

Домашнее задание на 14 февраля

Множества чисел

7 февраля 2024

Задача 1. Найдите:

- Делители числа 128
- Остаток от деления числа 65 на 7
- Какие числа из следующего списка не являются простыми? 5, 23, 27, 13, 26. (напомним, что простыми называются числа имеющие 2 делителя: себя и 1)

Задача 2. Найдите:

- НОД(630, 735) (наибольшее число, делящее 630 и 735)
- НОК(221, 51) (наименьшее число, делящееся на 221 и на 51)
- Разложите на простые множители числа: 222 и 1020

Задача 3. Найти остаток от деления натурального числа на 9, если его остаток при делении на 36 равен **А)12, В)27**.

Задача 4. В записи $2023*2024*$ замените звездочки цифрами, чтобы полученное число делилось на 45. *Указание: Воспользуйтесь признаками делимости на 9 и 5*

Задача 5. Без вычислений выясните, на какие три последние цифры оканчивается число $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 2023 \cdot 2024$. *Указание: Для начала попробуйте определить последнюю цифру*

Задача 6*. Докажите, что разность любого двухзначного числа и числа, записаного теми же цифрами, но в обратном порядке делится на 9.

Задача 7.** Можно ли разменять 25 рублей десятью купюрами достоинством 1, 3 и 5 рублей?

Занятие 2

Дроби

14 февраля 2024

Задача 1. Вычислите:

$$\frac{9}{5} \cdot \frac{5}{6}, \quad \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{40}{7} \cdot \frac{14}{5}, \quad \left(\frac{5}{12} + \frac{3}{8}\right) \cdot \frac{12}{19}, \quad \left(3\frac{1}{14} - 2\frac{5}{7}\right) \cdot \left(7 - 6\frac{3}{5}\right)$$

Задача 2. Упростите выражения: $\frac{21(a+b)x}{28(a+b)y}, \frac{5a(a+b)(3x+y)(c-d)(a-7)}{b(a+b)(c+d)(a-7)}, \frac{(c^2)^4(c^3)^3}{(c^4)^5}, \frac{(a^3)^5 \cdot (a^2)^7}{(a^3)^2 \cdot (a^2)^{11}}$

Задача 3. Вычислите:

1. $\frac{(7-6,35):6,5+9,9}{(1,2:36+1,2:0,25-1\frac{5}{16}):\frac{169}{24}}$
2. $\frac{(13,75+9\frac{1}{6}) \cdot 1,2}{(10,3-8\frac{1}{2}) \cdot \frac{5}{9}} + \frac{(6,8-3\frac{3}{5}) \cdot 5\frac{5}{6}}{(3\frac{2}{3}-3\frac{1}{6}) \cdot 56} - 27\frac{1}{6}$
3. $\frac{0,128:3,2+0,86}{\frac{5}{6} \cdot 1,2+0,8} \cdot \frac{(1\frac{32}{63}-\frac{13}{21}) \cdot 3,6}{0,505 \cdot \frac{2}{5}-0,002}$
4. $((21,85 : 43,7 + 8,5 : 3,4) : 4,5) : 1\frac{2}{5} + 1\frac{11}{21}$

Задача 4. Упростить выражения и вычислить:

1. $\left(\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}\right) : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}\right)\right) : \left(1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right), \quad a = 1\frac{33}{40}, b = 0,625, c = 3,2$
2. $\frac{4}{a+\frac{1}{b+\frac{1}{c}}} : \frac{1}{a+\frac{1}{b}} - \frac{4}{b(abc+a+c)}, \quad a = 0.000345, b = 0,0006, c = 9,5$
3. $\frac{(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2c}{ab})(a+b+2c)}{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{ab}-\frac{4c^2}{a^2b^2}}, \quad a = 7,4, b = \frac{5}{37}$
4. $\frac{1}{b(abc+a+b)} - \frac{1}{a+\frac{1}{b+\frac{1}{c}}} : \frac{1}{a+\frac{1}{b}}$

Задача 5*. Известно, что $a + \frac{b^2}{a} = b + \frac{a^2}{b}$. Верно, ли что $a = b$?

Задача 6.** Сравнив дроби $x = \frac{111110}{111111}, y = \frac{222221}{222223}, z = \frac{333331}{333334}$ расположите их в порядке возрастания.

Занятие 3

Пропорции и проценты.

21 февраля 2024

Задача 1. Найдите:

- 5% от 20
- 20% от 5
- 10% от 90 и 90% от 10
- *Найдите закономерность*

Задача 2. Найдите число a , если известно:

- 17% числа a равно 1,53
- $a\%$ числа 52 равно $\frac{78}{25}$
- $3a$ составляет 7% от числа $a + \frac{293}{21}$
- a удоалетворяет пропорции:

$$\frac{(4 - 3,5(2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{5})) : 0.16}{a} = \frac{3\frac{2}{7} - \frac{3}{14} : \frac{1}{6}}{41\frac{23}{84} - 40\frac{49}{60}}$$

Задача 3.

1. Корпорация "Рear" в 1993г. потратила на разработку устройства 250 миллионов \$ и получила прибыль в размере 60 %. Сколько компания заработала?
2. в 1994г. эта же компания получила прибыль с некоторого устройства в размере 210 тысяч \$, что составило 7% от затрат. Сколько компания потратила на создание своего продукта?
3. Банк "Муромцев" начисляет по вкладам ежегодно 2 % от суммы вклада. Вкладчик внес в сберегательный банк 2000 рублей. Какой станет сумма чарез 2 года? А чарез а) 3 года, б) 4 лет, в) n лет,?

Задача 4. Кондитер изготовил 2 торта, затратив 2250 рублей, затем продал их с прибылью в 40%. Сливочный торт был продан с прибылью в 25%, а шоколадный торт – с прибылью в 50%. Сколько изначально стоил каждый торт?

Задача 5*. На острове $\frac{2}{3}$ всех мужчин женаты и $\frac{3}{5}$ всех женщин замужем. Какая доля населения острова состоит в браке?

Задача 6.** М. В. Ломоносов тратил одну денежку на хлеб и квас. Когда цены выросли на 20 %, на ту же денежку он приобретал полхлеба и квас. Хватит ли той же денежки хотя бы на квас, если цены еще раз вырастут на 20 %?

Занятие 4

Корень n -й степени

28 февраля 2024

- Задача 1.**
- При каких значениях x данное выражение имеет смысл: **1)** $\sqrt{-x}$; **2)** $\sqrt{x+3}$; **3)** $\sqrt{(x-6)^2}$?
 - При каких значениях x справедливо равенство $\sqrt{(x-7)^2} = x-7$?
 - Является ли **1)** $\sqrt{2}$; **2)** $\sqrt{3}$; **3)** $\sqrt{\sqrt{2}}$ рациональным числом?
 - Извлеките корень 3-й степени из **a)** 1000 **b)** 10^6 **c)** 10^{3k} .

Задача 2. Вычислите:

- a)** $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})$ **b)** $(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)$
c) $(\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2})$ **d)** $(\sqrt{7} + \sqrt{6})(\sqrt{7} - \sqrt{6})$
e) $(2\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 1)$ **f)** $(\sqrt{5} - 2\sqrt{10})(\sqrt{5} - 2\sqrt{10})$.

Задача 3. Сократите дробь: **a)** $\frac{a^2-4}{a^2-2}$ **b)** $\frac{c^2-6}{c^2-\sqrt{6}}$ **c)** $\frac{x-2}{\sqrt{x}+\sqrt{2}}$ **d)** $\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$.

Задача 4. Вычислите:

- a)** $\sqrt{(0,18)^2}$ **b)** $\sqrt{(-0,4)^2}$
c) $\sqrt[3]{(0,39)^3}$ **d)** $\sqrt[3]{(-0,6)^3}$
e) $\sqrt[4]{(-0,3)^4}$ **f)** $\sqrt{|-25|}$.

Задача 5. Запишите лишь с одним знаком радикала выражение:

- a)** $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$ **b)** $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$
c) $\sqrt{(\sqrt{11}-\sqrt{10})^2}$ **d)** $\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}$.

Задача 6. Упростите выражение:

- a)** $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ **b)** $\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}$
c) $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ **d)** $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$
e) $\sqrt{13+30\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}}$ **f)** $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$.

Занятие 5

Степень дроби

6 марта 2024

- Задача 1.**
- Запишите с помощью дробных показателей: **1)** $\sqrt[5]{\sqrt{\sqrt[3]{x}}}$; **2)** $\sqrt[3]{x\sqrt[4]{x\sqrt{x}}}$; **3)** $5x^{\frac{1}{3}} \cdot 2x^{-\frac{1}{5}}$.
 - Вычислите: **1)** $36^{\frac{1}{2}}$; **2)** $4^{\frac{5}{2}}$; **3)** $27^{-\frac{2}{3}}$.
 - Запишите с помощью знака корня: **1)** $a^{\frac{2}{3}}$; **2)** $p^{-\frac{1}{3}}$; **3)** $(p-q)^{n-\frac{1}{4}}$.
 - Раскройте скобки: **1)** $(3x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}})(3x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}})$; **2)** $(a^{-\frac{2}{5}} + a^{\frac{1}{5}})(a^{-\frac{2}{5}+a^{\frac{4}{5}}})(a^{-\frac{2}{5}} - a^{\frac{1}{5}})$; **3)** $(x^{1,5} - y^{1,5}) : (x + y + x^{0,5}y^{0,5})$.

Задача 2. Вычислите:

- a)** $((5\sqrt{5}^{-\frac{2}{3}}) - 81^{-0,25})(5\sqrt{5}^{-\frac{2}{3}}) + 81^{-0,25}$
b) $4^{\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{3}{4}} \cdot 16^{-\frac{3}{4}} \cdot 32^{-\frac{4}{5}} \cdot 2^3$
c) $27^{\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{3}{4}} \cdot (\frac{27}{8})^{-\frac{1}{3}}$
d) $((3\sqrt{3}^{-\frac{2}{3}}) - 49^{-\frac{1}{4}})((3\sqrt{3}^{-\frac{2}{3}}) + 49^{-\frac{1}{4}})$

Задача 3. Смотри фото:

85. Упростите выражение:

a) $\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{6}}} : \left(\frac{c^{-\frac{1}{2}}}{a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}}} \cdot \frac{b^{-\frac{5}{6}}c^{-\frac{2}{3}}}{a^{\frac{5}{6}}} \right);$ **1) a^2bc ; 2) abc ; 3) $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}c$; 4) ab^2c^2 ;**

б) $\left(\frac{a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{3}{4}}b^{\frac{5}{6}}} : \sqrt[4]{a^{-3}b^{-5}} \right)^{\frac{2}{7}} + \left(a^{\frac{1}{3}} \cdot \left(a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{3}} \cdot (a^2b^2)^{\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{1}{2}} \right)^6;$

в) $\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{(a^2b)^{\frac{3}{4}}} \left(\frac{a^2xy^{-1}}{by^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{a^{\frac{1}{6}}b^{-\frac{1}{2}}}{x^{-1}y^{\frac{1}{3}}} \right)^{-3} \left(\frac{a^4b^2x^5y}{a^{-3}b^2x^{-4}} \right)^{\frac{1}{2}};$

г) $\sqrt{a^{-\frac{1}{2}}\sqrt{b^{-\frac{3}{4}}a^3}\sqrt[3]{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}}} : \sqrt[3]{a^{-1}\sqrt[3]{a^{-\frac{3}{2}}b^{-1}}\sqrt[4]{a^{-\frac{3}{4}}b^{-1}}}.$

Задача 4. Смотри фото в группе.

Задача 5. Вычислите: $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}}.$

Задача 6.** **Задача Бхаскары.** Упростите выражение: $\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}}.$

Занятие 6

Степень дроби 2

13 марта 2024

Задача 1. Смотри фото:

85. Упростите выражение:

а) $\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{6}}} : \left(\frac{c^{-\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}}} \cdot \frac{b^{-\frac{5}{6}}c^{-\frac{2}{3}}}{a^{\frac{5}{6}}} \right);$ 1) a^2bc ; 2) abc ; 3) $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}c$; 4) ab^2c^2 ;

б) $\left(\frac{a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{3}{4}}b^{\frac{5}{6}}} : \sqrt[4]{a^{-3}b^{-5}} \right)^{\frac{2}{7}} + \left(a^{\frac{1}{3}} \cdot \left(a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{3}} \cdot (a^2b^2)^{\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{1}{2}} \right)^6;$

в) $\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{(a^2b)^{\frac{3}{4}}} \left(\frac{a^2xy^{-1}}{by^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{a^{\frac{1}{6}}b^{-\frac{1}{2}}}{x^{-1}y^{\frac{1}{3}}} \right)^{-3} \left(\frac{a^4b^2x^5y}{a^{-3}b^2x^{-4}} \right)^{\frac{1}{2}};$

г) $\sqrt{a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{3}{4}}a^3\sqrt[3]{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}}} : \sqrt[3]{a^{-1}\sqrt[3]{a^{-\frac{3}{2}}b^{-1}}\sqrt{a^{-\frac{3}{4}}b^{-1}}}.$

Задача 2. Смотри фото:

2.069. $\frac{a^{7/3} - 2a^{5/3}b^{2/3} + ab^{4/3}}{a^{5/3} - a^{4/3}b^{1/3} - ab^{2/3} + a^{2/3}b} : a^{1/3}.$

2.070. $\frac{(a^2 - b^2)(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})}{\sqrt[3]{a^4} + \sqrt[3]{ab^3} - \sqrt[3]{a^3b} - \sqrt[3]{b^4}}.$

2.071. $\frac{(m-1)\sqrt{m} - (n-1)\sqrt{n}}{\sqrt{m^3n} + mn + m^2 - m}.$

2.072. $\frac{\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{b^2} - \sqrt[3]{a^2}) + \sqrt[3]{a^4} - \sqrt[3]{b^4}}{\sqrt[3]{a^4} + \sqrt[3]{a^2b^2} - \sqrt[3]{a^3b}} \cdot \sqrt[3]{a^2}.$

Задача 3. Вычислите: $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}}.$

Задача 4**. Задача Бхаскары. Упростите выражение: $\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}}.$

Занятие 7

Понятие функции

20 марта 2024

Задача 1. Какие из следующих правил являются функциями

1. N – натуральное число. Правило: числу N ставит в соответствие $N + 1$. (Например: по числу 2, выдается 3, по 4 выдается 5)
2. Правило: по числу N выдается какое-то число, большее N . (Например: по числу 2 выдается 3, а вдругом случае 4).
3. Правило: слову сопоставляем его длину. (Например по слову $abcde$ выдаем 5).
4. Правило: прямоугольнику ставим в соответствие его площадь. (Например: по квадрату со стороной 1 выдаем 1.)
5. Какие области определений и области значений у функций из предыдущих примеров?

Задача 2. Формула $y = -5x + 6$ задает некоторую функцию. Найдите значение функции, соответствующее значению аргумента, равному -1.2 ; 2.8. При каком значении аргумента значение функции равно 6; 8; 100?

Задача 3. Найдите область определения функции, заданной формулой:

А. 1) $y = \frac{x}{x-1}$; 2) $y = \frac{1}{x+2}$; 3) $y = \frac{1}{x^2}$; 4) $y = 6$.

Б. 1) $y = \frac{1}{x(x-1)}$; 2) $y = \frac{1}{x^2(1-x)}$; 3) $y = \frac{x}{|x|}$;

4) $y = \frac{x}{(x^2+8)(x-3)^2}$.

В. 1) $y = \sqrt{x}$; 2) $y = \sqrt{-x}$; 3) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2}}$; 4) $y = \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{x^2+2}}$.

Задача 4. :

Каждому действительному числу x поставим в соответствие число y — приближенное значение x с точностью до 0,001 с недостатком. Будет ли y функцией от аргумента x ? Если да, то каковы область определения и множество значений этой функции? Найдите $f(\sqrt{2})$, $f(\pi)$, $f\left(10\frac{1}{4}\right)$, $f\left(-121\frac{1}{3}\right)$.

Задача 5*. $S(x)$ – функция, которая для натурального числа x выдает его сумму цифр. Например: $S(123) = 1 + 2 + 3 = 6$. Найдите все x , такие что $x + S(x) = 114$.

Занятие 8

Графики функций

27 марта 2024

Задача 1. Какие из следующих кривых являются графиками функций

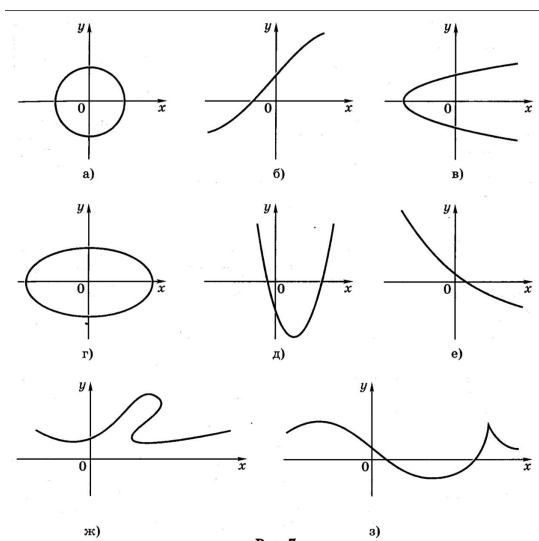


Рис. 7

Задача 2. Постройте графики функций:

64 Исходя из графика функции x^2 , постройте график функции:
а) $(x-2)^2+3$; б) $(x+1)^2-2$; в) $(x-3)^2-1$; г) $(x+2)^2+4$.

65 Исходя из графика функции $\frac{2}{x}$, постройте график функции:
а) $\frac{2}{x-1}$; б) $\frac{2}{x+3}$; в) $\frac{2}{x+1}-3$; г) $\frac{2}{x+4}+2$.

66 Исходя из графика функции $|x|$, постройте график функции:
а) $|x-2|-1$; б) $|x+1|-2$; в) $|x+3|+1$; г) $|x-2|+1$.

Задача 3. Постройте графики функций:

1. $y=1,5x$

2. $y=-2x+6$

3. $y=x^2-4$

4. $y=x^2-2x-3$

5. $xy=-6$

Занятие 9

Уравнение с одной переменной

3 апреля 2024

Задача 1. Решите следующие уравнения

Вариант 2

1) $2x - 19 = 7x + 31$;

2) $(x + 3)(x - 7) = x^2 - 1$;

3) $\frac{3x+2}{x-3} - \frac{3x+2}{x+3} = 4 \cdot \frac{9-x}{x^2-9}$;

4) $\frac{2t-3}{5} - \frac{z-6}{4} = 3$;

5) $(x-1)(x+3) = (x+1)^2$;

6) $K = \frac{A \cdot B}{F \cdot R} \quad R = ?$

Вариант 3

1) $10x - 3 = x + 3$;

2) $(x-3)(x+4) - 2(3x-2) = (x-4)^2$;

3) $\frac{x}{x+1} = \frac{x+1}{x}$;

4) $\frac{5x-6}{3} - \frac{5x+6}{12} = 1$;

5) $x^2 + 7 = (x+1)(x-6) + 5x$;

6) $M = \frac{R \cdot U(F-1)}{I \cdot K} \quad K = ?$

Задача 2. Найдите множества решений:

a) $|x + 3| = 12$

b) $\sqrt{2x - 7} = 13$

c) $|5x - 28| = 5$

d) $\sqrt{3x - 7} = 4$

Задача 3. Докажите, что уравнение не имеет корней:

a) $\sqrt{7-x} + \sqrt{x-9} = 5$;

б) $\sqrt{8-2x-x} + \sqrt{x-5} = x^2 - 7$;

в) $6 + \sqrt{3-x} = x$.

Занятие 10

Квадратные уравнения

10 апреля 2024

Задача 1. Решите следующие уравнения:

Вариант 5

1) $2x^2 = 0$

2) $x^2 - 5x + 6 = 0$ (по теореме Виета)

3) $2x^2 - 5x - 12 = 0$

4) $\frac{14}{x^2 - 9} + \frac{1}{3 - x} + \frac{4 - x}{x + 3} - \frac{7}{x + 3} = 0$

5) $x^3 - 5x^2 - x + 5 = 0$

Вариант 6

1) $x^2 - x = 0$

2) $x^2 - 2x - 8 = 0$ (по теореме Виета)

3) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

4) $\frac{1}{2(x - 2)} - \frac{1}{3(3x - 7)} - \frac{1}{x} = 0$

5) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Задача 2. Не вычисляя корней квадратного уравнения $x^2 - 10x + 24 = 0$, найдите сумму а) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; б) $x_1^2 + x_2^2$.
(При решении задания использовать т. Виета.)

Задача 3. Решите уравнение графическим способом (постройте графики функции): $x^2 + 3x - 2,5 = 0$. Найдите корни (нули) функции или их отсутствие.

Задача 4. Не вычисляя дискриминант докажите, что уравнение $x^2 + 5x + 102 = 0$ не имеет корней.

Задача 5. :

Выясните, при каком значении параметра a уравнение:

а) $(a^2 - 2a - 3)x + a + 1 = 0$; в) $(a^2 - a - 2)x + a^2 - 2a - 3 = 0$

б) $(2a + 6)x - a^2 + a - 6 = 0$;

имеет один корень; бесконечное множество корней; не имеет корней.

Задача 6. Решите уравнение: $(x^2 + x)^2 + \sqrt{x^2 - 1} = 0$

Задача 7*. Золотым сечением называют деление отрезка на две части, при котором весь отрезок относится к большей части, как большая часть к меньшей. Чему равно при этом отношение меньшей части к большей?

Занятие 11

Неравенства и метод интервалов

17 апреля 2024

Задача 1. Решить неравенство:

Вариант 1

$$1) \frac{x+9}{3} \geq 1 + \frac{x}{5}$$

$$2) 6 - 3x < 19 - (x - 7)$$

$$3) (10x - 4)(3x + 2) \geq 30x^2$$

$$4) 3x - 5(x + 2) + 1 > 5 - 2x$$

$$5) (x + 2)^2 - (x - 3)^2 + x + 4 \geq 0$$

Вариант 2

$$1) 2x - 3(x + 1) > 2 + x, \quad 2) \frac{x-6}{4} - \frac{x}{3} \leq 1$$

$$3) (3x + 1)(6 - 4x) < 1 - 12x^2$$

$$4) \frac{1}{3} \left(x + \frac{3}{5} \right) \geq 3 \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{9}x \right)$$

$$5) (x - 8)^2 - x^2 \geq -3(x - 4)$$

Задача 2. Решить систему неравенств:

Вариант 1

$$1) \begin{cases} 2 + x > 3 - 4x \\ 5x \leq -10 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2(-x + 3) \geq 4(1 + x) \\ -8x \geq 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{x+2}{3} - \frac{x-1}{2} \geq 5 \\ 2x + 3 > -49 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x \geq 2 \\ -\frac{3(x+1)}{4} - 5 \leq 0 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} (x+1)^2 - (x-3)^2 \leq 5 \\ -4x > 8 \end{cases}$$

Вариант 2

$$1) \begin{cases} 3 + x \leq 5 + 5x \\ -3x \geq 6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} -4(x-1) < 3(x-2) \\ -4x \leq 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{x-1}{5} - \frac{2-x}{2} \leq 3 \\ 4x + 6 \leq 26 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{1}{4}x - 2x \geq 3 \\ -\frac{4(2-x)}{3} \leq 1 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} (x+2)^2 - (2-x)^2 \leq 4 \\ -3x < 6 \end{cases}$$

Задача 3. Решить неравенство:

Вариант 1

Решить неравенство

$$1) x^2 \geq 8x;$$

$$2) 3x^2 - 8x + 4 > 0;$$

$$3) \frac{2+x}{x-1} \leq 0;$$

$$4) \frac{7x+3}{x+3} \geq \frac{-x}{2(x+3)};$$

$$5) (2+7x)^2 < (4-3x)^2;$$

Вариант 2

Решить неравенство

$$1) x^2 < 49;$$

$$2) -2x^2 + 9x + 5 > 0;$$

$$3) \frac{4-x}{x+3} \leq 0;$$

$$4) \frac{9}{4+2x} > -3;$$

$$5) \frac{x(x-1)}{x+2} \geq 0.$$

Задача 4. Докажите неравенство:

$$a) 51a^2 + 14ab + b^2 > -1$$

$$b) 17x^2 + 16xy + 5y^2 - 4y > -10$$

Занятие 12

Системы уравнений и продолжение метода интервалов

24 апреля 2024

Задача 1. Решить систему уравнений:

Вариант 1.

$$1) \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 4x - 8y = -16 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2y - x = -4 \\ -3y + 4x = 11 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{1}{2}x - y = \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}y = -\frac{13}{4} \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2(x+1) - 3(y+1) = -4 \\ 4x - 6(2-y) = -6 \end{cases}$$

Вариант 2

$$1) \begin{cases} x + y = 5 \\ -2x - y = 6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ -2x - 3y = -13 \end{cases}$$

Задача 2. Решить неравенство:

Вариант 5

Решить неравенство

$$1) x^2 \leq 25;$$

$$2) 11 + 10x - x^2 > 0$$

$$3) \frac{8-x}{4x+6} < 0$$

$$4) (2x+7)^2 > (2+7x)^2;$$

$$5) \frac{4+x}{2x-3} \leq \frac{5+3x}{3-2x}.$$

Вариант 6

Решить неравенство

$$1) 3x^2 > 27;$$

$$2) 3-5x-2x^2 < 0;$$

$$3) \frac{x+1}{9+2x} \geq 0$$

$$4) (8-3x)^2 \leq (8x+3)^2;$$

$$5) \frac{3x+7}{x-2} > \frac{x-4}{2-x}.$$

Задача 3. Докажите неравенство:

$$a) 51a^2 + 14ab + b^2 > -1$$

$$b) 17x^2 + 16xy + 5y^2 - 4y > -10$$