

# Домашнее задание на 14 февраля

## Множества чисел

7 февраля 2024

**Задача 1.** Найдите:

- Делители числа 128
- Остаток от деления числа 65 на 7
- Какие числа из следующего списка не являются простыми? 5, 23, 27, 13, 26. (напомним, что простыми называются числа имеющие 2 делителя: себя и 1)

**Задача 2.** Найдите:

- НОД(630, 735) (наибольшее число, делящее 630 и 735)
- НОК(221, 51) (наименьшее число, делящееся на 221 и на 51)
- Разложите на простые множители числа: 222 и 1020

**Задача 3.** Найти остаток от деления натурального числа на 9, если его остаток при делении на 36 равен **А)12, В)27**.

**Задача 4.** В записи  $2023*2024*$  замените звездочки цифрами, чтобы полученное число делилось на 45. *Указание: Воспользуйтесь признаками делимости на 9 и 5*

**Задача 5.** Без вычислений выясните, на какие три последние цифры оканчивается число  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 2023 \cdot 2024$ . *Указание: Для начала попробуйте определить последнюю цифру*

**Задача 6\*.** Докажите, что разность любого двухзначного числа и числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке делится на 9.

**Задача 7\*\*.** Можно ли разменять 25 рублей десятью купюрами достоинством 1, 3 и 5 рублей?

## Занятие 2

Дроби

14 февраля 2024

**Задача 1.** Вычислите:

$$\frac{9}{5} \cdot \frac{5}{6}, \quad \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{40}{7} \cdot \frac{14}{5}, \quad \left(\frac{5}{12} + \frac{3}{8}\right) \cdot \frac{12}{19}, \quad \left(3\frac{1}{14} - 2\frac{5}{7}\right) \cdot \left(7 - 6\frac{3}{5}\right)$$

**Задача 2.** Упростите выражения:  $\frac{21(a+b)x}{28(a+b)y}, \frac{5a(a+b)(3x+y)(c-d)(a-7)}{b(a+b)(c+d)(a-7)}, \frac{(c^2)^4(c^3)^3}{(c^4)^5}, \frac{(a^3)^5 \cdot (a^2)^7}{(a^3)^2 \cdot (a^2)^{11}}$

**Задача 3.** Вычислите:

1.  $\frac{(7-6,35):6,5+9,9}{(1,2:36+1,2:0,25-1\frac{5}{16}):\frac{169}{24}}$
2.  $\frac{(13,75+9\frac{1}{6}) \cdot 1,2}{(10,3-8\frac{1}{2}) \cdot \frac{5}{9}} + \frac{(6,8-3\frac{3}{5}) \cdot 5\frac{5}{6}}{(3\frac{2}{3}-3\frac{1}{6}) \cdot 56} - 27\frac{1}{6}$
3.  $\frac{0,128:3,2+0,86}{\frac{5}{6} \cdot 1,2+0,8} \cdot \frac{(1\frac{32}{63}-\frac{13}{21}) \cdot 3,6}{0,505 \cdot \frac{2}{5}-0,002}$
4.  $((21,85 : 43,7 + 8,5 : 3,4) : 4,5) : 1\frac{2}{5} + 1\frac{11}{21}$

**Задача 4.** Упростить выражения и вычислить:

1.  $\left(\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}\right) : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}\right)\right) : \left(1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right), \quad a = 1\frac{33}{40}, b = 0,625, c = 3,2$
2.  $\frac{4}{a+\frac{1}{b+\frac{1}{c}}} : \frac{1}{a+\frac{1}{b}} - \frac{4}{b(abc+a+c)}, \quad a = 0.000345, b = 0,0006, c = 9,5$
3.  $\frac{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2c}{ab}\right)(a+b+2c)}{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{ab}-\frac{4c^2}{a^2b^2}}, \quad a = 7,4, b = \frac{5}{37}$
4.  $\frac{1}{b(abc+a+b)} - \frac{1}{a+\frac{1}{b+\frac{1}{c}}} : \frac{1}{a+\frac{1}{b}}$

**Задача 5\*.** Известно, что  $a + \frac{b^2}{a} = b + \frac{a^2}{b}$ . Верно, ли что  $a = b$ ?

**Задача 6\*\*.** Сравнив дроби  $x = \frac{111110}{111111}, y = \frac{222221}{222223}, z = \frac{333331}{333334}$  расположите их в порядке возрастания.

# Занятие 3

*Пропорции и проценты.*

21 февраля 2024

**Задача 1.** Найдите:

- 5% от 20
- 20% от 5
- 10% от 90 и 90% от 10
- *Найдите закономерность*

**Задача 2.** Найдите число  $a$ , если известно:

- 17% числа  $a$  равно 1,53
- $a\%$  числа 52 равно  $\frac{78}{25}$
- $3a$  составляет 7% от числа  $a + \frac{293}{21}$
- $a$  удоалетворяет пропорции:

$$\frac{(4 - 3,5(2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{5})) : 0.16}{a} = \frac{3\frac{2}{7} - \frac{3}{14} : \frac{1}{6}}{41\frac{23}{84} - 40\frac{49}{60}}$$

**Задача 3.**

1. Корпорация "Рear" в 1993г. потратила на разработку устройства 250 миллионов \$ и получила прибыль в размере 60 %. Сколько компания заработала?
2. в 1994г. эта же компания получила прибыль с некоторого устройства в размере 210 тысяч \$, что составило 7% от затрат. Сколько компания потратила на создание своего продукта?
3. Банк "Муромцев" начисляет по вкладам ежегодно 2 % от суммы вклада. Вкладчик внес в сберегательный банк 2000 рублей. Какой станет сумма чарез 2 года? А через а) 3 года, б) 4 лет, в)  $n$  лет,?

**Задача 4.** Кондитер изготовил 2 торта, затратив 2250 рублей, затем продал их с прибылью в 40%. Сливочный торт был продан с прибылью в 25%, а шоколадный торт – с прибылью в 50%. Сколько изначально стоил каждый торт?

**Задача 5\*.** На острове  $\frac{2}{3}$  всех мужчин женаты и  $\frac{3}{5}$  всех женщин замужем. Какая доля населения острова состоит в браке?

**Задача 6\*\*.** М. В. Ломоносов тратил одну денежку на хлеб и квас. Когда цены выросли на 20 %, на ту же денежку он приобретал полхлеба и квас. Хватит ли той же денежки хотя бы на квас, если цены еще раз вырастут на 20 %?

## Занятие 4

*Корень  $n$ -й степени*

28 февраля 2024

- Задача 1.**
- При каких значениях  $x$  данное выражение имеет смысл: **1)**  $\sqrt{-x}$ ; **2)**  $\sqrt{x+3}$ ; **3)**  $\sqrt{(x-6)^2}$ ?
  - При каких значениях  $x$  справедливо равенство  $\sqrt{(x-7)^2} = x-7$ ?
  - Является ли **1)**  $\sqrt{2}$ ; **2)**  $\sqrt{3}$ ; **3)**  $\sqrt{\sqrt{2}}$  рациональным числом?
  - Извлеките корень 3-й степени из **a)**  $1000$  **b)**  $10^6$  **c)**  $10^{3k}$ .

**Задача 2.** Вычислите:

- a)**  $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})$  **b)**  $(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)$   
**c)**  $(\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2})$  **d)**  $(\sqrt{7} + \sqrt{6})(\sqrt{7} - \sqrt{6})$   
**e)**  $(2\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 1)$  **f)**  $(\sqrt{5} - 2\sqrt{10})(\sqrt{5} - 2\sqrt{10})$ .

**Задача 3.** Сократите дробь: **a)**  $\frac{a^2-4}{a^2-2}$  **b)**  $\frac{c^2-6}{c^2-\sqrt{6}}$  **c)**  $\frac{x-2}{\sqrt{x}+\sqrt{2}}$  **d)**  $\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ .

**Задача 4.** Вычислите:

- a)**  $\sqrt{(0,18)^2}$  **b)**  $\sqrt{(-0,4)^2}$   
**c)**  $\sqrt[3]{(0,39)^3}$  **d)**  $\sqrt[3]{(-0,6)^3}$   
**e)**  $\sqrt[4]{(-0,3)^4}$  **f)**  $\sqrt{|-25|}$ .

**Задача 5.** Запишите лишь с одним знаком радикала выражение:

- a)**  $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$  **b)**  $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$   
**c)**  $\sqrt{(\sqrt{11}-\sqrt{10})^2}$  **d)**  $\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}$ .

**Задача 6.** Упростите выражение:

- a)**  $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$  **b)**  $\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}$   
**c)**  $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$  **d)**  $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$   
**e)**  $\sqrt{13+30\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}}$  **f)**  $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ .

## Занятие 5

Степень дроби

6 марта 2024

- Задача 1.**
- Запишите с помощью дробных показателей: **1)**  $\sqrt[5]{\sqrt{\sqrt[3]{x}}}$ ; **2)**  $\sqrt[3]{x\sqrt[4]{x\sqrt{x}}}$ ;  
**3)**  $5x^{\frac{1}{3}} \cdot 2x^{-\frac{1}{5}}$ .
  - Вычислите: **1)**  $36^{\frac{1}{2}}$ ; **2)**  $4^{\frac{5}{2}}$ ; **3)**  $27^{-\frac{2}{3}}$ .
  - Запишите с помощью знака корня: **1)**  $a^{\frac{2}{3}}$ ; **2)**  $p^{-\frac{1}{3}}$ ; **3)**  $(p-q)^{n-\frac{1}{4}}$ .
  - Раскройте скобки: **1)**  $(3x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}})(3x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}})$ ; **2)**  $(a^{-\frac{2}{5}} + a^{\frac{1}{5}})(a^{-\frac{2}{5}+a^{\frac{4}{5}}})(a^{-\frac{2}{5}} - a^{\frac{1}{5}})$ ;  
**3)**  $(x^{1,5} - y^{1,5}) : (x + y + x^{0,5}y^{0,5})$ .

**Задача 2.** Вычислите:

- a)**  $((5\sqrt{5}^{-\frac{2}{3}}) - 81^{-0,25})(5\sqrt{5}^{-\frac{2}{3}}) + 81^{-0,25}$   
**b)**  $4^{\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{3}{4}} \cdot 16^{-\frac{3}{4}} \cdot 32^{-\frac{4}{5}} \cdot 2^3$   
**c)**  $27^{\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{3}{4}} \cdot (\frac{27}{8})^{-\frac{1}{3}}$   
**d)**  $((3\sqrt{3}^{-\frac{2}{3}}) - 49^{-\frac{1}{4}})((3\sqrt{3}^{-\frac{2}{3}}) + 49^{-\frac{1}{4}})$

**Задача 3.** Смотри фото:

**85.** Упростите выражение:

**a)**  $\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{6}}} : \left( \frac{c^{-\frac{1}{2}}}{a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}}} \cdot \frac{b^{-\frac{5}{6}}c^{-\frac{2}{3}}}{a^{\frac{5}{6}}} \right);$  **1)  $a^2bc$ ; 2)  $abc$ ; 3)  $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}c$ ; 4)  $ab^2c^2$ ;**

**б)**  $\left( \frac{a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{3}{4}}b^{\frac{5}{6}}} : \sqrt[4]{a^{-3}b^{-5}} \right)^{\frac{2}{7}} + \left( a^{\frac{1}{3}} \cdot \left( a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{3}} \cdot (a^2b^2)^{\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{1}{2}} \right)^6;$

**в)**  $\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{(a^2b)^{\frac{3}{4}}} \left( \frac{a^2xy^{-1}}{by^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \left( \frac{a^{\frac{1}{6}}b^{-\frac{1}{2}}}{x^{-1}y^{\frac{1}{3}}} \right)^{-3} \left( \frac{a^4b^2x^5y}{a^{-3}b^2x^{-4}} \right)^{\frac{1}{2}};$

**г)**  $\sqrt{a^{-\frac{1}{2}}\sqrt{b^{-\frac{3}{4}}a^3}\sqrt[3]{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}}} : \sqrt[3]{a^{-1}\sqrt[3]{a^{-\frac{3}{2}}b^{-1}}\sqrt[4]{a^{-\frac{3}{4}}b^{-1}}}.$

**Задача 4.** Смотри фото в группе.

**Задача 5.** Вычислите:  $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}}.$

**Задача 6\*\*.** **Задача Бхаскары.** Упростите выражение:  $\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}}.$

## Занятие 6

Степень дроби 2

13 марта 2024

Задача 1. Смотри фото:

85. Упростите выражение:

а)  $\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{6}}} : \left( \frac{c^{-\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}}} \cdot \frac{b^{-\frac{5}{6}}c^{-\frac{2}{3}}}{a^{\frac{5}{6}}} \right);$  1)  $a^2bc$ ; 2)  $abc$ ; 3)  $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}c$ ; 4)  $ab^2c^2$ ;

б)  $\left( \frac{a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{3}{4}}b^{\frac{5}{6}}} : \sqrt[4]{a^{-3}b^{-5}} \right)^{\frac{2}{7}} + \left( a^{\frac{1}{3}} \cdot \left( a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{3}} \cdot (a^2b^2)^{\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{1}{2}} \right)^6;$

в)  $\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{(a^2b)^{\frac{3}{4}}} \left( \frac{a^2xy^{-1}}{by^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \left( \frac{a^{\frac{1}{6}}b^{-\frac{1}{2}}}{x^{-1}y^{\frac{1}{3}}} \right)^{-3} \left( \frac{a^4b^2x^5y}{a^{-3}b^2x^{-4}} \right)^{\frac{1}{2}};$

г)  $\sqrt{a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{3}{4}}a^3\sqrt[3]{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}}} : \sqrt[3]{a^{-1}\sqrt[3]{a^{-\frac{3}{2}}b^{-1}}\sqrt{a^{-\frac{3}{4}}b^{-1}}}.$

Задача 2. Смотри фото:

2.069.  $\frac{a^{7/3} - 2a^{5/3}b^{2/3} + ab^{4/3}}{a^{5/3} - a^{4/3}b^{1/3} - ab^{2/3} + a^{2/3}b} : a^{1/3}.$

2.070.  $\frac{(a^2 - b^2)(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})}{\sqrt[3]{a^4} + \sqrt[3]{ab^3} - \sqrt[3]{a^3b} - \sqrt[3]{b^4}}.$

2.071.  $\frac{(m-1)\sqrt{m} - (n-1)\sqrt{n}}{\sqrt{m^3n + mn + m^2 - m}}.$

2.072.  $\frac{\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{b^2} - \sqrt[3]{a^2}) + \sqrt[3]{a^4} - \sqrt[3]{b^4}}{\sqrt[3]{a^4} + \sqrt[3]{a^2b^2} - \sqrt[3]{a^3b}} \cdot \sqrt[3]{a^2}.$

Задача 3. Вычислите:  $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}}.$

Задача 4\*\*. Задача Бхаскары. Упростите выражение:  $\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}}.$

# Занятие 7

## Понятие функции

20 марта 2024

**Задача 1.** Какие из следующих правил являются функциями

1.  $N$  – натуральное число. Правило: числу  $N$  ставит в соответствие  $N + 1$ . (Например: по числу 2, выдается 3, по 4 выдается 5)
2. Правило: по числу  $N$  выдается какое-то число, большее  $N$ . (Например: по числу 2 выдается 3, а вдругом случае 4).
3. Правило: слову сопоставляем его длину. (Например по слову  $abcde$  выдаем 5).
4. Правило: прямоугольнику ставим в соответствие его площадь. (Например: по квадрату со стороной 1 выдаем 1.)
5. Какие области определений и области значений у функций из предыдущих примеров?

**Задача 2.** Формула  $y = -5x + 6$  задает некоторую функцию. Найдите значение функции, соответствующее значению аргумента, равному -1.2 ; 2.8. При каком значении аргумента значение функции равно 6; 8; 100?

**Задача 3.** Найдите область определения функции, заданной формулой:

А. 1)  $y = \frac{x}{x-1}$ ; 2)  $y = \frac{1}{x+2}$ ; 3)  $y = \frac{1}{x^2}$ ; 4)  $y = 6$ .

Б. 1)  $y = \frac{1}{x(x-1)}$ ; 2)  $y = \frac{1}{x^2(1-x)}$ ; 3)  $y = \frac{x}{|x|}$ ;

4)  $y = \frac{x}{(x^2+8)(x-3)^2}$ .

В. 1)  $y = \sqrt{x}$ ; 2)  $y = \sqrt{-x}$ ; 3)  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2}}$ ; 4)  $y = \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{x^2+2}}$ .

**Задача 4.** :

Каждому действительному числу  $x$  поставим в соответствие число  $y$  — приближенное значение  $x$  с точностью до 0,001 с недостатком. Будет ли  $y$  функцией от аргумента  $x$ ? Если да, то каковы область определения и множество значений этой функции? Найдите  $f(\sqrt{2})$ ,  $f(\pi)$ ,  $f\left(10\frac{1}{4}\right)$ ,  $f\left(-121\frac{1}{3}\right)$ .

**Задача 5\*.**  $S(x)$  – функция, которая для натурального числа  $x$  выдает его сумму цифр. Например:  $S(123) = 1 + 2 + 3 = 6$ . Найдите все  $x$ , такие что  $x + S(x) = 114$ .

# Занятие 8

## Графики функций

27 марта 2024

**Задача 1.** Какие из следующих кривых являются графиками функций

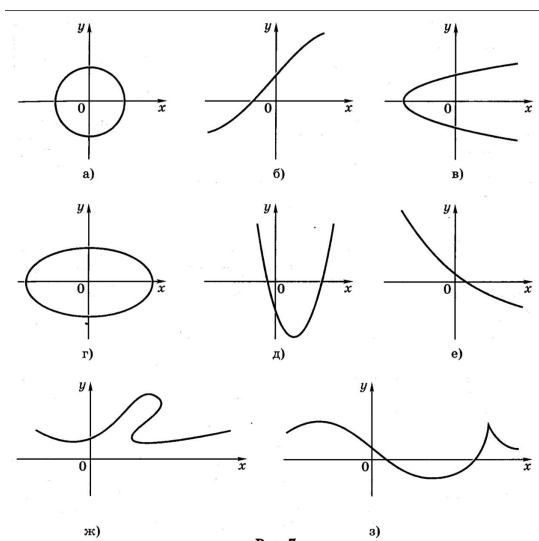


Рис. 7

**Задача 2.** Постройте графики функций:

**64.** Исходя из графика функции  $x^2$ , постройте график функции:  
а)  $(x-2)^2+3$ ; б)  $(x+1)^2-2$ ; в)  $(x-3)^2-1$ ; г)  $(x+2)^2+4$ .

**65.** Исходя из графика функции  $\frac{2}{x}$ , постройте график функции:  
а)  $\frac{2}{x-1}$ ; б)  $\frac{2}{x+3}$ ; в)  $\frac{2}{x+1}-3$ ; г)  $\frac{2}{x+4}+2$ .

**66.** Исходя из графика функции  $|x|$ , постройте график функции:  
а)  $|x-2|-1$ ; б)  $|x+1|-2$ ; в)  $|x+3|+1$ ; г)  $|x-2|+1$ .

**Задача 3.** Постройте графики функций:

1.  $y=1,5x$

2.  $y=-2x+6$

3.  $y=x^2-4$

4.  $y=x^2-2x-3$

5.  $xy=-6$



## Занятие 9

Уравнение с одной переменной

3 апреля 2024

**Задача 1.** Решите следующие уравнения

Вариант 2

1)  $2x - 19 = 7x + 31$ ;

2)  $(x + 3)(x - 7) = x^2 - 1$ ;

3)  $\frac{3x+2}{x-3} - \frac{3x+2}{x+3} = 4 \cdot \frac{9-x}{x^2-9}$ ;

4)  $\frac{2t-3}{5} - \frac{z-6}{4} = 3$ ;

5)  $(x-1)(x+3) = (x+1)^2$ ;

6)  $K = \frac{A \cdot B}{F \cdot R} \quad R = ?$

Вариант 3

1)  $10x - 3 = x + 3$ ;

2)  $(x-3)(x+4) - 2(3x-2) = (x-4)^2$ ;

3)  $\frac{x}{x+1} = \frac{x+1}{x}$ ;

4)  $\frac{5x-6}{3} - \frac{5x+6}{12} = 1$ ;

5)  $x^2 + 7 = (x+1)(x-6) + 5x$ ;

6)  $M = \frac{R \cdot U(F-1)}{I \cdot K} \quad K = ?$

**Задача 2.** Найдите множества решений:

a)  $|x + 3| = 12$

b)  $\sqrt{2x - 7} = 13$

c)  $|5x - 28| = 5$

d)  $\sqrt{3x - 7} = 4$

**Задача 3.** Докажите, что уравнение не имеет корней:

a)  $\sqrt{7-x} + \sqrt{x-9} = 5$ ;

б)  $\sqrt{8-2x-x} + \sqrt{x-5} = x^2 - 7$ ;

в)  $6 + \sqrt{3-x} = x$ .

# Занятие 10

## Квадратные уравнения

10 апреля 2024

**Задача 1.** Решите следующие уравнения:

Вариант 5

1)  $2x^2 = 0$

2)  $x^2 - 5x + 6 = 0$  (по теореме Виета)

3)  $2x^2 - 5x - 12 = 0$

4)  $\frac{14}{x^2 - 9} + \frac{1}{3 - x} + \frac{4 - x}{x + 3} - \frac{7}{x + 3} = 0$

5)  $x^3 - 5x^2 - x + 5 = 0$

Вариант 6

1)  $x^2 - x = 0$

2)  $x^2 - 2x - 8 = 0$  (по теореме Виета)

3)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$

4)  $\frac{1}{2(x - 2)} - \frac{1}{3(3x - 7)} - \frac{1}{x} = 0$

5)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

**Задача 2.** Не вычисляя корней квадратного уравнения  $x^2 - 10x + 24 = 0$ , найдите сумму а)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ; б)  $x_1^2 + x_2^2$ .  
(При решении задания использовать т. Виета.)

**Задача 3.** Решите уравнение графическим способом (постройте графики функции):  $x^2 + 3x - 2,5 = 0$ . Найдите корни (нули) функции или их отсутствие.

**Задача 4.** Не вычисляя дискриминант докажите, что уравнение  $x^2 + 5x + 102 = 0$  не имеет корней.

**Задача 5.** :

Выясните, при каком значении параметра  $a$  уравнение:

а)  $(a^2 - 2a - 3)x + a + 1 = 0$ ;      в)  $(a^2 - a - 2)x + a^2 - 2a - 3 = 0$

б)  $(2a + 6)x - a^2 + a - 6 = 0$ ;

имеет один корень; бесконечное множество корней; не имеет корней.

**Задача 6.** Решите уравнение:  $(x^2 + x)^2 + \sqrt{x^2 - 1} = 0$

**Задача 7\*.** Золотым сечением называют деление отрезка на две части, при котором весь отрезок относится к большей части, как большая часть к меньшей. Чему равно при этом отношение меньшей части к большей?

# Занятие 11

## Неравенства и метод интервалов

17 апреля 2024

**Задача 1.** Решить неравенство:

Вариант 1

$$1) \frac{x+9}{3} \geq 1 + \frac{x}{5}$$

$$2) 6 - 3x < 19 - (x - 7)$$

$$3) (10x - 4)(3x + 2) \geq 30x^2$$

$$4) 3x - 5(x + 2) + 1 > 5 - 2x$$

$$5) (x + 2)^2 - (x - 3)^2 + x + 4 \geq 0$$

Вариант 2

$$1) 2x - 3(x + 1) > 2 + x, \quad 2) \frac{x-6}{4} - \frac{x}{3} \leq 1$$

$$3) (3x + 1)(6 - 4x) < 1 - 12x^2 \quad 4) \frac{1}{3} \left( x + \frac{3}{5} \right) \geq 3 \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{9}x \right)$$

$$5) (x - 8)^2 - x^2 \geq -3(x - 4)$$

**Задача 2.** Решить систему неравенств:

Вариант 1

$$1) \begin{cases} 2 + x > 3 - 4x \\ 5x \leq -10 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2(-x + 3) \geq 4(1 + x) \\ -8x \geq 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{x+2}{3} - \frac{x-1}{2} \geq 5 \\ 2x + 3 > -49 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x \geq 2 \\ -\frac{3(x+1)}{4} - 5 \leq 0 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} (x+1)^2 - (x-3)^2 \leq 5 \\ -4x > 8 \end{cases}$$

Вариант 2

$$1) \begin{cases} 3 + x \leq 5 + 5x \\ -3x \geq 6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} -4(x-1) < 3(x-2) \\ -4x \leq 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{x-1}{5} - \frac{2-x}{2} \leq 3 \\ \frac{4x+6}{4} \leq 26 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{1}{4}x - 2x \geq 3 \\ -\frac{4(2-x)}{3} \leq 1 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} (x+2)^2 - (2-x)^2 \leq 4 \\ -3x < 6 \end{cases}$$

**Задача 3.** Решить неравенство:

Вариант 1

Решить неравенство

$$1) x^2 \geq 8x;$$

$$2) 3x^2 - 8x + 4 > 0;$$

$$3) \frac{2+x}{x-1} \leq 0;$$

$$4) \frac{7x+3}{x+3} \geq \frac{-x}{2(x+3)};$$

$$5) (2+7x)^2 < (4-3x)^2;$$

Вариант 2

Решить неравенство

$$1) x^2 < 49;$$

$$2) -2x^2 + 9x + 5 > 0;$$

$$3) \frac{4-x}{x+3} \leq 0;$$

$$4) \frac{9}{4+2x} > -3;$$

$$5) \frac{x(x-1)}{x+2} \geq 0.$$

**Задача 4.** Докажите неравенство:

$$a) 51a^2 + 14ab + b^2 > -1$$

$$b) 17x^2 + 16xy + 5y^2 - 4y > -10$$

## Занятие 12

Системы уравнений и продолжение метода интервалов

24 апреля 2024

**Задача 1.** Решить систему уравнений:

Вариант 1.

$$1) \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 4x - 8y = -16 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2y - x = -4 \\ -3y + 4x = 11 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{1}{2}x - y = \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}y = -\frac{13}{4} \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2(x+1) - 3(y+1) = -4 \\ 4x - 6(2-y) = -6 \end{cases}$$

Вариант 2

$$1) \begin{cases} x + y = 5 \\ -2x - y = 6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ -2x - 3y = -13 \end{cases}$$

**Задача 2.** Решить неравенство:

Вариант 5

Решить неравенство

$$1) x^2 \leq 25;$$

$$2) 11 + 10x - x^2 > 0$$

$$3) \frac{8-x}{4x+6} < 0$$

$$4) (2x+7)^2 > (2+7x)^2;$$

$$5) \frac{4+x}{2x-3} \leq \frac{5+3x}{3-2x}.$$

Вариант 6

Решить неравенство

$$1) 3x^2 > 27;$$

$$2) 3-5x-2x^2 < 0;$$

$$3) \frac{x+1}{9+2x} \geq 0$$

$$4) (8-3x)^2 \leq (8x+3)^2;$$

$$5) \frac{3x+7}{x-2} > \frac{x-4}{2-x}.$$

**Задача 3.** Докажите неравенство:

$$a) 51a^2 + 14ab + b^2 > -1$$

$$b) 17x^2 + 16xy + 5y^2 - 4y > -10$$

# Занятие 14

## Системы уравнений 2

15 мая 2024

Задача 1. Решить систему уравнений:

Вариант 3

1) Решить системы:

а)  $\begin{cases} xy = 8 \\ x + y = 6 \end{cases}$       б)  $\begin{cases} y - x = 2 \\ x^2 + xy = 12 \end{cases}$       в)  $\begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + 2xy + 2y^2 = 18 \end{cases}$

г)  $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases}$

2) Сколько решений имеет система?  $\begin{cases} xy + 4 = 0 \\ y = (x - 1)^2 \end{cases}$

Вариант 4

1) Решить системы:

а)  $\begin{cases} xy = -10 \\ x - y = 7 \end{cases}$       б)  $\begin{cases} x - y = 4 \\ xy + y^2 = 6 \end{cases}$       в)  $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x^2 + xy + y^2 = 1 \end{cases}$

г)  $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 4 \\ \frac{1}{x} - \frac{3}{y} = 9 \end{cases}$

2) Сколько решений имеет система?  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x^2 + y = 3 \end{cases}$

Вариант 5

1) Решить системы:

а)  $\begin{cases} xy = -14 \\ x + y = 5 \end{cases}$       б)  $\begin{cases} x^2 - 3y = -9 \\ x + y = 3 \end{cases}$       в)  $\begin{cases} x - y = 7 \\ x^2 + y^2 = 9 - 2xy \end{cases}$

г)  $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{4}{5} \\ x - y = 4 \end{cases}$

2) Сколько решений имеет система?  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ x^2 - y = 4 \end{cases}$

Задача 2. Решить систему уравнений:

6.307.  $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} = 3, \\ \frac{y}{x} + \frac{z}{y} + \frac{x}{z} = 3, \\ x + y + z = 3. \end{cases}$       6.308.  $\begin{cases} xy + yz = 8, \\ yz + zx = 9, \\ zx + xy = 5. \end{cases}$

6.309.  $\begin{cases} x + y + z = 2, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 6, \\ x^3 + y^3 + z^3 = 8. \end{cases}$       6.310.  $\begin{cases} \frac{1}{x^2 + y^2} + 2xy = \frac{21}{5}, \\ \frac{1}{2xy} + x^2 + y^2 = \frac{21}{4}. \end{cases}$