

# Grundpraktikum 2: Lichtgeschwindigkeit

Zoltán Vörös und Gregor Weihs

15. März 2018

## 1 Ziel des Versuches

Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit, Verständnis für die SI-Definition von Sekunde, Lichtgeschwindigkeit und Meter.

## 2 Aufgaben

1. Justage des Aufbaus
2. Messung der Abstände
3. Kalibrierung der Kamera durch Verschieben mit Mikrometerschraube
4. Messung der Bildverschiebung in Abhängigkeit von der Rotationsfrequenz des Drehspiegels für mindestens 15 Frequenzen
5. Auswertung der Kamerabilder

## 3 Einleitung

Seit 1983 [1] kann die Lichtgeschwindigkeit formal nicht mehr gemessen werden, sondern ist auf den exakten Wert von  $299\,792\,458\,\text{m s}^{-1}$  definiert. Zusammen mit der SI Definition der Sekunde bedeutet das also, dass eine Messung der Lichtgeschwindigkeit eine Darstellung der SI Einheit Meter bedeutet. Unabhängig von diesen formalen Gegebenheiten ist die Tatsache, dass die Lichtgeschwindigkeit zwar sehr groß, aber endlich ist, einer der Grundpfeiler der modernen Physik.

In diesem Praktikumsversuch wollen wir daher anhand der Drehspiegelmethode von Foucault die Lichtgeschwindigkeit als Verschiebung eines Lichtzeigers in Abhängigkeit von der Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels sichtbar machen und quantitativ mit Längen- und Zeitmessungen in Beziehung bringen. Die Verschiebung des Lichtzeigers beobachten wir dabei mit einer einfachen Kamera. Durch die Auswertung der Kamerabilder können wir die Abhängigkeit zwischen Verschiebung und Drehgeschwindigkeit sehr genau bestimmen, so dass insgesamt eine Genauigkeit von besser als 1% möglich ist.

## 4 Geschichte

Dass die Lichtgeschwindigkeit  $c$  endlich ist, wurde schon von Galileo im 17. Jahrhundert vermutet, allerdings konnte er mit den damals verfügbaren Apparaten nicht einmal die Größenordnung abschätzen. Seither wurden verschiedene Methoden entwickelt.

Als erstes konnte Huygens die Lichtgeschwindigkeit bestimmen, basierend auf astronomischen Daten von Rømer, der 1676 die Auf- und Untergangszeiten von Jupitermonden gemessen hatte. Huygens kam damit auf eine untere Schranke von  $200\,000\,\text{km s}^{-1}$ . Delambre wiederholte diese Messungen mit höherer Genauigkeit 1809 und erhielt den Wert  $304\,000\,\text{km s}^{-1}$ , erstaunlich nahe am wahren Wert. Eine weitere

astronomische Methode, die sogenannte Aberration des Lichts, wurde von Bradley 1729 erfunden. Er erhielt damit das Ergebnis  $296\,000\text{ km s}^{-1}$ .

Später brachte die Maxwellsche Theorie alle elektromagnetischen Größen in Beziehung zueinander und damit war es möglich die Lichtgeschwindigkeit  $c = (\varepsilon_0\mu_0)^{-1/2}$  aus Messungen der elektrischen Konstante  $\varepsilon_0$  und der magnetischen Konstante  $\mu_0$  abzuleiten [5, 6].

Weiters kann aus Messungen von Frequenz  $f$  und Wellenlänge  $\lambda$  elektromagnetischer Strahlung ebenfalls die Lichtgeschwindigkeit  $c = \lambda f$  bestimmt werden. Das ist die Basis aller interferometrischen [4, 9] und Resonatormethoden [8].

Schließlich kann man auch direkt die Laufzeit optischer Wellen bestimmen. Eine dieser Methoden ist die Drehspiegelmethode, die in diesem Experiment realisiert wird und direkt anschaulich ist. Mit modernen Zeitmessverfahren kann allerdings heutzutage auch direkt die Laufzeit bestimmt werden [10, 7, 2, 11], was wiederum die Basis moderner Laserentfernungsmessgeräte ist. Eine detaillierte Übersicht über die verschiedenen Methoden findet sich in Ref. [3].

## 5 Geräte

- Aluminiumprofil
- Mehrere plane Umlenkspiegel
- Sphärisch konkaver Spiegel  $r = 4000\text{ mm}$
- Digital angesteuerter achteckiger Drehspiegel
- Fasergekoppelter Laser ( $\lambda = 635\text{ nm}$ ), OZ-Optics
- Stahlmaßstab, 2.5 m lang, Genauigkeitsklasse
- Logitech Webcam ohne Optik
- PC mit Elektronik zur Ansteuerung des Drehspiegels, und zur Aufnahme der Kamerabilder

## 6 Grundlagen

Das Prinzip der Foucault-Methode ist, dass ein Lichtstrahl von einem schnell drehenden Spiegel abgelenkt wird, von einem weiteren, feststehenden Spiegel zurückreflektiert wird und ein zweites mal auf den Drehspiegel trifft. Weil der Drehspiegel in der Zeit zwischen erster und zweiter Reflexion seine Orientierung ändert wird der Strahl nach der zweiten Reflexion nicht in sich zurücklaufen, sondern um einen gewissen kleinen Winkel abgelenkt sein.

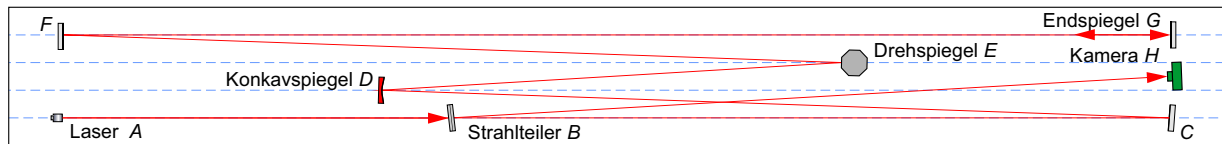
Der Versuchsaufbau ist in Abb. 1 skizziert und in der Bildunterschrift beschrieben. Der Laser kommt dabei schon etwas divergent aus der Faser, sodass sich sein virtueller "Brennpunkt" (auch genannt Strahl-taille) außerhalb des Aufbaus befindet. Dieser virtuelle Punkt wird vom Konkavspiegel auf den Endspiegel abgebildet, wo wieder ein Brennpunkt (Strahl-taille) entsteht. Für die Funktion und Genauigkeit der Messung ist die genaue Abbildung nicht wichtig, allerdings kann das Kamerabild umso besser ausgewertet werden, je schärfer die Abbildung des Strahls darauf ist.

Mit den Definitionen  $d_1 = \overline{DCBH}$ ,  $d_2 = \overline{DE}$  und  $d_3 = \overline{EFG}$  kann man zeigen, dass die Verschiebung des Strahls auf der Kamera  $\Delta s$  mit der Kreisfrequenz des Drehspiegels  $\omega$  wie folgt zusammenhängt:

$$\Delta s = \frac{4d_1d_3^2}{d_2 + d_3} \frac{\omega}{c}. \quad (1)$$

Wir können diese Beziehung umdrehen und aus den gemessenen Verschiebungen bei bekannter Frequenz die Lichtgeschwindigkeit berechnen. Dabei ist es besser, die Steigung der Geraden, also  $d\omega/ds$  zu benutzen.

Um die Verschiebung des Strahls zu bestimmen werden in diesem Versuch die Kamerabilder ausgewertet. Dazu ist es zweckmäßig aus der Bilddatei einen horizontalen Schnitt zu berechnen und dann die Position des Maximums zu bestimmen, was mit verschiedenen Methoden erfolgen kann. Primär erhalten wir die Verschiebung allerdings in Einheiten von Kamerapixeln. Diese müssen über eine geeignete Kalibrierung in physikalische Längeneinheiten umgerechnet werden.



**Abbildung 1:** Unser Versuchsaufbau findet auf einer Aluminiumprofilplatte von  $220 \times 25 \text{ cm}^2$  Platz. Ein roter Laser (A) wird durch eine Glasfaser und eine Linse zu einem divergenten Strahl geformt, durchtritt eine Irisblende (nicht gezeichnet) zur Streulichtunterdrückung und einen Strahlteiler (B) und trifft zuerst auf einen ebenen Umlenkspiegel (C) und dann auf einen konkaven, sphärischen Spiegel (D) mit einem Krümmungsradius von  $r = 4000 \text{ mm}$ . Dieser dient als abbildendes Element, das den Strahl auf den Endspiegel fokussiert. Die Abstände sind dabei so bemessen, dass es sich ungefähr um eine  $4f$  Konfiguration handelt ( $f$  ist die Brennweite des Konkavspiegels). Bevor der Strahl allerdings auf den Endspiegel (G) trifft, wird er am Drehspiegel (E) und einem weiteren, ebenen Umlenkspiegel (F) reflektiert. Vom Endspiegel propagiert der Strahl durch die ganze Anordnung rückwärts und am Strahlteiler wird die Hälfte davon in Richtung der Kamera (H) reflektiert.

## 7 Durchführung des Versuchs

### 7.1 Wichtige Hinweise vor Beginn des Versuches

- Der verwendete Laser ist nicht gefährlich (Klasse 1), dennoch sollte man nicht direkt in den Strahl blicken. Armbanduhren, Ringe und ähnliche glänzend reflektierende Objekte ablegen.
- Der Drehspiegel dreht sich sehr schnell und sollte nicht berührt werden, solange er rotiert.
- Fingerabdrücke auf den optischen Elementen können die Beschichtungen zerstören, besonders bei längerer Einwirkung. Daher bitte um Vorsicht! Falls Sie doch einmal einen Spiegel berühren, bitte gleich dem Betreuer melden, dann kann die Optik problemlos geputzt werden.
- Die optischen Elemente sind auch empfindlich gegen Kratzer, daher immer nur vom Halter aus messen. Die Fläche des Halters ist bündig mit der Spiegeloberfläche.

### 7.2 Justage

Zuerst sollten Sie sich mit dem Strahlengang vertraut machen, indem Sie ihn mit einem Stück Papier verfolgen. Als nächstes sollten sie den Strahlengang (nach-)justieren, indem Sie mit den Stellschrauben der Spiegelhalter den Strahl auf dem jeweils nächsten optischen Element zentrieren. Dabei müssen Sie nicht sehr genau vorgehen. Der Drehspiegel soll dabei nicht rotieren und steht daher meist in einer zufälligen Winkelstellung. Deshalb kann er zusammen mit seiner Basis etwas verdreht werden, damit man den Strahl auf den nächsten Umlenkspiegel einstellen kann. Wenn der Strahl schließlich auf dem Endspiegel zentriert ist muss nun der Endspiegel justiert werden, damit der Strahl in sich zurückläuft. Dazu stellt man den Endspiegel so ein, dass der rückwärtslaufende Strahl sich auf dem vorletzten Spiegel (F) mit dem vorwärtslaufenden überdeckt. An diesem Punkt sollte man den Rückreflex auf, oder in der Nähe der Kamera sehen können. Sobald Sie auf dem PC, der die Kamera ausliest, ein Bild des Strahls haben, können Sie den Endspiegel entlang einer optischen Schiene so verschieben, dass das Kamerabild visuell so scharf wie möglich wirkt.

### 7.3 Kalibrierung der Kamera

Mit dem Bild des Strahls auf der Kamera nehmen Sie nun eine Kalibrierung vor, indem Sie die Kamera mithilfe der Mikrometerschraube in geeigneten Schritten verschieben und jeweils ein Bild aufnehmen. Aus den Bildern können Sie später horizontale Profile, bzw. das Helligkeitsmaximum extrahieren und aus dessen scheinbarer Verschiebung in Pixeln den Zusammenhang zwischen den Einheiten "pixel" und Mikrometer herstellen.

## 7.4 Messung der Entfernungen

Messen Sie die Abstände zwischen den Komponenten mithilfe des Stahlmaßstabs. Die genaue Bestimmung der Entfernungen im Aufbau ist ein wichtiger Teil des Versuchs. Seien Sie dabei vorsichtig mit den optischen Elementen und verwenden Sie als Bezugspunkt immer die obere Kante des Optikhalters über der Mitte des jeweiligen Spiegels. Beim Drehspiegel ist es am besten, Sie messen in Bezug auf dessen Drehachse. Der Durchmesser des Drehspiegels ist genau bekannt, bzw. kann mit einer Schiebelehre gemessen werden. Der Krümmungsradius des Konkavspiegels ist sehr groß, daher können Sie die Entfernungsmessung wieder in sehr guter Näherung auf den Rand (bzw. den Halter) beziehen. Überprüfen Sie die Abbildungsbedingung. Nehmen Sie dazu an, dass der Abbildungsgegenstand der Endspiegel ist und das Bild auf der Kamera entsteht.

## 7.5 Messdaten aufnehmen

Setzen Sie nun den Drehspiegel in Bewegung. Es kann sein, dass Sie nun kein (gutes) Kamerabild mehr haben, was daran liegt, dass die vertikale Position des Rotors in Bewegung anders ist als in Ruhe. Versuchen Sie durch vorsichtiges Justieren des Endspiegels wieder ein möglichst helles aber trotzdem scharfes Bild zu bekommen. Variieren Sie dann die Antriebsfrequenz  $f_{\text{clk}}$  des Drehspiegels zwischen 500 Hz und 5000 Hz in geeigneten Schritten und nehmen Sie zu jeder Frequenz ein Kamerabild auf. Die tatsächliche Drehfrequenz des Rotors beträgt ein Sechstel der Antriebsfrequenz also  $f_r = f_{\text{clk}}/6$ .

## 7.6 Erste Auswertung

Die Kamerabilder müssen sorgfältig ausgewertet werden. Zur Auswertung stehen Ihnen die Programme Matlab und Mathematica auf den PCs zur Verfügung. Es zeigt sich, dass das Maximum mit zunehmender Drehgeschwindigkeit breiter wird (woran könnte das liegen?). Daher ist es unter Umständen nicht ausreichend einfach den höchsten Punkt zu nehmen, sondern man muss entweder eine digitale Filterung (z.B. gleitender Durchschnitt) oder eine nichtlineare Kurvenanpassung mit einer geeigneten Modellfunktion (z.B. Gauß) vornehmen. Daraus erhalten Sie dann die Position des Maximums als Funktion der Drehfrequenz. Nach Gl. 1 sollte dies ein linearer Zusammenhang sein. Bestimmen Sie dessen Steigung durch lineare Regression und berechnen Sie daraus die Lichtgeschwindigkeit.

Bei diesem Versuch ist die Diskussion zufälliger und systematischer Fehler besonders wichtig. Überlegen Sie, welche Fehlerursachen auftreten. Wie genau ist die Entfernungsmessung, wie genau die Zeitmessung? Wie genau können Sie das Maximum der Helligkeit des Kamerabilds bestimmen?

## 8 Hinweise zum Bericht

Der Bericht soll neben den üblichen Dingen folgende Elemente enthalten:

1. Herleitung der Beziehung zwischen  $s$  und  $\omega$ . Dazu fertigt man eine Skizze eines äquivalenten Aufbaus ohne die Umlenkspiegel an. Diese Skizze sollte auch im Bericht abgebildet sein.
2. Mindestens ein Beispiel-Kamerabild, das dazugehörige horizontale Leistungsprofil, und eine Kurvenanpassung (Fit) an den Bereich um das Maximum.
3. Diskussion der möglichen *systematischen* Fehler.

## 9 Fragen zur Vorbereitung

1. Welche Methoden gab und gibt es zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit?
2. Wie sind die Einheiten Sekunde und Meter definiert?
3. Leiten Sie Gleichung (1) her.
4. Prinzipiell kann man den Drehspiegel platzieren, wo man will. An welcher Stelle erhält man die maximale Empfindlichkeit der Messung?

5. Wie groß ist die Brennweite des Konkavspiegels? Der Spiegel ist eine Kugelschale mit einem Durchmesser von 25 mm. Wie tief ist die Schale, also wie groß ist der Normalabstand zwischen Scheitelpunkt und Randebene?
6. Zeigen Sie, dass die Abbildung des  $4f$ -Systems ( $g = 2f$ ) ein Vergrößerungsverhältnis von 1 aufweist. Unsere Anordnung hält die  $4f$  Bedingung nur näherungsweise ein. Wie wirkt sich eine solche Abweichung auf die Messung aus?

## 10 Literatur

### Literatur

- [1] The 17th Conférence Générale des Poids et Mesures (CGPM). The 17th conférence générale des poids et mesures (cgpm). 1984.
- [2] Kenichiro Aoki and Takahisa Mitsui. A tabletop experiment for the direct measurement of the speed of light. *American Journal of Physics*, 76:812, 2008.
- [3] Harry E. Bates. Resource letter rmsl1: Recent measurements of the speed of light and the redefinition of the meter. *American Journal of Physics*, 56:682, 1988.
- [4] T. James Belich, Ryan P. Lahm, Richard W. Peterson, and Chad D. Whipple. Optical doppler measurements. *American Journal of Physics*, 65:186, 1996.
- [5] George W. Clark. Electrical measurement of the speed of light with a clock and measuring rods. *American Journal of Physics*, 24:189, 1956.
- [6] George W. Clark. An electrical measurement of the speed of light. *American Journal of Physics*, 69:110, 2001.
- [7] J. A. Deblaquiere, K. C. Harvey, and A. K. Hemann. Time of flight measurement of the speed of light using an acousto-optic modulator. *American Journal of Physics*, 59:443, 1991.
- [8] Daniel J. D’Orazio, Mark J. Pearson, Justin T. Schultz, Daniel Sidor, Michael W. Best, Kenneth M. Goodfellow, Robert E. Scholten, and James D. White. Measuring the speed of light using beating longitudinal modes in an open- cavity hene laser. *American Journal of Physics*, 78:524, 2010.
- [9] Thierry Lahaye, Pierre Labastie, and Renaud Mathevet. Fizeau’s æther-dragexperiment in the undergraduate laboratory. *American Journal of Physics*, 80:497, 2012.
- [10] John Rogers, Ronnie McMillan, Robert Pickett, and Richard Anderson. A determination of the speed of light by the phase-shift method. *American Journal of Physics*, 37:816, 1969.
- [11] Alberto Ronzani, Francesco Maccarrone, and Alberto Di Lieto. Measuring light speed with a modulated laser diode. *European Journal of Physics*, 29:957, 2008.