

Magnetismus

Alexander Helbok*, Clemens Bein†

9. Februar 2023

Zusammenfassung

Ziel des Versuch ist es, Magnetfelder besser zu verstehen. Dies geschieht quantitativ durch das Ausmessen des Erdmagnetfeldes das von einem Strom erzeugten Magnetfeld und qualitativ über die Analyse von einem Elektromotor. Wir kommen zum Schluss, dass wir quantitativ die Theorie bestätigen, die systematischen Fehler aber zu groß sind, um qualitative Aussagen treffen zu können.

*alexander.helbok@student.uibk.ac.at

†clemens.bein@uibk.ac.at

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	1
2.1	Trigonometrische Überlegungen	1
2.2	Einführung in die Elektrodynamik	1
2.3	Statistische Grundlagen	2
3	Aufbau und Methoden	3
3.1	Stärke und Inklinationswinkel des Erdmagnetfelds	3
3.2	Elektromotor	3
3.3	Stromdurchflossener Leiter	4
4	Ergebnisse	5
4.1	Stärke und Inklinationswinkel des Erdmagnetfeld	5
4.2	Elektromotor	6
4.3	Stromdurchflossener Leiter	6
5	Diskussion und Schlussfolgerung	8

1 Einleitung

Der Elektromagnetismus ist eine der vier fundamentalen Wechselwirkungskräfte des Universums. Aus den Vieren ist es aber die einzige Kraft, welche sowohl in der klassischen Physik als auch in der Quantentheorie ihren Nutzen hat. So kommt es, dass elektrische und magnetische Wechselwirkungen nicht nur in fast allen Bereichen der Physik vertreten sind, sondern auch für unseren Alltag unabdingbar sind. Das Verständnis dieser Kraft und ihre Folgen sind deshalb von großem Interesse und werden mittels Experimente im folgenden Bericht untersucht.

Dafür werden in Abschnitt 2 die dafür benötigten physikalischen und statistischen Grundlagen aufgezeigt. Daraufhin wird in Abschnitt 3 der Aufbau und die Vorgehensweise der einzelnen Versuche beschrieben. In Abschnitt 4 werden die Ergebnisse der drei Versuche dargestellt und zum Schluss werden die gewonnenen Erkenntnisse diskutiert.

2 Theorie

Im nachfolgenden Kapitel wird auf die theoretischen Grundlagen des Versuches eingegangen.

2.1 Trigonometrische Überlegungen

Der Betrag eines Vektorfeldes in kartesischen Koordinaten lässt sich mit dem Satz vom Pythagoras als Wurzel der Quadratsummen anschreiben und schaut wie folgt aus

$$|\vec{B}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \quad (1)$$

, wobei B_i die kartesischen Komponenten des Vektorfeldes darstellen.

Betrachtet man den Winkel zwischen einer Ebene und einem Vektorfeld, lässt sich das über das Skalarprodukt zwischen dem Vektorfeld und dessen Projektion auf die Ebene bewerkstelligen. Dieser Ausdruck lässt sich vereinfachen, wenn man das Koordinatensystem so dreht, dass eine Komponente des Vektorfeldes 0 wird. Setzt man zum Beispiel die y-Komponente auf 0, erhält man für den Winkel

$$\theta = \arctan\left(\frac{B_z}{B_x}\right) \quad (2)$$

2.2 Einführung in die Elektrodynamik

Alle in diesem Abschnitt beschriebenen Konzepte lassen sich im Kapitel 3 vom Demtröder nachlesen [1]. Ein großer Teilbereich der Physik stellt die Elektrodynamik dar, welche sich mit der Studie von Ladungen in elektrischen und magnetischen Feldern beschäftigt. Von zentraler Bedeutung ist hierbei die Lorentzkraft

$$\vec{F}_L = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \quad (3)$$

, die eine bewegte Ladung q mit Geschwindigkeit \vec{v} in einem elektrischen Feld \vec{E} , sowie magnetischen Feld \vec{B} verspürt. To note! ist hier, dass der Betrag von E-Feld immer parallel zu den Feldlinien verläuft, während das B-Feld eine Kraft erzeugt, welche normal auf die Feldlinien (und die Geschwindigkeit der Ladung) steht. Die tatsächliche Richtung der Lorentzkraft kann man sich dann mit der Rechten-Hand-Regel herleiten, wobei der Daumen \vec{v} , der Zeigefinger \vec{B} und der Mittelfinger \vec{F}_L repräsentiert.

Das Vorzeichen der Kraft wird (mitunter) durch die Ladung bestimmt, was in Stromkreisen zu Verwirrung führen kann. In diesem Bericht wird die technische Stromrichtung gewählt, sodass die Ladungsträger in einem Kabel positiv sind und der Strom somit vom Pluspol zum Minuspol fließt.

Betrachtet man einen elektrischen Strom in einem Leiter und setzt man $q\vec{v} = I\vec{l}$ man erhält für den zweiten Teil der Lorentzkraft

$$\vec{F}_L = I(\vec{l} \times \vec{B}) \quad (4)$$

Hierbei ist I die Durchflussrate der Ladungen und \vec{l} der Längenvektor des Leiters.

Mit dem Biot-Savart Gesetz lässt sich das von einem Strom erzeugte Magnetfeld über ein Kurvenintegral ausdrücken und sieht folgendermaßen aus

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C \frac{I}{|\vec{r}|^3} d\vec{l} \times \vec{r} \quad (5)$$

, mit dem differentiellen Längenelement $d\vec{l}$, dem Ortsvektor \vec{r} und der magnetischen Feldkonstante μ_0 . Wählt man für die Kurve C einen Kreis und schaut man sich nur den Absolutbetrag des Magnetfeldes an, vereinfacht sich das Integral zu

$$|\vec{B}(r)| = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{r} = k\tilde{r} \quad (6)$$

wobei der konstante Vorfaktor durch $k := \frac{\mu_0 I}{2\pi}$ ersetzt wurde. Da man aus Geraden leichter Werte, wie die Steigung ablesen kann, wurde $\tilde{r} := 1/r$ eingeführt.

2.3 Statistische Grundlagen

Hier werden kurz die Methoden erwähnt, welche für die statistische Aufbereitung der Daten essentiell sind.

Das Arithmetische Mittel, auch Mittelwert oder Durchschnitt genannt, ist das wohl meist verwendete Werkzeug der Statistik. Es lässt sich sowohl für „exakte“, als auch für fehlerbehaftete Daten definieren. Im ersten Fall spricht man von einem ungewichteten Mittelwert und man schreibt

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (7)$$

mit \bar{x} als Mittelwert von N Daten [2].

Sind die Daten Fehlerbehaftet (mit Fehler α_i) muss man diesen Berücksichtigen und erhält

$$\bar{x} = \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{\alpha_i^2} \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\alpha_i^2} \quad (8)$$

Haben alle Daten aber den selben Fehler, kürzt sich dieser weg und man landet wieder bei Gleichung (7). [2, S. 50] Aus diesem Grund wird in diesem Versuch großteils der ungewichtete Mittelwert angewandt, obwohl alle Daten fehlerbehaftet sind.

Die Standardabweichung ist ein direktes Maß für die Verteilung der Daten und gibt an, wie weit die Daten im Mittel vom Durchschnitt abweichen. Sie berechnet sich wie folgt

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (9)$$

Wir dividieren hier durch $N - 1$, da der Mittelwert, der in der Berechnung der Standardabweichung herangezogen wird, die N Freiheitsgrade der N Daten um einen reduziert [2].

Die Kombination der Unsicherheiten von fehlerbehafteten Messdaten erfolgt mittels der Gaußschen Fehlerpropagation. Diese stellt einen Zusammenhang zwischen dem Fehler der Größe $Z(x_i)$, welche von x_i Variablen abhängt, und den partiellen Ableitungen nach x_i her. In allgemeiner Form sieht die Formel wie folgt aus

$$\alpha_Z = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial Z}{\partial x_i} \alpha_{x_i} \right)^2} \quad (10)$$

mit α_{x_i} als Fehler der einzelnen Größen, von denen Z abhängt [2]. Oft wird für α_{x_i} die Standardabweichung aus Gleichung (9) verwendet, das muss aber nicht der Fall sein. Die Propagation von Fehlern erfolgt in diesem Versuch automatisch und wird im Hintergrund gehalten.

3 Aufbau und Methoden

In diesem Kapitel wird der Aufbau der drei Einzelversuchen erläutert

3.1 Stärke und Inklinationswinkel des Erdmagnetfelds

Um systematische Fehler in den Messdaten zu vermeiden, muss als erstes sichergestellt werden, dass sich im Umkreis von circa 1 m des Tisches keine metallischen Objekte befinden, da diese das Magnetfeld der Erde verzerrern können. Danach lässt sich der Hall-Effekt Sensor im IOLab über die Software kalibrieren. Um die Berechnung des Inklinationswinkel zu vereinfachen, muss das IOLab am Tisch so ausgerichtet werden, dass eine Komponente des gemessenen Magnetfeldes im Rahmen der Unsicherheit mit 0 vereinbar ist. Ist der Hall-Effekt Sensor so ausgerichtet, dass eine kartesische Komponente 0 ist (und somit die beiden Anderen im Betrag maximal sind) kann man die eigentliche Ausmessung vom Inklinationswinkel und Betrag des Erdmagnetfeldes durchführen.

3.2 Elektromotor

Für diesen Versuch werden eine AA Batterie, eine Spax-Schraube, ein Permanentmagnet und ein Kabel benötigt. Auf den Permanentmagneten wird die (am besten ferromagnetische und auf jeden Fall Stromleitende) Schraube gestellt, dessen Spitze als Drehachse fungiert. Auf die Schraubenspitze balancieren wir eine Batterie. Das andere Ende der Batterie verbinden wir mit einem Kabel mit dem Magneten. Hierbei ist wichtig, das Kabel am äußeren Rand des Magneten anzuschließen, da es sonst zu keiner Rotation der Batterie kommt.

Je nach Ausrichtung des Magneten geht das Magnetfeld in die positive oder negative z-Richtung und je nach Ausrichtung der Batterie fließt der Strom von der Batterie über das Kabel in den Magneten oder umgekehrt (das Koordinatensystem wurde so gelegt, dass der Strom in der xz-Ebene fließt). Wir haben also vier verschiedene Konfigurationsmöglichkeiten mit zwei unterschiedliche Beobachtungen, eine Drehung in und gegen den Uhrzeigersinn. In Abbildung 1 ist der Versuchsaufbau (links), sowie die möglichen Konfigurationsarten (rechts) dargestellt.

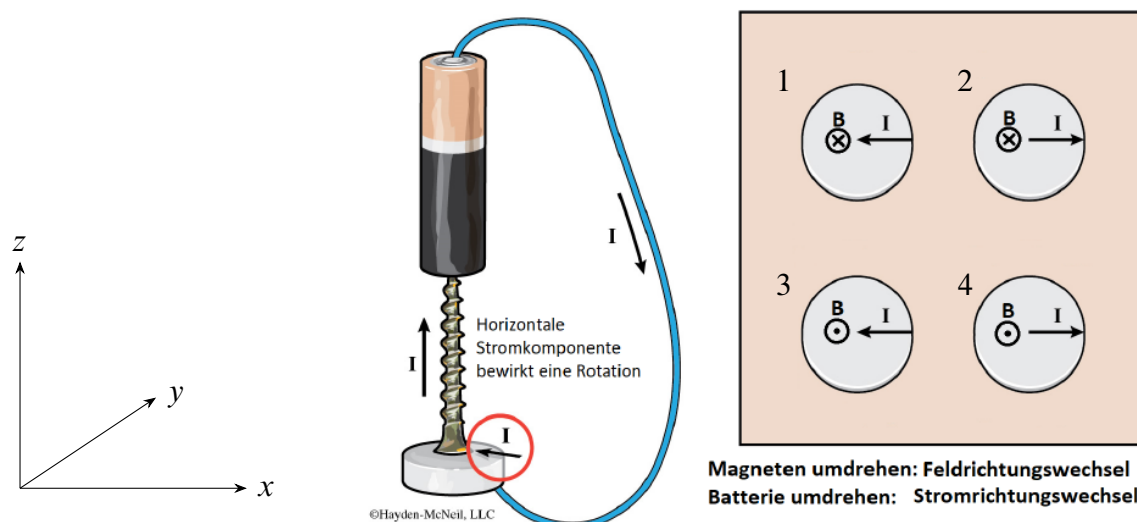


Abbildung 1: Links: Versuchsaufbau des Batteriemotors. Auf einen Permanentmagneten wird über eine Schraube eine Batterie gestellt, welche über ein Kabel wieder mit dem Magneten in der Basis verbunden ist. Rechts: möglichen Konfigurationsarten des Versuchs mit eingezeichnetem Strom und Magnetfeld. Graphik entnommen aus [3]

3.3 Stromdurchflossener Leiter

In diesem Versuch wird das Magnetfeld eines langen geraden Leiters gemessen, um auf den Kurzschlussstrom zurückzuschließen. Dazu wird eine frische AA Batterie, ein Kabel (unseres hatte eine Länge von $d = 2.97(1)$ m) und ein Stück Papier benötigt. Zuerst wird unter Spannung ein ungefähr 15 cm langes Stück des Kabels mit Klebeband am Tisch befestigt. Daraufhin wird auf einem Papier eine Skala mit elf Markierungen in 1 cm Abständen eingezeichnet und unter den gespannten Leiter geschoben, wobei der erste Strich unter dem Kabel sein sollte. In Abbildung 2 ist links der Versuchsaufbau aus der Vogelperspektive dargestellt und rechts von der Seite, mit eingezeichneten Distanzen.

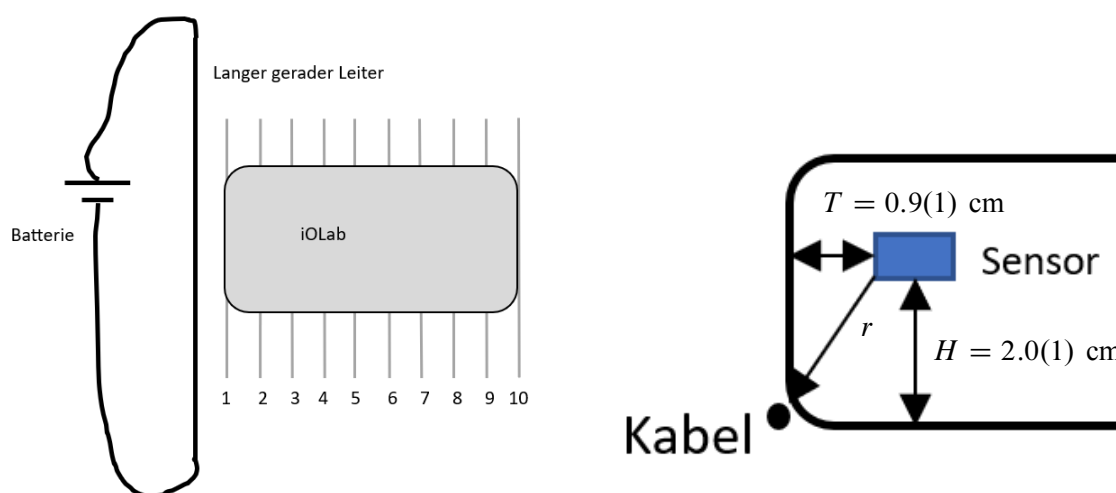


Abbildung 2: Links: Top-down View der Messvorrichtung. Rechts: Seitenansicht mit relevanten Distanzen zwischen Kabel und Sensor.

Jetzt wird die Batterie für etwa 2 Sekunden kurzgeschlossen, sodass Strom fließt, sodass das vom Strom erzeugte Magnetfeld über das IOLab aufgezeichnet werden kann. Daraufhin wird das IOLab auf den nächsten Strich gesetzt (also um 1 cm verschoben). Dieser Prozess wird insgesamt 10 Mal wiederholt.

4 Ergebnisse

Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse der Ausmessung des Erdmagnetfeldes, sowie die Bestimmung der Polarität eines Permanentmagneten und die Berechnung eines Stromes in einem Leiter. Alle Fehlerangaben beziehen sich auf statistische Fehler; Systematische werden gegebenenfalls separat diskutiert.

4.1 Stärke und Inklinationswinkel des Erdmagnetfeld

Die Messung des Erdmagnetfeldes wurde über den Magnetsensor des IOLabs gemacht und lief für etwas mehr als 30 s. Wie in Unterabschnitt 3.1 beschrieben, wurde das IOLab so ausgerichtet, dass eine Komponente . In Abbildung 3 sind die aufgezeichneten Magnetfelddaten auf die Zeit aufgetragen. Hier sieht man, dass das IOLab so ausgerichtet wurde, dass die B_y Komponente normal auf das Magnetfeld steht (und daher keinen Beitrag misst).

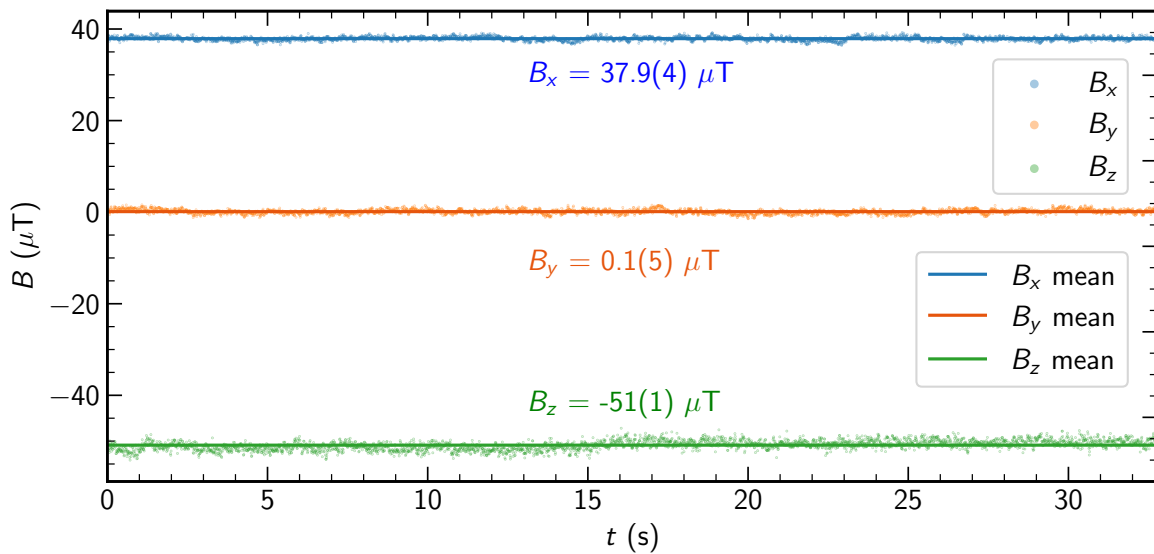


Abbildung 3: Das gemessene Magnetfeld in die drei kartesischen Raumrichtungen farblich unterscheidbar auf die Zeit aufgetragen. Der Mittelwert der Daten wird als durchgezogene Linie dargestellt.

Es wurde für jede Komponente der Mittelwert gebildet und der Fehler auf die Standardabweichung gesetzt, da dann (per Definition) zwei Drittel der Daten innerhalb des 1σ Intervalls liegen.

Man erhält für die drei kartesischen Komponenten des Erdmagnetfeldes

$$B_x = 37.9(4) \mu\text{T} \quad B_y = 0.1(5) \mu\text{T} \quad B_z = -50.9(1.0) \mu\text{T} \quad (11)$$

. Daraus lässt sich jetzt mit Gleichung (1) und Gleichung (2) die Stärke und Inklinationswinkel des Erdmagnetfeldes berechnen und man erhält folgende Werte

$$|\vec{B}| = 63.4(9) \mu\text{T} \quad \theta = 53.3(6)^\circ \quad (12)$$

. Vergleicht man diese Werte mit Literaturwerten [4]

$$|\vec{B}| = 48.40(15) \mu\text{T} \quad \theta = 63.5(2)^\circ \quad (13)$$

erkennt man, dass unsere gemessenen Werte signifikant abweichen. Das liegt wahrscheinlich daran, dass am Versuchsort eine Vielzahl an metallische Objekte vorhanden waren, die Magnetfelder beeinflussen oder sogar selber erzeugen. Der Versuch wurde nämlich in einem Gebäude aus Stahlbeton durchgeführt, in einem Raum voller Elektronik und oberhalb Labore, in welchen Experimente mit elektrischen und Magnetische Felder durchgeführt werden. Es kommt daher zu systematischen Abweichungen, die verringert werden können, indem man die Messung fern von metallischen Objekten wiederholt.

4.2 Elektromotor

In diesem Versuch wurde

Anhand der Stromrichtung und der Drehung kann man auf die Richtung des Magnetfeldes schließen, da auf die bewegten Ladungsträger (der Strom) die Lorentz Kraft wirkt und die Batterie zum Drehen bringt. Das Vorzeichen der Ladungsträger spielt keine Rolle, da sich dann neben dem Vorzeichen von q auch die Flussrichtung ändern würde, was sich wegekürzt. Man kann mit diesem Experiment also nicht herausfinden, welches Vorzeichen die Ladungsträger des elektrischen Stromes haben. Der Versuch wurde viermal durchgeführt und die Ergebnisse sind in Tabelle 1 eingetragen. Die Strom- und Drehrichtung wurden beobachtet, woraus sich die Magnetfeldrichtung erschließt. Die Konfigurationen wurden dann mit Abbildung 1 verglichen und gematched.

Tabelle 1: Stromrichtung, Drehrichtung und daraus erschlossene Magnetfeldrichtung für die vier Konfigurationen.

Konfiguration	Stromrichtung	Drehrichtung	Magnetfeldrichtung
1	$-\hat{x}$	\odot	$-\hat{z}$
2	\hat{x}	\odot	$-\hat{z}$
3	$-\hat{x}$	\odot	\hat{z}
4	\hat{x}	\odot	\hat{z}

4.3 Stromdurchflossener Leiter

Ein Stromdurchflossener Leiter erzeugt ein Magnetfeld, welches im Betrag linear mit der Distanz abnimmt (Siehe Gleichung (6)). Hier wird der Abstand vom Kabel zur Position des Sensors gemessen und ergibt sich mit Trigonometrischen Überlegungen und Abbildung 2 zu

$$r = \sqrt{H^2 + (D + T)^2} \quad (14)$$

, wobei $H = 2.0(1) \text{ cm}$ und $T = 0.9(1) \text{ cm}$ die feste Position des Hall-Effekt Sensors im IOLab sind und D die variable Distanz ist (welche Schrittweise um $1.0(1) \text{ cm}$ erhöht wird).

In Abbildung 4 sind die aufgezeichneten Daten für die drei Raumkomponenten zu sehen. In x-Richtung sind (fast) keine Ausschläge zu sehen, da diese Achse parallel zum Leiter war und das Magnetfeld radial um den Leiter geht und keine parallele Komponente besitzt. In den anderen 2 Raumrichtungen sieht man 11 Ausschläge, die mit der Zeit an Magnitude abnehmen, da das IOLab ja immer weiter weg bewegt wurde und das gemessene Magnetfeld vom Leiter daher auch weniger stark war.

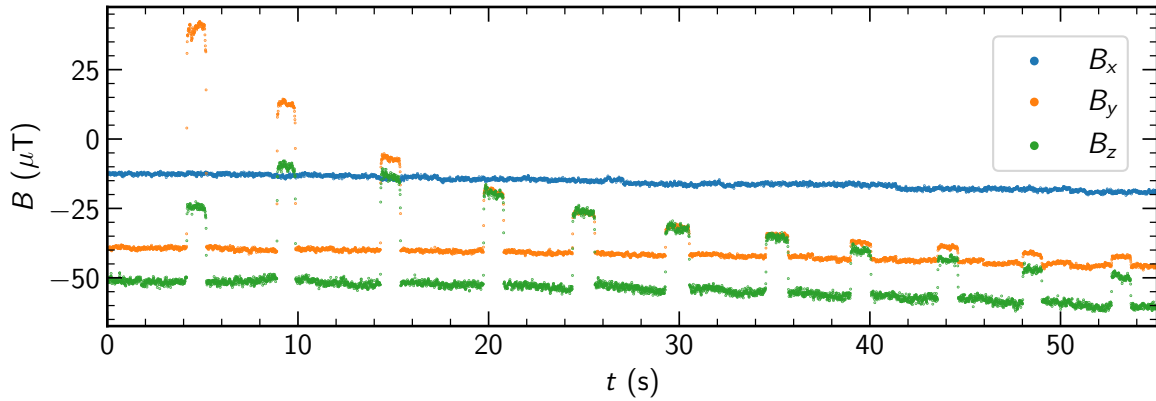


Abbildung 4: Das gemessene Magnetfeld in die drei kartesischen Raumrichtungen farblich unterscheidbar auf die Zeit aufgetragen. Der Mittelwert der Daten wird als durchgezogene Linie dargestellt.

Die Analyse der Daten verlief wie folgt: Die Ausschläge wurden ermittelt und in diese wurde eine Konstante gelegt. Von den Maxima muss noch der Untergrund abgezogen werden, um die vom Strom verursacht Änderung vom Magnetfeld zu bestimmen. Dafür wurde 2 Sekunden vor und nach dem Ausschlag die Daten gemittelt und aus diesen beiden Werten wieder der Mittelwert gebildet. Jetzt kann man die relative Änderung und daraus über die Wurzel der Quadratsummen (Siehe Gleichung (1)) die Stärke des Magnetfeldes bestimmen. Die Fehler wurden wieder auf die Standardabweichung der Daten gesetzt.

Aus Gleichung (6) erwarten uns, dass die Magnetfeldstärke proportional zum Kehrwert des Abstandes ist und aus der Konstante lässt sich dann der Strom ermitteln. In Abbildung 5 ist die Änderung der Magnetfeldes ΔB auf den Kehrwert des Abstands \tilde{r} aufgetragen und es ist eine Gerade in rot angepasst. Die Gerade geht gezielt durch den Ursprung, da wir bei einem Abstand von ∞ (und daher einem Kehrwert von 0) kein Magnetfeld spüren. Des weiteren erhöht das die Anzahl der Freiheitsgrade von 9 auf 10, was bei dem Fit nicht von großer Bedeutung ist, da die Daten nicht wirklich zum Fit passen.

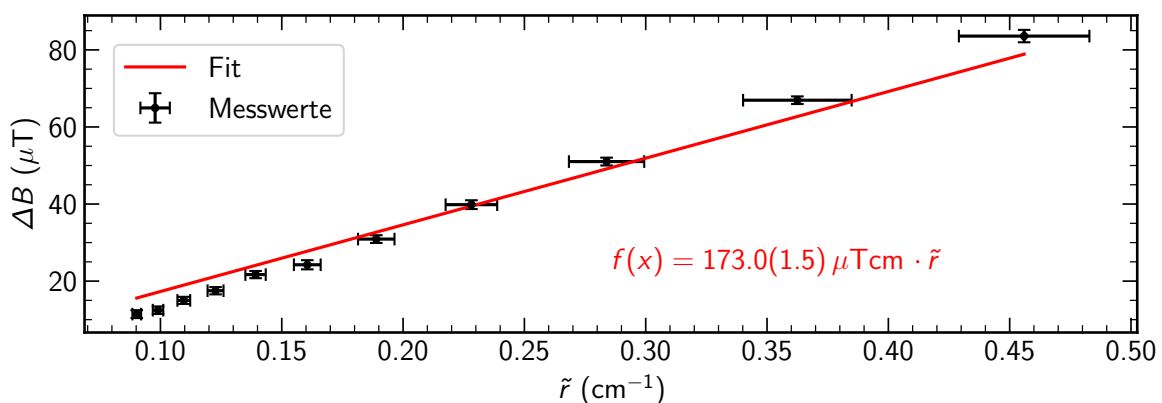


Abbildung 5: Die gemessene Magnetfeldänderung für verschiedene Abstände. Eine Gerade wurde in rot an die Daten angepasst.

Für die Steigung der Gerade erhält man einen Wert von $k = 173.3(1.5) \mu\text{Tcm}$, woraus sich mit Gleichung (6) ein Strom von $I = 8.67(7) \text{ A}$ ergibt.

Nimmt man für die Batterie eine Spannung von $U = 1.5(1) \text{ V}$ und einen Innenwiderstand von $R_{\text{Batt}} = 0.15 \Omega$ und für das Kabel einen Leitwiderstand von $R_{\text{lw}} = 40.1 \Omega/\text{km}$ an, kann man sich mithilfe des Ohmschen Gesetzes $I = U/R$ den fließenden Strom berechnen. Setzt man hier Werte ein erhält man

$$I_{\text{calc}} = 5.6(4) \text{ A.}$$

Unser Wert weicht also deutlich vom theoretischen Wert ab, was an mehreren Sachen liegen kann. Einerseits entlädt sich die Batterie bei einem Kurzschluss rapide, wodurch sich die Spannung und damit der fließende Strom reduziert. Um den Strom zeitlich konstant zu halten, müsste man eine andere Spannungsquelle verwenden, die direkt am Stromnetz hängt und sich daher nicht entlädt. Zweitens wurde der Versuch in einem Gebäude voller metallischer Gegenstände durchgeführt, welche das vom Leiter erzeugte Magnetfeld verzerren. Um dieses Problem zu beheben, müsste man den Versuch an einem Ort durchführen, der möglichst Metallfrei ist.

In der Berechnung vom Strom ist die größte Fehlerquelle die Messung des Magnetfeldes, da die Ausschläge nur sehr kurz sind und die Werte im Peak streuen. Das Problem könnte man mit einer kontinuierlichen und vor allem konstanten Stromquelle beheben, dann müsste man den Stromfluss gar nicht mehr unterbrechen, sondern könnte bei fließendem Strom den Abstand des IOLabs erhöhen.

5 Diskussion und Schlussfolgerung

Literatur

- [1] W. Demtröder. *Experimentalphysik 2*. Bd. 2. Springer, 2004.
- [2] I. Hughes und T. Hase. *Measurements and their uncertainties: a practical guide to modern error analysis*. OUP Oxford, 2010.
- [3] A. Ayasli. *GPI Versuch 6: Magnetismus*. Universität Innsbruck, Innsbruck, AT: Institut für Experimentalphysik, 2022.
- [4] *Magnetic Field Calculators*. URL: <https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/calculators/magcalc.shtml%5C#igrfwmm>.

Erklärung

Hiermit versichern wir, dass der vorliegende Bericht selbständig verfasst wurde und alle notwendigen Quellen und Referenzen angegeben sind.



..... 9. Februar 2023
 Student 1 Date

..... 9. Februar 2023
 Student 2 Date