

Занятие 15

Числовые прогрессии

22 мая 2024

Задача 1. Вычислите:

- а) $1 + 2 + 3 + \dots + 100$
- б) $2 + 4 + 6 + \dots + 98$
- г) $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 512$
- д) $7 + 49 + 343 + \dots + 7^{10}$

Задача 2. а) Известно, что a_1, a_2, \dots — арифметическая прогрессия и $a_3 + a_9 = 8$. Найти $a_1 + a_2 + \dots + a_{11}$.
б) Известно, что a_1, a_2, a_3, a_4 — геометрическая прогрессия, $a_1 > 0$, причем $a_1 + a_4 = -49$, $a_2 + a_3 = 14$. Найти a_1, a_2, a_3, a_4 .
в) Известно, что $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{15}$ — арифметическая прогрессия и $a_1 + a_5 + a_{15} = 3$. Найти $a_5 + a_9$.
г) Известно, что $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{11}$ — геометрическая прогрессия и $b_1 b_3 b_{11} = 8$. Найти $b_2 b_8$.

Задача 3. Вычислите:

- а) $(2 + \frac{1}{2})^2 + (4 + \frac{1}{4})^2 + \dots + (2^{100} + \frac{1}{2^{100}})^2$
- б) Сумму всех трехзначных чисел, делящихся на 7.
- в) Сумму всех трехзначных чисел, делящихся на 11.

Задача 4*. Найти трехзначное число, цифры которого образуют (в том порядке, в котором они стоят в числе) возрастающую арифметическую прогрессию и которое делится на 45.

Задача 5. а) Найти сумму чисел, являющихся одновременно членами прогрессии 3, 7, 11, ... , 203 и прогрессии 2, 9, 16, ... , 212.
б*) Найти числа, одновременно являющиеся членами арифметической прогрессии 12, 15, 18, ... и геометрической прогрессии 1, 3, 9, ..., если каждая из этих прогрессий содержит по 100 членов.