

# Ein super toller Titel für eure Abschlussarbeit

Fakultät für Muster und Beispiele  
der Hochschule Musterhausen

## **Abschlussarbeit**

zur Erlangung des akademischen Grades  
Bachelor of Engineering

vorgelegt von

**Max Mustermann**

geboren am 01.01.1900 in Musterhausen

im Dezember 2014

<b>Erstprüfer:</b>	Prof. Dr. med. Dr.-Ing. M. Mustermann
<b>Zweitprüfer:</b>	Prof. Dr.-Ing. F. Musterfrau

## Zusammenfassung

Ziel dieses Versuches ist es, ein Modell aufzustellen, welches die Federkonstante  $k$  eines Systems paralleler Federn zu vorhersagt. Dies erfolgt in drei Versuchen. Im Ersten wird die Federkonstante von einer Feder mit Hilfe drei verschiedener Massen bestimmt, daraufhin wird im zweiten Versuch die Federkonstante von zwei parallelen Federn bestimmt und dem ersten Versuch gegenübergestellt. Aus diesem Vergleich wird nun ein erstes Modell entwickelt, mit welchen man die Federkonstante  $k$  für ein System aus  $N$  parallelen Feder berechnen kann. Im letzten Versuch wird nun dieses Modell, mit Hilfe von einem System mit drei parallelen Federn, geprüft. Im gesamten wurde das Modell angenommen, dadurch folgt das die Versuchsreihe erfolgreich war.

# Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung . . . . .	II
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>2</b>
2.1 Newtons Grundsätze der Bewegungslehre . . . . .	2
2.2 Einfacher harmonischer Oszillator . . . . .	2
2.3 Statistische Grundlagen . . . . .	3
<b>3 Aufbau und Methoden</b>	<b>5</b>
3.1 Eine Feder mit drei Massen . . . . .	5
3.1.1 Bestimmung der Masse . . . . .	5
3.1.2 Bestimmung der Periodendauer . . . . .	5
3.1.3 Berechnung der Federkonstante $k$ . . . . .	6
3.2 Aufstellen eines Modells für parallele Federn . . . . .	6
3.3 Prüfen des Modells . . . . .	7
<b>4 Ergebnisse</b>	<b>8</b>
4.1 Massenbestimmung . . . . .	8
4.2 Federpendel 1 . . . . .	9
4.3 Federpendel 2 . . . . .	11
4.4 Testen des Modells . . . . .	12
<b>5 Diskussion und Schlussfolgerung</b>	<b>13</b>

# Abbildungsverzeichnis

3.1	Versuchsaufbau der Massebestimmung . . . . .	5
3.2	Versuchsaufbau für eine Feder . . . . .	6
3.3	Versuchsaufbau mit mehreren Federn . . . . .	6
4.1	Bestimmung der Masse . . . . .	8
4.2	Oszillation mit einer Feder . . . . .	9
4.3	Zusammenhang zwischen $\omega$ und $\tilde{m}$ . . . . .	10
4.4	Vergleich der Federkonstanten als normalisierte Gaußkurven . . . . .	11

# Tabellenverzeichnis

4.1	Messdaten zur Massenbestimmung . . . . .	8
4.2	Messdaten zur Oszillation einer Feder . . . . .	9
4.3	Messdaten zur Oszillation bei 2 Federn . . . . .	11
5.1	Zusammenfassung des Versuchs . . . . .	13

# 1 Einleitung

Harmonische Oszillationen sind nicht nur, wie in diesem Versuch, in der Mechanik anzutreffen, sondern erstreckt sich von der Elektrodynamik bis hin zur Quantenmechanik über alle Teilbereiche der Physik. Das aus der analytischen Mechanik abgeleitete Modell des harmonischen Oszillators eignet sich auch gut, um nicht-mechanische Konzepte zu beschreiben und anzunähern, wie zum Beispiel die Bindungsenergien von Atomen. Es wird nicht umsonst gescherzt, dass sich alles zu einem harmonischen Oszillator reduziert. Mit so vielen Anwendungen ist die physikalische Beschreibung des harmonischen Oszillators eine der wichtigsten Werkzeuge der Physik. Dadurch ist es lohnenswert, im Grundpraktikum eines dieser Modelle mit Hilfe eines Experimentes zu validieren. Hier wenden wir das Modell des einfachen harmonischen Oszillators auf das Federpendel an.

Dafür werden in [Kapitel 2](#) die benötigten physikalischen und statistischen Grundlagen aufgezeigt. Daraufhin wird in [Kapitel 3](#) der Aufbau und die Vorgehensweise der einzelnen Versuche beschrieben. Insbesondere wird auf die Massenbestimmung, die Berechnung der Federkonstante  $k$ , das Aufstellen eines Modells und anschließend auf die Überprüfung dieses Modells eingegangen. In [Kapitel 4](#) werden die Ergebnisse der drei Versuche dargestellt und mit der Theorie verglichen und zum Schluss werden die gewonnen Erkenntnisse diskutiert.

## 2 Theorie

Im nachfolgenden Kapitel wird auf die theoretischen Grundlagen des Versuches eingegangen.

### 2.1 Newtons Grundsätze der Bewegungslehre

Um die Masse des Pendelkörpers zu bestimmen, wird Newtons 2. Axiom herangezogen. [1] Dieses besagt, dass

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (2.1)$$

also, dass die auf einen Körper wirkende Kraft linear mit seiner Beschleunigung skaliert, wobei seine Masse  $m$  gerade der Proportionalitätskonstante ist. In anderen Worten ausgedrückt ist das Verhältnis zwischen Kraft  $F$  und Beschleunigung  $a$  der Skalierungsfaktor, die Masse  $m$ .

Diese Tatsache wird herangezogen, um die Schwingmasse zu ermitteln. Kennt man beziehungsweise misst man nämlich alle wirkenden Kräfte und Beschleunigungen, ist die Masse der Quotient der beiden Größen.

### 2.2 Einfacher harmonischer Oszillator

Der einfache harmonische Oszillator ist die Lösung einer Differentialgleichung zweiter Ordnung der Form

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \quad (2.2)$$

wobei  $m$  die Masse des Oszillators ist und  $k$  eine Konstante ist und von der Natur der Schwingung stammt. In unserem Fall wird die Oszillation von einer Feder verursacht, welche durch das Hookesche Gesetz beschrieben wird. Dieses besagt, dass die Kraft, welche eine Feder ausübt, proportional zur Auslenkung aus der Ruhelage ist und um einen Faktor  $k$  skaliert wird, der von den Materialeigenschaften der Feder abhängt. Es gilt also  $F_H = -k\Delta x$ , wobei  $\Delta x$  der Abstand zur Ruhelage ist. Stellt man die Bewegungsgleichungen für ein Federpendel auf und wählt das Koordinatensystem so, dass der Ursprung in der Ruhelage des Federpendels (im Schwerfeld der Erde!) liegt, erhält man [Gleichung \(2.2\)](#). Die Größe  $k$  aus der Differentialgleichung ist also die Federkonstante aus dem Hookeschen Gesetz mit der Einheit N/m.

Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung ist eine trigonometrische Funktion und lautet

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (2.3)$$

mit der Kreisfrequenz  $\omega$ , der Amplitude  $A$  und einem Phasenfaktor  $\varphi$ , wobei  $A$  und  $\varphi$  sich durch Anfangswerte bestimmen lassen. Für die Kreisfrequenz gilt aber

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{k} \sqrt{\frac{1}{m}} = \sqrt{k} \tilde{m} \quad (2.4)$$

und ist unabhängig von jeglichen Startpositionen und Geschwindigkeiten, weshalb sie als eine charakteristische Eigenschaft des Systems angesehen wird. Offensichtlich besteht ein linearer Zusammenhang zwischen der Winkelfrequenz  $\omega$  und der Wurzel des Kehrwerts der Masse  $\tilde{m} := \sqrt{1/m}$  (wird aus Bequemlichkeitsgründen mit  $\tilde{m}$  abgekürzt), wobei die Wurzel der Konstante  $k$  der Skalierungsfaktor ist.

Aus der Winkelfrequenz lassen sich auch weitere Größen ableiten, wie zum Beispiel die Schwingungsdauer  $T$ , die durch

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2.5)$$

gegeben ist. [2, S. 336ff.]

## 2.3 Statistische Grundlagen

Hier werden kurz die Methoden erwähnt, welche für die statistische Aufbereitung der Daten essentiell sind.

Das Arithmetische Mittel, auch Mittelwert oder Durchschnitt genannt, ist das wohl meist verwendete Werkzeug der Statistik. Es lässt sich sowohl für „exakte“, als auch für fehlerbehaftete Daten definieren. Im ersten Fall spricht man von einem ungewichteten Mittelwert und man schreibt

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2.6)$$

mit  $\bar{x}$  als Mittelwert von  $N$  Daten. [3, S. 10]

Sind die Daten Fehlerbehaftet (mit Fehler  $\alpha_i$ ) muss man diesen Berücksichtigen und erhält

$$\bar{x} = \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{\alpha_i^2} \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\alpha_i^2} \quad (2.7)$$

Haben alle Daten aber den selben Fehler, kürzt sich dieser weg und man landet wieder bei [Gleichung \(2.6\)](#). [3, S. 50] Aus diesem Grund wird in diesem Versuch großteils der ungewichtete Mittelwert angewandt, obwohl alle Daten fehlerbehaftet sind.

Die Standardabweichung ist ein direktes Maß für die Verteilung der Daten und gibt an, wie weit die Daten im Mittel vom Durchschnitt abweichen. Sie berechnet sich wie folgt

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.8)$$

Wir dividieren hier durch  $N - 1$ , da der Mittelwert, der in der Berechnung der Standardabweichung herangezogen wird, die  $N$  Freiheitsgrade der  $N$  Daten um einen reduziert. [3, S. 12]

Die Kombination der Unsicherheiten von fehlerbehafteten Messdaten erfolgt mittels der Gaußschen Fehlerpropagation. Diese stellt einen Zusammenhang zwischen dem Fehler der Größe  $Z(x_i)$ , welche von  $x_i$  Variablen abhängt, und den partiellen Ableitungen nach  $x_i$  her. In allgemeiner Form sieht die Formel wie folgt aus

$$\alpha_Z = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial Z}{\partial x_i} \alpha_{x_i} \right)^2} \quad (2.9)$$

mit  $\alpha_{x_i}$  als Fehler der einzelnen Größen, von denen  $Z$  abhängt. [3, S. 41] Die Propagation von Fehlern erfolgt in diesem Versuch automatisch und wird im Hintergrund gehalten.

Zuletzt wird noch das Chi-Quadrat eingeführt, welches ein Maß für die Güte einer Funktionsanpassung ist. Dafür wird die Quadratsumme der fehlernormierten Abweichungen gebildet und schaut in Summen-



schreibweise so aus

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{(y_i - y(x_i))}{\alpha_i} \right)^2 \quad (2.10)$$

$y_i$  sind dabei die gemessenen Werte, während  $y(x_i)$  die Funktionswerte an den Stellen  $x_i$  sind. [3, S. 65]

Generell gilt, je kleiner der Wert von  $\chi^2$ , desto besser passt das Modell, aber man erkennt, dass der Wert mit zunehmender Datenanzahl zwangsläufig auch zunehmen muss. Tatsächlich ist der Erwartungswert dieser Größe gerade die Anzahl der Freiheitsgrade. Das motiviert die Einführung des sogenannten reduzierten Chi-Quadrat

$$\chi_v^2 = \frac{\chi^2}{\nu} \quad (2.11)$$

mit  $\nu$  als Anzahl der Freiheitsgrade. [3, S. 107] Die so definierte Größe hat den Erwartungswert  $\langle \chi_v^2 \rangle = 1$ , man muss  $\nu$  also nicht mehr kennen, um die Güte einzuschätzen.

Eine kurze Anmerkung zur Notation:  $\sigma$  wird in diesem Bericht für die Standardabweichung eines Datensatzes verwendet, während  $\alpha$  der Fehler einer bestimmten Größe ist. Öfters fallen diese beiden zusammen (bzw.  $\alpha$  wird auf  $\sigma$  gesetzt), was für Verwirrung sorgen kann, weshalb dies im Text immer erwähnt wird. Als Faustregel kann man sich merken, dass  $\sigma$  die Eigenschaft eines Datensatzes ist und  $\alpha$  sich nur auf einzelne Werte bezieht.

## 3 Aufbau und Methoden

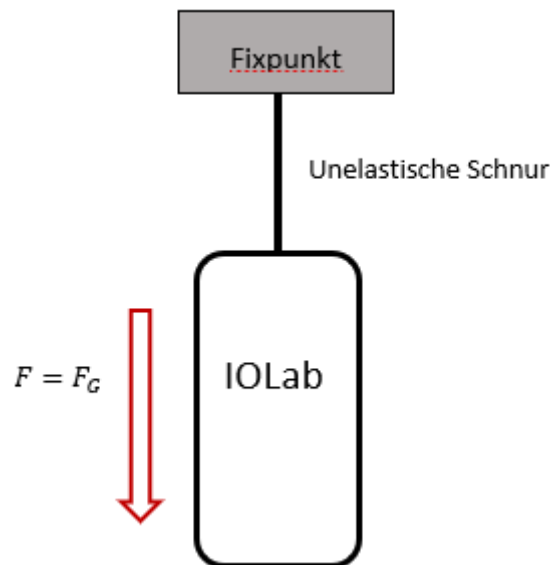
In diesem Kapitel wird der Aufbau der drei Einzelversuche erläutert.

### 3.1 Eine Feder mit drei Massen

Für diesen Versuch wird eine Feder mit jeweils drei verschiedenen Massen  $m_i$  in Schwingung versetzt um aus der Schwingperiode die Federkonstante  $k$  zu berechnen. Um drei Verschiedene Massen zu erhalten wird der Versuch einmal nur mit dem IOLab durchgeführt. Für den zweiten Durchgang wird ein Stein mit Klebeband an dem IOLab befestigt und für den dritten Durchgang ein weiterer Stein. Ebenfalls benötigt man eine Feder, das IOLab an dem eine Ringschraube an dem Kraftsensor angebracht ist und eine Briefklammer, welche an einer Stuhllehne befestigt ist.

#### 3.1.1 Bestimmung der Masse

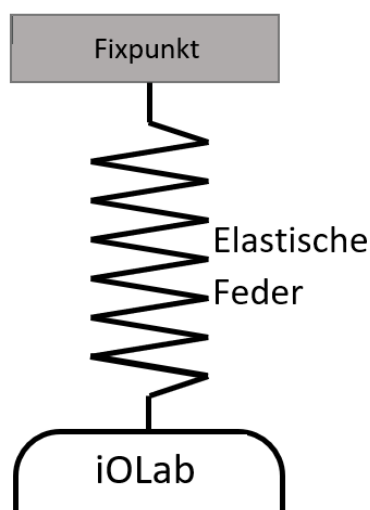
Um nun die einzelnen Massen  $m_i$  zu bestimmen wird das IOLab an dem Kraftsensor mit einer Schnur, an einem Fixpunkt aufgehängt. (Siehe [Abbildung 3.1](#)). Dies wird nun für die zwei weiteren Massen wiederholt. Aus den Daten des Beschleunigungs- und Kraftsensors lässt sich nun die jeweilige Masse bestimmen.



**Abbildung 3.1:** Schematischer Versuchsaufbau zur Bestimmung der Masse

#### 3.1.2 Bestimmung der Periodendauer

Nun wird das IOLab an eine Feder statt einer Schnur an dem Kraftsensor und Fixpunkt befestigt und aus dem Ruhepunkt ausgelenkt. Währenddessen wird die Kraft  $F$  die auf den Kraftsensor wirkt und die Beschleunigung  $a$  aufgezeichnet. Man erhält einen Sinus-artigen Verlauf in beiden Messungen, aus welchen man die Schwingungsperiode auslesen kann. In dem Man die Zeit zwischen fünf Maxima durchverteilt.



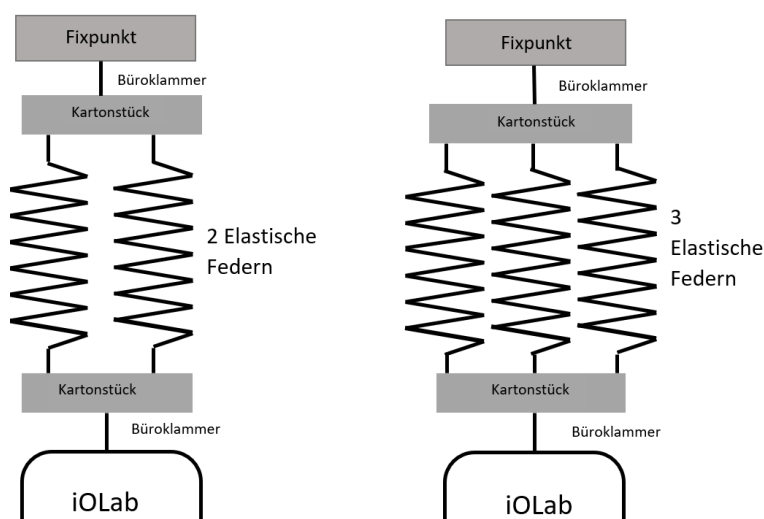
**Abbildung 3.2:** Schematische Darstellung des Versuchsaufbau zur Bestimmung der Schwingungsperiode

### 3.1.3 Berechnung der Federkonstante $k$

Wie in Kapitel [Kapitel 2](#) diskutiert lässt sich nun der Wert für  $k$  durch die Schwingungsperiode und der Masse  $m_i$  bestimmen.

## 3.2 Aufstellen eines Modells für parallele Federn

Zur Bestimmung eines Modells für die Federkonstante  $k$  wird der Versuch mit der schwersten Masse  $m_3$  und zwei parallelen Federn wiederholt. Dazu werden mit Hilfe von zwei Kartonstücken parallel aufgehängt. Die Kartonstücke werden mit einer Büroklammer an dem Kraftsensor und dem Fixpunkt befestigt, wie [Abbildung 3.3](#) zeigt. Anschließend wird das iOLab aus dem Ruhepunkt ausgelenkt und für 20s die Kraft  $F$  und die Beschleunigung  $a$  aufgezeichnet.



**Abbildung 3.3:** Schematischer Versuchsaufbau von zwei parallelen Federn(links) und drei Federn (rechts), zur Bestimmung der Periodendauer

Aus dem Vergleich der Federkonstanten  $k_1$  und  $k_2$  aus [Abschnitt 3.2](#) lässt sich nun ein Modell für  $N$  Federn aufstellen.

### 3.3 Prüfen des Modells

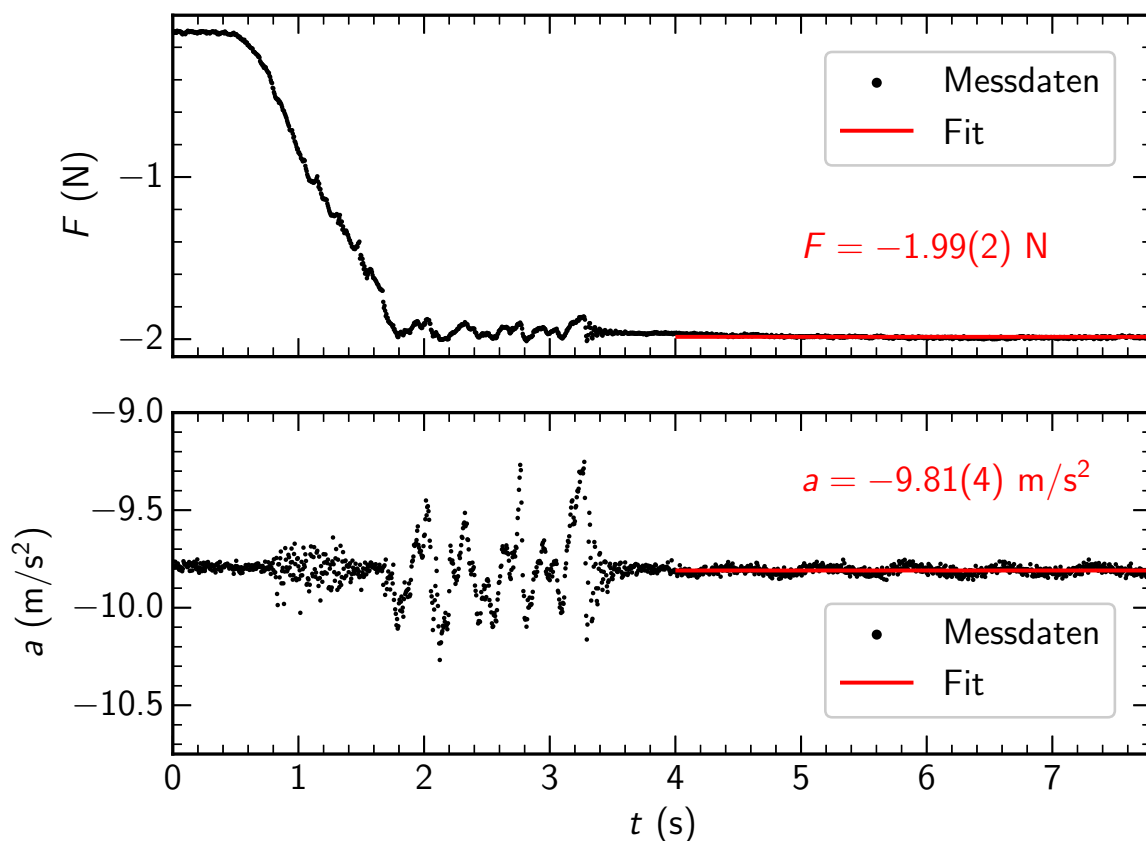
Um nun das Modell zu überprüfen, erweitern wir obigen Versuch auf parallelen Federn mit selbiger Masse  $m_3$  (Siehe [Abbildung 3.3](#)). Bei der Durchführung dieses Versuches muss auf die anfängliche Auslenkung geachtet werden, da es zu Überdehnung der Federn kommen kann und das System dann nicht mehr durch einen harmonischen Oszillator beschrieben wird. Anschließend wird wie im vorherigen Versuch die Federkonstante  $k_3$  ausgerechnet und mit dem Modell abgeglichen.

## 4 Ergebnisse

Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse der Massenbestimmungen und der anschließenden Versuchen mit einer und mehrerer Federn. Alle Fehlerangaben beziehen sich auf statistische Fehler; Systematische werden gegebenenfalls separat diskutiert.

### 4.1 Massenbestimmung

Die Masse des Pendelkörpers wurde über eine simultane Kraft- und Beschleunigungsmessung und Newtons Axiom [Gleichung \(2.1\)](#) bestimmt. In [Abbildung 4.1](#) sind die Messdaten auf die Zeit aufgetragen. In der ersten halben Sekunde befindet sich das Gerät am Tisch in Ruhe und ab  $t = 4$  s ist das IOLab komplett in der Luft. Ab diesem Zeitpunkt wird eine Konstante an die Messdaten angepasst.



**Abbildung 4.1:** Vom oben nach unten sind Kraft  $F$  und Beschleunigung  $a$  aufgetragen. Die Fehlerbalken der Daten sind zu klein, um sie auszumachen und werden daher nicht eingetragen. Die zwei Grafiken teilen sich die horizontale Achse. Zudem sind in Rot Geraden von  $t = 4$  s bis  $t = 8$  s angepasst.

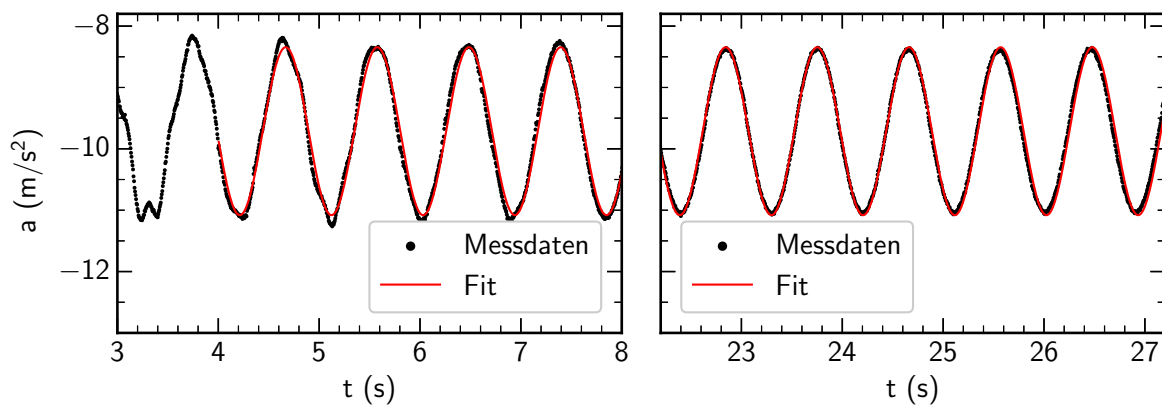
Der bestimmte Wert mit Fehler ist sowohl in der Abbildung, als auch in [Tabelle 4.1](#) zu sehen. Die Unsicherheit wurde auf die Standardabweichung der Daten gesetzt, da dann (per Definition) Zwei Drittel der Daten innerhalb des  $1\sigma$  Intervalls liegen.

**Tabelle 4.1:** Gemessene Beschleunigung und Kraft und die daraus errechnete Masse der drei Versuche.

	Versuch 1	Versuch 2	Versuch 3
$a \text{ (m/s}^2\text{)}$	-9.81(4)	-9.73(6)	-9.81(8)
$F \text{ (N)}$	-1.99(2)	-2.78(2)	-3.93(7)
$m \text{ (kg)}$	0.202(2)	0.286(3)	0.400(7)

## 4.2 Federpendel 1

Für die Analyse der Oszillation wurde der Beschleunigungssensor verwendet, da dieser eine höhere Auflösung als der Kraftsensor besitzt. In [Abbildung 4.2](#) sind die Schwingungsdaten der zweiten Masse dargestellt. Links sind die ersten fünf Sekunden, in welchen „schöne“ Schwingungen auftreten, zu sehen, während rechts die letzten Sekunden der Messung aufgetragen sind. In rot wurde eine Sinuskurve der Form  $f(x) = A \sin(\omega x + \phi) + d$  an die gesamten Messdaten von  $t = 4 \text{ s}$  bis  $t = 27 \text{ s}$  angepasst.



**Abbildung 4.2:** Die Beschleunigung wurde auf die Zeit aufgetragen und eine durchgehende Sinuskurve in Rot wurde an die Daten ab  $t = 4 \text{ s}$  (bis  $t = 27 \text{ s}$ ) angepasst. Dargestellt werden aber nur ersten 5 Sekunden (links) beziehungsweise letzten 5 Sekunden (rechts). Die Fehlerbalken der Daten sind zu klein, um sie auszumachen und werden daher nicht eingetragen.

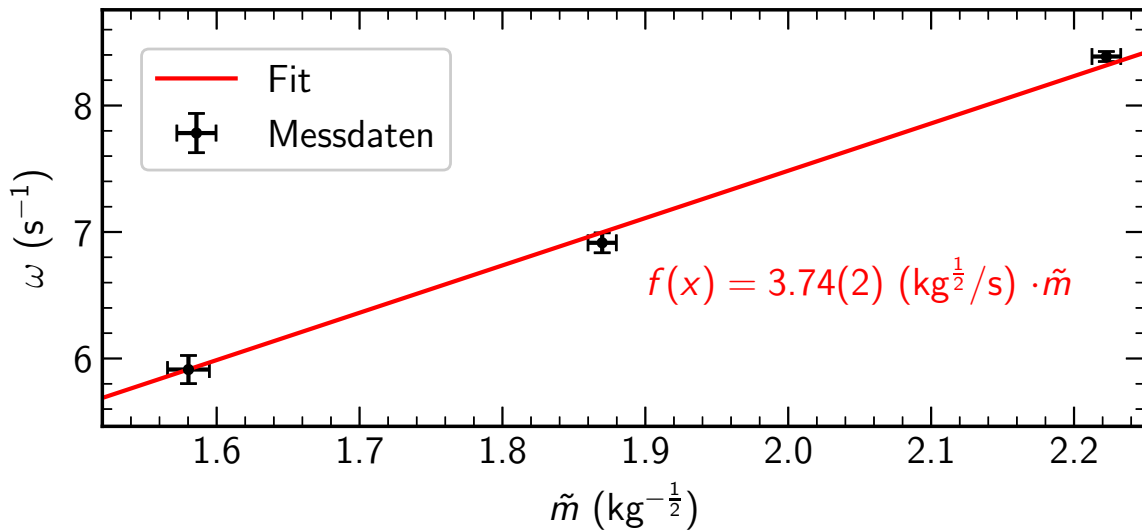
Aus dem Fit lässt sich direkt die Winkelfrequenz  $\omega$  herauslesen. Aus dieser kann man wiederum mit [Gleichung \(2.5\)](#) die Schwingungsdauer berechnen. In [Tabelle 4.2](#) sind charakteristische Eigenschaften der Schwingung, wie die Kreisfrequenz oder die Masse, eingetragen.

**Tabelle 4.2:** Gemessene Masse, Schwingungsdauer, Winkelfrequenz und Federkonstante der drei Versuche.

	Versuch 1	Versuch 2	Versuch 3
$m \text{ (kg)}$	0.202(2)	0.286(3)	0.400(7)
$\tilde{m} \text{ (}\sqrt{1/\text{kg}}\text{)}$	2.223(10)	1.8698(99)	1.580(15)
$T \text{ (s)}$	0.749(2)	0.909(5)	1.063(10)
$\omega \text{ (1/s)}$	8.387(40)	6.915(79)	5.91(11)
$k \text{ (N/m)}$	14.2(2)	13.7(3)	14.0(6)

Das Modell des harmonischen Oszillators (Siehe [Gleichung \(2.4\)](#)) stellt einen linearen Zusammenhang zwischen  $\omega$  und der Wurzel des Kehrwerts der Masse  $\tilde{m}$  her mit  $\sqrt{k}$  als Proportionalitätskonstante. Dies

wird in [Abbildung 4.3](#) anhand der in [Tabelle 4.1](#) angegebenen Werten illustriert. Zusätzlich zu den drei Datenpunkten wurde eine Gerade, wie sie das Modell vorhersagt, angepasst, wodurch man für die Steigung der linearen Funktion  $\sqrt{k} = 3.74(2) \sqrt{\text{kg}/\text{s}^2}$  erhält. Nachdem wir kein Indiz dafür haben, dass die Gerade die Ordinate nicht im Ursprung schneidet, wurde der Fit gezielt mit nur einem Parameter (der Steigung) durchgeführt, um die Anzahl der Freiheitsgrade von 1 auf 2 zu erhöhen.

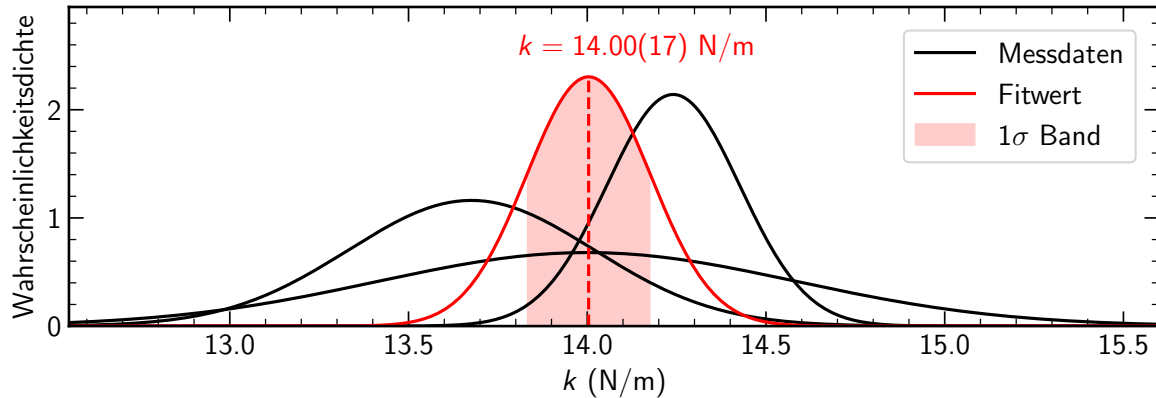


**Abbildung 4.3:** Winkelfrequenz für drei unterschiedliche Massen. In rot wurde eine lineare Funktion durch den Ursprung angepasst. Die Fehlerbalken stellen den  $1\sigma$  Fehler dar; die Unsicherheit in  $\omega$  ist so gering, dass sie kaum sichtbar ist.

Für den Fit erhält man ein Chi-Quadrat Wert von  $\chi^2 = 4.22$ , woraus sich für das reduzierte Chi-Quadrat  $\chi^2_{\nu} = 2.11$  ergibt. Dieser Wert weicht zwar vom Erwartungswert ab, aber nicht signifikant. Es könnte aber darauf hindeuten, dass die Fehler zu klein abgeschätzt wurden, beziehungsweise Fehlerquellen nicht berücksichtigt wurden.

Quadriert man nun den erhaltenen Fitparameter  $\sqrt{k} = 3.74(2) \sqrt{\text{kg}/\text{s}^2}$  erhält man die Federkonstante  $k = 14.00(17) \text{ N/m}$ . Wie in [Kapitel 2](#) diskutiert ist die Federkonstante eine intrinsische Größe der Feder und hängt daher nicht von der angehängten Masse ab. Mittels [Gleichung \(2.4\)](#) kann man  $k$  für die drei Messungen mit unterschiedlichen Massen berechnen und man erwartet, dass sich die gleiche Konstante ergibt, was im Rahmen der Unsicherheit auch der Fall ist (Werte [Tabelle 4.2](#) entnehmen).

In [Abbildung 4.4](#) wurden in schwarz die Federkonstanten der drei Massen als normalisierte Gaußkurven aufgetragen. In rot ist die Federkonstante dargestellt, welche aus der Anpassung der linearen Funktion hervorgegangen ist.



**Abbildung 4.4:** Die berechneten Federkonstanten der drei Massen wurden als normalisierte Gaußkurven in schwarz auf die Federkonstante aufgetragen. In Rot wurde das Quadrat der Steigung aus dem linearen Fit eingezeichnet. Das  $1\sigma$  Intervall des Mittelwerts wurde farblich hinterlegt.

Der Fitparameter aus [Abbildung 4.3](#) in rot (kann man sich als Art Mittelwert der drei schwarzen Kurven vorstellen) passt gut zu den Daten, da alle Daten auf jeden Fall innerhalb des  $3\sigma$  Intervalls liegen. Er schließt die Messungen nicht aus und bestätigt soweit die Annahme, dass es sich beim Federpendel um einen harmonischen Oszillator handelt.

### 4.3 Federpendel 2

Im folgenden Versuch wurde die Masse  $m_3 = 0.400(7)$  kg an zwei Federn gehängt. Die Schwingungsdaten wurden analog wie mit einer Feder analysiert, sprich es wurde eine Sinuskurve an die Beschleunigungsdaten angepasst, aus welcher sich die Kreisfrequenz  $\omega$  samt Fehler ablesen lässt. Mittels [Gleichung \(2.4\)](#) wurde anschließend die Gesamtfederkonstante des Systems ausgerechnet. In [Tabelle 4.3](#) sind die Daten dargestellt.

**Tabelle 4.3:** Gemessene Schwingungsdauer, Winkelfrequenz, Federkonstante und normierte Federkonstante bei einer und zwei Federn

	$T$ (s)	$\omega$ (1/s)	$k$ (N/m)	$k/n$ (N/m)
1 Feder	1.063(10)	5.91(11)	14.0(6)	14.0(6)
2 Feder	0.758(2)	8.29(2)	27.5(5)	13.8(3)

Wenn man die Federkonstanten der beiden Systeme vergleicht, fällt auf, dass die Konstante  $k_2$  von zwei Federn im Rahmen der Unsicherheit doppelt so groß ist wie die einer Feder. Teilt man die Federkonstante durch die Anzahl der Federn  $k/n$  erhält man für beide Systeme den gleichen Wert (innerhalb der statistischen Abweichungen). Man könnte daher annehmen, dass das Superpositionsprinzip anwendbar ist und sich daher ergibt

$$k_{\text{ges}} = \sum_i^n k_i \quad (4.1)$$

In diesem Versuch wird angenommen, dass alle Federn die gleichen Materialeigenschaften und daher die gleiche Federkonstante besitzen, wodurch sich [Gleichung \(4.1\)](#) zu

$$k_{\text{ges}} = nk \quad (4.2)$$



vereinfacht, wobei  $k = 14.00(17)$  N/m die in [Abschnitt 4.2](#). In einem System mit identen Federn skaliert also die Gesamtfederkonstante linear mit der Anzahl  $n$  der Federn.

## 4.4 Testen des Modells

Der letzte Versuch hat darauf abgezielt, das erstellte Modell mit einem System von drei Federn zu testen. Es wurde die gleiche Masse  $m_3 = 0.400(7)$  kg wie mit zwei Federn verwendet und die Analyse der Schwingungen verlief analog. Es wurde eine Winkelfrequenz von  $\omega = 0.6193(10)$  1/s ermittelt.

Bei  $n = 3$  Federn sagt das Modell einen Wert von  $\hat{k}_3 = 42.0(5)$  N/m, wobei empirisch ein Wert von  $k_3 = 41.2(8)$  N/m ermittelt wurde. Sieht man sich die Differenz dieser beiden Größen an findet man, dass

$$\hat{k}_3 - k_3 = 0.8(9) \text{ N/m} \quad (4.3)$$

die Abweichung vom Modell nimmt im Rahmen der Unsicherheit den Wert 0 an und kann daher reiner statistischer Natur sein. Das Modell wird somit für Federn mit gleicher Federkonstante bestätigt.

## 5 Diskussion und Schlussfolgerung

In diesem Kapitel werden die Beobachtungen und Berechnungen der Versuche diskutiert, insbesondere die Korrektheit, des von uns aufgestellten Modells. Da dies das Kernthema dieses Berichtes ist.

In [Tabelle 5.1](#) wurden die gemessenen und theoretisch bestimmten Werte eingetragen. Da das Modell auf dem experimentell bestimmten Wert für  $k_1$  basiert wird kein experimentell bestimmter Wert angegeben, da das ein Zirkelschluss wäre, jedoch den Anschein hätte, es würde unser Modell unterstützen.

**Tabelle 5.1:** Gegenüberstellung der experimentell bestimmten und theoretisch berechneten Werte für  $k_i$

	$k_1$ (N/m)	$k_2$ (N/m)	$k_3$ (N/m)
Experimenteller Wert	14.00(17)	27.5(5)	41.2(8)
Theoretischer Wert		28.0(2)	42.0(5)

Vergleicht man nun die aus vorigen Kapiteln berechneten Werte für  $k_i$ , erkennt man, dass die experimentell bestimmten Werte für  $k_i$  mit denen von uns entwickelten Modell:

$$k_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^N k_i \quad \text{bzw. bei identischen Federn} \quad k_{\text{ges}} = N * k \quad (5.1)$$

im Rahmen der Unsicherheit übereinstimmen.

Die hier präsentierten Resultate sind konsistent und unterstützen das Modell, die Fehler jedoch sind recht groß

Obwohl hier ein allgemein gültiges Modell für die Kombination von parallelen Federn präsentiert wurde, haben wir es nur auf einen Spezialfall geprüft, nämlich der, wo alle Federn gleich sind. Man müsste weitere Versuche mit Federn mit unterschiedlichen Federkonstanten oder sogar Federn unterschiedlicher Natur (Metallfeder, Dämpfer), um die Gültigkeit dieses Modells auszuweiten.

# Literatur

- [1] I. Newton. *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Bd. 1. G. Brookman, 1833.
- [2] W. Demtröder. *Experimentalphysik*. Bd. 1. Springer, 1998.
- [3] I. Hughes und T. Hase. *Measurements and their uncertainties: a practical guide to modern error analysis*. OUP Oxford, 2010.

## Erklärung

Hiermit versichern wir, dass der vorliegende Bericht selbständig verfasst wurde und alle notwendigen Quellen und Referenzen angegeben sind.

.....

Student 1                      Date

.....

Student 2                      Date