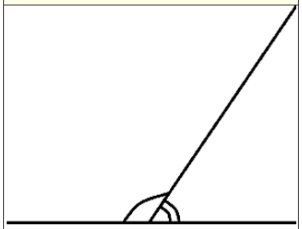
СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ЗАДАНИЯМ 17

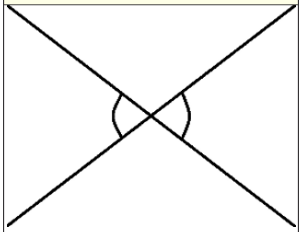
УГЛЫ

СМЕЖНЫЕ УГЛЫ



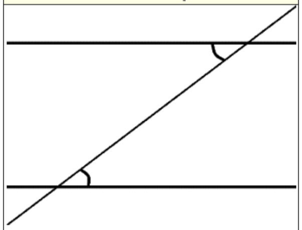
В сумме 180°

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ



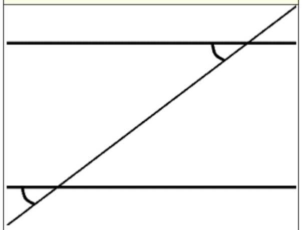
Равны

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ



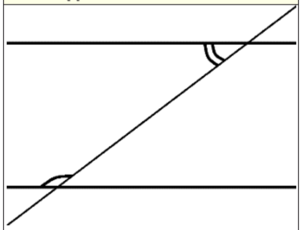
Если внутренние накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

СООТВЕТСТВЕННЫЕ УГЛЫ



Если соответственные углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

ОДНОСТОРОННИЕ УГЛЫ



Если сумма внутренних односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

180°

СУММА УГЛОВ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА

360°

СУММА УГЛОВ МНОГОУГОЛЬНИКА

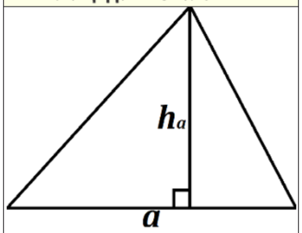
У пятиугольника 540°

У шестиугольника 720°

У n –угольника $180° \cdot (n-2)$

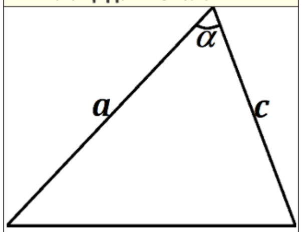
ТРЕУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



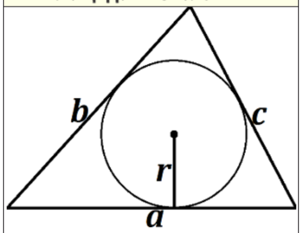
$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin\alpha$

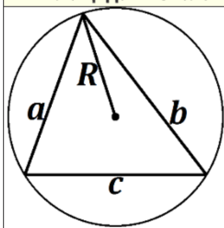
ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



$S = pr$

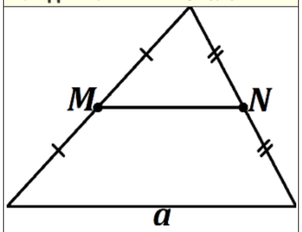
p – полупериметр

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



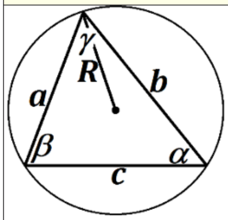
$S = \frac{abc}{4R}$

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА



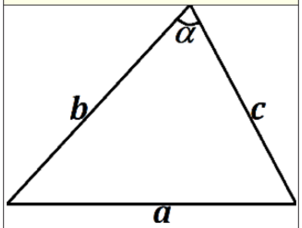
- Лежит на серединах сторон
- Параллельна основанию
- Равна половине основания

ТЕОРЕМА СИНУСОВ



$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

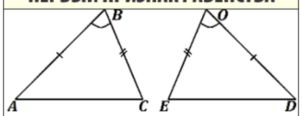
ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$

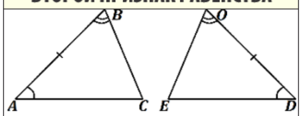
$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА



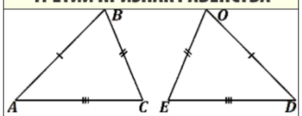
По двум сторонам и углу между ними

ВТОРОЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА



По стороне и двум, прилежащим к ней углам

ТРЕТИЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА



По трём сторонам

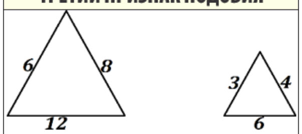
ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

По двум углам

ВТОРОЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

По двум пропорциональным сторонам и углу между ними

ТРЕТИЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ



По трём пропорциональным сторонам

ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ

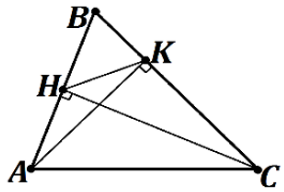
Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

$\frac{S_{\text{большого треугольника}}}{S_{\text{маленького треугольника}}} = k^2$

ОТНОШЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ В ПОДОБНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКАХ

В подобных треугольниках отношение периметров, биссектрис, медиан, высот и серединных перпендикуляров равно коэффициенту подобия

ПОДОБИЕ ABC и HBK



$\cos B = \frac{BK}{AB}$

$\cos B = \frac{BH}{BC}$

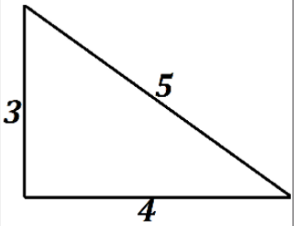
$\Delta\, ABC \sim \Delta\, HBK$ по 2 признаку

$\left(\frac{BK}{AB} = \frac{BH}{BC} \text{ и } \angle B - \text{общий}\right)$

НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА

В любом треугольнике сумма длин двух сторон больше длины третьей стороны

ПРИМЕР:

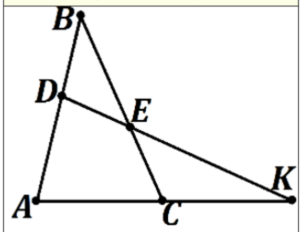


$3 + 4 > 5$

$3 + 5 > 4$

$4 + 5 > 3$

ТЕОРЕМА МЕНЕЛАЯ

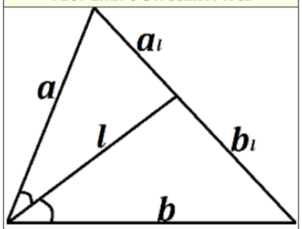


Если прямая пересекает две стороны треугольника и продолжение третьей, то

$\frac{AD}{DB} \cdot \frac{BE}{EC} \cdot \frac{CK}{KA} = 1$

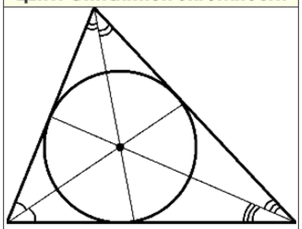
БИССЕКТРИСА, МЕДИАНА И СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

ТЕОРЕМА О БИССЕКТРИСЕ



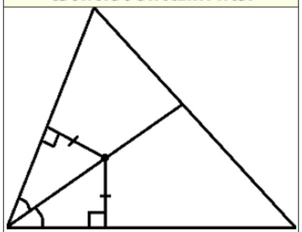
$\frac{a_l}{b_l} = \frac{a}{b}$

ЦЕНТР ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



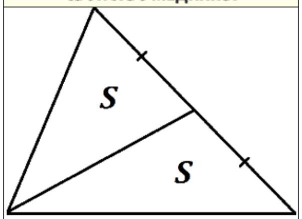
Центр вписанной в треугольник окружности – это точка пересечения биссектрис

СВОЙСТВО БИССЕКТРИСЫ



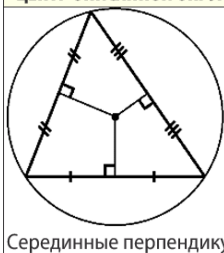
Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла

СВОЙСТВО МЕДИАНЫ



Медиана разбивает треугольник на два равновеликих (с одинаковыми площадями)

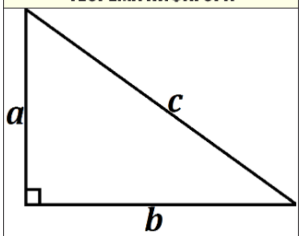
ЦЕНТР ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника

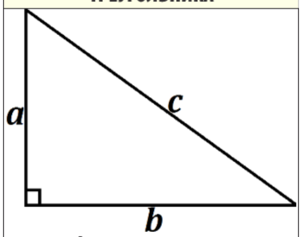
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА



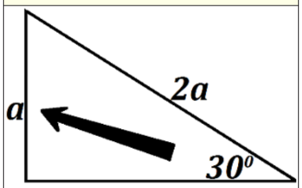
$c^2 = a^2 + b^2$

ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



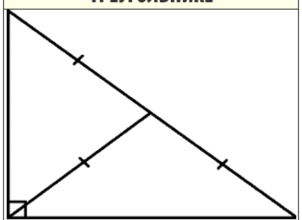
$S = \frac{a \cdot b}{2}$

СВОЙСТВО ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



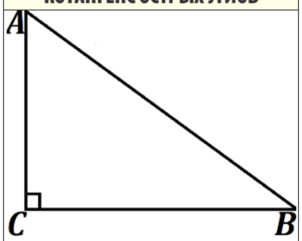
Катет, лежащий напротив угла 30°, равен половине гипотенузы

МЕДИАНА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ



В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы

СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС И КОТАНГЕНС ОСТРЫХ УГЛОВ



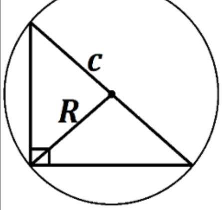
$\sin A = \cos B$

$\sin B = \cos A$

$\operatorname{tg} A = \operatorname{ctg} B$

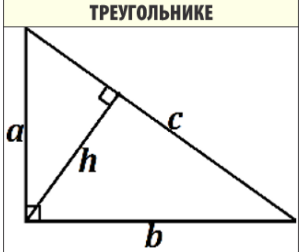
$\operatorname{tg} B = \operatorname{ctg} A$

РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



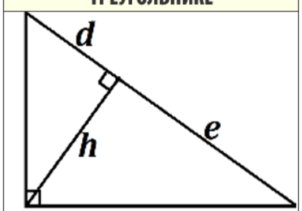
$R = \frac{c}{2}$

ВЫСОТА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ



$h = \frac{ab}{c}$

ВЫСОТА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ



$h^2 = de$

ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

По двум катетам

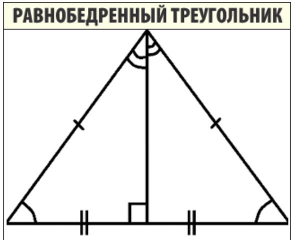
По катету и прилежащему к нему острому углу

По гипотенузе и острому углу

По гипотенузе и катету

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

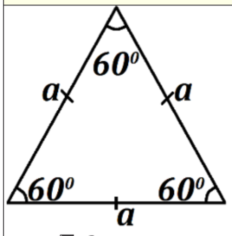
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

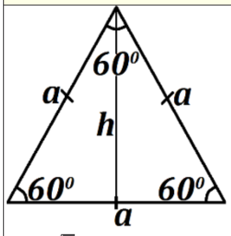
РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ РАВНОСТОРОННЕГО ТРЕУГОЛЬНИКА



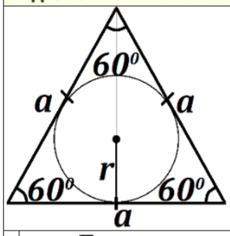
$S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

ВЫСОТА РАВНОСТОРОННЕГО ТРЕУГОЛЬНИКА



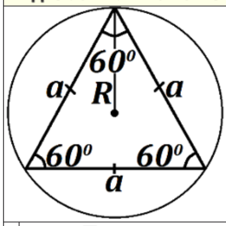
$h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

РАДИУС ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



1	$r = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{6}$
2	$r = \frac{1}{3} \cdot h$

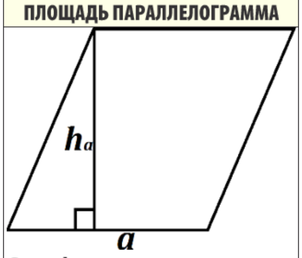
РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



1	$R = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{3}$
2	$R = \frac{2}{3} \cdot h$

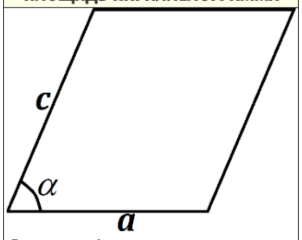
ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



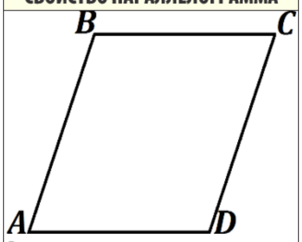
$S = ah_a$

ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



$S = ac \cdot \sin \alpha$

СВОЙСТВО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



В параллелограмме сумма углов, прилежащих к любой стороне, равна 180°

ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

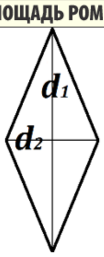
Если две стороны равны и параллельны

Если противоположные стороны попарно равны

Если диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам

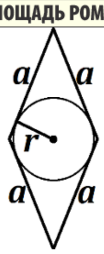
РОМБ

ПЛОЩАДЬ РОМБА



$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$

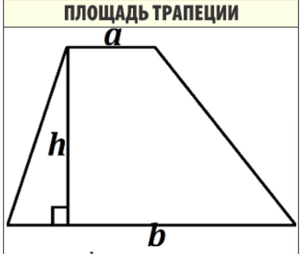
ПЛОЩАДЬ РОМБА



$S = pr$

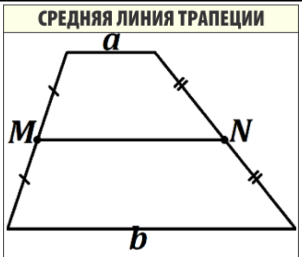
ТРАПЕЦИЯ

ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ



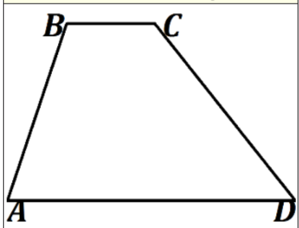
$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРАПЕЦИИ



- Лежит на серединах сторон
- Параллельна основаниям
- Равна полусумме оснований

СВОЙСТВО ТРАПЕЦИИ

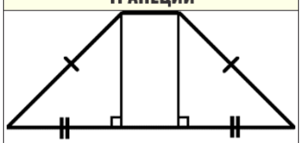


В трапеции сумма углов, прилежащих к боковой стороне, равна 180°

РАВНОБЕДРЕННАЯ ТРАПЕЦИЯ

Если трапеция вписана в окружность, то она - равнобедренная

СВОЙСТВО РАВНОБЕДРЕННОЙ ТРАПЕЦИИ



Высоты, опущенные из вершин тупых углов равнобедренной трапеции, образуют два равных отрезка на большем основании трапеции

ПРЯМОУГОЛЬНИК И КВАДРАТ

ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА

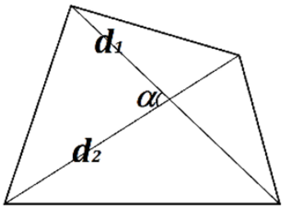
$S = a \cdot b$

ПЛОЩАДЬ КВАДРАТА

$S = a^2$

ПРОИЗВОЛЬНЫЙ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК

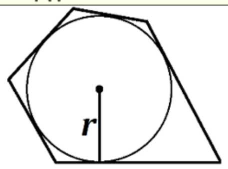
ПЛОЩАДЬ ПРОИЗВОЛЬНОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



$S = \dfrac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\alpha}{2}$

МНОГОУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА

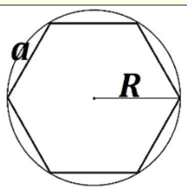


$S = pr$

p — полупериметр

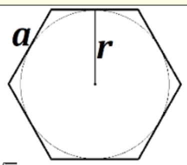
РАВНОСТОРОННИЙ ШЕСТИУГОЛЬНИК

РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



$R = a$

РАДИУС ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



$r = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$

ТРИГОНОМЕТРИЯ

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

1	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2	$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
3	$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$
4	$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$

СИНУС

$\sin\alpha = \dfrac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

КОСИНУС

$\cos\alpha = \dfrac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

ТАНГЕНС

1	$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$
2	$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

КОТАНГЕНС

1	$\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}}$
2	$\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

1	$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
2	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
3	$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
4	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$
$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$
$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$
$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

1 ШАГ

Если в скобочке нечётное количество $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в скобочке сколько-то π, то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$

$\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg}\alpha$

2 ШАГ

Определяем знак по указанной в скобочках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

ПРИМЕР:

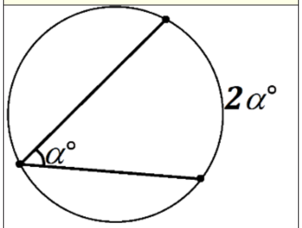
$\sin\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right)$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$\sin\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$

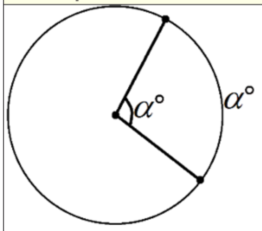
ОКРУЖНОСТЬ

ТЕОРЕМА О ВПИСАННОМ УГЛЕ



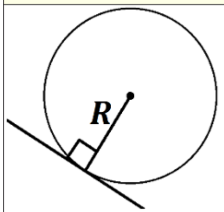
Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УГОЛ



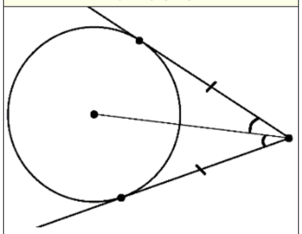
Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он опирается

СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНОЙ



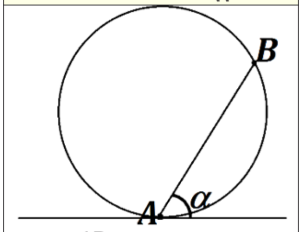
Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания

СВОЙСТВО ОТРЕЗКОВ КАСАТЕЛЬНЫХ



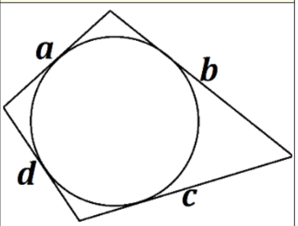
Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны, и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности

ТЕОРЕМА ОБ УГЛЕ МЕЖДУ КАСАТЕЛЬНОЙ И ХОРДОЙ



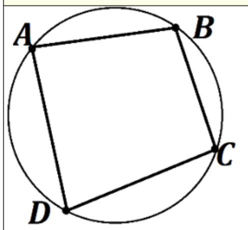
$\alpha = \frac{\smile AB}{2}$

СВОЙСТВО ОПИСАННОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



$a + c = b + d$

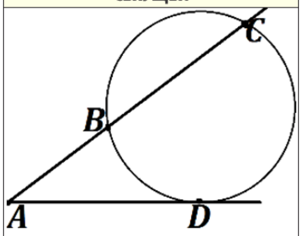
СВОЙСТВО ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



$\angle A + \angle C = 180°$

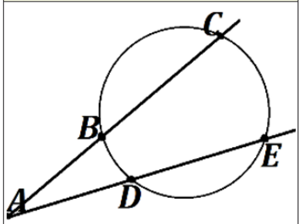
$\angle B + \angle D = 180°$

ТЕОРЕМА О КАСАТЕЛЬНОЙ И СЕКУЩЕЙ



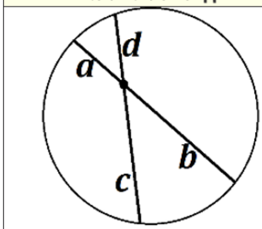
$AD^2 = AB \cdot AC$

ТЕОРЕМА О СЕКУЩИХ



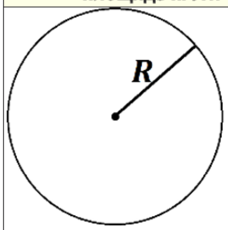
$AD \cdot AE = AB \cdot AC$

СВОЙСТВО ХОРД



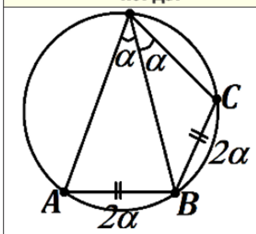
$a \cdot b = c \cdot d$

ПЛОЩАДЬ КРУГА



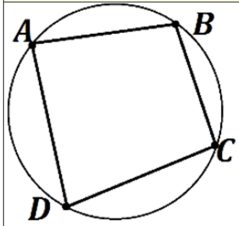
$S = \pi R^2$

ХОРДЫ



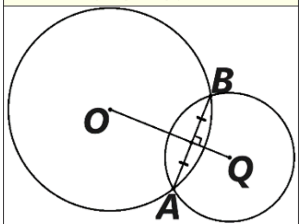
Хорды, стягивающие равные дуги, равны

ТЕОРЕМА ПТОЛЕМЕЯ



$AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$
(работает только для вписанного четырёхугольника)

СВОЙСТВО ОБЩЕЙ ХОРДЫ ДВУХ ОКРУЖНОСТЕЙ



Общая хорда AB двух пересекающихся окружностей перпендикулярна к линии центров и делится ею пополам