hensyn til plassbesparing velger vi derfor å ikke ta med feilen i tabell 4.

Resultatene fra målinger for det andre forsøket etter ti forskjellige justeringer ligger i tabell 5. Her er V og I hhv. spenning og strømmen på strømforsyningen, I' er strømmen målt fra amperemeteret og V_s er spenning målt med spenningsmåleren.

Tabell 5: Målinger fra spenningsmåler og amperemeteret.

V [V]	I [mA]	I' [mA]	$V_s [mV]$
1,0	909	895	0,1
2,0	1186	1171	0,4
3,0	1425	1408	0,9
4,0	1634	1619	1,6
5,0	1828	1813	2,5
6,0	2008	1993	$3,\!5$
7,0	2175	2162	4,6
8,0	2331	2318	5,9
9,0	2482	2470	7,4
10,0	2625	2611	8,8

Tabell 6: Relativ resistans R/R_0 , og tilhørende temperaturer funnet fra figur 1 med grove tilnærminger.

R/R_0	T [K]
3,19	800
4,88	1100
6,09	1300
7,06	1500
7,88	1600
8,60	1800
$9,\!25$	1900
$9,\!86$	2000
10,41	2100
10,94	2150

Målingene fra Wheatstone-broen fikk verdi $R_0 = 0,350\Omega$, denne har blitt brukt til å regne relativ resistans R/R_0 og verdier ligger i tabell 6.

For å sammenligne forskjellige metoder for å regne strålingsenergien, har vi plottet tre grafer i figur 5. I den blå grafen ble det brukt de tilnærmede formelene 3 og 5 der α er konstant, med I og V fra tabell 5. Den grønne grafen bruker R/R_0 og de ikke-tilnærmede verdiene for T fra figur 1. Den siste (oransje) er referanseverdien som kun er basert på Stefan-Boltzmanns lov ligning (1), skal brukes til sammenlikning. Her har det blitt satt inn en proporsjonalitetskonstant $c=2,0\cdot 10^{-4}$, slik at grafen lettere kan sammenliknes med målingene vi har fått. Emisjonskoeffisienten som har blitt brukt er $\varepsilon=0,95$.

Stigningstallet på den grønne grafen ble funnet ved å bruke ligning (9),

$$p_{gronn} = 4,53$$

Dersom man bruker ligning (10) til å regne feilen som oppstår av ΔV_s og ΔT får vi,

$$\Delta p_{gronn} = \pm 0, 59, \%13, 0$$

Vi ligger derfor innenfor en orden på 4.

Den blå grafen ligger også med god margin i nærheten av ønsket verdi, der vi målte:

$$p_{blå} = 3,85$$

Usikkerheten til denne blå grafen var mindre enn for den grønne, på

$$\Delta p_{blå} = \pm 0,48, \%12,6$$

Det ble også gjort en polynomisk regresjonsanalyse av punkter fra figur 1 mellom $R/R_0=2,85$ og $R/R_0=11,24$. Dette ga funksjonen,

$$T(x) = (-1,84x^2 + 204,5x + 133,3)$$
K

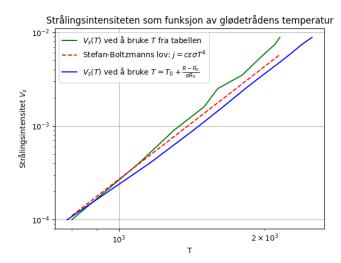
Der x er relativ resistans R/R_0 . Ved å bruke bruke verdier fra tabell 6 og regresjon til å finne forbedret temperatur, ble stigningstallet utregnet,

$$p_{reg} = 4,34$$

Dersom man regner feilestimatet og tar nå hensyn til $\Delta T = \pm 0 \text{K}$ gir det en feil på,

$$\Delta p_{reg} = \pm 0,49, \%11,2$$

Vi ser at dette gir et relativt bedre resultat og en lavere feil, sammenliknet med grove tilnærminger fra tabell, noe som var forventet. Det er fremdeles et lite avvik mot ønsket resultat 4 og fremdeles en relativt stor feil grunnet ΔV_s .



Figur 5: Plot av strålingsintensitet som funksjon av T.

5. Diskusjon

Resultatene vi har fått fra begge forsøk ser ut til å samsvare med teorien presentert.

Fra eksperimentet med Leslies kube ser vi at emisjonen fra den sorte og hvite overflaten er tilnærmet lik hverandre, og stemmer dermed med antakelsen om at emisjonskoeffesientene er omtrent like. Vi ser at økende temperatur inni kuben tilsvarer en økende utsendt strålingsenergi, noe som svarer med teorien om at temperaturen bidrar til økende intensitet for termisk eksitert stråling. Den relative strålingen er også stabil for de forskjellige temperaturene vi målte, og stemmer derfor overens med teorien om at emisjonskoeffesienten er uavhengig av temperaturen.

Fra eksperimentet med Stefan-Boltzmanns lampe blir Stefan-Boltzmanns lov verifisert ved begge utregningsmetodene. Det forventede stigningstallet til Stefan-Boltzmanns lov ligger rundt 4. Ved å bruke tilnærmet formel *ligning* (5) for små temperaturendringer (der α er konstant), blir det logaritmiske stigningstallet lavere enn 4, men med usikkerheten i betraktning ligger fortsatt referanseverdien innenfor vårt resultat. Ved å ta hensyn til større temperaturendringer på den blå grafen, blir det logaritmiske stigningstallet større enn 4, men igjen blir denne referanseverdien innenfor intervallet når vi tar usikkerhetene fra ΔV_s og ΔT i betraktning. Fordi temperaturverdiene for denne blå grafen har et større spenn enn for den grønne, vil det også gi mening at stigningstallet er mindre bratt. Det er uansett den blå grafen som har minst usikkerhet og ligger nærmest referanseverdien i Stefan-Boltzmanns lov, og vi kan derfor si at det er denne metoden som er mest gunstig å bruke for temperaturendringer på samme størrelser som vi hadde (dvs. ca 300K).

Det er generelt flere grunner til at våre verdier ikke stemmer overens med referanseverdien. Gjennom tiden det tok å utføre eksperimentet, økte temperaturen i selve rommet med ca. 8K. Dette betyr at starttemperaturen vi brukte i beregningene egentlig ville vært større mot slutten av eksperimentet. Dersom vi hadde satt opp eksperimentet i et større rom med bedre kontroll på romtemperaturen, ville denne usikkerheten blitt betydelig mindre.

Eksperimentet var også satt opp med relativt liten avstand til andre personer og andre oppsett, som vil påvirke strålingsenergien som strålingssensoren vil ta opp. Dette kunne blitt redusert dersom eksperimentet hadde blitt gjennomført med kun oss i et stort rom.

Å lese av verdier fra en tabell bidrar også til usikkerheter ettersom våre verdier ofte lå nesten midt mellom to forskjellige verdier. Resultatet fra regresjonsanalysen ga derfor et resultat som stemte mer med ønsket verdi, og hadde også en lavere feil. Det gjenværende avviket må derfor komme av ΔV_s , og eventuelt et avvik i målingen fra Wheatstone broen.

6. Konklusjon

Gjennom analyse av strålingsintensitet fra en Stefan-Boltzmann lampe og forskjellige absorbsjonsflater, har vi bekreftet at strålingsintensiteten emittert vil stige proporsjonalt med stigende temperatur, og at emisjonskoeffisientene er uavhengige av temperatur. Materialer med forskjellige absorbsjonsevner, emitterer også stråling i tråd med dette, der svart og hvit overflate vil gi nesten full emisjon, matt overflate vil gi mindre emisjon, og glatt overflate vil gi veldig liten emisjon.

Referanser

 PASCO scientific, 1988, Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific Model TD-8553/8554A/8555.