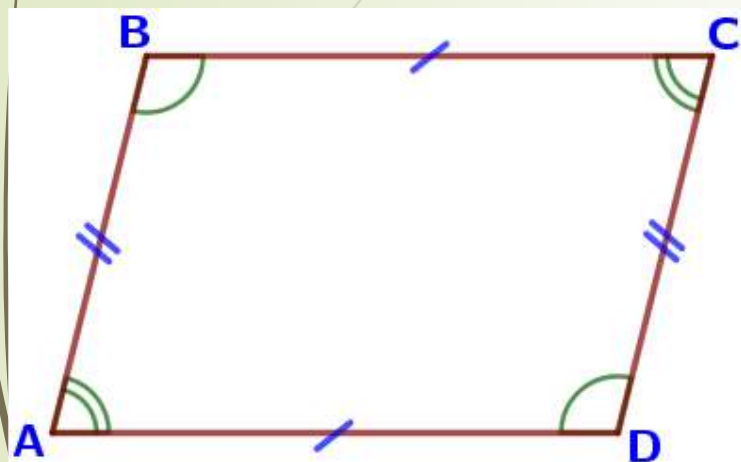


Многоугольники

Параллелограмм



В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.

$$AB = CD$$

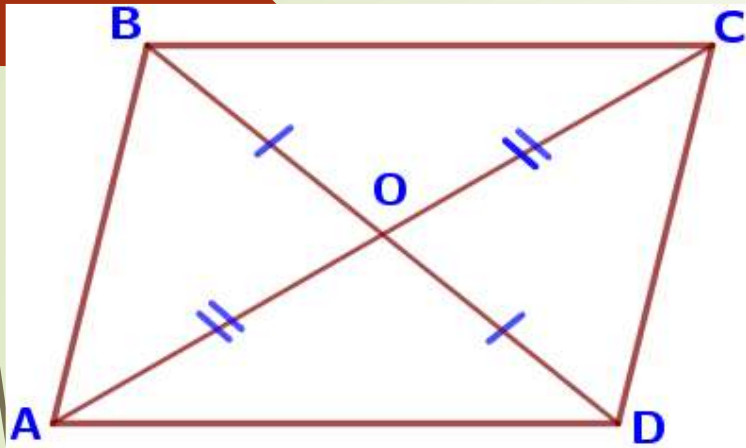
$$\angle A = \angle C$$

$$BC = AD$$

$$\angle B = \angle D$$



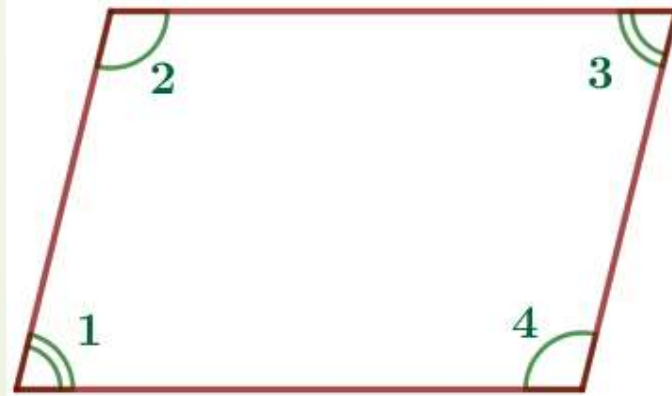
Параллелограмм



Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

$$AO = OC$$

$$BO = OD$$

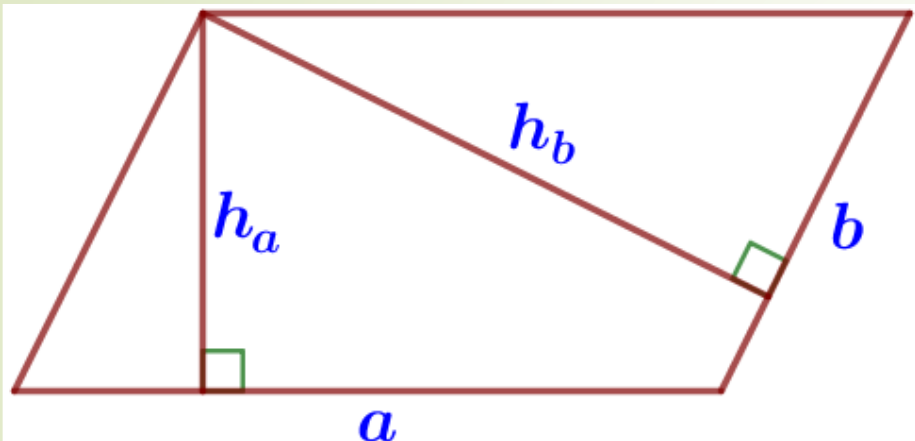


$$\angle 1 + \angle 2 = 180^{\circ}$$

$$\angle 3 + \angle 2 = 180^{\circ}$$

Сумма углов, прилежающих к одной стороне параллелограмма, равна 180° .

Параллелограмм

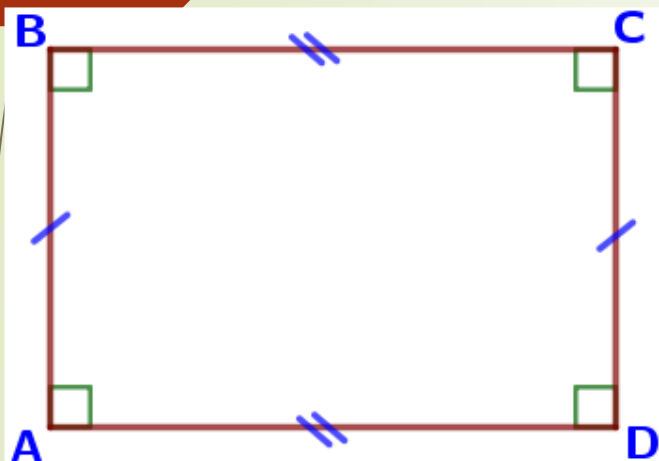


Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.

$$S = ah_a = bh_b$$



Прямоугольник и квадрат

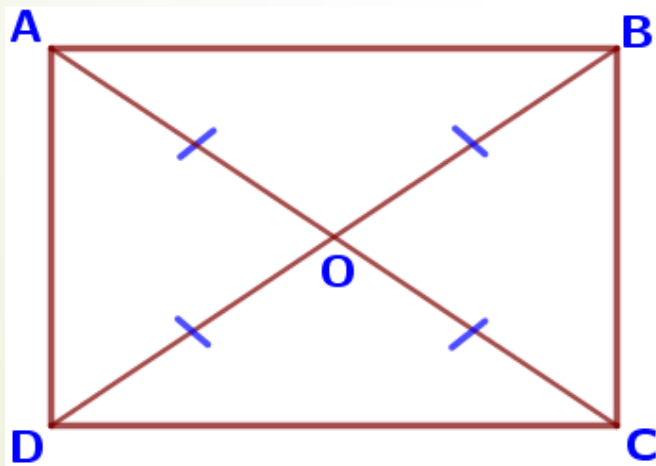


Все углы прямоугольника – прямые, а противоположные стороны – равны.

$$AB = CD$$

$$BC = AD$$

$$\angle A = \angle C = \angle B = \angle D = 90^0$$



Диагонали прямоугольника равны и точкой пресечения делятся пополам.

$$AC = BD$$

$$AO = OC = BO = OD$$

b

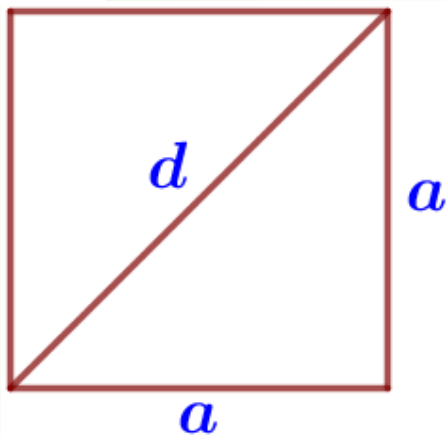


a

Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон.

$$S = ab$$

Площадь квадрата равна квадрату его стороны.



$$S = a^2$$

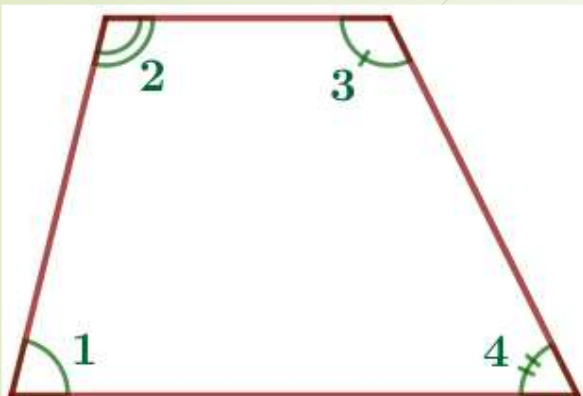
Периметр квадрата: $P = 4a$

По теореме Пифагора: $d^2 = 2a^2$



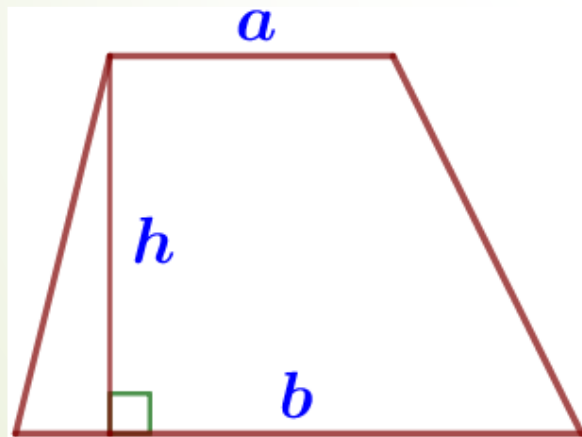
Трапеция

Сумма углов, прилежающих к боковой стороне трапеции, равна 180° .

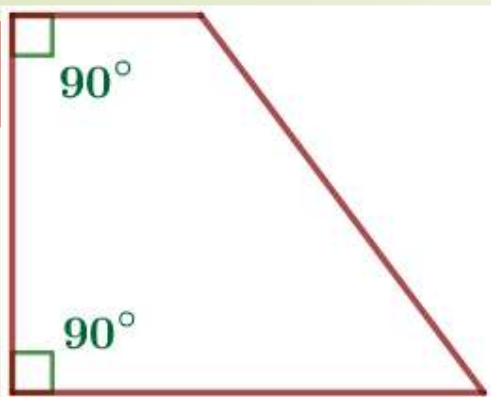


$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$$

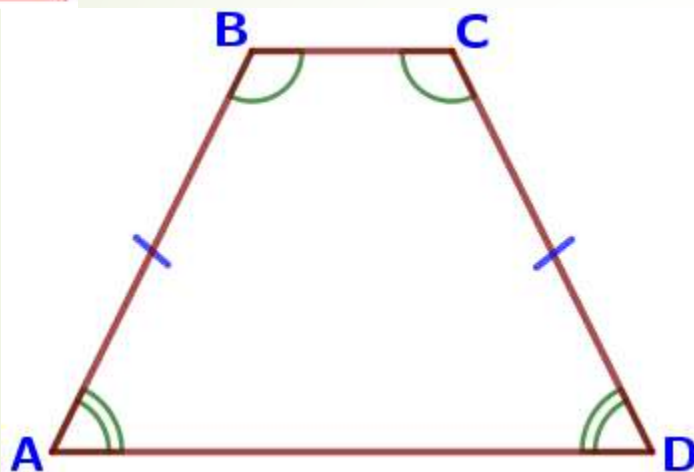
$$\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$$



$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$$



У прямоугольной трапеции один из углов прямой.



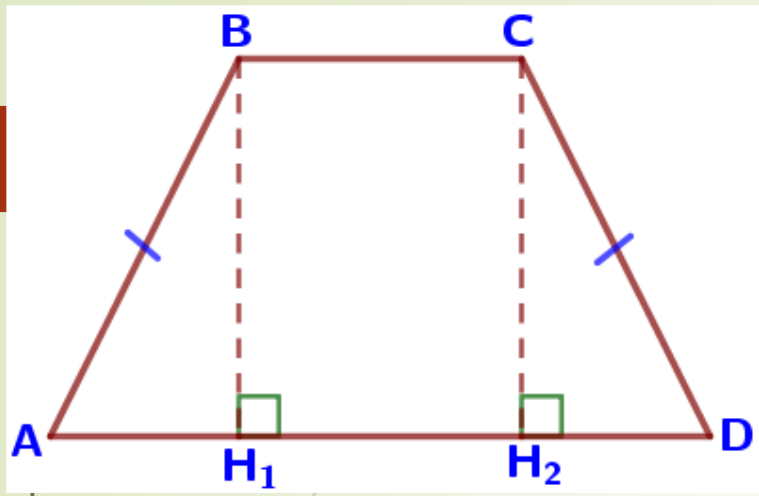
Трапеция называется равнобедренной, если её боковые стороны равны.

$$AB = CD$$

В равнобедренной трапеции углы при каждом основании равны.

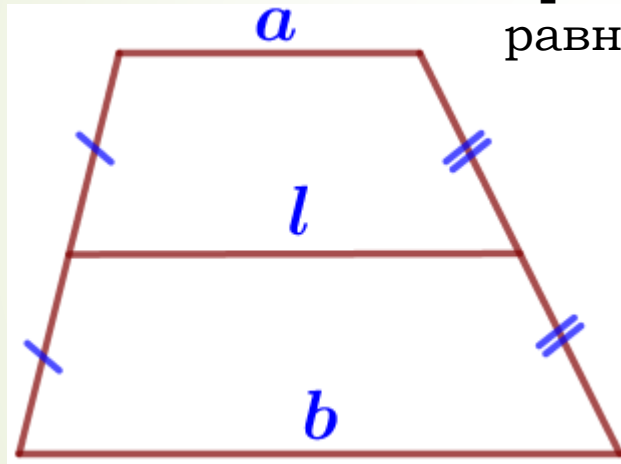
$$\angle A = \angle D; \angle C = \angle B$$





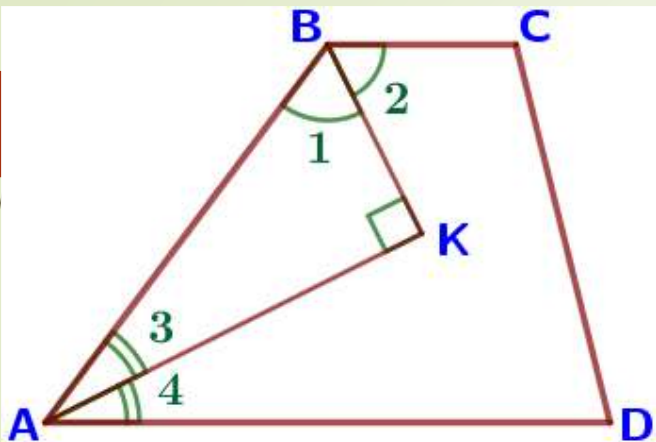
$$AH_1 = CH_2 = \frac{AD - BC}{2}$$

Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме:



$$l \parallel a; l \parallel b; l = \frac{a + b}{2}$$





BK – биссектриса ($\angle 1 = \angle 2$)

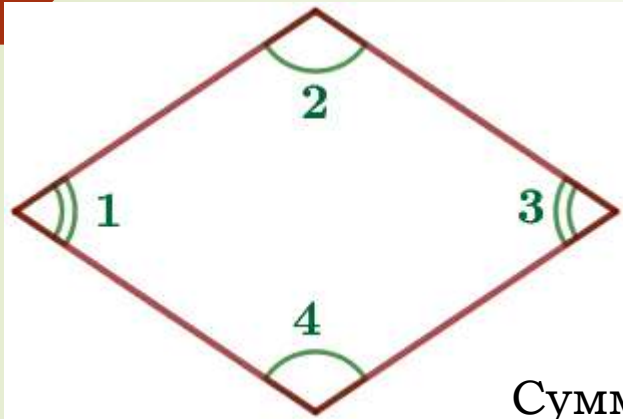
AK – биссектриса ($\angle 3 = \angle 4$)

$$\angle AKB = 90^{\circ}$$



Ромб

В ромбе все стороны равны и противоположные углы равны.



$$\angle 1 = \angle 3$$

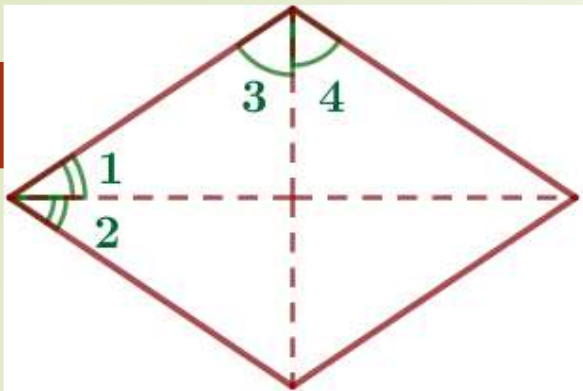
$$\angle 2 = \angle 4$$

Сумма углов, прилежающих к одной стороне ромба, равна 180° .

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$$

$$\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$$





Диагонали ромба делят его углы пополам.

$$\angle 1 = \angle 2$$

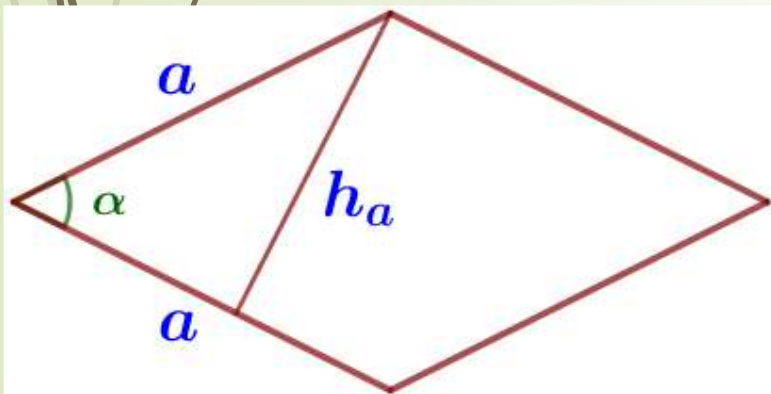
$$\angle 3 = \angle 4$$

Периметр ромба: $P = 4a$

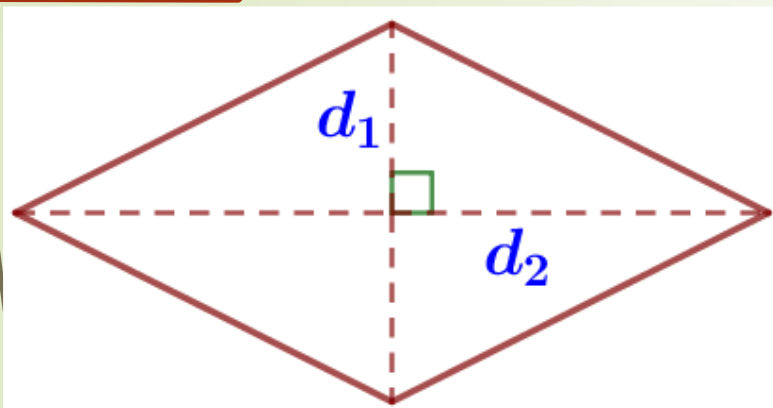
Площадь ромба равна...

а) произведению его стороны на высоту: $S = ah_a$

б) произведению двух его сторон на синус угла между ними: $S = a^2 \sin \alpha$



Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

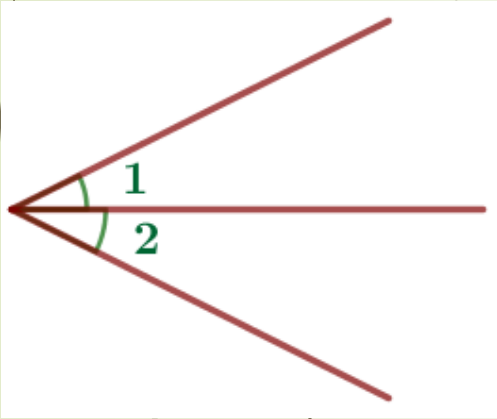


$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны: $d_1 \perp d_2$



Дополнительная информация



Биссектриса делит угол пополам. $\angle 1 = \angle 2$

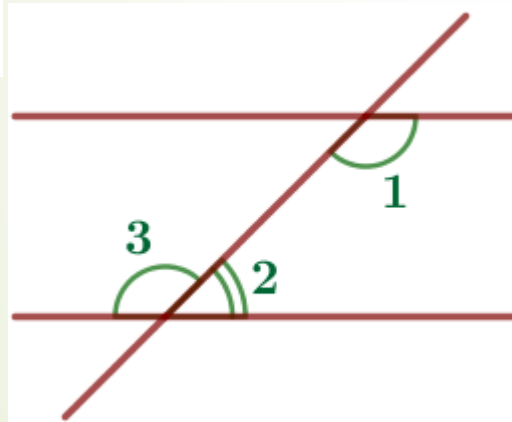
Если две параллельные прямые пересечены секущей, то:

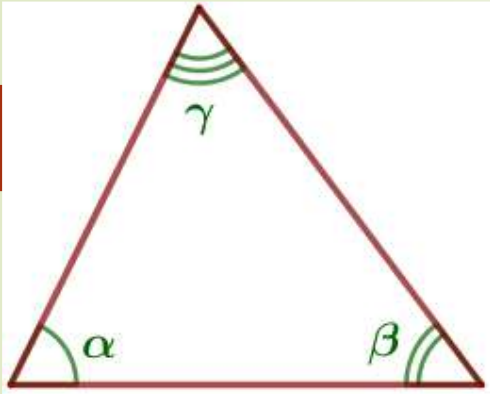
а) сумма односторонних углов равна 180° :

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$$

б) накрест лежащие углы равны:

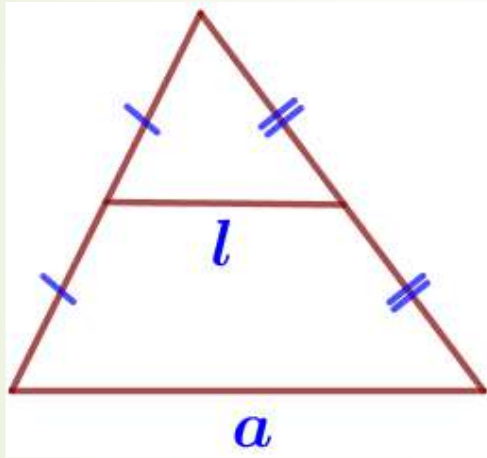
$$\angle 1 + \angle 3$$





Сумма углов треугольника равна 180° :

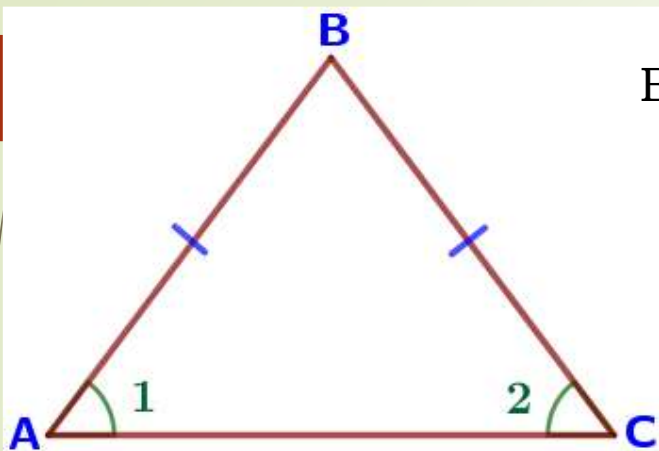
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$



Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны:

$$l \parallel a; l = \frac{a}{2}$$

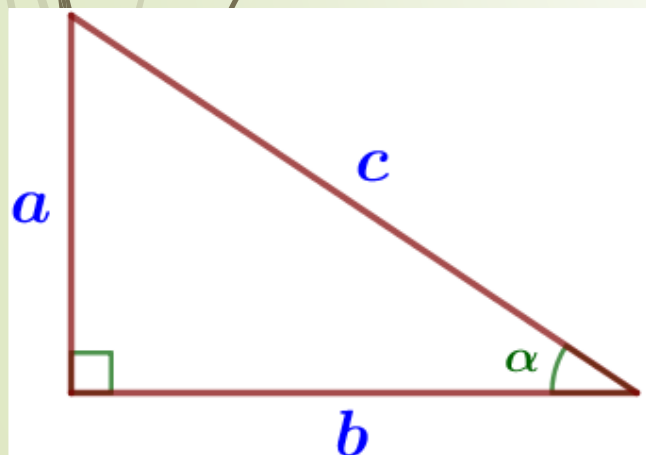




В равнобедренном треугольнике углы при основании равны:

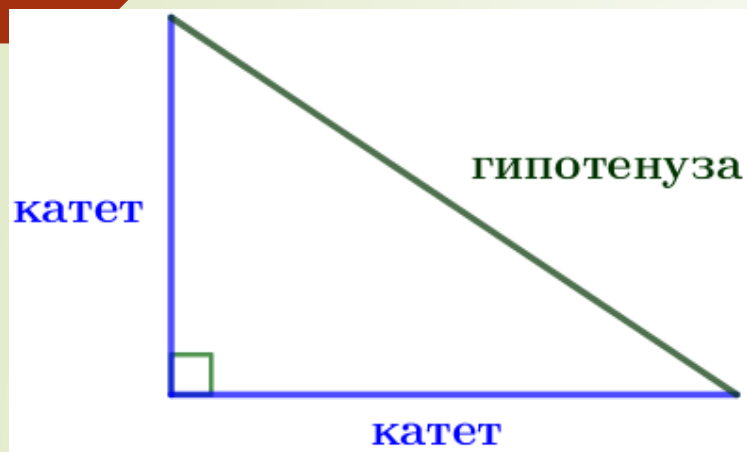
$$\angle 1 = \angle 2$$

Теорема Пифагора: в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:



$$c^2 = a^2 + b^2$$

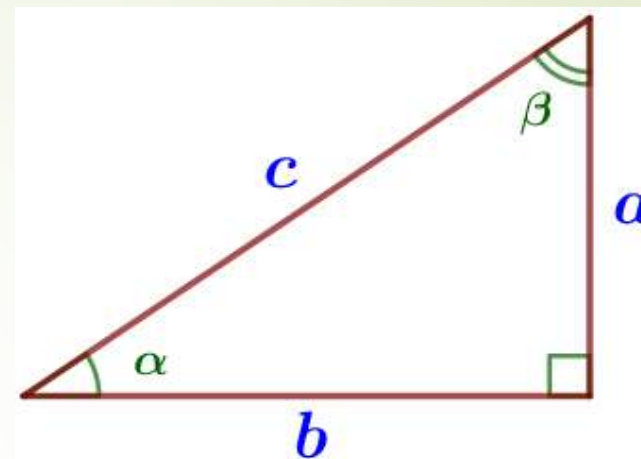
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

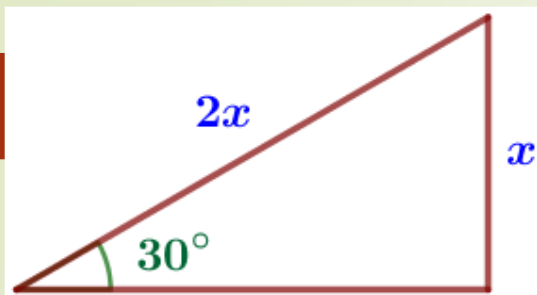
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$



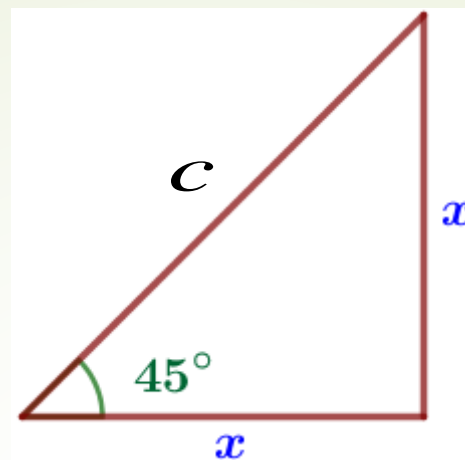
Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов:

$$S = \frac{1}{2} ab$$

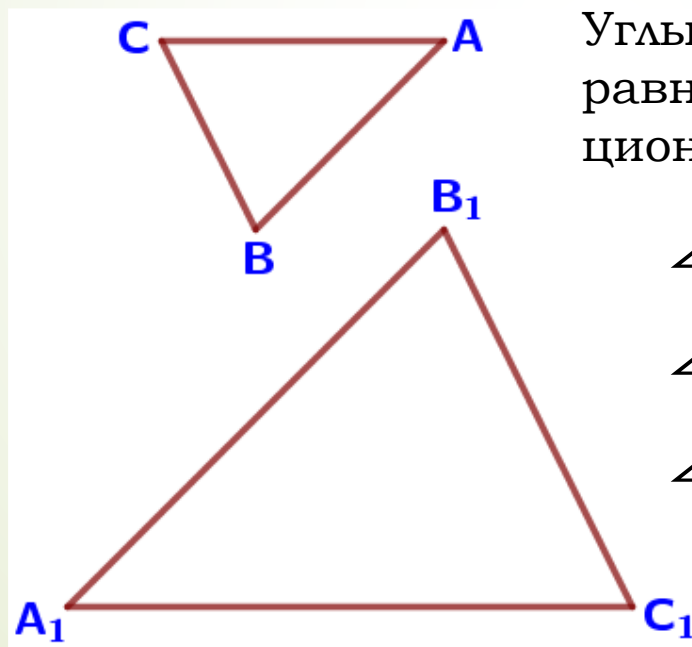




$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$



$$c = x\sqrt{2}$$



Углы подобных треугольников соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого:

$$\angle A_1 = \angle A$$

$$\angle B_1 = \angle B$$

$$\angle C_1 = \angle C$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$



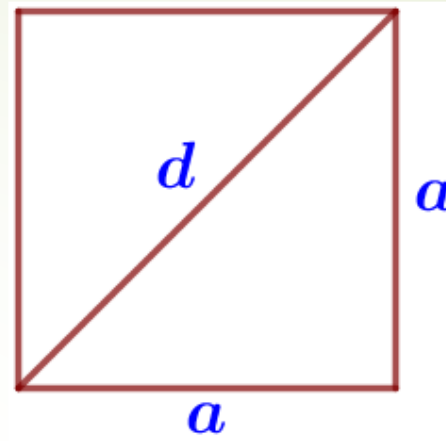
Квадрат:

1. Сторона квадрата равна 10. Найдите его площадь.

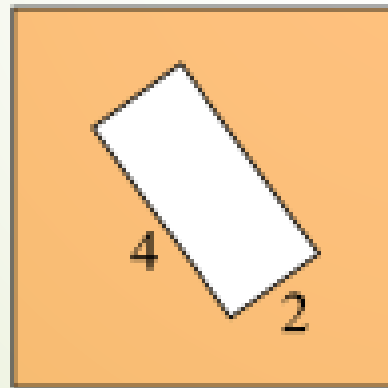
$$S = a^2$$

$$S = 10^2$$

Ответ : 100



2. Из квадрата вырезали прямоугольник. Найдите площадь получившейся фигуры.



ребуогэ.рф

$$S_{\text{кв.}} = 36$$

$$S_{\text{прямоугл.}} = 8$$

$$S_{\text{кв.}} - S_{\text{прямоугл.}} = 36 - 8 = 28$$

3. Периметр квадрата равен 160. Найдите площадь квадрата



$$P = 4a$$

$$160 = 4a$$

$$a = 40$$

$$S = 40^2$$

Ответ : 1600



4. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 1.



$$d = a\sqrt{2}$$

$$1 = a\sqrt{2}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$S = a^2$$

$$S = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2$$

$$S = \frac{1}{2} = 0,5$$

Ответ : 0,5

5. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 83.



$$S = a^2$$

$$a = 2r$$

$$a^2 = (2 \cdot 83)^2 = 2^2 \cdot 83^2 = 27556$$

Ответ : 27556

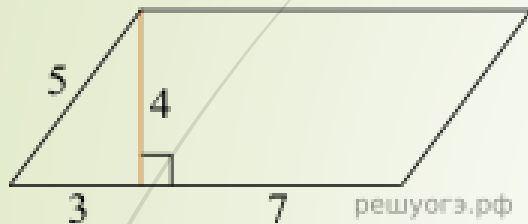


6. площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 7.

Ответ : 196

Параллелограмм:

1. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.

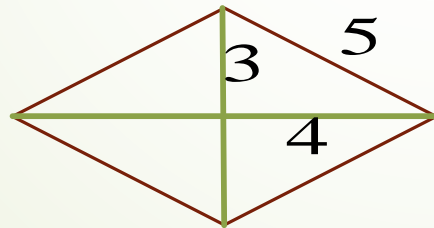


$$S = ah_a = bh_b$$

$$S = 10 \cdot 4 = 40$$

Ответ : 40

2. Сторона ромба равна 5, а диагональ равна 6. Найдите площадь ромба.



$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

$$S = \frac{6 \cdot 8}{2}$$

$$S = 24$$

3. Периметр ромба равен 40, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.

$$P = 4a$$

$$a = 40 : 4 = 10$$

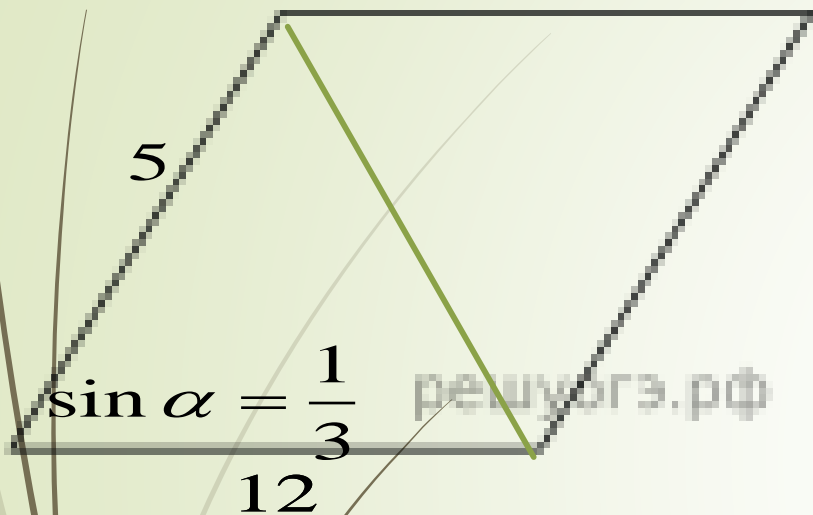
$$S = a^2 \sin \alpha$$

$$S = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5$$

Ответ : 5



3. Одна из сторон параллелограмма равна 12, другая равна 5, а синус одного из углов $\frac{1}{3}$.
Найдите площадь параллелограмма.



$$S = ah_a = bh_b$$

$$S = 2SV = 2 \cdot \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

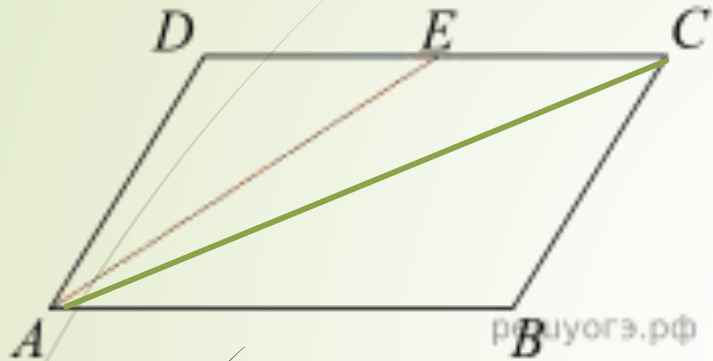
$$S_{\text{параллелогр.}} = ab \sin \alpha$$

$$S_{\text{параллелогр.}} = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot \frac{1}{3} = 10$$

Ответ : 10

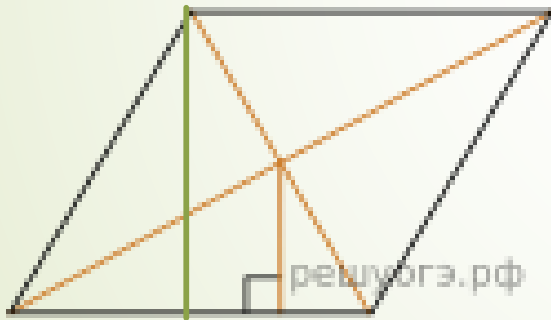


4. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 56. Точка E — середина стороны CD . Найдите площадь трапеции $AECB$.



Диагональ AC делит параллелограмм на два равных треугольника ABC и ACD . Площадь каждого из них равна $56/2=28$. AE является медианой треугольника ACD , которая делит его на два равных по площади треугольника AEC и ADE , каждый по 14, тогда искомая площадь трапеции равна $28+14=42$.

Ответ : 42

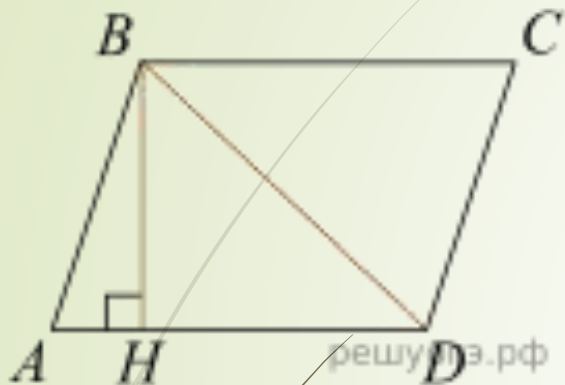


5. Сторона ромба равна 9, а расстояние от центра ромба до неё равно 1. Найдите площадь ромба.

$$S = ah_a$$

$$S = 9 \cdot 2 = 18 \quad \text{Ответ : 18}$$

6.Высота BH параллелограмма $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH = 1$ и $HD = 28$. Диагональ параллелограмма BD равна 53. Найдите площадь параллелограмма.



$$S = ah_a$$

$\triangle BHD$ – прямоугольный

$$BH^2 + HD^2 = BD^2$$

$$BH^2 = BD^2 - HD^2$$

$$BH^2 = 53^2 - 28^2$$

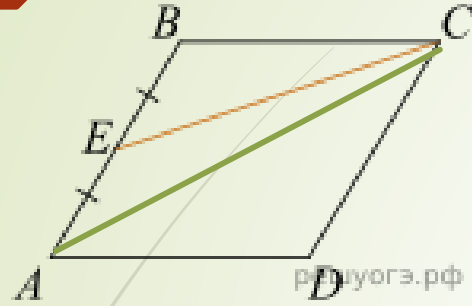
$$BH = 45$$

$$AD = 28 + 1 = 29$$

$$S = 45 \cdot 29 = 1305$$



7. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 132. Точка E — середина стороны AB .
Найдите площадь треугольника CBE .



$$S_{\triangle CBE} = \frac{1}{4} S_{\text{параллелограмма}}$$

$$S_{\triangle CBE} = \frac{1}{4} \cdot 132$$

Ответ : 33



Треугольники общего вида

1. В треугольнике одна из сторон равна 10, а опущенная на нее высота — 5.
Найдите площадь треугольника.



$$S = \frac{1}{2} ah$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = 25$$

Ответ : 25



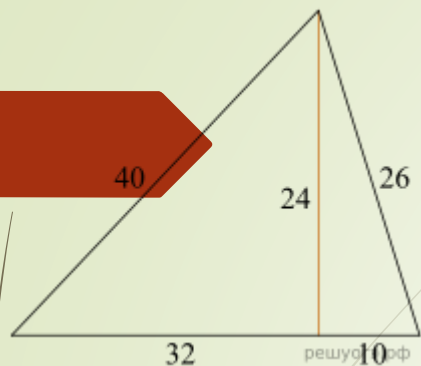
2. В треугольнике одна из сторон равна 10, другая равна $10\sqrt{3}$, а угол между ними равен 60° . Найдите площадь треугольника.

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} 10 \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ответ : 75

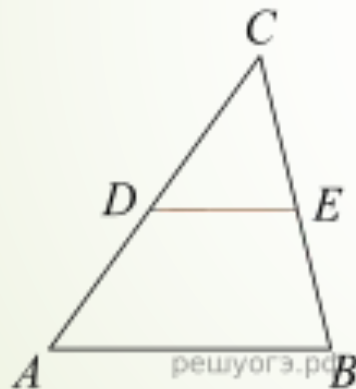
3. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



$$S = \frac{1}{2} ah \quad S = \frac{1}{2} \cdot 42 \cdot 24$$

Ответ : 504

4. В треугольнике ABC отрезок DE — средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 97. Найдите площадь треугольника ABC .



$$V_{ABC} : V_{DCE}$$

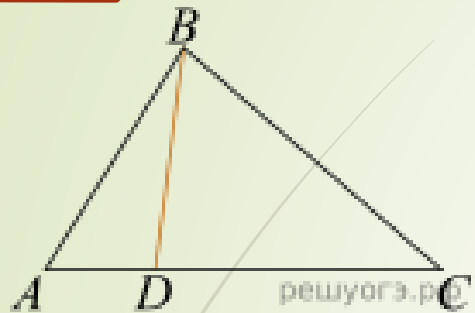
$$\frac{S_{V_{ABC}}}{S_{V_{DCE}}} = k^2 \quad S_{V_{ABC}} = 4 \cdot 97$$

$$S_{V_{ABC}} = k^2 S_{V_{DCE}}$$

Ответ : 388



5. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD = 3$, $DC = 7$.
Площадь треугольника ABC равна 20. Найдите площадь треугольника BCD .



Треугольники ABC и BCD имеют общую вершину B , а их основания лежат на одной прямой, следовательно, отношение их площадей равно отношению их оснований:

$$\frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{DC}{AC} = \frac{7}{10}$$

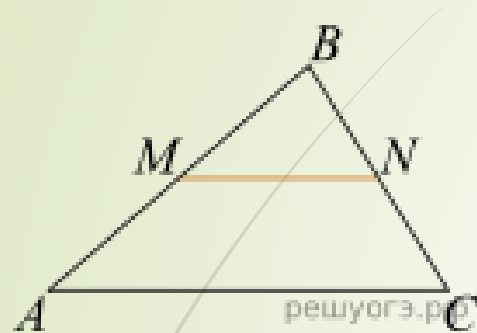
$$S_{\triangle BCD} = \frac{7 \cdot S_{\triangle ABC}}{10}$$

$$S_{\triangle BCD} = \frac{7 \cdot 20}{10}$$

Ответ : 14



6. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AC=18$, $MN=8$. Площадь треугольника ABC равна 81. Найдите площадь треугольника MBN .



$$V_{ABC} : V_{MBN}$$

$$\frac{AC}{MN} = \frac{18}{8}$$

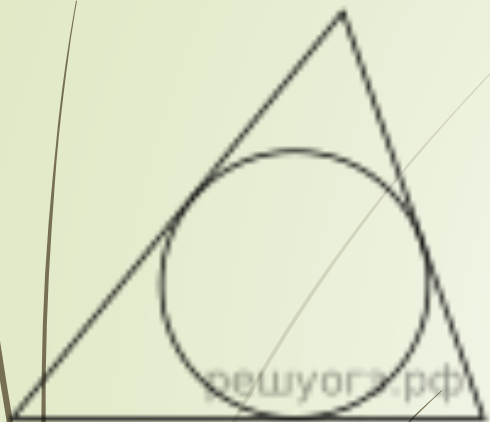
$$\frac{S_{VBCD}}{S_{VMBN}} = \left(\frac{18}{8}\right)^2 = \left(\frac{9}{4}\right)^2$$

$$\frac{81}{S_{VMBN}} = \frac{81}{16}$$

$$S_{VMBN} = 16$$

Ответ : 16

7. Периметр треугольника равен 50, одна из сторон равна 20, а радиус вписанной в него окружности равен 4. Найдите площадь этого треугольника.



$$S = \frac{1}{2} Pr$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 4$$

$$S = 100$$

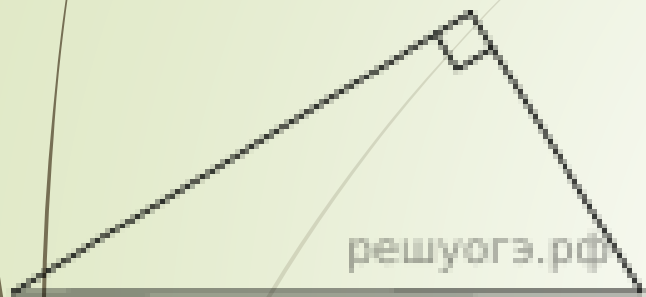
Ответ : 100



ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

1. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 10, а угол, лежащий напротив него, равен 45° .

Найдите площадь треугольника.



$$S = \frac{1}{2} ab$$

$$S = 50$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10$$

Ответ : 50

2. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 28 и 100.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$100^2 = 28^2 + b^2$$

$$b = \sqrt{100^2 - 28^2}$$

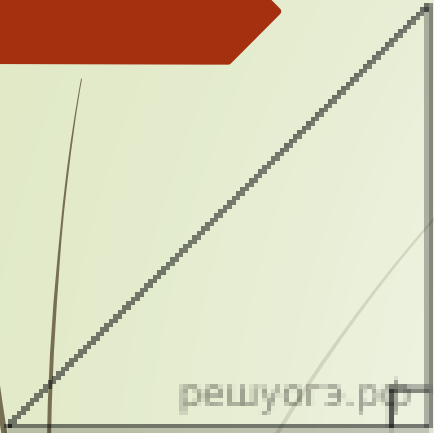
$$b = 96$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 96 \cdot 28$$

Ответ : 1344



3. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 70, а один из острых углов равен 45° .
Найдите площадь треугольника



$$c = a\sqrt{2}$$

$$70 = a\sqrt{2}$$

$$a = \frac{70}{\sqrt{2}}$$

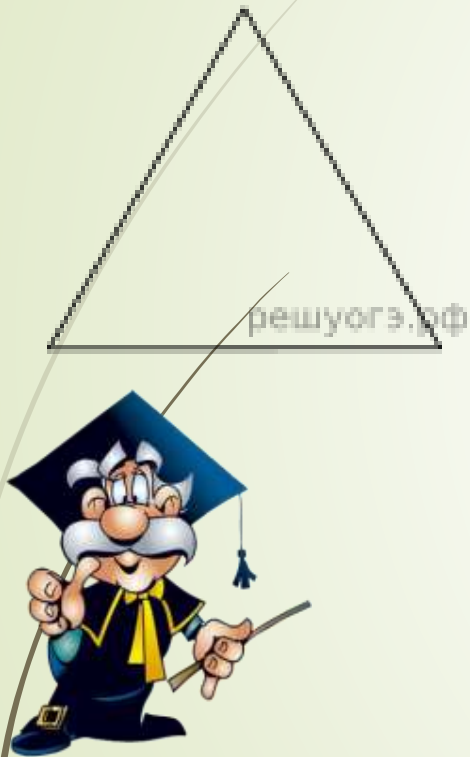
$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{70}{\sqrt{2}} \cdot \frac{70}{\sqrt{2}}$$

Ответ : 1225



Равнобедренный треугольник

1. Сторона равностороннего треугольника равна 10. Найдите его площадь, делённую на $\sqrt{3}$.

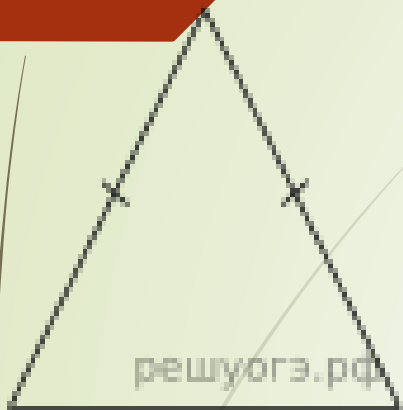


$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$
$$S = \frac{10^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{S}{\sqrt{3}} = \frac{100\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = 25$$

Ответ : 25

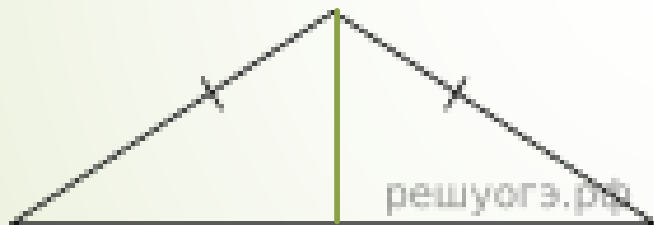
2. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 10, основание — ~~а~~ угол, лежащий напротив основания, равен 30° . Найдите площадь треугольника.



$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \quad \text{Ответ : 25}$$

3. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 34, а основание равно 60. Найдите площадь этого треугольника.



$$h = \sqrt{34^2 - 30^2}$$

$$h = 16$$

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} ah$$

$$\text{Ответ : 480}$$

4. Периметр равнобедренного треугольника равен 216, а боковая сторона — 78.

Найдите площадь треугольника.



$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} ah$$

$$h = \sqrt{78^2 - 30^2}$$

$$h = 72$$

$$a = 216 - 2 \cdot 78$$

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 72$$

Ответ : 1160



Трапеция

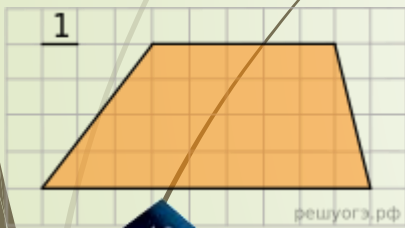
1. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

$$S = \frac{7 + 21}{2} \cdot 12$$

Ответ : 234



2. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

Ответ : 28



3. Основания трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна $4\sqrt{2}$, а угол между ней и одним из оснований равен 135° . Найдите площадь трапеции.

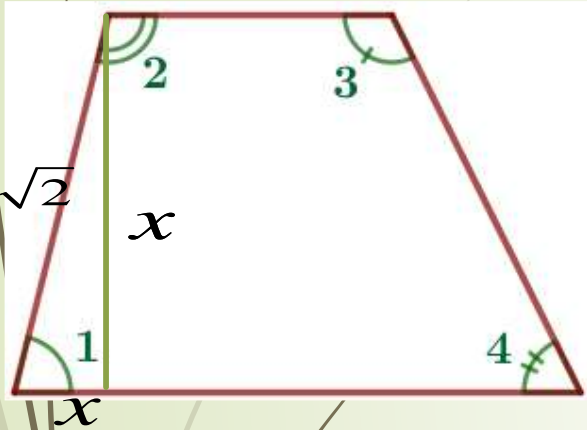
$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h \quad \angle 1 = 45^\circ$$

$$(4\sqrt{2})^2 = 2x^2$$

$$x = 4 \Rightarrow h = 4$$

$$S = \frac{12 + 18}{2} \cdot 4$$

Ответ : 60



4. Основания трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна 6, а синус угла между ней и одним из оснований равен $\frac{1}{3}$. Найдите площадь трапеции.

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$h = 2$$

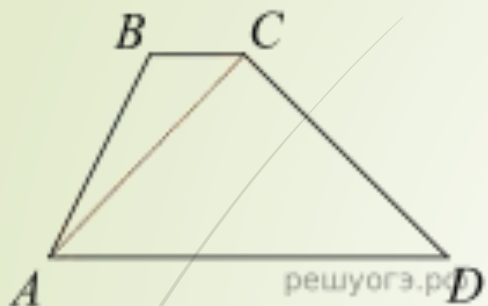
$$S = \frac{12 + 18}{2} \cdot 2$$

$$\frac{1}{3} = \frac{h}{6}$$

Ответ : 30



5. В трапеции $ABCD$ известно, что $AD=4$, $BC=1$, а её площадь равна 35. Найдите площадь треугольника ABC .



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$35 = \frac{1+4}{2} \cdot h$$

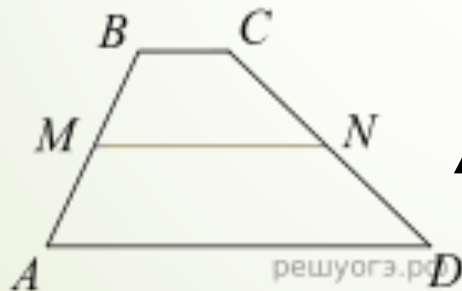
$$h = 14$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ah$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 14$$

Ответ : 7

6. В трапеции $ABCD$ известно, что $AD=5$, $BC=1$, а её площадь равна 51. Найдите площадь трапеции $BCNM$, где MN – средняя линия трапеции $ABCD$.



$$h = 17$$

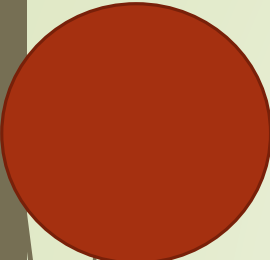
$$h_1 = \frac{17}{2}$$

$$l = 3$$

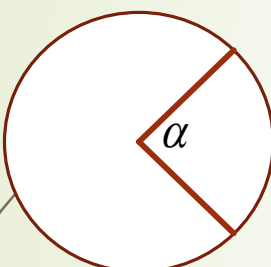
$$S_{BCNM} = \frac{1+3}{2} \cdot \frac{17}{2}$$

Ответ : 17


Круг и его части


$$S_{\text{круга}} = \pi r^2$$

$$l = \frac{\pi r^2}{180} \cdot \alpha$$


$$S_{\text{сектора}} = \frac{\pi r^2}{360} \cdot \alpha$$

1. Радиус круга равен 1. Найдите его площадь, деленную на π .


$$\frac{S_{\text{круга}}}{\pi} = \frac{\pi \cdot 1^2}{\pi}$$

$$S_{\text{круга}} = 1$$

2. Найдите площадь кругового сектора, если радиус круга равен 3, а угол сектора равен 120° . В ответе укажите площадь, деленную на π .

$$S_{\text{сектора}} = \frac{\pi r^2}{360} \cdot \alpha \quad S_{\text{сектора}} = \frac{\pi \cdot 3^2}{360} \cdot 120$$

$$S_{\text{сектора}} = \frac{\pi \cdot 9}{3}$$

Ответ : 3

3. Найдите площадь кругового сектора, если длина ограничивающей его дуги равна 6π , а угол сектора равен 120° . В ответе укажите площадь, деленную на π .

$$l = \frac{\pi r^2}{180} \cdot \alpha$$

$$6\pi = \frac{\pi r^2}{180} \cdot 120$$

$$r = 9$$

$$S_{\text{сектора}} = \frac{\pi \cdot 9^2}{360} \cdot 120$$

Ответ : 27

