语音信号处理第一周作业

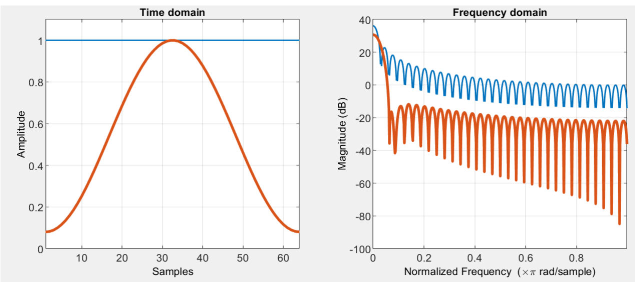
高文淼

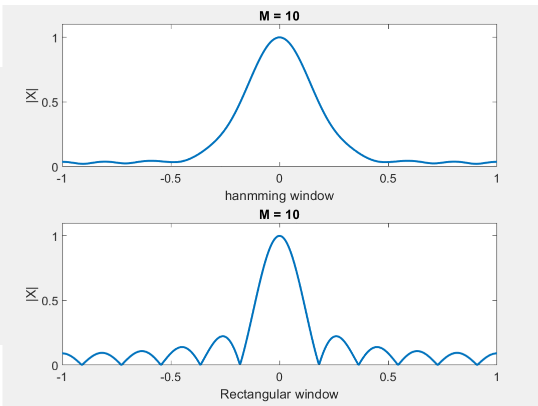
思考题1：请比较两种窗函数：矩形窗和汉明窗。在对语音信号进行分帧加窗的过程中，哪一种窗函数更好？请说明原因。

$$w_{rec}(n) = R_N(n)$$

$$w_{hamming}(n) = \left[0.54 - 0.46cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)\right] R_N(n)$$

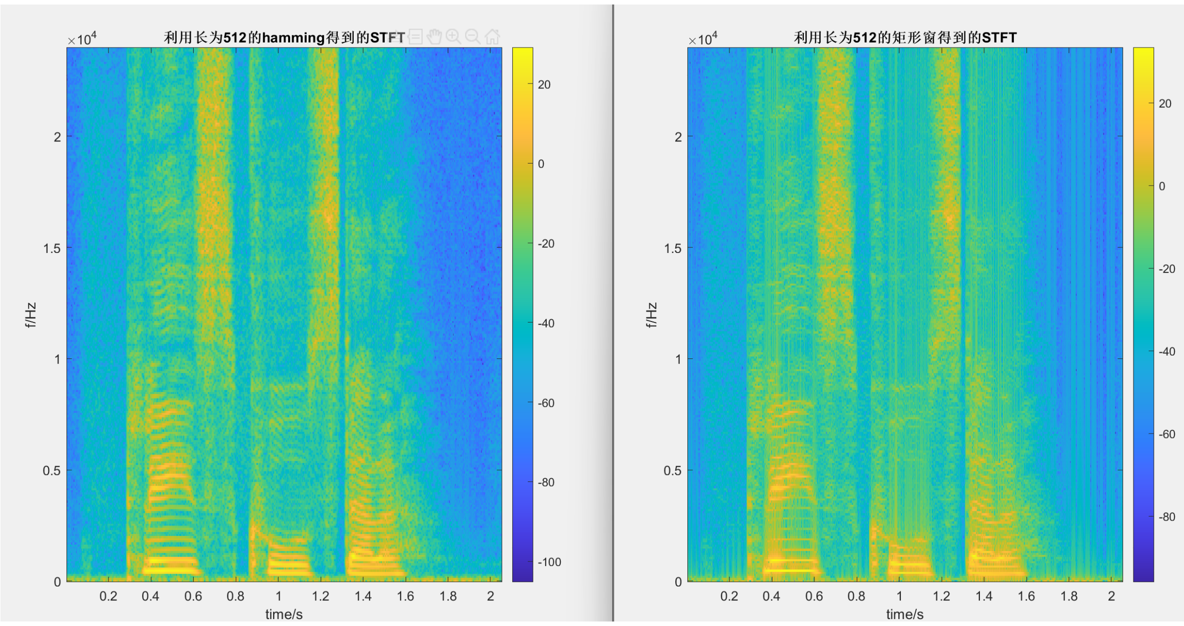
- 为什么要分帧加窗处理语音信号？
  - **为什么要分帧：** 答：因为一段完整的语音信号是非稳态信号，也就是说其统计特性是随着时间在变化的（信号均值和方差发生改变），但是在一个较短时间范围内（10ms~30ms）之间，语音信号特征值基本不变，可以将其视作为短时平稳的，所以处理语音信号第一步就是要将其分帧处理，并且为了使得帧与帧之间能够平滑过渡，不出现不连续性（保证信号能够重建），通常采用交叠分段的方法，即在相邻两帧之间有相互重叠的部分，这也就是所谓的 **短时傅里叶变换（STFT）** ，其是一个关于时间和频率的函数，并且其颜色深度代表每个功率上分布的能量不同，通过其可以观察到语音信号的语谱图。
  - **为什么要加窗：** 答：我们对信号进行截断分帧后，会产生某一频率的信号能量扩散到相邻频点的现象，即频谱泄露，因为截断函数是频带无限的函数，而语音信号是有限带宽的信号，所以会有这个现象。所以我们引入加权函数，即窗函数，来使得获得更接近真实频谱的信号，减少能量泄露。窗函数的要求：1、窗函数频谱的主瓣尽量窄，即能量尽可能集中在主瓣中，在频谱分析时能够获得较高的频率分辨率 2、旁瓣增益尽量小并且随频率增大尽快衰减，减小频谱分析时的泄露失真。
- 我们这里引入了矩形窗和汉明窗，其数学表达式分别为：
  - 矩形窗：$w(n) = \begin{cases} 1 & 0 \le n \le (N-1) \\ 0 & n = else \end{cases}$
  - 汉明窗：$w(n) = \begin{cases} 0.54 - 0.46cos[2\pi n/(N-1)] & 0 \le n \le (N) \\ 0 & n = else \end{cases}$





通过matlab自带的窗函数画图以及公式仿真幅频曲线可以看到，矩形窗的主瓣宽度小于汉明窗，频谱分辨率较高，但是旁瓣峰值较大，且衰减较慢，而汉明窗的主瓣宽度较宽，但其旁瓣衰减较大，并且有着平滑的低通特性，对于反应短时信号的频率特性更有优势。

尝试对于一个语音信号"**Please call Stella**" 分别运用矩形窗和汉明窗，其语谱图如下所示：



可以看到hamming窗处理过的语音信号得到的STFT域内的语谱图图像在低频范围内图像更为清晰和平滑（这里对于语谱图的解释不知道是否正确，请老师指正）故综上所述，在对语音信号进行分帧加窗的过程中，使用hamming窗更好。

思考题2：对于一个长度为N的实数序列 $x(n)$，离散傅里叶变换为 $X(k)$。
(1) 请写出 $X(0)$与 $X\left(\frac{N}{2}\right)$的值的表达式；
(2) 请证明$X(k)$的共轭对称性，即：

$$X(N-i)=X^*(i) \qquad 0<i<\frac{N}{2}$$

- 答：对于一个长度为N的实数序列$x(n)$，其离散傅里叶变换（DFT）得到的结果可以表示为：
  $X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_n^{nk}$，所以$X(0)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)$，
  $X(\frac{N}{2})=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-jn\pi}=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)(cos(n\pi)-jsin(n\pi))=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)(-1)^n$
- 答：$X(N-i)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{(N-i)n}$，而
  $$W_N^{(N-i)n}=e^{-j\frac{2\pi}{N}\cdot(N-i)\cdot n}=cos[\frac{2\pi}{N}\cdot(N-i)\cdot n]-jsin[\frac{2\pi}{N}\cdot(N-i)\cdot n]$$
  $$=cos(\frac{2\pi}{N}\cdot i\cdot n)+jsin(\frac{2\pi}{N}\cdot i\cdot n)=(W_N^{i\cdot n})^*$$
  即证，$X(N-i)=X^*(i)$

二、计算题

给定两个有限长序列：

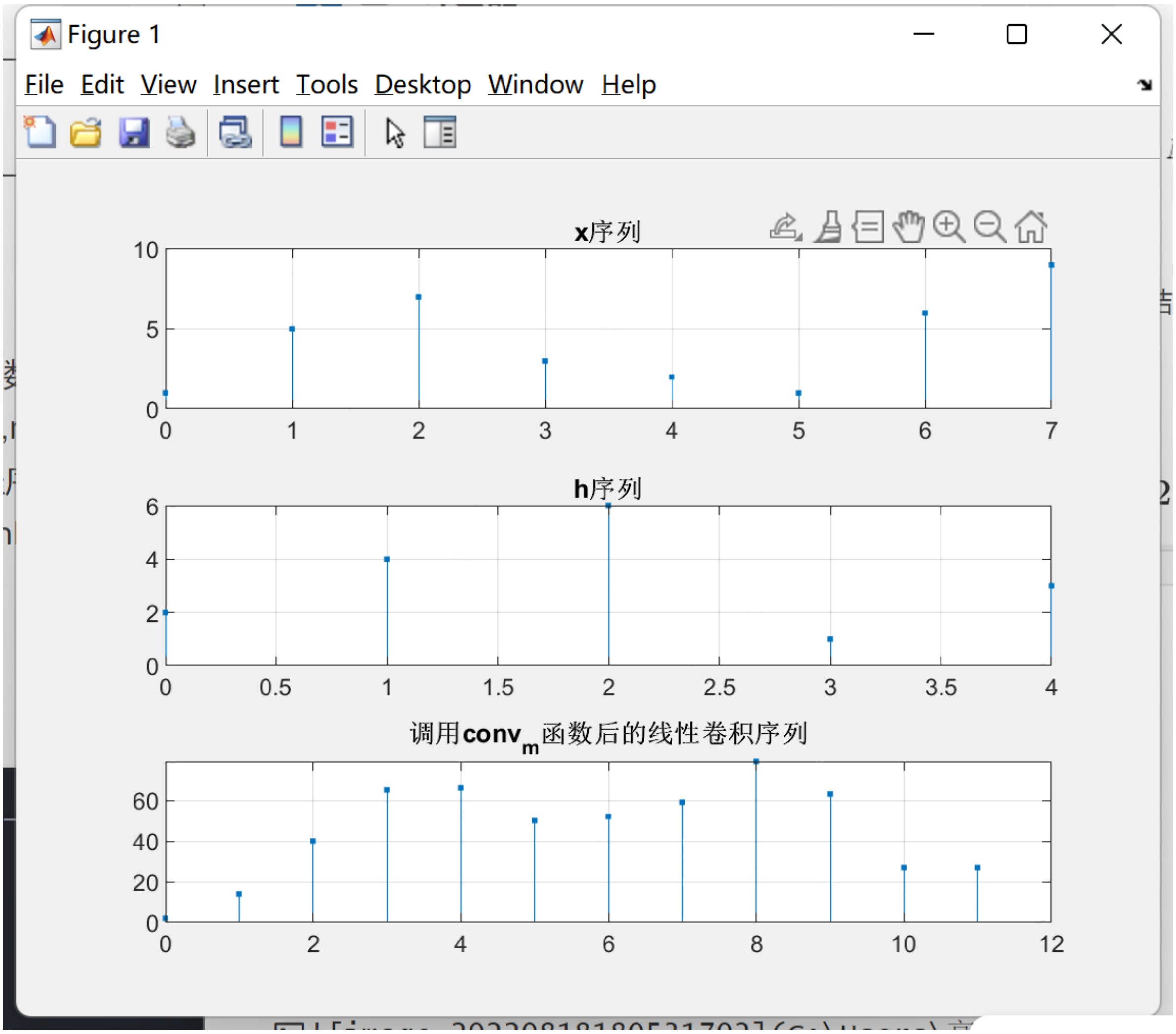
$$x_1(n)=\{1,\ 5,\ 7,\ 3,\ 2,\ 1,\ 6,\ 9\}\quad 0\leqslant n\leqslant 7\quad N_1=8$$

$$x_2(n)=\{2,\ 4,\ 6,\ 1,\ 3\}\quad 0\leqslant n\leqslant 4\quad N_2=5$$

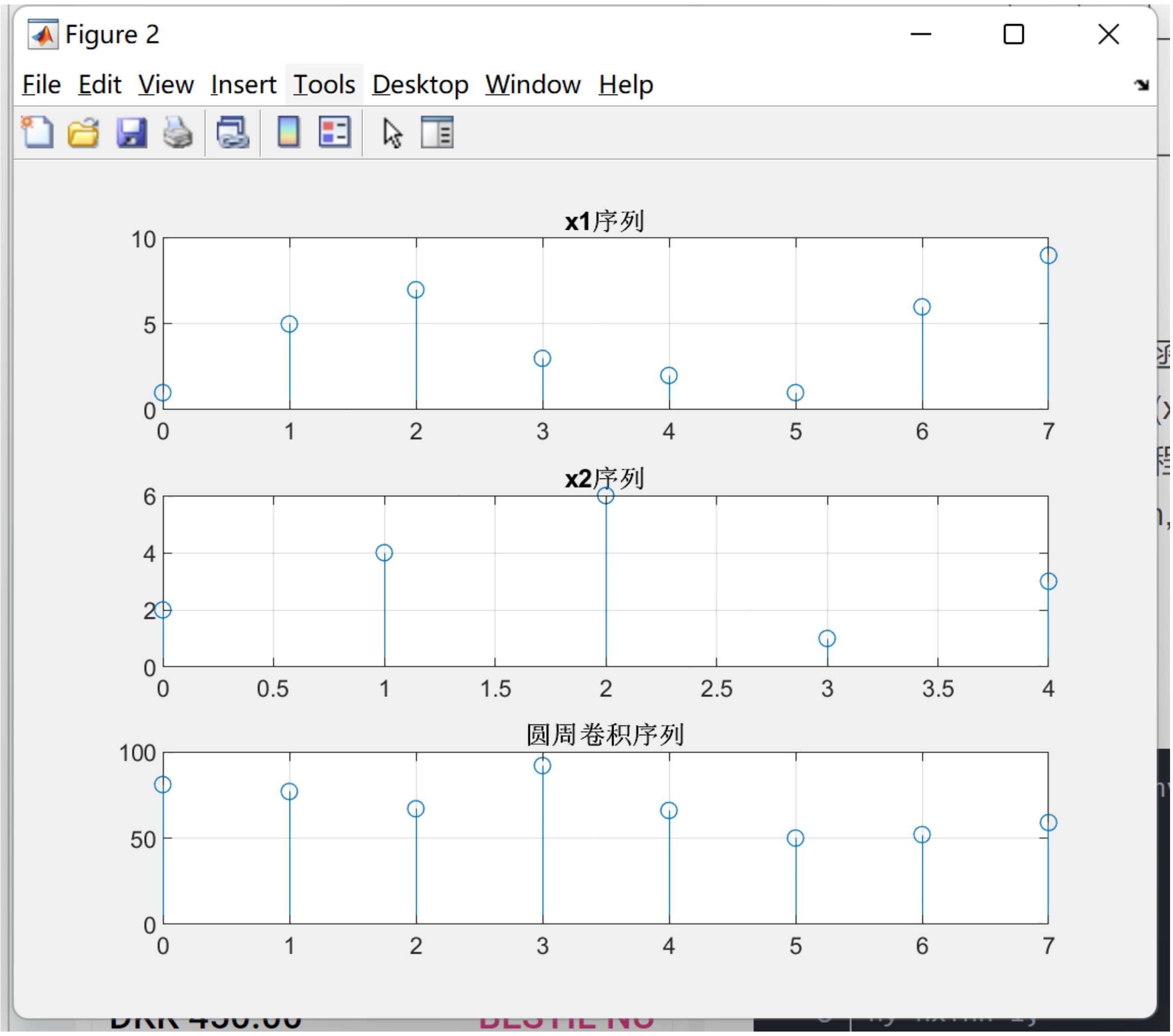
分别计算 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的线性卷积和圆周卷积（点数为8）结果，观察二者在哪些位置具有相同的值。

答：线性卷积：$y=[2,14,40,65,66,50,52,59,79,63,27,27]$

```
Command Window

>>
>> y'

ans =

     2    14    40    65    66    50    52    59    79    63    27    27

fx >>
```



圆周卷积：$y2=[81,77,67,92,66,50,52,59]$



在5,6,7,8处有相同的值。