***ОТКРИТО ПЪРВЕНСТВО НА СОФИЯ ПО ИНФОРМАТИКА***

***15 ноември 2021 г.***

***Група A, 11-12 клас***

**Анализ на задача Игра**

Задачата е разширение на [game (AB6, НОИ 3, 2014)](https://arena.olimpiici.com/#/catalog/234/problem/628), като интересен факт е, че решението в този по-общ случай не се състои в надграждане с други алгоритми, а с още от същото.

Първа подзадача. Разглеждаме всички възможни изходи на играта рекурсивно и определяме кой от тях е с най-голям краен резултат. Сложност – O( ( N / K )! × N ).

Втора подзадача. На всеки ход трием по един елемент и слепваме получените две редици. Постановката е доста стандартна за един по-специален вид динамично, а именно интервалното динамично. Нека е оптималният резултат при игра, развиваща се върху числа в интервала . Как можем да разбием задачата ни, на по-малки подзадачи от същия вид? Очевидно няма как да изтрием крайните два елемента. Нека е индекса на последния елемент, който ще премахнем от дадения интервал. Тогава ще трябва първо да сме изтрили по оптимален начин всички елементи в интервалите и . Но това са подзадачите и съответно. Получаваме:

Където е -тият елемент от редицата. Сложност - O( N3 ).

Трета подзадача. Допълнителното ограничение задава, че след хода ще останат само двете крайни числа, което както ще видим по-късно, ни улеснява.

Запазваме идеята от втора подзадача. Тук обаче трием по два елемента от редицата. Едно грешно решение е да пробваме всички двойки за индекси на последните два елемента, които ще махнем от дадения интервал, защото не е задължително те да са на съседни позиции. Фиксирането пък на всички двойки на не задължително съседни позиции е твърде бавно, но все пак ни кара да се замислим над един въпрос.

Как се справяме с проблема, в който при игра върху някоя от получените три подзадачи накрая остават и някои елементи освен двата крайни, или по-формално казано не се дели на ? Истината е, че той е само илюзия. Ако се случи да остават още неизтрити елементи освен 2-та последни, които сме фиксирали, то това е в противоречие с факта, че сме приели, че те могат да са последни (не е трудно да се види, че не всички двойки могат да са индекси на последни елементи). Следователно изобщо не трябва да разглеждаме такъв случай! Това означава, че трябва да е спазено условието за всеки индекс на последен елемент. И допълнителното ограничение ни помага с това, че по начало .

Сега как да избегнем разглеждането на всички двойки? Да погледнем подзадачите и . И при двете за фиксирано ще правим едни и същи сметки за . Или по друг начин казано многократно решaваме една съща подзадача от тип „фиксирай по оптимален начин втори последен елемент в интервал “. Затова в един нов двумерен масив ще пазим отговорите на тези подзадачи.

Сложност - O( N3 ).

Четвърта подзадача. Защо да се ограничаваме само до ? Със същите разсъждения можем да стигнем до извода, че изчисляваме подзадачата „фиксирай по оптимален начин втори и трети последен елемент в интервал “. Нека е подзадачата „фиксирай последни елемента в интервала ”. Лесно получаваме следната рекурента формула:

За всеки интервал изчисляваме отговора за всяко , но възможните индекси на последен елемент са през , затова крайната сложност е O( N3 ).

Пета подзадача. Без допълнителното ограничение възниква очевидният про-блем, че накрая ще останат повече от два елемента. Не е нещо, което още едно динамично не може да оправи. Идеята е да изчислим оптималния отговор при всички възможности за елемента, които ще останат накрая заедно с двата крайни. Нека е оптималният резултат при оптимално избрани елемента, оставащи докрай в интервала .

Сложност - O( N3 ).

Шеста подзадача. Можем да забързаме решението приблизително 2 пъти, като го приведем в итеративна вместо рекурсивна форма.

*Автор: Александър Гатев*