

МБОУ Космодемьянская СОШ

ОТЭ - 2022
Решение задач № 22
9 класс

Учитель математики
Гордеева Марина Эвальдовна

Задание 1

1. Постройте график функции $y = -x^2 + 3|x|$ и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение. Функция определена для всех x , она чётная, так как для любого значения x из её области определения верно равенство $f(-x) = f(x)$.

Поэтому график функции симметричен относительно оси Oy .

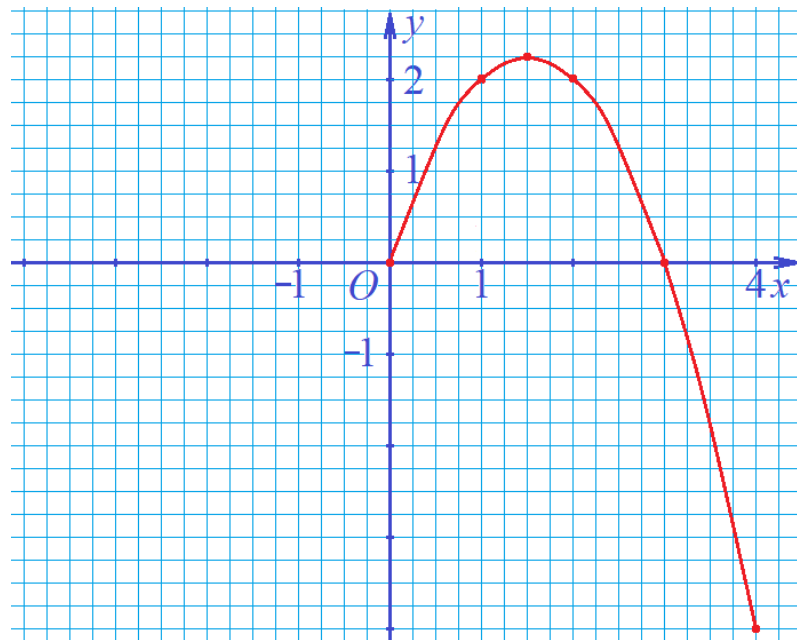
Задание 1

1. Постройте график функции $y = -x^2 + 3|x|$ и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с графиком ровно две общие точки.

...Сначала построим график для $x \geq 0$.

График функции — часть параболы $y = -x^2 + 3x$ с вершиной $(1,5; 2,25)$, проходящей через точки $(0; 0)$, $(1; 2)$, $(2; 2)$, $(3; 0)$, $(4; -4)$.

Теперь отразим построенный график относительно оси Oy .
Получим график исходной функции.



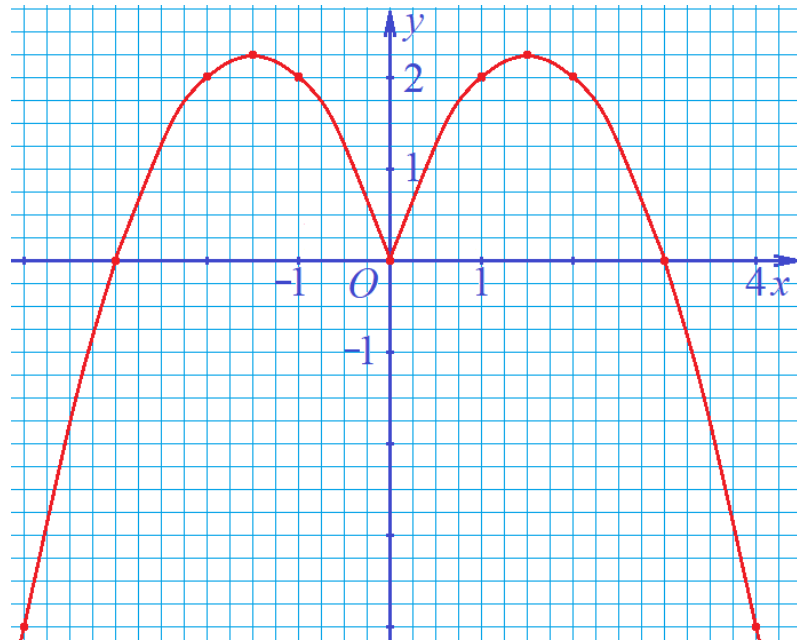
Задание 1

1. Постройте график функции $y = -x^2 + 3|x|$ и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с графиком ровно две общие точки.

...Сначала построим график для $x \geq 0$.

График функции — часть параболы $y = -x^2 + 3x$ с вершиной $(1,5; 2,25)$, проходящей через точки $(0; 0)$, $(1; 2)$, $(2; 2)$, $(3; 0)$, $(4; -4)$.

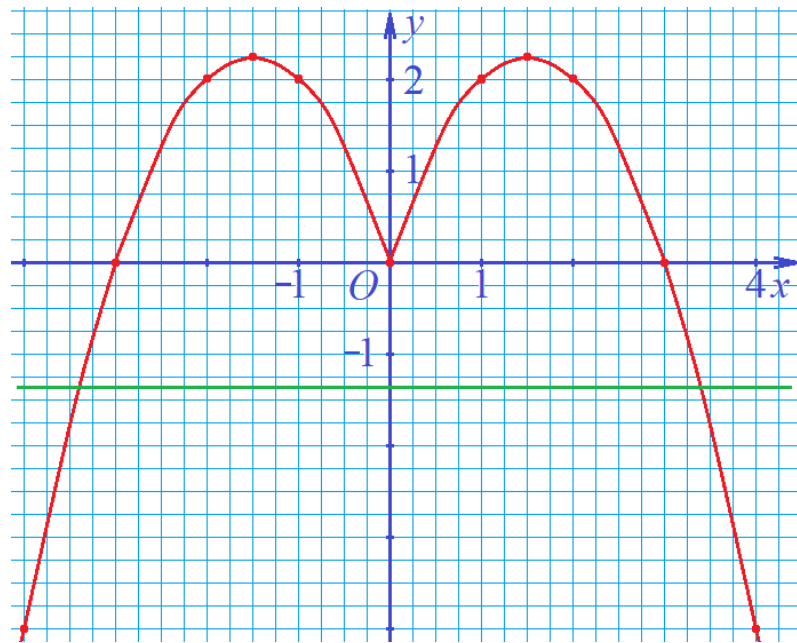
Теперь отразим построенный график относительно оси Oy .
Получим график исходной функции.



Задание 1

1. Постройте график функции $y = -x^2 + 3|x|$ и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с графиком ровно две общие точки.

...прямая $y = a$ имеет с графиком ровно две общие точки только в двух случаях: если $a < 0$

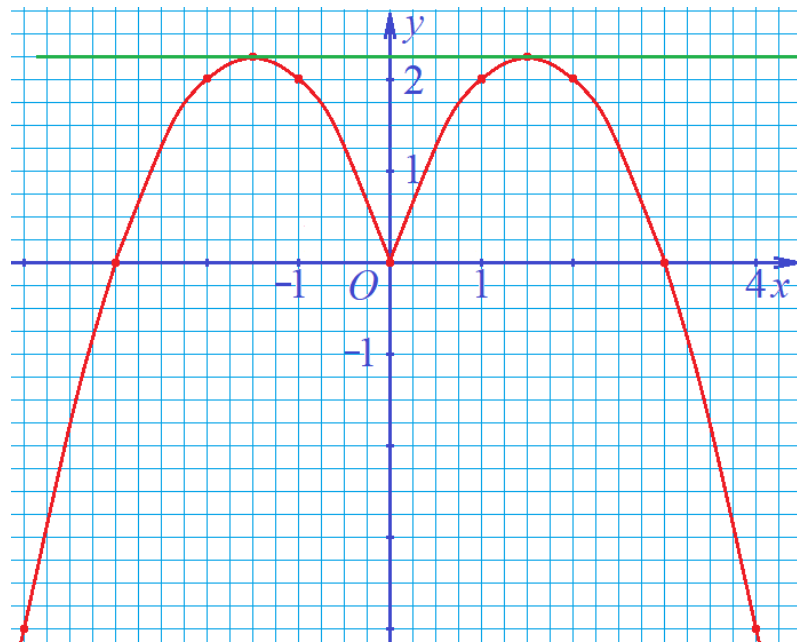


Задание 1

1. Постройте график функции $y = -x^2 + 3|x|$ и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с графиком ровно две общие точки.

...прямая $y = a$ имеет с графиком ровно две общие точки только в двух случаях: если $a < 0$ или если $a = 2,25$.

Ответ. $a < 0$, $a = 2,25$.



Задание 2

2. Постройте график функции $y = \frac{4|x|-1}{|x|-4x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение. Функция определена для всех x ,
кроме $x = -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}$.

Задание 2

2. Постройте график функции $y = \frac{4|x|-1}{|x|-4x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение. Функция определена для всех x , кроме $x = -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}$.
Данная функция чётная, так как для любого значения x из её области определения верно равенство $f(-x) = f(x)$.

Поэтому график функции симметричен относительно оси Oy .

Задание 2

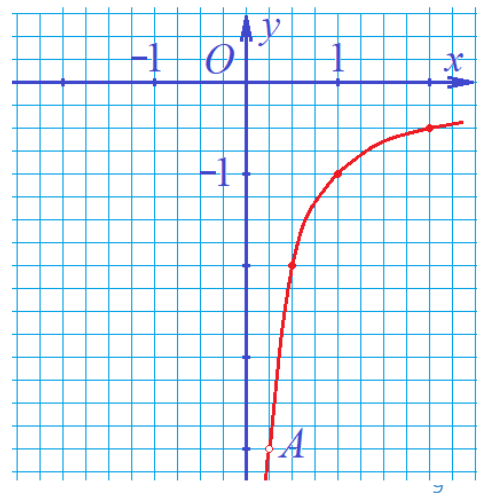
2. Постройте график функции $y = \frac{4|x|-1}{|x|-4x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

...Сначала построим график для $x > 0$.

$$\text{Если } x > 0, \text{ то } y = \frac{4|x|-1}{|x|-4x^2} = \frac{4x-1}{x(1-4x)} = \frac{-1}{x}.$$

Графиком функции для $x > 0$ является часть гиперболы $y = \frac{-1}{x}$ без точки $A\left(\frac{1}{4}; -4\right)$.

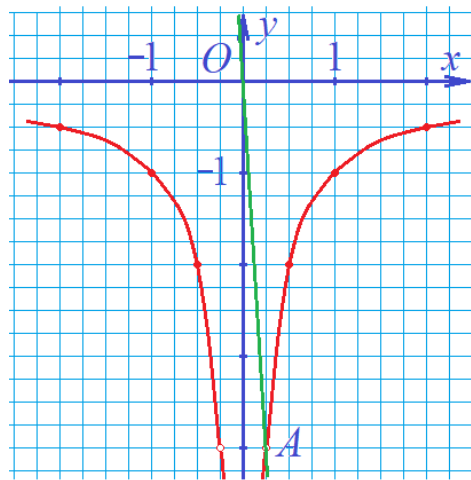
Теперь отразим построенный график относительно оси Oy . Получим график исходной функции.



Задание 2

2. Постройте график функции $y = \frac{4|x|-1}{|x|-4x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

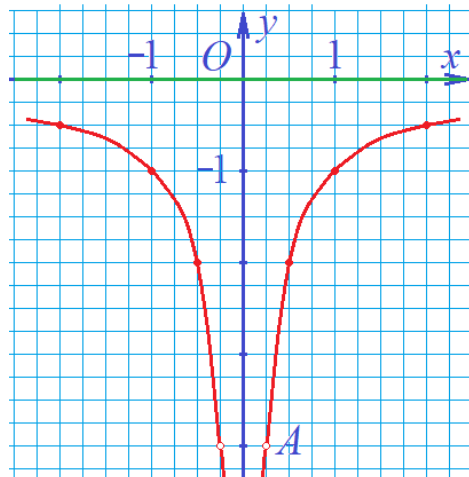
...Прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки лишь при $k = -16$,



Задание 2

2. Постройте график функции $y = \frac{4|x|-1}{|x|-4x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

...Прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки лишь при $k = -16$, $k = 0$,



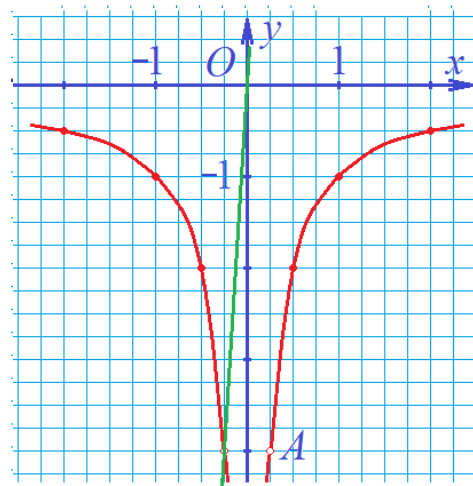
Задание 2

2. Постройте график функции $y = \frac{4|x|-1}{|x|-4x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

...Прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки лишь при $k = -16$, $k = 0$, $k = 16$.

Два значения k получили, подставив в уравнение $y = kx$ координаты точек $\left(\frac{1}{4}; -4\right)$ и $\left(-\frac{1}{4}; -4\right)$.

Ответ. $-16, 0, 16$.

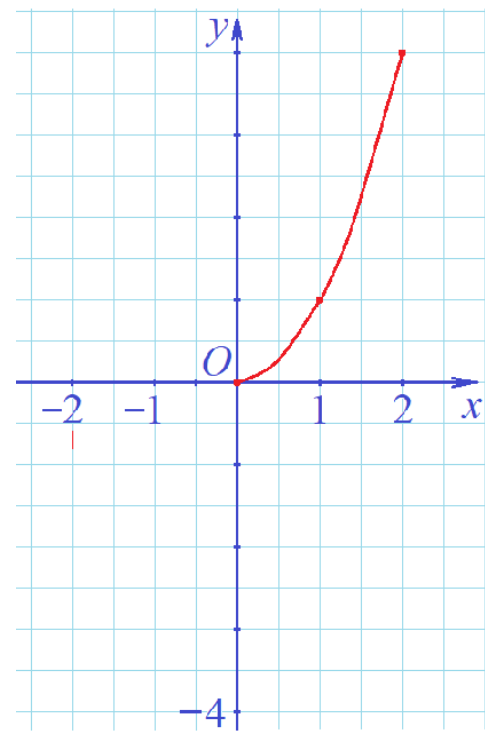


Задание 3

3. Постройте график функции $y = \frac{(x^2+x)|x|}{x+1}$ и определите, при каком значении c прямая $y = c$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение. Функция определена для всех x , кроме $x = -1$. Для каждого значения x из области определения функция задаётся формулой $y = \frac{(x^2+x)|x|}{x+1} = \frac{(x+1)x|x|}{x+1} = x|x|$.

Если $x \geq 0$, то $y = x^2$. График функции — часть параболы $y = x^2$.



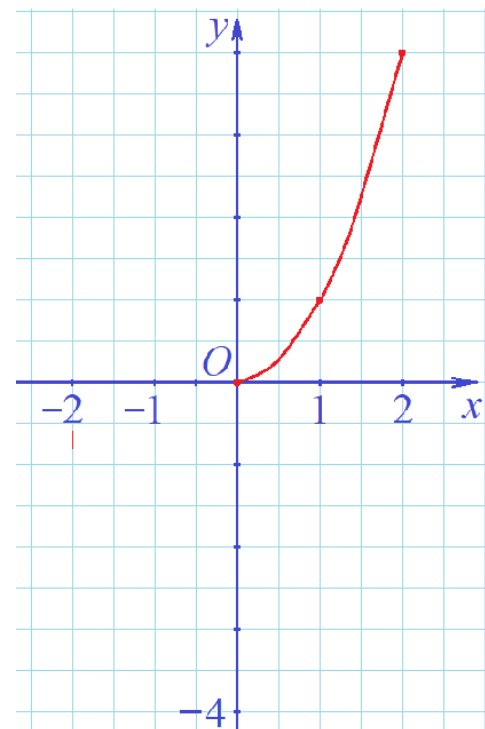
Задание 3

3. Постройте график функции $y = \frac{(x^2+x)|x|}{x+1}$ и определите, при каком значении c прямая $y = c$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение. Функция определена для всех x , кроме $x = -1$. Для каждого значения x из области определения функция задаётся формулой $y = \frac{(x^2+x)|x|}{x+1} = \frac{(x+1)x|x|}{x+1} = x|x|$.

Если $x \geq 0$, то $y = x^2$. График функции — часть параболы $y = x^2$.

Если $x < 0$, то $y = -x^2$. График функции — часть параболы $y = -x^2$ без точки $A(-1; -1)$.



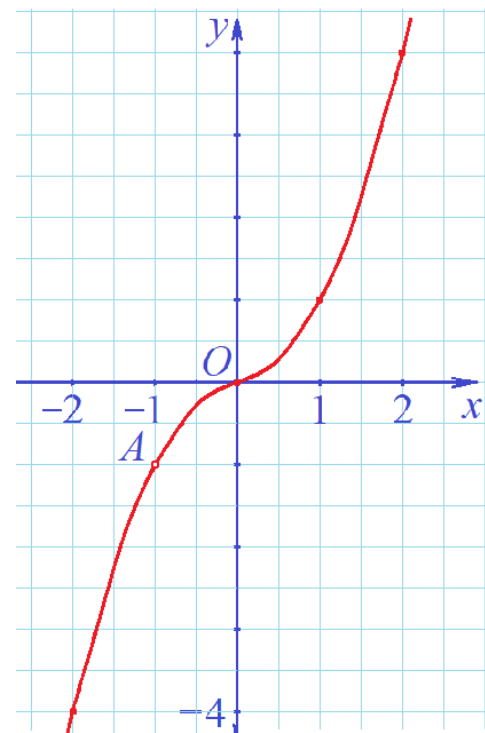
Задание 3

3. Постройте график функции $y = \frac{(x^2+x)|x|}{x+1}$ и определите, при каком значении c прямая $y = c$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение. Функция определена для всех x , кроме $x = -1$. Для каждого значения x из области определения функция задаётся формулой $y = \frac{(x^2+x)|x|}{x+1} = \frac{(x+1)x|x|}{x+1} = x|x|$.

Если $x \geq 0$, то $y = x^2$. График функции — часть параболы $y = x^2$.

Если $x < 0$, то $y = -x^2$. График функции — часть параболы $y = -x^2$ без точки $A (-1; -1)$.

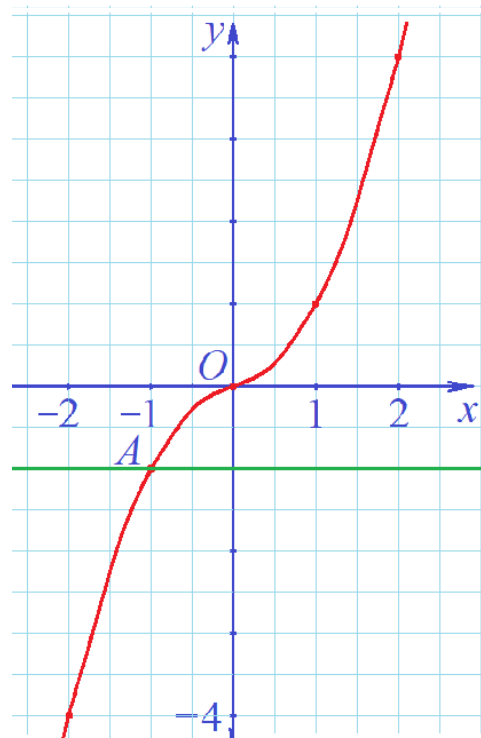


Задание 3

3. Постройте график функции $y = \frac{(x^2+x)|x|}{x+1}$ и определите, при каком значении c прямая $y = c$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

...Прямая $y = c$ не имеет с графиком ни одной общей точки лишь при $c = -1$.

Ответ. -1 .



Задание 4

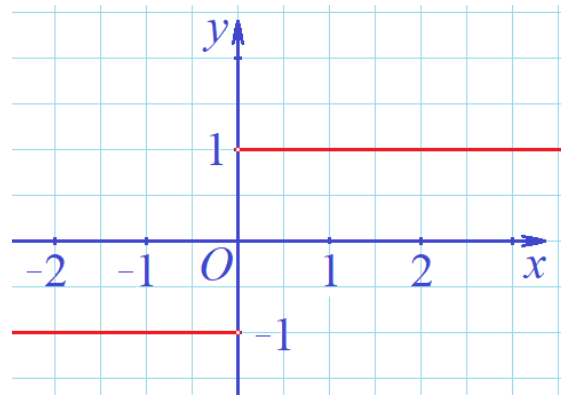
При каждом значении параметра k найдите число точек пересечения графиков функций $y = \frac{|x|}{x}$ и $y = kx$.

1) Построим график функции $y = \frac{|x|}{x}$.

Так как $x \neq 0$, то рассмотрим два случая.

Если $x > 0$, то $y = 1$, если $x < 0$, то $y = -1$.

График — **два луча** без начала.



Задание 4.

При каждом значении параметра k найдите число точек пересечения графиков функций $y = \frac{|x|}{x}$ и $y = kx$.

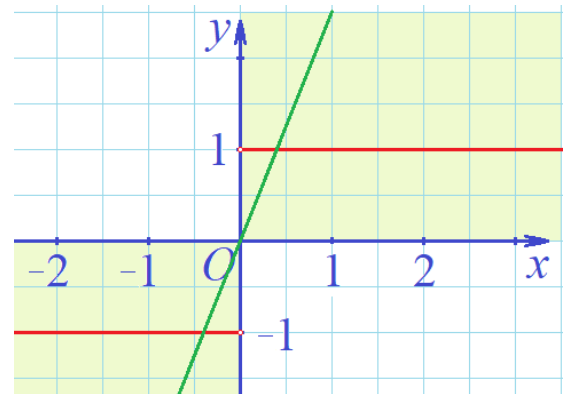
1) Построим график функции $y = \frac{|x|}{x}$.

Так как $x \neq 0$, то рассмотрим два случая.

Если $x > 0$, то $y = 1$, если $x < 0$, то $y = -1$.

График — **два луча** без начала.

2) Если $k > 0$, то прямая $y = kx$ пересекает график функции $y = \frac{|x|}{x}$ в двух точках.



Задание 4

При каждом значении параметра k найдите число точек пересечения графиков функций $y = \frac{|x|}{x}$ и $y = kx$.

1) Построим график функции $y = \frac{|x|}{x}$.

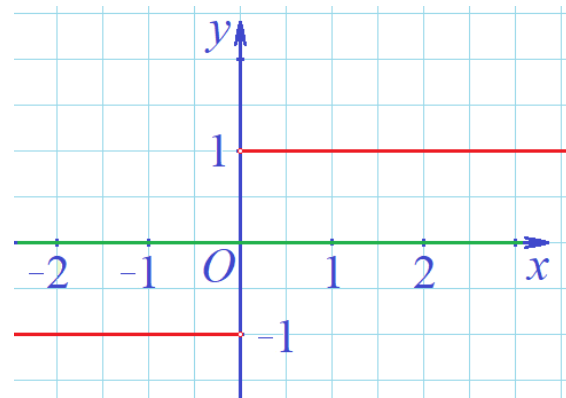
Так как $x \neq 0$, то рассмотрим два случая.

Если $x > 0$, то $y = 1$, если $x < 0$, то $y = -1$.

График — **два луча** без начала.

2) Если $k > 0$, то прямая $y = kx$ пересекает график функции $y = \frac{|x|}{x}$ в двух точках.

Если $k = 0$, то прямая $y = kx$ не пересекает график функции $y = \frac{|x|}{x}$.

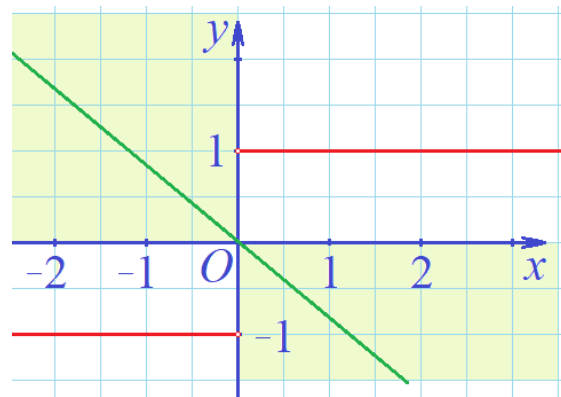


Задание 4

При каждом значении параметра k найдите число точек пересечения графиков функций $y = \frac{|x|}{x}$ и $y = kx$.

...Если $k < 0$, то прямая $y = kx$ не пересекает график функции $y = \frac{|x|}{x}$.

Ответ. Графики функций $y = \frac{|x|}{x}$ и $y = kx$ имеют две общие точки при $k > 0$ и не имеют общих точек при $k \leq 0$.



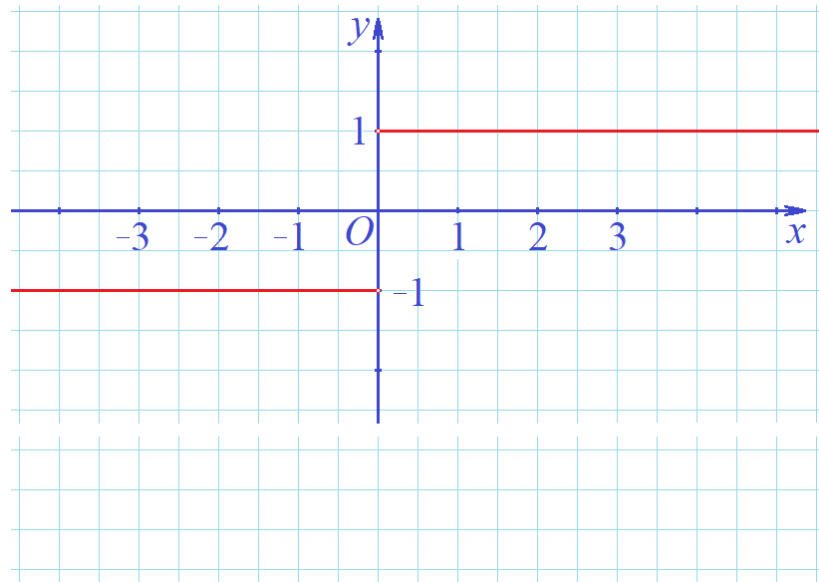
Задание 5

При каждом значении параметра a найдите число точек пересечения графиков функций $y = \frac{|x|}{x}$ и $y = |x - a| - 2$.

1) Построим график функции $y = \frac{|x|}{x}$ как в задании 1.

График — **два луча** без начала.

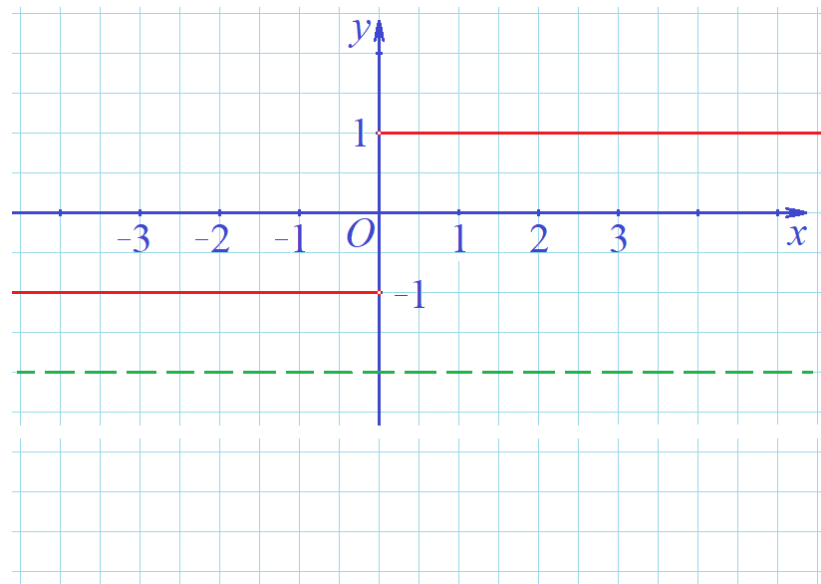
2) Построим график функции $y = |x - a| - 2$.



Задание 5

При каждом значении параметра a найдите число точек пересечения графиков функций $y = \frac{|x|}{x}$ и $y = |x - a| - 2$.

...Для этого график функции $y = |x|$ перенесём на $|a|$ единиц вправо, если $a > 0$ или влево, если $a < 0$. Полученный график перенесём на 2 единицы вниз. Вершина прямого угла с изменением значений a будет двигаться по прямой $y = -2$.



Задание 5

При каждом значении параметра a найдите число точек пересечения графиков функций $y = \frac{|x|}{x}$ и $y = |x - a| - 2$.

...3) Если $a = 3$, то графики пересекаются в одной точке.

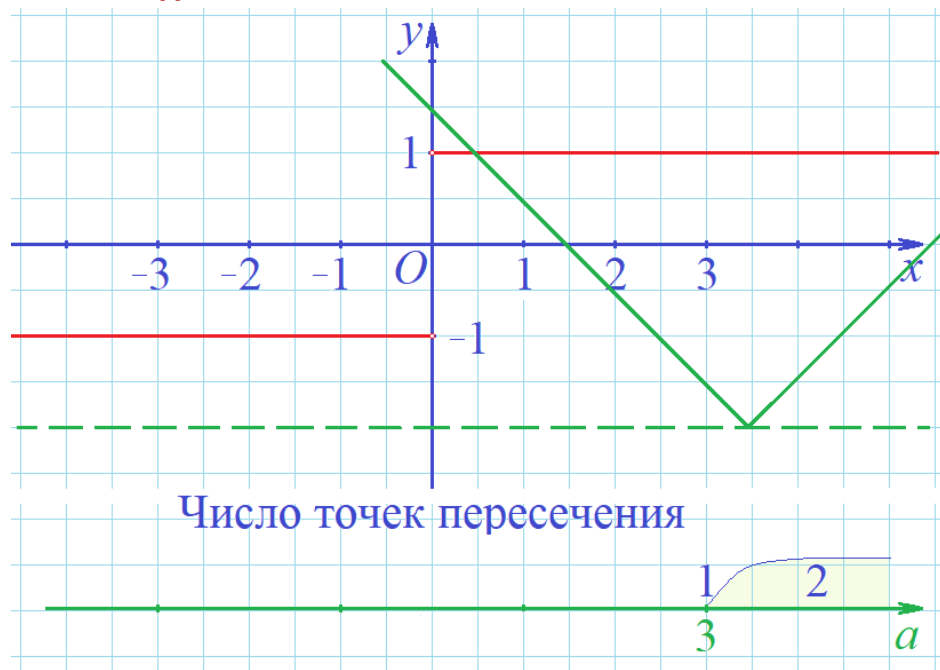


Задание 5

При каждом значении параметра a найдите число точек пересечения графиков функций $y = \frac{|x|}{x}$ и $y = |x - a| - 2$.

...3) Если $a = 3$, то графики пересекаются в одной точке.

Если $a > 3$, то графики пересекаются в двух точках.



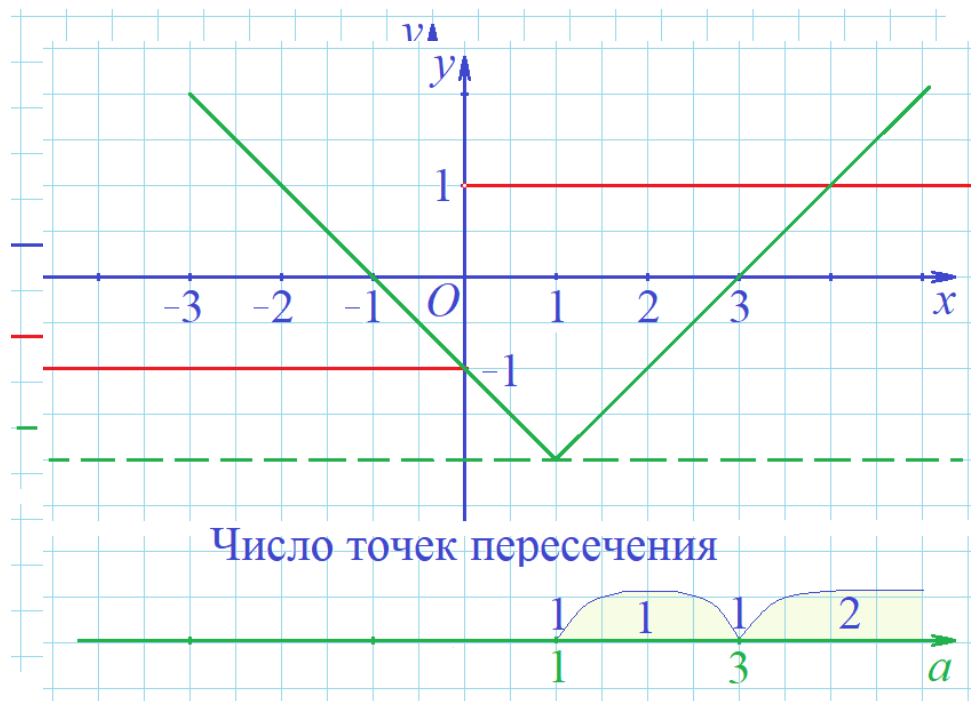
Задание 5

При каждом значении параметра a найдите число точек пересечения графиков функций $y = \frac{|x|}{x}$ и $y = |x - a| - 2$.

...3) Если $a = 3$, то графики пересекаются в одной точке.

Если $a > 3$, то графики пересекаются в двух точках.

Если $1 \leq a < 3$, то графики пересекаются в одной точке.



Задание 5

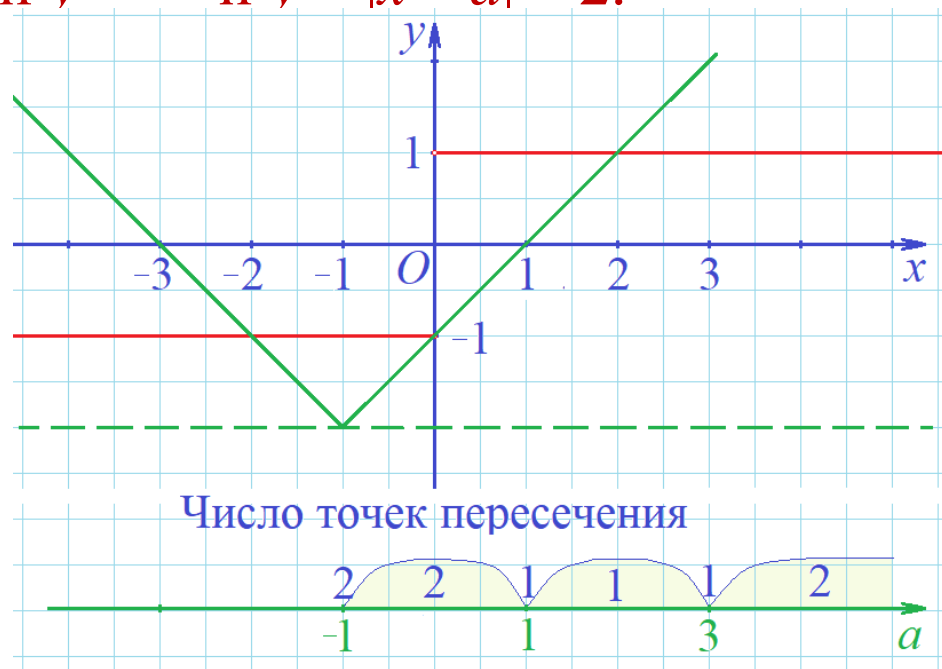
При каждом значении параметра a найдите число точек пересечения графиков функций $y = \frac{|x|}{2}$ и $y = |x - a| - 2$.

...3) Если $a = 3$, то графики пересекаются в одной точке.

Если $a > 3$, то графики пересекаются в двух точках.

Если $1 \leq a < 3$, то графики пересекаются в одной точке.

Если $-1 \leq a < 1$, то графики пересекаются в двух точках



Задание 5

При каждом значении параметра a найдите число точек пересечения графиков функций $y = \frac{|x|}{x}$ и $y = |x - a| - 2$.

...Если $-3 < a < -1$, то графики пересекаются в трёх точках.

