Преобразование выражений

Формулы сокращённого умножения

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2 \cdot a \cdot b + b^2$

$a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b)$

$a^3 \pm b^3 = (a \pm b) \cdot (a^2 \mp a \cdot b + b^2)$

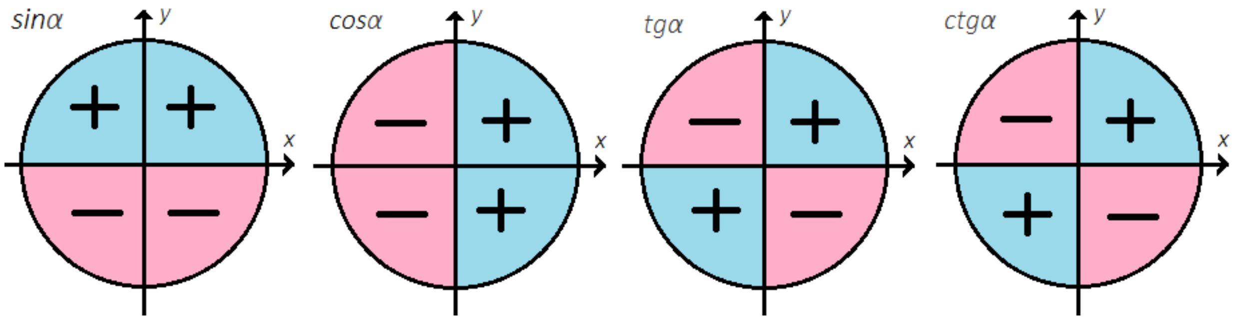
Применение формулы приведения

3 этапа

1. Аргумент функции должен быть представлен в виде $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, $\pi \pm \alpha$, $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, $2\pi \pm \alpha$ причем α — обязательно острый угол (от 0 до 90 градусов).

2. Для аргументов $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$, $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, тригонометрическая функция преобразуемого выражения меняется на кофункцию, то есть противоположную (синус на косинус, тангенс на котангенс и наоборот). Для аргументов $\pi \pm \alpha$, $2\pi \pm \alpha$ функция не меняется.

3. Определяется знак исходной тригонометрической функции. Такой же знак будет иметь функция, записываемая в правой части формулы.



Формулы двойного угла

$\sin 2x = 2\cdot\sin x\cdot\cos x = \dfrac{2tgx}{1+tg^2x}$	
$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x = \dfrac{1-tg^2x}{1+tg^2x}$	
$\sin^2\dfrac{x}{2} = \dfrac{1-\cos x}{2}$	$\cos^2\dfrac{x}{2} = \dfrac{1+\cos x}{2}$
$tg^2\left(\dfrac{x}{2}\right) = \dfrac{1-\cos x}{1+\cos x}$	$ctg^2\left(\dfrac{x}{2}\right) = \dfrac{1+\cos x}{1-\cos x}$

Тригонометрические формулы сложения

$\sin(x+y) = \sin x\cdot\cos y + \cos x\cdot\sin y$	$\sin(x-y) = \sin x\cdot\cos y - \cos x\cdot\sin y$
$\cos(x+y) = \cos x\cdot\cos y - \sin x\cdot\sin y$	$\cos(x-y) = \cos x\cdot\cos y + \sin x\cdot\sin y$
$tg(x+y) = \dfrac{tgx+tgx}{1-tgx\cdot tgy}$	$tg(x-y) = \dfrac{tgx-tgx}{1+tgx\cdot tgy}$
$ctg(x+y) = \dfrac{1-tgx\cdot tgy}{tgx+tgy} = \dfrac{ctgx\cdot ctgy-1}{ctgy+ctgx}$	$ctg(x-y) = \dfrac{1+tgx\cdot tgy}{tgx-tgy} = \dfrac{ctgx\cdot ctgy+1}{ctgy-ctgx}$

Формулы понижения степени

$\sin^2\frac{x}{2}=\frac{1-\cos x}{2}$	$\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1+\cos x}{2}$
$tg^2\left(\frac{x}{2}\right)=\frac{1-\cos x}{1+\cos x}$	$ctg^2\left(\frac{x}{2}\right)=\frac{1+\cos x}{1-\cos x}$

Корень n-ой степени

$\sqrt[n]{a}=b,\ b^n=a,$ где $a\geq 0,\ b\geq 0,\ n\in N,\ n>1$	
Свойства корня n-ой степени	
$\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$, где $a\geq 0,\ b\geq 0$	$\sqrt[np]{a^{kp}}=\sqrt[n]{a^k}$, где $a\geq 0$
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, где $a\geq 0,\ b>0$	$\sqrt[n]{a^n}=\begin{cases}\lvert a\rvert, & n\text{-четно},\\ a, & n\text{-нечетно}\end{cases}$
$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k=\sqrt[n]{a^k}$, где $a\geq 0$	$\sqrt[n]{-a}=-\sqrt[n]{a}$, n — нечетно
$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$, где $a\geq 0$	$a^{\frac{k}{m}}=\sqrt[m]{a^n}$, где $a\geq 0$

Степени

$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$, где $a \ge 0,\ q \in N,\ p \in Z$

Свойства степени (для $n \in R,\ k \in R$)	
$a^0 = 1$, где $a \neq 0$	$a^1 = a$,
$a^{-1} = \frac{1}{a}$, где $a \neq 0$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, где $a \neq 0$
$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$	$a^n : a^k = a^{n-k}$, где $a \neq 0$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$, где $b \neq 0$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$, где $a \neq 0,\ b \neq 0$

Логарифм

$\log_a b = c,\ a^c = b$, где $a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0$	
Основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a b} = b$	
Свойства логарифма	
$\log_a 1 = 0$	$a^{\log_a c} = c^{\log_a a}$
$\log_a a = 1$	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
$\log_a b^k = k \log_a b$	$\log_a b \cdot c = \log_a b + \log_a c$
$\log_{a^k} b^m = \frac{m}{k} \log_a b$	$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$