

Уравнения.

№20 ОГЭ по математике.

Пример 3. Решите уравнение:

$$1) \quad x^3 + 5x^2 - 16x - 80 = 0$$

$$x^3 + 5x^2 - 16x - 80 = 0$$

$$x^2(x + 5) - 16(x + 5) = 0 \quad \text{Разложение на множители способом группировки}$$

$$(x + 5)(x^2 - 16) = 0$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(x + 5)(x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x + 5 = 0 \text{ или } x - 4 = 0 \text{ или } x + 4 = 0$$

$$x = -5$$

$$x = 4$$

$$x = -4$$

Ответ: -5; 4; -4.

2) $x^3 + 8x^2 = x + 8$

$$x^3 + 8x^2 - x - 8 = 0$$

$$x^2(x + 8) - (x + 8) = 0$$

$$(x + 8)(x^2 - 1) = 0$$

$$(x + 8)(x - 1)(x + 1) = 0$$

$$x + 8 = 0 \text{ или } x - 1 = 0 \text{ или } x + 1 = 0$$

$$x = -8 \qquad x = 1 \qquad x = -1$$

Ответ: -8; 1; -1.

Разложение на множители способом группировки

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$9) \quad x^3 + 5x^2 = 4x + 20$$

$$x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = 0$$

$$x^2(x + 5) - 4(x + 5) = 0$$

Разложение на множители способом группировки

$$(x+5)(x^2-4)=0$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$(x+5)(x-2)(x+2)=0$$

$$x+5=0 \text{ или } x-2=0 \text{ или } x+2=0$$

$$x = -5 \qquad x = 2 \qquad x = -2$$

Ответ: -5; 2; -2.

Задание 4. Решите уравнение:

$$x^2 - 2x + \sqrt{4 - x} = \sqrt{4 - x} + 15$$

*Выражение под знаком
квадратного корня должно
быть неотрицательно,
т.е. $4 - x \geq 0$*

ОДЗ:

$$4 - x \geq 0$$

$$-x \geq -4 \quad | \cdot (-1)$$

$$x \leq 4$$

$$x^2 - 2x + \sqrt{4 - x} - \sqrt{4 - x} - 15 = 0$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 4 + 60 = 64 > 0,$$

2 корня

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 + \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{2 + 8}{2} = 5, \text{ не}$$

принадлежит ОДЗ

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 - \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{2 - 8}{2} = -3$$

Ответ: -3

$$3) x^2 - 2x + \sqrt{6 - x} = \sqrt{6 - x} + 35$$

$$\text{ОДЗ:} \quad x^2 - 2x + \sqrt{6 - x} - \sqrt{6 - x} - 35 = 0$$

$$6 - x \geq 0 \quad x^2 - 2x - 35 = 0$$

$$-x \geq -6 \quad | \cdot (-1) \quad D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-35) = 4 + 140 = 144 > 0, \text{ 2 корня}$$

$$x \leq 6 \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 + \sqrt{144}}{2 \cdot 1} = \frac{2 + 12}{2} = 7, \text{ не принадлежит ОДЗ}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 - \sqrt{144}}{2 \cdot 1} = \frac{2 - 12}{2} = -5$$

Ответ: -5

$$9) \ x(x^2+2x+1) = 2(x+1)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$x(x+1)^2 = 2(x+1)$$

$$x(x+1)^2 - 2(x+1) = 0$$

$$(x+1)(x(x+1) - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^2+x-2)=0$$

$$x+1=0 \text{ или } x^2+x-2=0$$

$$x = -1$$

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9 > 0, \\ 2 \text{ корня}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 + 3}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 - 3}{2} = -2$$

Ответ: -1; 1; -2.

$$15) x(x^2+8x+16) = 12(x+4) \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$x(x+4)^2 = 12(x+4)$$

$$x(x+4)^2 - 12(x+4) = 0$$

$$(x+4)(x(x+4) - 12) = 0$$

$$(x+4)(x^2+4x-12)=0$$

$$x+4=0 \text{ или } x^2+4x-12=0$$

$$x=-4$$

$$D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 16 + 48 = 64 > 0, 2 \text{ корня}$$

$$X_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4 + \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 + 8}{2} = 2$$

$$X_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4 - \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 - 8}{2} = -6$$

Ответ: -4; 2; -6.

Задание 5. Решите уравнение.

$$7) (x-3)(x^2 + 10x + 25) = 9(x+5)$$

$$(x-3)(x+5)^2 = 9(x+5)$$

$$(x-3)(x+5)^2 - 9(x+5) = 0$$

$$(x+5)((x-3)(x+5) - 9) = 0$$

$$(x+5)(x^2 - 3x + 5x - 15 - 9) = 0$$

$$(x+5)(x^2 + 2x - 24) = 0$$

$$x+5 = 0 \text{ или } x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$x = -5$$

$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 4 + 96 = 100 > 0, 2 \text{ корня}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 + 10}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 - 10}{2} = -6$$

Ответ: -5; 4; -6.

$$8) (x-4)(x^2 + 2x + 1) = 6(x+1)$$

$$(x-4)(x+1)^2 = 6(x+1)$$

$$(x-4)(x+1)^2 - 6(x+1) = 0$$

$$(x+1)((x-4)(x+1) - 6) = 0$$

$$(x+1)(x^2 - 4x + x - 4 - 6) = 0$$

$$(x+1)(x^2 - 3x - 10) = 0$$

$$x+1 = 0 \text{ или } x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$x = -1$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 9 + 40 = 49 > 0, 2 \text{ корня}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 + \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{3 + 7}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 - \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{3 - 7}{2} = -2$$

Ответ: -1; 5; -2.