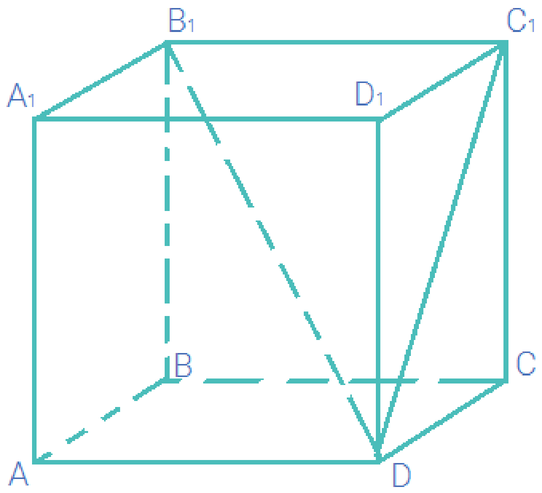
Стереометрия

Куб



Свойства

1. В кубе 6 граней и все они являются квадратами.
2. Противоположные грани попарно параллельны.
3. Все двугранные углы куба – прямые.
4. Диагонали равны.
5. Куб имеет 4 диагонали, которые пересекаются в одной точке и делятся в ней пополам.
6. Диагональ куба в √3 раз больше его ребра B1D=AB√3
7. Диагональ грани куба в √2 раза больше длины ребра.

Пусть a–длина ребра куба, d–диагональ куба

Объем куба: $V = a^3 = \frac{d^3}{3\sqrt{3}}$

Площадь полной поверхности: $S = 6a^2 = 6d^2$

Радиус сферы, описанной около куба: $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Радиус сферы, вписанной в куб: $r = \frac{a}{2}$

При увеличении всех линейных размеров куба в k раз, его объём увеличится в k^3 раз.

При увеличении всех линейных размеров куба в k раз, площадь его поверхности увеличится в k^2 раз.

Свойства прямоугольного параллелепипеда

1. В прямоугольном параллелепипеде 6 граней и все они являются прямоугольниками.
2. Противоположные грани попарно равны и параллельны.
3. Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда – прямые.
4. Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.
5. Прямоугольный параллелепипед имеет 4 диагонали, которые пересекаются в одной точке и делятся в ней пополам.
6. Любая грань прямоугольного параллелепипеда может быть принята за основание.
7. Прямоугольный параллелепипед, у которого все ребра равны, называется кубом.
8. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений (длины, ширины, высоты).

Формулы вычисления объема и площади поверхности прямоугольного параллелепипеда.

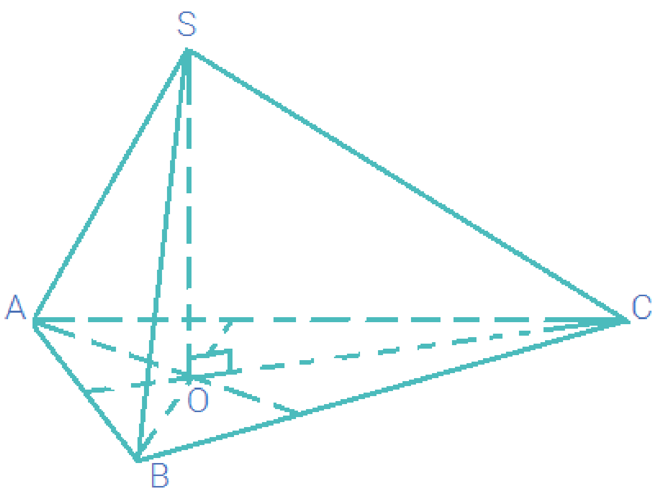
Диагональ параллелограмма $B_1D^2 = AD^2 + DC^2 + C_1C^2$

Объем: V=a·b·c. a-длина; b-ширина; c-высота

Площадь полной поверхности:

Sп.п=2(ab+bc+ac).

Пирамида

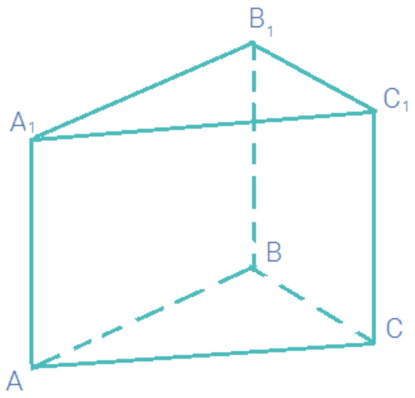


$$S_{\text{бок}} = \frac{P_{\text{осн}}\, h_a}{2}$$

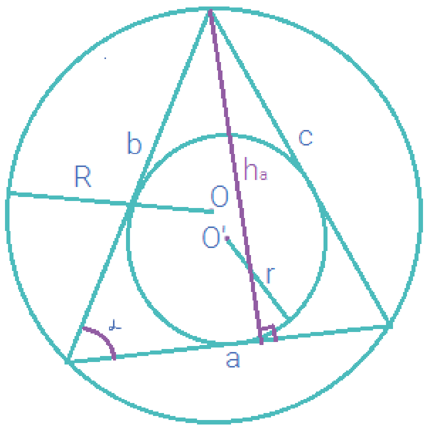
$$S_{\text{п.п.}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{осн} h$$

Призма



Если в основании призмы лежит треугольник, то



$S = p \cdot r$, где r - радиус вписанной окружности

$S = \frac{abc}{4R}$, где R - радиус описанной окружности

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot cosA$, теорема косинусов

$S = \frac{1}{2} a \cdot h$

$S = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$, где $p = \frac{a+b+c}{2}$

$S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot sinA$

В основании лежит четырехугольник

1. Прямоугольник

$S = a \cdot b$

$S = \frac{1}{2} d^2 sin\alpha$, α – угол между диагоналями

2. Ромб

$S = a \cdot h$

$S = 2 \cdot a \cdot r$, где r - радиус вписанной окружности

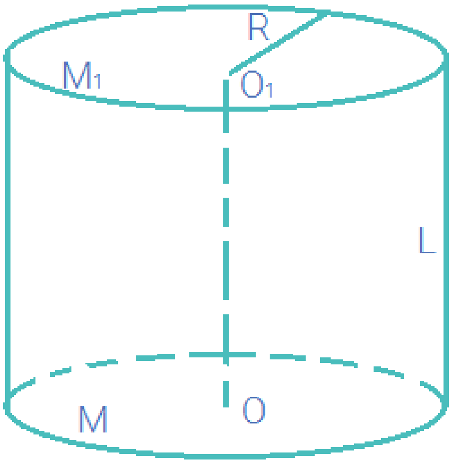
$S = a^2 \cdot sinA$

$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$

Объемы различных многогранников:

- Призма $V = S_{осн}h$
- Пирамида $V = \frac{1}{3}S_{осн}h$
- Параллелепипед $V = abc$
- Куб $V = a^3$

Цилиндр

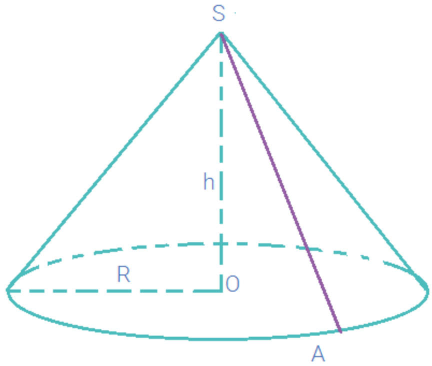


Основные свойства цилиндра

1. Основания цилиндра равны и лежат в параллельных плоскостях.
2. Все образующие цилиндра параллельны и равны.
3. Радиусом цилиндра называется радиус его основания (R).
4. Высотой цилиндра называется расстояние между плоскостями оснований (в прямом цилиндре высота равна образующей).
5. Осью цилиндра называется отрезок, соединяющий центры оснований (OO1).
6. Если радиус или диаметр цилиндра увеличить в n раз, то объем цилиндра увеличится в n^2 раз.
7. Если высоту цилиндра увеличить в m раз, то объем цилиндра увеличится в то же количество раз.
8. Если призму вписать в цилиндр, то ее основаниями будут являться равные многоугольники, вписанные в основание цилиндра, а боковые ребра - образующими цилиндра.
9. Если цилиндр вписан в призму, то ее основания - равные многоугольники, описанные около оснований цилиндра. Плоскости граней призмы касаются боковой поверхности цилиндра.
10. Если в цилиндр вписана сфера, то радиус сферы равен радиусу цилиндра и равен половине высоты цилиндра.

    $R_{сферы}=R_{цилиндра}=\frac{h}{2}$
11. Площадь поверхности и объем цилиндра.

12. Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению длины окружности основания на высоту.
    Sбок.пов.$=2\pi R\cdot h$
13. Площадь поверхности цилиндра равна сумме двух площадей оснований и площади боковой поверхности.
    Sполной.пов.$=2\pi R2+2\pi R\cdot h=2\pi R(R+h)$
14. Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту.
$V=\pi R^2\cdot h$



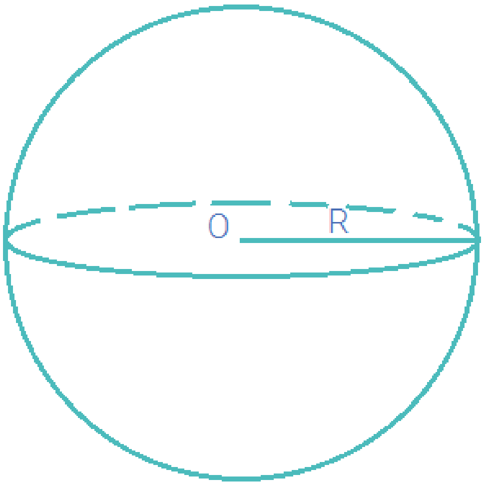
Конус

Свойства конуса

1. Все образующие конуса равны.
2. Осевым сечением конуса является равнобедренный треугольник, основание которого равно двум радиусам, а боковые стороны равны образующим конуса.
3. Если боковая поверхность конуса – полукруг, то осевым сечением является равносторонний треугольник, угол при вершине равен 60°.
4. Если радиус или диаметр конуса увеличить в n раз, то его объем увеличится в n2раз.
5. Если высоту конуса увеличить в m раз, то объем конуса увеличится в то же количество раз.
6. Площадь поверхности и объем конуса.
7. Площадь боковой поверхности конуса равна произведению половины длины окружности основания на образующую.
8. Sбок.пов.$=\pi R\cdot l$
9. Площадь поверхности конуса равна сумме площади основания и площади боковой поверхности.
10. Sполной.пов.$=\pi R2+\pi R\cdot l=\pi R(R+l)$
11. Объем конуса равен трети произведения площади основания на высоту.

    $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$

Сфера



1. Тело, ограниченное сферой, называется шаром.
2. Осевое сечение шара это круг, радиус которого равен радиусу шара. Осевым сечением является самый большой круг шара.
3. Площадь поверхности сферы: $S_{п.п.}=4\pi R^2$
4. Объем шара: $V=\frac{4}{3}\pi R^3$