

Виды заданий на данной позиции в КИМах (по [кодификатору](#)):

- - Арифметическая прогрессия. Формула общего члена арифметической прогрессии;
- Формула суммы первых нескольких членов арифметической прогрессии;
- Геометрическая прогрессия. Формула общего члена геометрической прогрессии;
- Формула суммы первых нескольких членов геометрической прогрессии.



Арифметические прогрессии

Арифметическая прогрессия – числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с постоянным для этой последовательности числом

d – разность арифметической прогрессии: $d = a_{n+1} - a_n$

$a_n = a_1 + d(n-1)$ Формула n -го члена арифметической прогрессии

Сумма первых n членов арифметической прогрессии: $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$



Геометрические прогрессии

Геометрическая прогрессия – числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и тоже не равное 0 число

q – знаменатель геометрической прогрессии:

Формула n -го члена геометрической прогрессии: $b_n = b_1 \cdot q^{(n-1)}$

Сумма первых n членов геометрической прогрессии ($q \neq 1$):

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}$$



Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов.

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Если все члены геометрической прогрессии положительны, то каждый член прогрессии, начиная со второго, равен среднему геометрическому двух соседних с ним членов.

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$



Задача 1.

Вика решила начать делать зарядку каждое утро. В первый день она сделала 30 приседаний, а в каждый следующий день она делала на одно и то же количество приседаний больше, чем в предыдущий день. За 15 дней она сделала всего 975 приседаний. Сколько приседаний сделала Вика на пятый день?

$$a_1 = 30$$

$$S_{15} = 975$$

$$a_5 = ?$$

$$S_{15} = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15$$

$$a_{15} = a_1 + 14d$$

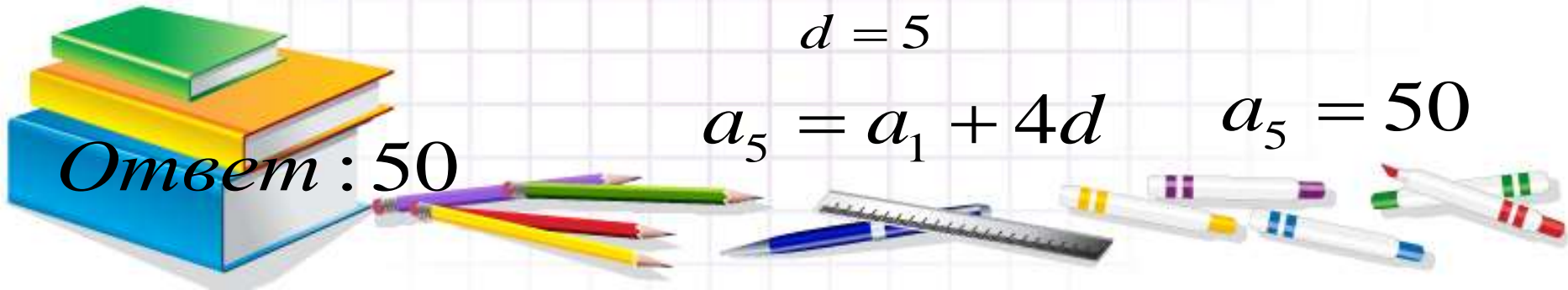
$$975 = \frac{30 + (30 + 14d)}{2} \cdot 15$$

$$d = 5$$

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$a_5 = 50$$

Ответ : 50



Задача 2

При проведении химического опыта реагент равномерно охлаждали на $7,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ в минуту. Найдите температуру реагента (в градусах Цельсия) спустя 6 минут после начала проведения опыта, если начальная температура составляла $-8,7\text{ }^{\circ}\text{C}$.



Задача 2

При проведении химического опыта реагент равномерно охлаждали на $7,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ в минуту. Найдите температуру реагента (в градусах Цельсия) спустя 6 минут после начала проведения опыта, если начальная температура составляла $-8,7\text{ }^{\circ}\text{C}$.

$$a_1 = -8,7$$

$$a_7 = a_1 + 6d$$

$$d = -7,5$$

$$\begin{aligned} a_7 &= -8,7 + 6(-7,5) = \\ &= -53,7 \end{aligned}$$

$$t = 6$$

$$a_7 = ?$$

Ответ : $-53,7$

За 6 минут температура понизилась на: $6 \cdot 7,5 = 45\text{ }^{\circ}\text{C}$

От начальной температуры $-8,7\text{ }^{\circ}\text{C}$ она понизилась до: $-8,7 - 45 = -53,7\text{ }^{\circ}\text{C}$

Задача 3

В течение 20 банковских дней акции компании дорожали ежедневно на одну и ту же сумму. Сколько стоила акция компании в последний день этого периода, если в 9-й день акция стоила 888 рублей, а в 13-й день — 940 рублей?

$$\begin{array}{l} a_9 = 888 \\ a_{13} = 940 \\ a_{20} = ? \end{array} \quad \begin{cases} a_9 = a_1 + 8d \\ a_{13} = a_1 + 12d \end{cases}$$
$$\begin{cases} 888 = a_1 + 8d \\ 940 = a_1 + 12d \end{cases}$$
$$\begin{cases} d = 13 \\ a_1 = 784 \end{cases} \quad a_{20} = 1031$$

Ответ : 1031

Решение:

Дано: 9 день – 888 руб., 13 день – 940 руб.

Сколько стоила акция в 20 день - ?

II способ

Каждый день акции дорожают на **одну и ту же сумму**.

В промежуток с **9-го по 13-й** день акции **выросли** в цене: $13 - 9 = 4$ **раза**

За эти **4** дня акции **подорожали** на: $940 - 888 = 52$ **рубля**

Значит, **каждый** день они дорожают на: $52 : 4 = 13$ **рублей**

С **13-го по 20-й** день акции **вырастут**: $20 - 13 = 7$ **раз**

На **20-й** день они будут стоить: $13\text{-й день} + 7 \cdot 13 = 940 + 7 \cdot 13 = 1031$ **руб.**

:

Задача 4

Каждое простейшее одноклеточное животное инфузория-туфелька размножается делением на 2 части. Сколько инфузорий было первоначально, если после пятикратного деления их стало 960?

Решение:

I способ:

Пятикратное деление, означает, что каждый раз (из пяти) их число удваивалось и увеличилось в 2^5 раза. Следовательно, изначально животных было: $960:32 = 30$

II способ

$$b_6 = 960$$

$$q = 2$$

$$b_1 = ?$$

$$b_6 = b_1 \cdot q^5$$

$$b_1 = \frac{b_6}{q^5}$$

Ответ : 30

Задача 5

Курс воздушных ванн начинают с 15 минут в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 5 минут. В какой по счёту день продолжительность процедуры достигнет 1 часа?

I способ:

1 час – это 60 минут. В первый день процедура составляла 15 минут, значит, последующие $60 - 15 = 45$ минут это прибавка за каждый новый день. Получаем число дней (не считая первого): $45 : 5 = 9$ дней.

Получаем, что на $9 + 1 = 10$ **день** процедура составила указанное время.

II способ

$$a_1 = 15$$

$$a_n = 60$$

$$d = 5$$

$$n = ?$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$60 = 15 + 5d(n - 1)$$

Ответ : 10

Задача 6 - 7

6) В 8:00 часы сломались и за каждый следующий час отставали на одно и то же количество минут по сравнению с предыдущим часом. В 23:00 того же дня часы отставали на 15 минут. На сколько минут отставали часы спустя 36 часов после того, как они сломались?

Ответ: 36

7) В 11:00 часы сломались и за каждый следующий час отставали на одно и то же количество минут по сравнению с предыдущим часом. В 21:00 того же дня часы отставали на двадцать минут. На сколько минут отставали часы спустя 24 часа после того, как они сломались?

Ответ: 48

Решение:

6) Сначала вычислим отставание часов за один час.

Известно, что за время: $23:00 - 8:00 = 15$ часов

Отставание составило 15 минут. Значит, они отставали
 $15:15 = 1$ минута/час

Спустя 36 часов они будут отставать на $36 \cdot 1 = 36$ минут

Ответ: 36

7) Сначала вычислим отставание часов за один час.

Известно, что за время: $21:00 - 11:00 = 10$ часов

отставание составило 20 минут. Значит, они отставали
 $20:10 = 2$ минуты/час

Спустя 24 часа они будут отставать на

$24 \cdot 2 = 48$ минут

Ответ: 48

Задача 8

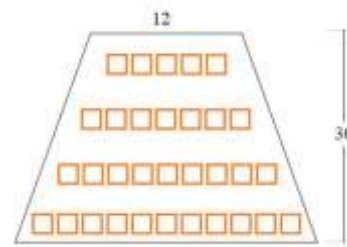
- В амфитеатре 30 рядов. В первом ряду 12 мест, а в каждом следующем — на 2 места больше, чем в предыдущем. Сколько всего мест в амфитеатре?

І способ:

Амфитеатр можно представить в виде трапеции, у которой верхнее основание равно 12 – число мест в 1-м ряду, а общее число рядов (высота трапеции) $h=30$: Тогда общее число мест – это площадь данной трапеции. Вычислим нижнее основание – число мест в 30-м ряду:

$$a_{30} = 12 + 2 \cdot 29 = 70$$

$$\frac{70+12}{2} \cdot 30 = 1230$$



Ответ : 1230

Решение:

II способ:

$$a_1 = 12$$

$$d = 2$$

$$n = 30$$

$$S_{30} = ?$$

$$S_{30} = \frac{a_1 + a_{30}}{2} \cdot n$$

$$a_{30} = 12 + 2 \cdot 29 = 70$$

$$S_{30} = \frac{12 + 70}{2} \cdot 30$$

Ответ : 1230

Задача 9:

Камень бросают в глубокое ущелье. При этом в первую секунду он пролетает 9 метров, а в каждую следующую секунду на 10 метров больше, чем в предыдущую, до тех пор, пока не достигнет дна ущелья. Сколько метров пролетит камень за первые пять секунд?

Решение:

1 секунда: 9 метров

2 секунда: $9 + 10 = 19$ метров

3 секунда: $19 + 10 = 29$ метров

4 секунда: $29 + 10 = 39$ метров

5 секунда: $39 + 10 = 49$ метров

А теперь посчитаем сколько же он пролетит за все пять секунд падения:

$9 + 19 + 29 + 39 + 49 = 145$ метров.

Ответ: 145

Задача 10

У Кати есть теннисный мячик. Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока мячик подлетел на высоту 540 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в три раза меньше предыдущей. После какого по счёту отскока высота, на которую подлетит мячик, станет меньше 10 см?

Решение:

Первый отскок: 540 см

Второй отскок (высота в 3 раза меньше): $540 : 3 = 180$ см

Третий отскок: $180 : 3 = 60$ см

Четвертый отскок: $60 : 3 = 20$ см

Пятый отскок: $20 : 3 = 6\frac{2}{3}$ см

Ответ: 5

$$b_1 = 540$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{(n-1)}$$

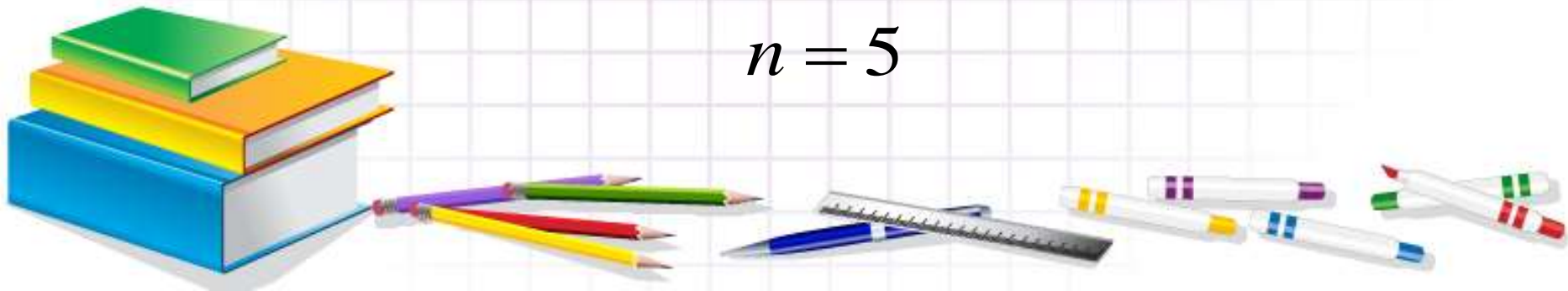
$$q = \frac{1}{3}$$

$$b_n > b_1 \cdot q^{(n-1)}$$

$$10 > 540 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{(n-1)}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{(n-1)} < \frac{1}{54}$$

$$n = 5$$



Задача 11

Врач прописал пациенту принимать лекарство по такой схеме: в первый день он должен принять 3 капли, а в каждый следующий день — на 3 капли больше, чем в предыдущий. Приняв в день 30 капель, он ещё 3 дня пьёт по 30 капель лекарства, а потом ежедневно уменьшает приём на 3 капли. Сколько пузырьков лекарства нужно купить пациенту на весь курс приёма, если в каждом содержится 20 мл лекарства (что составляет 250 капель)?

Решение:

На первом этапе приёма капель число принимаемых капель в день представляет собой возрастающую арифметическую прогрессию с первым членом, равным 3, разностью, равной 3 и последним членом, равным 30. Следовательно, этап, когда число капель в день с 3 капель возрастает до 30, продолжается:

$$\frac{30 - 3}{3} + 1 = 10 \text{ дней (учитывая первый день приема + 1)}$$

Суммарное число капель, принятых в этот период, представляет собой сумму арифметической прогрессии:

$$S_{10} = (3+30)/2 \cdot 10 = 165 \text{ капель за 10 дней}$$

Затем в течение трёх дней пациент принимает ещё: $30 \cdot 3 = 90$ капель

Последний этап приёма начинается с того момента, когда пациент уменьшит число принимаемых капель на 3, то есть примет в день 27 капель.

$$\text{Этот этап длится } \frac{27 - 3}{3} + 1 = 9 \text{ дней}$$

$$\text{Аналогично первому этапу: } S_9 = (27+3)/2 \cdot 9 = 135 \text{ капель за 9 дней}$$

За весь курс приёма пациенту нужно принять $165 + 90 + 135 = 390$ капель.

Определяем количество пузырьков: $390 : 250 = 1,56$, округляем с избытком и получаем минимальное количество пузырьков лекарства — 2.

Ответ: 2.

Задача 12

Грузовик перевозит партию щебня массой 216 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 7 тонн щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено на восьмой день, если вся работа была выполнена за 12 дней.

Решение:

$$a_1 = 7 \qquad S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$S_{12} = 216 \qquad S_{12} = \frac{2 \cdot 7 + d \cdot 11}{2} \cdot 12$$

$$216 = \frac{2 \cdot 7 + d \cdot 11}{2} \cdot 12$$

$$d = 2$$

$$a_8 = 7 + 2 \cdot 7 = 21$$

Задача 13

При проведении химической реакции в растворе образуется нерастворимый осадок. Наблюдения показали, что каждую минуту образуется 0,4 г осадка. Найдите массу осадка (в граммах) в растворе спустя девять минут после начала реакции.

Решение:

Масса осадка в растворе спустя девять минут после начала реакции: $0,4 \cdot 9 = 3,6$ грамма

Ответ: 3,6

Задача 14

В ходе бета-распада радиоактивного изотопа А каждые 7 минут половина его атомов без потери массы преобразуются в атомы стабильного изотопа Б. В начальный момент масса изотопа А составляла 480 мг. Найдите массу образовавшегося изотопа Б через 35 минут. Ответ дайте в миллиграммах.

$$b_1 = 480$$

$$35 : 7 = 5 \text{ этапов}$$

$$q = \frac{1}{2}$$

$$b_6 = 480 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

Ответ : 15

Задача 15

Ира зовет гостей на день рождения в ресторан. В ресторане в наличии имеются лишь квадратные столики, за которыми уместается не более 4 человек. Если соединить два квадратных стола, то получится стол, за которым уместается до 6 человек. На рисунке изображен случай, когда соединили 3 квадратных столика. В этом случае получился стол вместимостью до 8 человек. Найдите наибольшую вместимость стола, который получится при соединении 11 квадратных столиков в ряд.

$$a_1 = 4$$

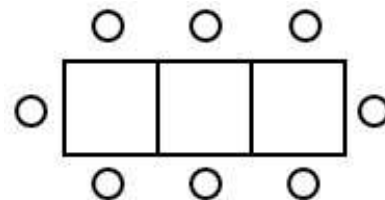
$$a_2 = 6$$

$$a_3 = 8$$

$$a_{11} = ?$$

$$a_{11} = a_1 + 10d$$

$$d = a_3 - a_2$$



Ответ : 24

На клетчатой бумаге с размером клетки 1 на 1 нарисована «змейка», представляющая собой ломаную, состоящую из чётного числа звеньев, идущих по линиям сетки. На рисунке изображён случай, когда последнее звено имеет длину 10. Найдите длину ломаной, построенной аналогичным образом, последнее звено которой имеет длину 120.

$$a_1 = 10$$

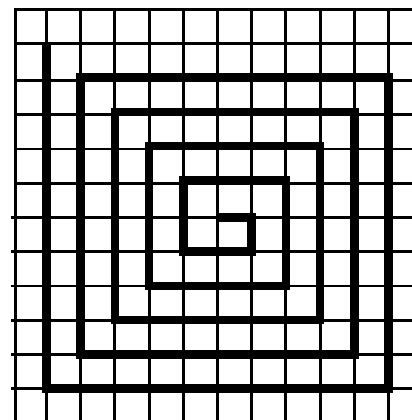
$$d = 1$$

$$n = 120$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{1 + 120}{2} \cdot 120$$

$$S_n = 121 \cdot 60$$



$$S_n = 7260$$

$$S = 2S_n = 14520$$