Proiect la tema „Metode de rezolvare a ecuaţiilor neliniare”

Lucrare Nr. 2 „Precizarea rădăcinii. Metoda Coardelor”

Elaborat: elevul clasei a XII-a „C”, Nume Prenume Elev: Burduja Alexander

Varianta 2

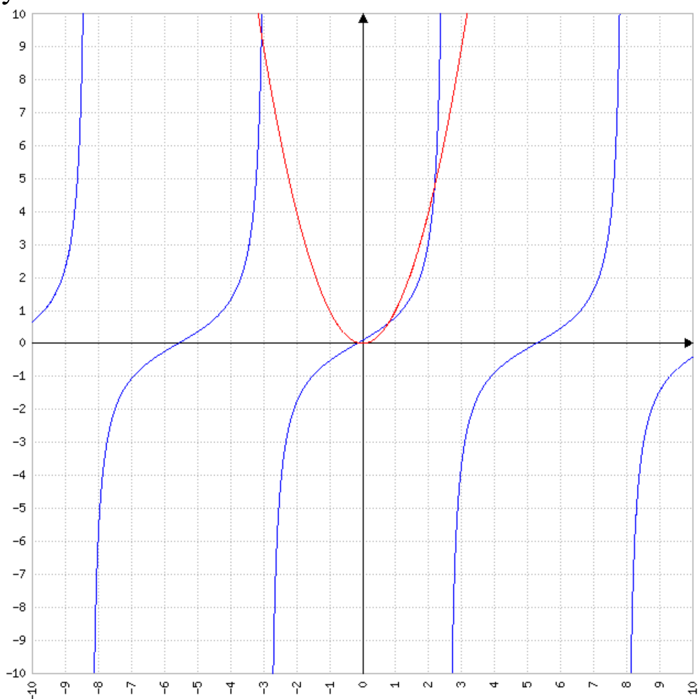
Ecuația I:
tg(0,58x+0,1)=x^2
Ecuația II: x^3 -6x-8=0

Scop lucrare:
- Verificare a posibilităţii aplicării metodelor în studiu pentru ecuaţiile propuse;
- Analiza ecuaţiilor propuse, rezolvarea analitică, grafică, alcătuirea programelor care realizează metodele în studiu;
- Estimarea erorilor metodelor în studiu (opţional).

Sarcini de realizat:
1) *De separat rădăcinile ecuaţiilor date în mod analitic şi de precizat una din ele prin metoda coardelor cu precizia* ε=0.001, *utilizând programul corespunzător;*
2) *De separat rădăcinile ecuaţiilor date în mod grafic şi de precizat una din ele prin metoda coardelor cu precizia* ε=0.001, *utilizând programul corespunzător;*

Realizarea separării grafice

y1 = tg(0,58x + 0,1)
y2 = x^2



x	0	0,5	1,0	1,5	2,0
y1= tg(0,58x+0,1)	0,1003	0,4110	0,8086	1,4592	3,113
y2 = x^2	0	0,25	1,0	2,25	4,0

La x = 1,0: $y_1 \approx 0,8086 < y_2 = 1,0 \rightarrow f(1,0) = y_1 - y_2 < 0$
La x = 1,5: $y_1 \approx 1,4592 < y_2 = 2,25 \rightarrow f(1,5) < 0$
La x = 2,0: $y_1 \approx 3,113 < y_2 = 4,0 \rightarrow f(2,0) < 0$

x	0,6	0,7	1,0
y1= tg(0,58x+0,1)	0,4805	0,5541	0,8086
y2 = x^2	0,36	0,49	1,0
f(x)= tg(0,58x+0,1) - x^2	+0,1205	+0,0074	-0,1913

Rădăcina se află în intervalul [0,7; 1,0] , deoarece $f(0,7) > 0$ și $f(1,0) < 0$.

f'(x) = 0,58·sec²(0,58x + 0,1) – 2x
f''(x) =0,58·sec²(0,58x + 0,1)·tg(0,58x + 0,1) – 2

Pe intervalul [0,7; 1,0], f''(x) < 0 (funcția este concavă).

f(0,7) = +0,0074
f(1,0) = −0,1913

n	x_n	1,0−x_n	0,58xn +0,1	tg(0,58x_n +0,1)	x_n^2	f(x_n)	f(1,0)−f(x_n)	h_n
0	0,7000	0,3000	0,5060	0,5566	0,4900	0,0666	−0,2346	−0,085
1	0,7850	0,2150	0,5553	0,6256	0,6162	0,0094	−0,1774	−0,011
2	0,7960	0,2040	0,5617	0,6347	0,6336	0,0011	−0,1691	−0,001
3	0,7970	0,2030	0,5623	0,6355	0,6352	0	—	0

Rădăcina aproximativă: x ≈ 0,797 cu precizia ε = 0,001

Realizarea separării analitice

f(x) = x³ -6x-8
f'(x) = 3x² -6
f''(x)=6x

x	-∞	−√ 2	0	√ 2	+∞
Semnul f(x)	-	-	-	-	+

Singura schimbare de semn este între *x*= √ 2 și *x*=+∞, deci o singură rădăcină reală.

f(2)=8−12−8=−12 (−)

f(3)=27−18−8=1(+)

Rădăcina se află în intervalul [2,3].

f''(x) = 6x

Pe intervalul [2;3]: f''(x) > 0 (convexă)
Pentru comoditate, *a=3*, *f(a)=1*, x_0=2, *f(x_0)=−12*

$$\text{Corecția} = \frac{f(a)\cdot(x_n - a)}{f(x_n) - f(a)}$$

$$x_{n+1} = x_n - \text{Corecția}$$

n	x_n	x_n^3	$6x_n$	$f(x_n)$	F(x_n)-f(a)	X_{n-a}	$\frac{f(a)\cdot(x_n-a)}{f(x_n)-f(a)}$	X_n+1=a-corectia
0	2	8	12	-12	-13	-1	0,076	2,923
1	2,923	25,006	17,538	-0,532	-1.532	-0,076	0,050	2,949
2	2,949	25,644	17,695	-0,052	-1.052	-0,050	0,048	2,951
3	2,951	25,704	17,708	-0,005	-1.005	-0,048	0,048	2,951

Corecția în ultimul pas se stabilizează, deci rădăcina este *x≈2.9515*
Rădăcina ecuației x³ - 6x – 8 = 0 este: x ≈ 2,9515 (cu precizia ε = 0,001)