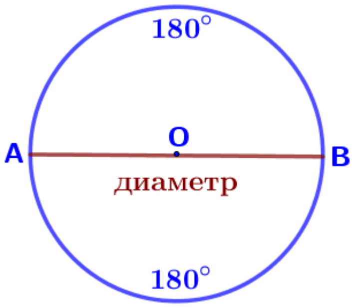
16. Окружность, круг и их элементы

Окружность



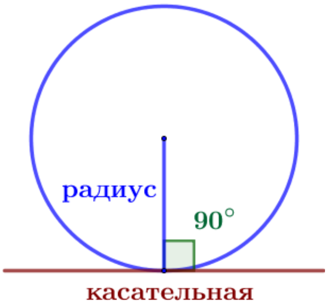
AO, **BO** – радиусы $AO = BO$

AB – диаметр $D = 2R$

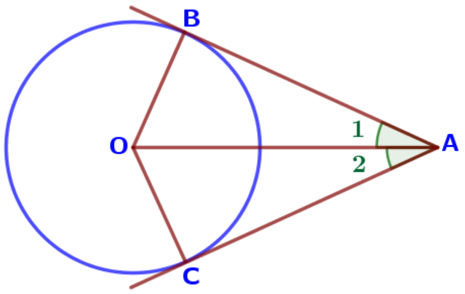
Сумма градусных мер двух дуг окружности с общими концами равна 360°.

Диаметр делит окружность на две полуокружности.

$\cup AB = 180°$

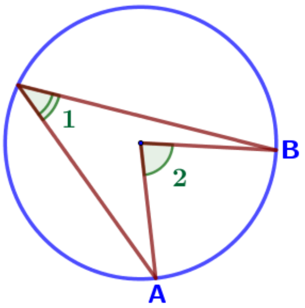


Касательная к окружности **перпендикулярна** к радиусу, проведенному в точку касания.



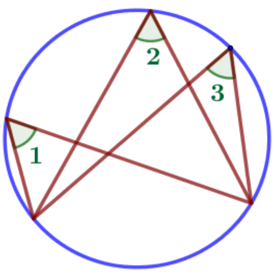
Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, **равны** и составляют **равные углы** с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности:

$AB = AC$, $\angle 1 = \angle 2$.

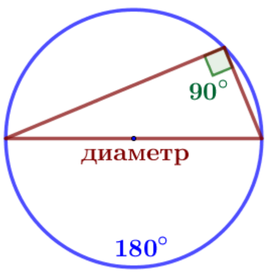


Градусная мера **вписанного угла** (вершина лежит на окружности) измеряется **половиной** дуги, на которую он опирается: $\angle 1 = \frac{1}{2} \cup AB$.

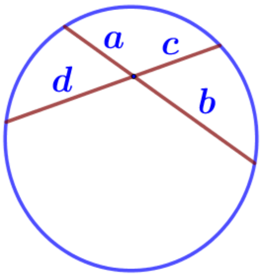
Градусная мера **центрального угла** (вершина в центре окружности) равна градусной мере соответствующей дуги окружности: $\angle 2 = \cup AB$.



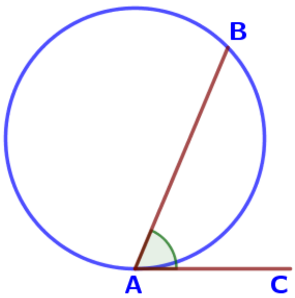
Вписанные **углы**, опирающиеся на одну и ту же дугу, **равны**: $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.



Вписанный угол, опирающийся на полуокружность – **прямой** (90°).

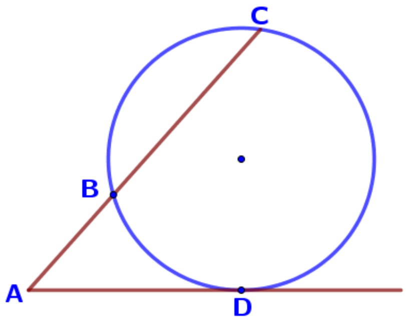


Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды: $ab = cd$.



Угол, образованный касательной и хордой измеряется половиной дуги, заключенной между его сторонами:

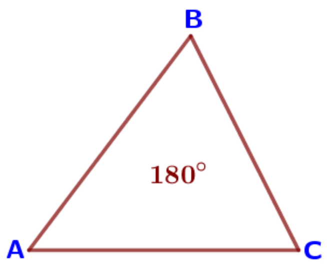
$$\angle BAC = \frac{1}{2} \cdot \smile AB.$$



Квадрат отрезка касательной равен произведению секущей на ее внешнюю часть:

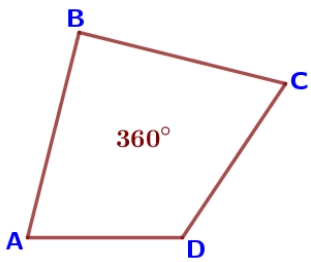
$$AD^2 = AB \cdot AC.$$

Треугольник и четырехугольник

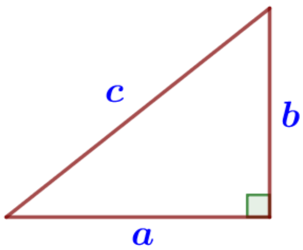


Сумма углов треугольника равна **180°**.

Сумма углов выпуклого четырехугольника равна **360°**.



Прямоугольный треугольник

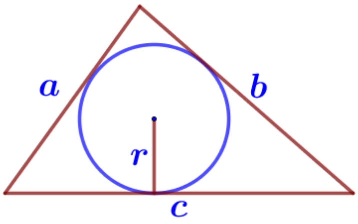


$$c^2 = a^2 + b^2$$

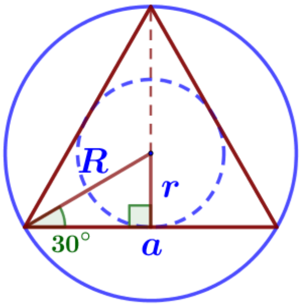
Теорема Пифагора:

В прямоугольном треугольнике **квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов**.

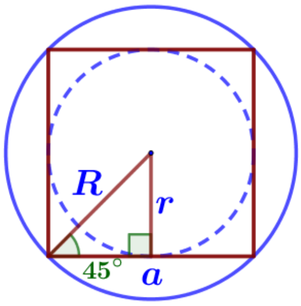
Вписанная и описанная окружность



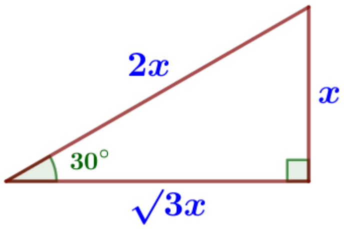
$$S=\frac{1}{2}Pr \qquad P=a+b+c$$

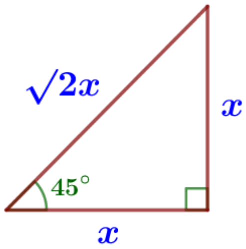


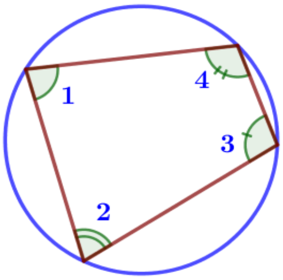
$$R=2r \qquad h=R+r$$



$$a=2r$$

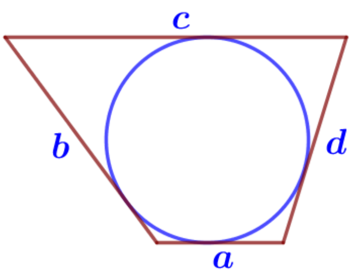






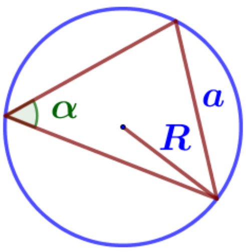
В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180°:

$$\angle 1+\angle 3=\angle 2+\angle 4=180°$$



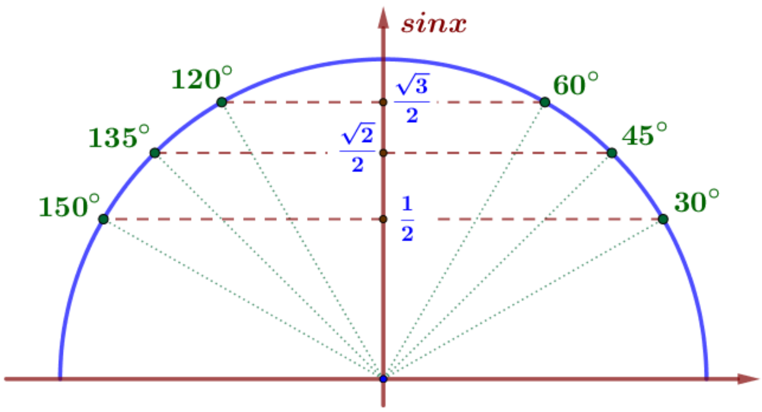
В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны:

$$a+c=b+d.$$

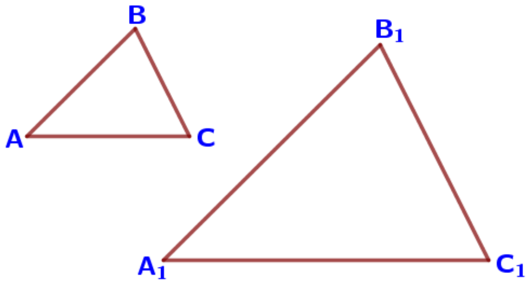


Удвоенный радиус описанной окружности равен отношению стороны треугольника к синусу противолежащего угла:

$$2R=\frac{a}{\sin\alpha}.$$



Подобные треугольники



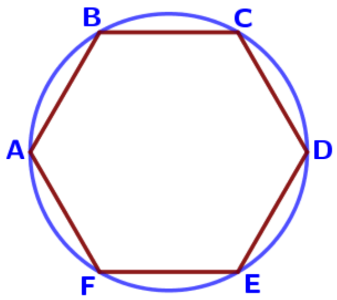
Углы подобных треугольников соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого:

$$\angle A = \angle A_1 \quad \angle B = \angle B_1 \quad \angle C = \angle C_1,$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1}.$$

Правильные многоугольники

Любой правильный многоугольник можно вписать в окружность.



У правильного многоугольника все стороны равны.

$$AB = BC = CD = DE = EF = FA$$

Равные дуги стягиваются равными хордами.

$$\smile AB = \smile BC = \smile CD = \smile DE = \smile EF = \smile FA$$